



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΛΛΟΠΟΝΗΣΟΥ
ΣΧΟΛΗ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ ΚΑΙ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

**“ ΜΕΛΕΤΗ ΜΕ ΗΜΙΑΝΑΛΥΤΙΚΕΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ Ή ΜΕΘΟΔΟΥΣ
ΤΕΧΝΗΤΗΣ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗΣ ΤΗΣ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑΣ ΚΥΚΛΙΚΗΣ
ΒΡΟΧΟΚΕΡΑΙΑΣ ΠΑΡΟΥΣΙΑ Ή ΜΗ ΕΝΘΕΤΩΝ ΔΙΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ
ΚΥΚΛΙΚΩΝ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΩΝ ΡΑΒΔΩΝ ”**

ΘΕΟΔΩΡΟΣ Ν. ΚΑΠΕΤΑΝΑΚΗΣ

Τρίπολη, Ιούνιος 2019

Στους γονείς μου Μαρία και Νίκο

Πρόλογος

Η παρούσα διατριβή έχει σαν αντικείμενο τη μελέτη ακτινοβολίας του κυκλικού βρόχου υπό την παρουσία κυλινδρικών διατάξεων. Εκπονήθηκε υπό την επίβλεψη του Καθηγητή κ. Ανδρέα Μαρα και Αν. Καθηγητή κ. Ιωάννη Ο. Βαρδιάμπαση και εντάσσεται στα πλαίσια της ερευνητικής δραστηριότητας του τμήματος Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών του Πανεπιστημίου Πελοποννήσου.

Στο σημείο αυτό, ως ελάχιστο δείγμα αναγνώρισης θέλω να εκφράσω τις ειλικρινείς ευχαριστίες μου στους Δασκάλους μου στον Καθηγητή κ. Α. Μαρα και στον Αν. Καθηγητή κ. Ι.Ο. Βαρδιάμπαση. Τους ευχαριστώ όχι μόνο για την δυνατότητα που μου έδωσαν να εκπονήσω την παρούσα διατριβή και την απόκτηση εμπειρίας και γνώσεων, αλλά και τις αξίες που μου δίδαξαν με το παράδειγμα τους. Θεωρώ ότι είμαι τυχερός το ότι εργάστηκα κοντά τους ενώ η εμπειρία που αποκτήθηκε ήταν παραπάνω από πολύτιμη. Επιπλέον θερμές ευχαριστίες εκφράζω στην Αν. Καθηγήτρια κα. Μ. Ιωαννίδου για την εξαιρετική συνεργασία, τις στοχευμένες παρατηρήσεις και τη συμβολή της στην διάδοση των αποτελεσμάτων της διατριβής αυτής.

Από την θέση αυτή, επιθυμώ να εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου στον Αν. Καθηγητή Ι.Ο. Βαρδιάμπαση, σαν ελάχιστη ανταπόδοση για την αμέριστη συμπαράσταση του, την ουσιαστική συμβολή του και την συμπόρευση του σε όλη την διάρκεια εκπόνησης της διατριβής αυτής. Τον ευχαριστώ για τον άφθονο χρόνο που κατανάλωσε, καθοδηγώντας και ενθαρρύνοντας με. Η εμπιστοσύνη με την οποία με περιέβαλλε και η αμέριστη συμπαράσταση του ήταν παραπάνω από καταλυτική. Με το ήθος και την στάση του σε κρίσιμες καμπές της προσπάθειας μου είμαι σε θέση να εκφράσω με σιγουριά ότι πρόκειται πολλά περισσότερα από μέντορας μου.

Ένα μεγάλο ευχαριστώ στους φίλους μου που με ανέχτηκαν όλο αυτό το διάστημα της προσπάθειας μου και στην οικογένεια μου για την στήριξη τους στην επιλογή μου αυτή. Τελειώνοντας, αισθάνομαι να εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου στους γονείς μου Μαρία και Νίκο για την απεριόριστη αγάπη, πολύτιμη συμπαράσταση και τις θυσίες που έκαναν καθ' όλη την διάρκεια των σπουδών μου. Χωρίς την στήριξη τους η εκπόνηση της παρούσας διατριβής θα ήταν ανέφικτη για αυτό και τους την αφιερώνω.

Τρίπολη, Ιούνιος 2019
Θεόδωρος Ν. Καπετανάκης

Περίληψη

Η παρούσα διατριβή έχει σαν αντικείμενο τη μελέτη της ακτινοβολίας κυκλικής βροχοκεραίας παρουσία ή μη κυλινδρικών δομών με ένθετες κυκλικές κυλινδρικές διηλεκτρικές ράβδους. Το πρόβλημα αντιμετωπίζεται με την χρήση ημιαναλυτικών τεχνικών και τεχνικών τεχνητής νοημοσύνης.

Στο Κεφάλαιο 1 γίνεται μια σύντομη εισαγωγή των τεχνικών που χρησιμοποιήθηκαν για την επίλυση των διαφόρων ηλεκτρομαγνητικών προβλημάτων και γίνεται προσπάθεια να οριστεί ο τομέας ενδιαφέροντος της διατριβής αυτής. Παρουσιάζεται η χρησιμότητα και οι εφαρμογές των τεχνικών αυτών σε παρόμοια προβλήματα ενώ παρουσιάζονται και τα κύρια σημεία της διατριβής.

Στο Κεφάλαιο 2 γίνεται μια εισαγωγή βασικών στοιχείων των τεχνικών τεχνητής νοημοσύνης εστιάζοντας σ' αυτές που εφαρμόστηκαν για την επίλυση των διάφορων ηλεκτρομαγνητικών διατάξεων. Παρουσιάζονται τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα οι διάφορες αρχιτεκτονικές τους, τα χαρακτηριστικά τους και οι διαδικασίες της εκμάθησης με σκοπό την εφαρμογή τους στα ηλεκτρομαγνητικά προβλήματα που πραγματεύεται η παρούσα διατριβή. Επιπλέον γίνεται εισαγωγή στα νέυρο-ασαφή συστήματα εστιάζοντας στα προσαρμοστικά νέυρο-ασαφή συστήματα και στον υβριδικό αλγόριθμο εκπαίδευσης τους.

Στο Κεφάλαιο 3 αντιμετωπίζεται το ευθύ πρόβλημα ακτινοβολίας της κυκλικής βροχοκεραίας με δύο διαφορετικές soft computing τεχνικές, τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα και το προσαρμοστικό νέυρο-ασαφές σύστημα (ANFIS). Αρχικά μοντελοποιείται το πρόβλημα, εξάγονται τα δεδομένα εκμάθησης από την αναλυτική λύση και πραγματοποιείται η διαδικασία της εκμάθησης. Στην συνέχεια κατά την διαδικασία της δοκιμής υπολογίζονται οι απαραίτητοι δείκτες σφάλματος και κρίνεται η καταλληλότητα του κάθε μοντέλου. Στο τέλος του κεφαλαίου γίνεται η απαραίτητη σύγκριση μεταξύ των δύο soft-computing τεχνικών αφενός μεταξύ των αφετέρου με την αναλυτική λύση του προβλήματος και εξάγονται τα απαραίτητα συμπεράσματα.

Τα αντίστροφα προβλήματα είναι εκ φύσεως πολύπλοκα και πολλές φορές είναι ανέφικτο να βρεθεί λύση σε κλειστή μορφή. Έτσι στο Κεφάλαιο 4 αντιμετωπίζεται το αντίστροφο πρόβλημα ακτινοβολίας της κυκλικής βροχοκεραίας με τρεις διαφορετικές αρχιτεκτονικές τεχνητών νευρωνικών δικτύων διερευνώντας παράλληλα και την αποδοτικότητα διαφορετικών αλγορίθμων εκπαίδευσης. Μοντελοποιήθηκε το πρόβλημα εξήχθησαν τα δεδομένα εκμάθησης από την αναλυτική λύση του προβλήματος και ολοκληρώθηκε η διαδικασία με την διερεύνηση της αποδοτικότητας διαφορετικών αλγορίθμων εκπαίδευσης. Στην συνέχεια κατά την διαδικασία της δοκιμής υπολογίστηκαν οι απαραίτητοι δείκτες σφάλματος και κρίθηκε η καταλληλότητα του

κάθε μοντέλου. Κλείνοντας το κεφάλαιο, παρουσιάζονται τα αριθμητικά αποτελέσματα συγκρίνονται μεταξύ τους οι διαφορετικές αρχιτεκτονικές και εξάγονται τα απαραίτητα συμπεράσματα.

Στο Κεφάλαιο 5 αντιμετωπίζεται το πρόβλημα της ακτινοβολίας κυκλικού βρόχου όταν στο μακρινό πεδίο ακτινοβολίας του υπάρχει κυλινδρική δομή αποτελούμενη από μία, ή περισσότερες ένθετες διηλεκτρικές κυλινδρικές ράβδους κυκλικής διατομής. Η επίλυση του προβλήματος γίνεται με δύο διαφορετικές τεχνικές. Πρώτα επιλύεται ημιαναλυτικά το ισοδύναμο πρόβλημα της σκέδασης προκειμένου να υπολογιστούν το σκεδαζόμενο ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο και η ενεργός διατομή σκέδασης ραντάρ της διάταξης. Στη συνέχεια το πρόβλημα επιλύεται με τη χρήση νευρωνικών δικτύων που εκπαιδεύονται με τα δεδομένα της ημιαναλυτικής λύσης.

ABSTRACT

Object of this dissertation is to study the circular loop antenna radiation in the presence or absence of inset circular cylindrical dielectric structures. The problem is addressed by the use of semi-analytical or artificial intelligence techniques.

Chapter 1 presents a brief introduction of the techniques used to solve the various electromagnetic problems and we attempt to define the area of interest of this dissertation. Additionally, applications of the aforementioned techniques in similar problems and the key points of this dissertation are presented.

Chapter 2 introduces elements of artificial intelligence techniques, by focusing on artificial neural networks and neuro-fuzzy systems. We present the topic of artificial neural networks, their architectures, and the learning process algorithms. In addition the adaptive neuro-fuzzy inference system and the hybrid training algorithm are presented.

Chapter 3 addresses the forward circular loop antenna radiation problem with two different soft computing techniques, artificial neural networks and adaptive neuro-fuzzy inference systems (ANFISs). The model of the problem is presented, the generation of the training data are discussed and the learning process metrics are computed. The necessary error indicators extracted during the test process and the suitability of each model is discussed. At the end of the chapter there is the necessary comparison between the two soft-computing techniques. On the one hand, with the analytical solution and on the other hand, with the 2 different artificial intelligence techniques.

Inverse problems are by nature complex and often it is not possible to find a solution in a closed form. Thus, Chapter 4 addresses the inverse radiation problem of circular loop antenna with three different artificial neural network architectures while exploring the efficiency of different learning algorithms. The problem modeled and the learning process completed by investigating the efficiency of different learning algorithms. Subsequently, during the test process, the necessary error metrics were calculated and the suitability of each model was discussed. By closing the chapter, the numerical results are presented, the different architectures are compared and the necessary conclusions are drawn.

Chapter 5 addresses the circular loop antenna radiation problem when in the far field of the antenna are one or more (inserted or not) circular cylindrical dielectric structures. The problem is solved by two different techniques. Firstly, the equivalent scattering problem is solved in order to calculate the scattered electric and magnetic field and the radar cross-section of the structure. Then the problem is solved by using neural networks that are trained with data from the semi-analytical solution.



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΛΛΟΠΟΝΗΣΟΥ
ΣΧΟΛΗ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ ΚΑΙ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

ΘΕΟΔΩΡΟΥ Ν. ΚΑΠΕΤΑΝΑΚΗ

Τίτλος: “ Μελέτη με ημιαναλυτικές τεχνικές ή μεθόδους τεχνητής νοημοσύνης της ακτινοβολίας κυκλικής βροχοκεραίας παρουσία ή μη ενθέτων διηλεκτρικών κυκλικών κυλινδρικών ράβδων ”

Επιβλέπων:
Α. Μαράς

Συμβουλευτική Επιτροπή:

Α. Μαράς
Ι. Ο. Βαρδιάμπασης
Α. Μπουκουβάλας

Υποστηρίχθηκε την 20^η Ιουνίου 2019 ενώπιον της Επταμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:

.....
Ανδρέας Μαράς
Καθηγητής
Παν. Πελοποννήσου

.....
Αντώνιος Μπουκουβάλας
Καθηγητής
Παν. Πελοποννήσου

.....
Ιωάννης Ο. Βαρδιάμπασης
Αν. Καθηγητής
ΕΛ.ΜΕ.ΠΑ

.....
Μιχαήλ Ταταράκης
Καθηγητής
ΕΛ.ΜΕ.ΠΑ

.....
Γεώργιος Τσούλος
Καθηγητής
Παν. Πελοποννήσου

.....
Μελπομένη Ιωαννίδου
Αν. Καθηγήτρια
ΔΙ.ΠΑ.Ε

.....
Γεωργία Αθανασιάδου
Επικ. Καθηγήτρια
Παν. Πελοποννήσου

Περιοχόμενα

1	Εισαγωγή	1-1
1.1	Βιβλιογραφία	1-5
2	Στοιχεία Νευρωνικών Δικτύων και Νευρο-ασαφών Συστημάτων	2-1
2.1	Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα	2-1
2.2	Μοντέλο Τεχνητού Νευρώνα	2-1
2.3	Συναρτήσεις Ενεργοποίησης Τεχνητού Νευρώνα	2-2
2.4	Αρχιτεκτονικές Τεχνητών Νευρωνικών Δικτύων	2-5
2.4.1	Νευρωνικά δίκτυα Πρόσω-τροφοδότησης Πολλαπλών Στρωμάτων.	2-5
2.4.2	Αλγόριθμος οπισθοδιάδοσης για την εκπαίδευση δικτυωμάτων πολλαπλών στρωμάτων.	2-7
2.4.2.1	Διάγραμμα ροής αλγορίθμου οπισθοδιάδοσης	2-14
2.5	Αλγόριθμος Levenberg-Marquardt	2-15
2.5.1	Εφαρμογή του αλγορίθμου Levenberg-Marquardt για την εκπαίδευση νευρωνικών δικτύων πρόσω-τροφοδότησης.	2-17
2.6	Νευρωνικά Δίκτυα Ακτινικών Συναρτήσεων Βάσης	2-25
2.6.1	Εκπαίδευση νευρωνικών δικτύων ακτινικής συνάρτησης βάσης.	2-28
2.7	Νευρωνικά Δίκτυα Γενικευμένης Παλινδρόμησης	2-30
2.8	Προσαρμοστικό νευρο-ασαφές σύστημα.	2-31
2.8.1	Υβριδικός αλγόριθμος εκπαίδευσης.	2-34
2.8.2	Συναρτήσεις συμμετοχής.	2-38
2.9	Βιβλιογραφία	2-42
3	Εφαρμογή Soft-Computing Τεχνικών για την Επίλυση του Ευθέως Προβλήματος Ακτινοβολίας	3-1
3.1	Κεραία κυκλικού βρόχου	3-1
3.2	Αναλυτική επίλυση του προβλήματος.	3-2
3.3	Επίλυση του προβλήματος με την χρήση Soft Computing τεχνικών.	3-7
3.3.1	Μοντελοποίηση του νευρωνικού δικτύου	3-9
3.3.1.1	Αποτελέσματα και Συμπεράσματα	3-11
3.3.2	Μοντελοποίηση του Προσαρμοστικού Νευρο-Ασαφούς Συστήματος (ANFIS).	3-22
3.3.2.1	Αποτελέσματα και Συμπεράσματα	3-22
3.3.3	Σύγκριση των δύο μοντέλων	3-33
3.4	Βιβλιογραφία	3-36

4	Εφαρμογή Τεχνητών Νευρωνικών Δικτύων για την Επίλυση του Αντίστροφου Προβλήματος Ακτινοβολίας Κυκλικού Βρόχου	4-0
4.1	Μοντελοποίηση νευρωνικών δικτύων για την επίλυση του αντίστροφου προβλήματος.	4-0
4.2	Αποτελέσματα	4-4
4.3	Βιβλιογραφία	4-10
5	Ακτινοβολία Κυκλικού Βρόχου Παρουσία Κυλινδρικού Σκεδαστή Αποτελούμενου από Ένθετες Διηλεκτρικές Κυκλικές Κυλινδρικές Ράβδους	5-1
5.1	Εισαγωγή	5-1
5.2	Το προσπίπτον πεδίο, το πεδίο διέγερσης και το πεδίο σκέδασης	5-2
5.3	Το πεδίο στις διάφορες περιοχές του χώρου	5-4
5.4	Οριακές συνθήκες	5-5
5.4.1	Εφαρμογή των οριακών συνθηκών στις συνοριακές επιφάνειες της διάταξης	5-6
5.4.2	Εφαρμογή των οριακών συνθηκών στην κυλινδρική επιφάνεια $\rho_2 = a_2$	5-6
5.4.3	Εφαρμογή των οριακών συνθηκών στην κυλινδρική επιφάνεια $\rho_3 = a_3$	5-9
5.4.4	Εφαρμογή των οριακών συνθηκών στην κυλινδρική επιφάνεια $\rho_1 = a_1$	5-12
5.5	Αποτελέσματα	5-16
5.5.1	Σύγκλιση του αλγορίθμου	5-23
5.6	Εφαρμογή νευρωνικών δικτύων.	5-24
5.7	Βιβλιογραφία	5-26

Σύμβολα

Κεφάλαιο 2: § 2.1-2.3

- I_j - σήματα εισόδου
- V - νευρώνας
- j - σύναψη
- $W_{v,j}$ - συναπτικό βάρος του v νευρώνα συνάψεως j
- U_v - έξοδος αθροιστή του v νευρώνα
- b_v - συντελεστής πόλωσης v νευρώνα
- O_v - σήμα εξόδου v νευρώνα
- $\Psi(\cdot)$ - συνάρτηση ενεργοποίησης v νευρώνα
- Ψ_ℓ - λογιστική σιγμοειδής συνάρτηση ενεργοποίησης
- Ψ_t - συνάρτηση ενεργοποίησης υπερβολικής εφαιπομένης
- Ψ_e - Elliot συνάρτηση ενεργοποίησης
- Ψ_r - ακτινική συνάρτηση βάσης

§ 2.4-2.5

- \mathbf{X} -διάνυσμα εισόδου
- \mathbf{b} -διάνυσμα πολώσεων
- R -πλήθος εισόδων
- \mathbf{Y} -διάνυσμα εξόδου
- \mathbf{w} -πίνακας συναπτικών βαρών
- $n^0 = K$ -πλήθος νευρώνων K στρώματος εισόδου
- $n^1 = J$ -πλήθος νευρώνων J κρυφού στρώματος
- $n^2 = I$ -πλήθος νευρώνων I στρώματος εξόδου
- $\mathbf{x}(p)$ -διάνυσμα εισόδου
- $\mathbf{t}(p)$ -διάνυσμα εισόδου

- \mathbf{p}_q -q-οστή τιμή διανύσματος εισόδου
- \mathbf{t}_q -q-οστή τιμή διανύσματος στόχου
- $t_i^2(\mathbf{p})$ -η τιμή στόχος του στρώματος εξόδου του νευρώνα i που οφείλεται στην είσοδο $\mathbf{x}(\mathbf{p})$
- $Y_i^2(\mathbf{p})$ -η τιμή εξόδου του στρώματος εξόδου του νευρώνα i που οφείλεται στην είσοδο $\mathbf{x}(\mathbf{p})$
- $f(\mathbf{w})$ -συνάρτηση μέσου τετραγωνικού σφάλματος
- λ -ρυθμός εκμάθησης
- w_{ij}^2 -το από τον νευρώνα j του κρυφού στρώματος στον νευρώνα i του στρώματος εξόδου
- $\Psi'(\cdot)$ -παράγωγος της συνάρτησης ενεργοποίησης
- $\delta_i^2(\mathbf{p})$ -όρος του σφάλματος (ή όρος δ) του νευρώνα i του στρώματος εξόδου.
- w_{jk}^1 -το βάρος από τον νευρώνα k του στρώματος εισόδου στον νευρώνα j του κρυφού στρώματος
- $\mathbf{e}_{\mathbf{p},m}$ -διάνυσμα σφάλματος στην έξοδο m που οφείλεται όταν εφαρμοσθεί στην είσοδο το πρότυπο \mathbf{p}
- \mathbf{I} -ταυτοτικός πίνακας.
- γ -συνδυαστικός συντελεστής
- S_j -κλίση της συνάρτησης ενεργοποίησης
- O_m -η m -οστή έξοδος του δικτύωματος
- $F_{m,j}$ -η σύνθετη μη-γραμμική συνάρτηση της m -οστής εξόδου του δικτύωματος, του νευρώνα j
- u_j -η σταθμισμένη είσοδος του νευρώνα j
- $t_{m,j}$ -το διάνυσμα στόχος (επιθυμητή) του προτύπου \mathbf{p} της εξόδου m
- δ -όροι σφάλματος
- I_i -οι εισοδοί του δικτύωματος

§ 2.6-2.8

- $\varphi(\mathbf{x})$ -ακτινική συνάρτηση βάσης
- σ_j -το πλάτος της j -οστής γκαουσιανής συνάρτησης με κέντρο \mathbf{x}_j
- m_0 -διάσταση του διανύσματος εισόδου \mathbf{x}
- ν -διακόμευση
- N_j -το πλήθος των δεδομένων εισόδου της συστάδας j

- X -είσοδος ANFIS
- Y -είσοδος ANFIS
- Z -έξοδος ANFIS
- ℓ -αύξον αριθμός επιπέδου ANFIS
- i -κόμβος
- $O_{\ell,i}$ -Έξοδος ℓ επιπέδου κόμβου i
- μ -συνάρτηση συμμετοχής
- $\{p_i, q_i, r_i\}$ -επακόλουθες παράμετροι (consequent parameters)
- w_i -βάρος κόμβου i
- $\{a_i, b_i, \sigma_i\}$ -αρχικές παράμετροι
- g_i -γραμμική συνάρτηση ή σταθερά
- E -συνάρτηση σφάλματος
- r -το βήμα (step size) της κλίσης.
- V -οποιαδήποτε παράμετρος του νευρο-ασαφούς προσαρμοστικού συστήματος
- δ -άγνωστο διάνυσμα των παραμέτρων στο S_2
- δ^* -ελάχιστη τετραγωνική εκτίμηση
- α_i^T - i -ίσο διάνυσμα γραμμής του πίνακα A
- β_i^T - i -ίσο στοιχείο του πίνακα B ,
- c_i - i -ίσο στοιχείο πίνακα συνδιασποράς
- μ_B -συνάρτηση συμμετοχής Bell
- μ_G -συνάρτηση συμμετοχής Gauss
- μ_T -συνδυασμός 2 Gauss συναρτήσεων συμμετοχής
- μ_Δ -τριγωνική συνάρτηση συμμετοχής
- μ_Π -τραπεζοειδής συνάρτηση συμμετοχής

Κεφάλαιο 3&4: § 3.1-4.3

- $O(r, \theta, \varphi)$ -σημείο παρατήρησης
- (r, θ, φ) -σφαιρικές συντεταγμένες
- $I(\varphi)$ -κατανομή ρεύματος
- R' -απόσταση μεταξύ σημείου τροφοδοσίας και σημείου παρατήρησης

S	-σημείο τροφοδοσίας
$A(r, \theta, \varphi)$	-διανυσματικό δυναμικό
η	-κυματική αντίσταση
β	-κυματαριθμός
E_r, E_θ, E_φ	-συνιστώσες ηλεκτρικού πεδίου σε σφαιρικές συντεταγμένες
H_r, H_θ, H_φ	-συνιστώσες μαγνητικού πεδίου σε σφαιρικές συντεταγμένες
(ρ, φ, z)	-κυλινδρικές συντεταγμένες
E_ρ, E_φ, E_z	-συνιστώσες ηλεκτρικού πεδίου σε κυλινδρικές συντεταγμένες
B_ρ, B_φ, B_z	-συνιστώσες μαγνητικού πεδίου σε κυλινδρικές συντεταγμένες
λ	-μήκος κύματος
U	-ένταση ακτινοβολίας
U_m^{tr}	-m-οστό στοιχείο του διανύσματος εκπαίδευσης επιθυμητή έξοδος στόχος
M	-πλήθος δεδομένων εκμάθησης
L	-πλήθος δεδομένων εγκυρότητας
Q	-πλήθος δεδομένων δοκιμής
t_k	-επιθυμητή έξοδος
p_{ik}	-την k-οστή ($k=1,2,\dots,K$) εκτιμώμενη τιμή έντασης ακτινοβολίας από το i-οστό μοντέλο,
i	-αύξων αριθμός μοντέλου
α	-ακτίνα βρόχου
θ_n	-γωνίες παρατήρησης
N	-πλήθος παρατηρητών
E_m^{tr}	-διάνυσμα (εισόδου) δεδομένων εκμάθησης
ρ_m	-η m-οστή εκτιμώμενη τιμή της ακτίνας του βρόχου
t_m^{tr}	-η m-οστή επιθυμητή τιμή ακτίνας βρόχου ή τιμής στόχος, με $m=1,2,\dots,M$
M	-το πλήθος των δειγμάτων του σετ δεδομένων εκπαίδευσης
K	-το πλήθος των δειγμάτων του σετ δεδομένων δοκιμής
E_k^{te}	-διάνυσμα (εισόδου) δεδομένων δοκιμής
t_k^{te}	-η k-οστή τιμή δοκιμής ακτίνας βρόχου ή τιμής στόχος, με $k=1,2,\dots,K$
L_1, L_2	-λήθος νευρώνων κρυφούς 1 ^ο και 2 ^ο στρώματος

$\hat{\rho}, \hat{\phi}, \hat{z}$	-μοναδιαία διανύσματα
k_0	-κυματαριθμός
J_n	-η συνάρτηση Bessel τάξης n
J'_n	-η παράγωγος της συνάρτησης Bessel τάξης n
$\delta()$	-δέλτα του Kronecker
$\bar{\rho}$	-διάνυσμα θέσης παρατηρητή
$\bar{\rho}'$	-διάνυσμα θέσης πηγής
\bar{J}	-γραμμική ηλεκτρική πηγή
\bar{M}	-γραμμική μαγνητική πηγή
I	-πλάτος ρευματικής διέγερσης (γραμμικής ηλεκτρικής πηγής)
M	-πλάτος ρευματικής διέγερσης (γραμμικής μαγνητικής πηγής)
H_n	-συνάρτηση Hankel δευτέρου είδους και τάξης n
$(\bar{E}^{exc}(\bar{\rho}), \bar{H}^{exc}(\bar{\rho}))$	-πεδίο διεγέρσεως
$(\bar{E}^{tot}(\bar{\rho}), \bar{H}^{tot}(\bar{\rho}))$	-συνολικό πεδίο
ϵ_i	-διηλεκτρική επιτρεπτότητα στην σε κάθε περιοχή i
μ_i	-μαγνητική διαπερατότητα σε κάθε περιοχή i
\bar{E}^i, \bar{H}^i	-διαμήκεις και εγκάρσιες συνιστώσες του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου σε κάθε περιοχή i
$\bar{E}^{inc}, \bar{H}^{inc}$	-προσπίπτον ηλεκτρομαγνητικό πεδίο
θ', ϕ'	-γωνίες πρόσπτωσης
Π_z^i	-ηλεκτρικό βαθμωτό δυναμικό του Hertz
Π_{mz}^i	-μαγνητικό βαθμωτό δυναμικό του Hertz
$\bar{J}(\bar{r})$	-πυκνότητα ρεύματος σφαιρικής πηγής V, ακτίνας a

Σ χ ή μ α τ α

Σχήμα 1-1: Κατηγοριοποίηση soft-computing τεχνικών για την επίλυση ηλεκτρομαγνητικών προβλημάτων: α) με συνεχή γραμμή πλαισίου οι τεχνικές που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα διατριβή, β) με διακεκομμένο πλαίσιο απεικονίζονται μερικές από τις πιο διαδεδομένες. _____ 1-1

Σχήμα 1-2: Επίλυση ηλεκτρομαγνητικών προβλημάτων με την εφαρμογή soft computing τεχνικών: στο κέντρο του διαγράμματος απεικονίζεται ο τομέας ενδιαφέροντος του πρώτου μέρους της παρούσας διατριβής. _____ 1-2

Σχήμα 1-3: Βροχοκεραία: α) τετραγωνικής, β) τριγωνικής, γ) ορθογωνικής, δ) ρομβοειδούς ε) κυκλικής, και στ) σπειροειδούς, μορφής _____ 1-3

Σχήμα 1-4: Ακτινοβολία κυκλικού βρόχου υπό την παρουσία: α) 2 μονοστρωματικών κυκλικών κυλινδρικών ράβδων, β) 4 μονοστρωματικών κυκλικών κυλινδρικών ράβδων, και γ) 2 διστρωματικών (πυρήνας και περιβλημα) κυκλικών κυλινδρικών ράβδων. _____ 1-3

Σχήμα 2-1: Αναπαράσταση ανθρώπινου νευρικού συστήματος σε μορφή δομικού διαγράμματος βαθμίδων. _____ 2-1

Σχήμα 2-2: Βιολογικός νευρώνας και θεμελιώδες δομικό διάγραμμα τεχνητού νευρώνα. _____ 2-2

Σχήμα 2-3: Σιγμοειδείς συναρτήσεις ενεργοποίησης νευρώνων: (α) λογιστική, και (β) υπερβολικής εφαπτομένης για διάφορες τιμές της παραμέτρου κλίσης α αντίστοιχα. _____ 2-3

Σχήμα 2-4: Μη γραμμικές συναρτήσεις ενεργοποίησης νευρώνων: (α) Elliot, (β) ακτινικής βάσης. _ 2-4

Σχήμα 2-5: Αρχιτεκτονικές νευρωνικών δικτύων. _____ 2-5

Σχήμα 2-6: Δομικό διάγραμμα perceptron πολλαπλών στρωμάτων με ένα κρυφό στρώμα. _____ 2-6

Σχήμα 2-7: Απλοποιημένο δομικό διάγραμμα νευρωνικού δικτύου τύπου perceptron πολλαπλών στρωμάτων. Αποτελείται από το στρώμα εισόδου, ένα κρυφό στρώμα και το στρώμα εξόδου, **KxJxI** νευρώνων αντίστοιχα. Οι κόμβοι πόλωσης συμβολίζονται με διακεκομμένες $x_0(p)=y_0^1(p)=1$. ____ 2-7

Σχήμα 2-8: Διάγραμμα ροής αλγορίθμου οπισθοδιάδοσης _____ 2-14

Σχήμα 2-9: Σύνδεση νευρώνα j με το υπόλοιπο δικτύωμα. Οι κόμβοι y_{ji} αναπαριστούν είτε τις εισόδους του δικτύωματος είτε τις εξόδους των άλλων νευρώνων. _____ 2-18

Σχήμα 2-10: Εφαρμογή του αλγορίθμου Levenberg-Marquardt σε νευρωνικό δίκτυο πολλαπλών στρωμάτων τύπου perceptron. Αποτελούμενο από n_i εισόδους I_{n_i}, n_0 εξόδους O_{n_i} και n_1, n_2, n_0 νευρώνες στο στρώμα εξόδου, κρυφού και εισόδου αντίστοιχα. _____ 2-21

Σχήμα 2-11: Διάγραμμα ροής αλγορίθμου Levenberg-Marquardt. _____ 2-24

Σχήμα 2-12: Δομικό διάγραμμα νευρωνικού δικτύου ακτινικών συναρτήσεων βάσης αποτελούμενο από το στρώμα εισόδου το στρώμα εξόδου και ένα κρυφό στρώμα αυτό των ακτινικών συναρτήσεων. _ 2-27

Σχήμα 2-13: Δομικό διάγραμμα νευρωνικού δικτύου γενικευμένης παλινδρόμησης (GRNN) ____ 2-30

Σχήμα 2-14: Αρχιτεκτονική ANFIS δύο εισόδων μιας εξόδου. _____ 2-32

Σχήμα 2-15: Μεταβολή της συνάρτησης συμμετοχής Bell για διάφορες τιμές: (α) a με $b=2$ και $c=0$, (β) b με $a=8$ και $c=0$, και (γ) c με $a=4$, και $b=3$. _____ 2-39

Σχήμα 2-16: Συνάρτησης συμμετοχής: (α) Gauss μ_G για διάφορες τιμές σ_i και c_i , και (β) συνδυασμός δύο Gauss συναρτήσεων μ_T για διάφορες τιμές C_i , με $\sigma_1 = 3$ και $\sigma_2 = 2$. _____ 2-40

Σχήμα 2-17: Συνάρτησης συμμετοχής: (α) τριγωνική μ_Δ για διάφορες τιμές των παραμέτρων $\{a,b,c\}$, και (β) τραπεζοειδής μ_Π για διάφορες τιμές των παραμέτρων $\{a,b,c,d\}$. _____ 2-41

Σχήμα 3-1: Γεωμετρία κυκλικής βροχοκεραίας ακτίνας a τοποθετημένης στο xy επίπεδο και τυχαίας κατανομής ρεύματος $I(\varphi)$. Όπου S και O τα σημεία διέγερσης και τροφοδοσίας αντίστοιχα σε σφαιρικές συντεταγμένες. _____ 3-2

Σχήμα 3-2: Κυριότερα στάδια για την επίλυση του προβλήματος ακτινοβολίας κυκλικού βρόχου. _ 3-8

Σχήμα 3-3: Μοντέλο νευρωνικών δικτύων για την επίλυση του ευθέως προβλήματος ($n=1,3,6$). ____ 3-10

Σχήμα 3-4: Κανονικοποιημένη ένταση ακτινοβολίας $|U|$ (έξοδος) σαν συνάρτηση της κανονικοποιημένης ακτίνας του κυκλικού βρόχου a/λ και της γωνίας παρατήρησης $\theta=10^\circ$ για το μοντέλο: (α) NN_1 , (β) NN_3 , (γ) NN_6 , (δ) NN_1, NN_3 , και NN_6 . _____ 3-13

Σχήμα 3-5: Κανονικοποιημένη ένταση ακτινοβολίας $|U|$ (έξοδος) σαν συνάρτηση της κανονικοποιημένης ακτίνας του κυκλικού βρόχου a/λ και της γωνίας παρατήρησης $\theta=30^\circ$ για το μοντέλο: (α) NN_1 , (β) NN_3 , (γ) NN_6 , (δ) NN_1, NN_3 , και NN_6 . _____ 3-14

Σχήμα 3-6: Κανονικοποιημένη ένταση ακτινοβολίας $|U|$ (έξοδος) σαν συνάρτηση της κανονικοποιημένης ακτίνας του κυκλικού βρόχου a/λ και της γωνίας παρατήρησης $\theta=60^\circ$ για το μοντέλο: (α) NN_1 , (β) NN_3 , (γ) NN_6 , (δ) NN_1, NN_3 , και NN_6 . _____ 3-15

Σχήμα 3-7: Κανονικοποιημένη ένταση ακτινοβολίας $|U|$ (έξοδος) σαν συνάρτηση της κανονικοποιημένης ακτίνας του κυκλικού βρόχου a/λ και της γωνίας παρατήρησης $\theta=90^\circ$ για το μοντέλο: (α) NN_1 , (β) NN_3 , (γ) NN_6 , (δ) NN_1, NN_3 , και NN_6 . _____ 3-16

Σχήμα 3-8: Κανονικοποιημένη ένταση ακτινοβολίας $|U|$ (έξοδος) σαν συνάρτηση της γωνίας παρατήρησης θ και της κανονικοποιημένης ακτίνας του κυκλικού βρόχου $a=0.1\lambda$, (α) NN_1 , (β) NN_3 , (γ) NN_6 , (δ) NN_1, NN_3 , και NN_6 . Με συνεχή γραμμή αναπαριστώνται τα δεδομένα που εξήχθησαν από την αναλυτική λύση ενώ με σύμβολα οι τιμές που εξήγαγε το κάθε μοντέλο νευρωνικών δικτύων ____ 3-17

Σχήμα 3-9: Κανονικοποιημένη ένταση ακτινοβολίας $|U|$ (έξοδος) σαν συνάρτηση της γωνίας παρατήρησης θ και της κανονικοποιημένης ακτίνας του κυκλικού βρόχου $a=0.2\lambda$, (α) NN_1 , (β) NN_3 , (γ) NN_6 , (δ) NN_1, NN_3 , και NN_6 . Με συνεχή γραμμή αναπαριστώνται τα δεδομένα που εξήχθησαν από την αναλυτική λύση ενώ με σύμβολα οι τιμές που εξήγαγε το κάθε μοντέλο νευρωνικών δικτύων ____ 3-18

Σχήμα 3-10: Κανονικοποιημένη ένταση ακτινοβολίας $|U|$ (έξοδος) σαν συνάρτηση της γωνίας παρατήρησης θ και της κανονικοποιημένης ακτίνας του κυκλικού βρόχου $a=\lambda/2$, (α) NN_1 , (β) NN_3 , (γ) NN_6 , (δ) NN_1, NN_3 , και NN_6 . Με συνεχή γραμμή αναπαριστώνται τα δεδομένα που εξήχθησαν από την αναλυτική λύση ενώ με σύμβολα οι τιμές που εξήγαγε το κάθε μοντέλο νευρωνικών δικτύων ____ 3-19

Σχήμα 3-11: Κανονικοποιημένη ένταση ακτινοβολίας $|U|$ (έξοδος) σαν συνάρτηση της γωνίας παρατήρησης θ και της κανονικοποιημένης ακτίνας του κυκλικού βρόχου $a=\lambda$, (α) NN_1 , (β) NN_3 , (γ) NN_6 , (δ) NN_1, NN_3 , και NN_6 . Με συνεχή γραμμή αναπαριστώνται τα δεδομένα που εξήχθησαν από την αναλυτική λύση ενώ με σύμβολα οι τιμές που εξήγαγε το κάθε μοντέλο νευρωνικών δικτύων ____ 3-20

Σχήμα 3-12: Κανονικοποιημένη ένταση ακτινοβολίας $|U|$ (έξοδος) σαν συνάρτηση της γωνίας παρατήρησης θ και της κανονικοποιημένης ακτίνας του κυκλικού βρόχου $\alpha=3\lambda/2$, (α) NN₁, (β) NN₃, (γ) NN₆, (δ) NN₁, NN₃, και NN₆. Με συνεχή γραμμή αναπαριστώνται τα δεδομένα που εξήχθησαν από την αναλυτική λύση ενώ με σύμβολα οι τιμές που εξήγαγε το κάθε μοντέλο νευρωνικών δικτύων. 3-21

Σχήμα 3-13: Μοντέλο νευρο-ασαφών προσαρμοστικών συστημάτων για την επίλυση του ευθέως προβλήματος ($n = 1,3,6$). 3-22

Σχήμα 3-14: Κανονικοποιημένη ένταση ακτινοβολίας $|U|$ (έξοδος) σαν συνάρτηση της κανονικοποιημένης ακτίνας του κυκλικού βρόχου α/λ και της γωνίας παρατήρησης $\theta=10^\circ$ για το μοντέλο: (α) ANFIS₁, (β) ANFIS₃, (γ) ANFIS₆, (δ) ANFIS₁, ANFIS₃, και ANFIS₆. 3-24

Σχήμα 3-15: Κανονικοποιημένη ένταση ακτινοβολίας $|U|$ (έξοδος) σαν συνάρτηση της κανονικοποιημένης ακτίνας του κυκλικού βρόχου α/λ και της γωνίας παρατήρησης $\theta=30^\circ$ για το μοντέλο: (α) ANFIS₁, (β) ANFIS₃, (γ) ANFIS₆, (δ) ANFIS₁, ANFIS₃, και ANFIS₆. Με συνεχή γραμμή αναπαριστώνται τα δεδομένα που εξήχθησαν από την αναλυτική λύση ενώ με σύμβολα οι τιμές που εξήχθησαν από το κάθε μοντέλο. 3-25

Σχήμα 3-16: Κανονικοποιημένη ένταση ακτινοβολίας $|U|$ (έξοδος) σαν συνάρτηση της κανονικοποιημένης ακτίνας του κυκλικού βρόχου α/λ και της γωνίας παρατήρησης $\theta=60^\circ$ για το μοντέλο: (α) ANFIS₁, (β) ANFIS₃, (γ) ANFIS₆, (δ) ANFIS₁, ANFIS₃, και ANFIS₆. Με συνεχή γραμμή αναπαριστώνται τα δεδομένα που εξήχθησαν από την αναλυτική λύση ενώ με σύμβολα οι τιμές που εξήχθησαν από το κάθε μοντέλο. 3-26

Σχήμα 3-17: Κανονικοποιημένη ένταση ακτινοβολίας $|U|$ (έξοδος) σαν συνάρτηση της κανονικοποιημένης ακτίνας του κυκλικού βρόχου α/λ και της γωνίας παρατήρησης $\theta=90^\circ$ για το μοντέλο: (α) ANFIS₁, (β) ANFIS₃, (γ) ANFIS₆, (δ) ANFIS₁, ANFIS₃, και ANFIS₆. Με συνεχή γραμμή αναπαριστώνται τα δεδομένα που εξήχθησαν από την αναλυτική λύση ενώ με σύμβολα οι τιμές που εξήχθησαν από το κάθε μοντέλο. 3-27

Σχήμα 3-18: Κανονικοποιημένη ένταση ακτινοβολίας $|U|$ (έξοδος) σαν συνάρτηση της γωνίας παρατήρησης θ και της κανονικοποιημένης ακτίνας του κυκλικού βρόχου $\alpha=0.1\lambda$, (α) ANFIS₁, (β) ANFIS₃, (γ) ANFIS₆, (δ) ANFIS₁, ANFIS₃, και ANFIS₆. Με συνεχή γραμμή αναπαριστώνται τα δεδομένα που εξήχθησαν από την αναλυτική λύση ενώ με σύμβολα οι τιμές που εξήχθησαν από το κάθε μοντέλο. 3-28

Σχήμα 3-19: Κανονικοποιημένη ένταση ακτινοβολίας $|U|$ (έξοδος) σαν συνάρτηση της γωνίας παρατήρησης θ και της κανονικοποιημένης ακτίνας του κυκλικού βρόχου $\alpha=0.2\lambda$, (α) ANFIS₁, (β) ANFIS₃, (γ) ANFIS₆, (δ) ANFIS₁, ANFIS₃, και ANFIS₆. Με συνεχή γραμμή αναπαριστώνται τα δεδομένα που εξήχθησαν από την αναλυτική λύση ενώ με σύμβολα οι τιμές που εξήχθησαν από το κάθε μοντέλο. 3-29

Σχήμα 3-20: Κανονικοποιημένη ένταση ακτινοβολίας $|U|$ (έξοδος) σαν συνάρτηση της γωνίας παρατήρησης θ και της κανονικοποιημένης ακτίνας του κυκλικού βρόχου $\alpha=\lambda/2$, (α) ANFIS₁, (β) ANFIS₃, (γ) ANFIS₆, (δ) ANFIS₁, ANFIS₃, και ANFIS₆. Με συνεχή γραμμή αναπαριστώνται τα δεδομένα που εξήχθησαν από την αναλυτική λύση ενώ με σύμβολα οι τιμές που εξήχθησαν από το κάθε μοντέλο. 3-30

Σχήμα 3-21: Κανονικοποιημένη ένταση ακτινοβολίας $|U|$ (έξοδος) σαν συνάρτηση της γωνίας παρατήρησης θ και της κανονικοποιημένης ακτίνας του κυκλικού βρόχου $\alpha=0.6\lambda$, (α) ANFIS₁, (β)

ANFIS₃, (γ) ANFIS₆, (δ) ANFIS₁, ANFIS₃, και ANFIS₆. Με συνεχή γραμμή αναπαριστώνται τα δεδομένα που εξήχθησαν από την αναλυτική λύση ενώ με σύμβολα οι τιμές που εξήχθησαν από το κάθε μοντέλο.

3-31

Σχήμα 3-22: Κανονικοποιημένη ένταση ακτινοβολίας $|U|$ (έξοδος) σαν συνάρτηση της γωνίας παρατήρησης θ και της κανονικοποιημένης ακτίνας του κυκλικού βρόχου $\alpha=\lambda$, (α) ANFIS₁, (β) ANFIS₃, (γ) ANFIS₆, (δ) ANFIS₁, ANFIS₃, και ANFIS₆. Με συνεχή γραμμή αναπαριστώνται τα δεδομένα που εξήχθησαν από την αναλυτική λύση ενώ με σύμβολα οι τιμές που εξήχθησαν από το κάθε μοντέλο.

3-32

Σχήμα 3-23: Κανονικοποιημένη ένταση ακτινοβολίας $|U|$ (έξοδος) σαν συνάρτηση της γωνίας παρατήρησης θ και της κανονικοποιημένης ακτίνας του κυκλικού βρόχου $\alpha=3\lambda/2$, (α) ANFIS₁, (β) ANFIS₃, (γ) ANFIS₆, (δ) ANFIS₁, ANFIS₃, και ANFIS₆. Με συνεχή γραμμή αναπαριστώνται τα δεδομένα που εξήχθησαν από την αναλυτική λύση ενώ με σύμβολα οι τιμές που εξήχθησαν από το κάθε μοντέλο.

3-33

Σχήμα 3-24: Απόλυτο σχετικό σφάλμα (ARE) μεταξύ των μοντέλων ($n=1,3,6$) νευρωνικών δικτύων και των αντίστοιχων ($n=1,3,6$) νευρο-ασαφών μοντέλων για, (α) $\alpha=0.61\lambda$ (β) $\alpha=1.5\lambda$, (γ) $\theta=30^\circ$, (δ) $\theta=90^\circ$. Με γραμμοσκίαση συμβολίζονται τα μοντέλα ANFIS.

3-34

Σχήμα 4-1: Γεωμετρία και αντιπροσωπευτικό διάγραμμα ακτινοβολίας κυκλικού βρόχου (θ -επίπεδο, $\alpha=3\lambda/2$, $I=2A$). Με κύκλους απεικονίζονται οι θέσεις των παρατηρητών.

4-0

Σχήμα 4-2: Μοντέλο νευρωνικού δικτύου για την επίλυση του αντίστροφου προβλήματος ακτινοβολίας κυκλικού βρόχου.

4-1

Σχήμα 4-3: Δομή των προτεινόμενων νευρωνικών δικτύων: (α) MLP, (β) RBF, και (γ) GRNN.

4-3

Σχήμα 4-4: MSE_{tr} και MSE_{te} των 12 αλγορίθμων εκπαίδευσης που χρησιμοποιήθηκαν.

4-5

Σχήμα 4-5: Κανονικοποιημένη ακτίνα βρόχου α (έξοδος) σε σχέση με την κανονικοποιημένη ένταση του ηλεκτρικού πεδίου $|E_\phi(400\lambda, 30^\circ, \phi)|$ (είσοδος). Με σύμβολα απεικονίζονται οι εκτιμώμενες τιμές t_k^{te} ενώ με συνεχή γραμμή οι αναλυτικές τιμές (επιθυμητές) p_k .

4-6

Σχήμα 4-6: Σφάλμα: (α) MAE_{te}, (β) RMSE_{te}, και (γ) MSE_{te} σε σχέση του πλήθους παρατηρητών N για MLP-LM, MLP-BR with $M=600$, και RBF-, GR-NNs με $M=3000$.

4-8

Σχήμα 4-7: RMSE_{te} και MSE_{te}: (α) και (γ) $N=6$, (β) και (δ) $N=10$ σε σχέση του πλήθους των δεδομένων εκπαίδευσης M .

4-9

Σχήμα 5-1: Κυλινδρική δομή με 2 ένθετες κυλινδρικές διηλεκτρικές ράβδους στο μακρινό πεδίο ακτινοβολίας κυκλικού βρόχου: (α) η γεωμετρία, (β) η διατομή, και (γ) η διέγερση της διάταξης.

5-1

Σχήμα 5-2: Διάγραμμα πεδίου της z -συνιστώσας του σκεδαζόμενου, από την ένθετη κυλινδρική διάταξη, ηλεκτρικού πεδίου $|E_z^{sc}|$, για τη γεωμετρία του σχήματος 5-1 με $\epsilon_1=\epsilon_0$, $\alpha_2=\alpha_3=0.2\lambda_0$, $D_{23}=0.8\lambda_0$, $\epsilon_2=\epsilon_3=4\epsilon_0$, όταν η διέγερση είναι επίπεδο HM κύμα με $E_0=1$, $H_0=0$ που προσπίπτει στη διάταξη υπό γωνία θ' ($=30^\circ$ ή 60° ή 90°) και $\phi'=90^\circ$. Στην ειδική περίπτωση της κάθετης πρόσπτωσης ($\theta'=90^\circ$) γίνεται σύγκριση με την αντίστοιχη περίπτωση της [1992, A.Z. Elsherbeni] και παρατηρείται πλήρης ταύτιση.

5-18

Σχήμα 5-3: Διάγραμμα πεδίου της z -συνιστώσας του σκεδαζόμενου, από την ένθετη κυλινδρική διάταξη, ηλεκτρικού πεδίου $|E_z^{sc}|$, για τη γεωμετρία του σχήματος 5-1 με $\epsilon_1=\epsilon_0$, $\alpha_2=0.1\lambda_0$, $\alpha_3=0.2\lambda_0$, $D_{23}=0.4\lambda_0$, $\epsilon_2=\epsilon_3=2\epsilon_0$, όταν η διέγερση είναι επίπεδο HM κύμα με $E_0=1$, $H_0=0$ που προσπίπτει στη διάταξη

υπό γωνία θ' ($=30^\circ$ ή 45° ή 90°) και $\varphi'=90^\circ$. Στην ειδική περίπτωση της κάθετης πρόσπτωσης ($\theta'=90^\circ$) γίνεται σύγκριση με το Fig. 5 της [1976, S.K. Chang] και παρατηρείται πλήρης ταύτιση. _____ 5-19

Σχήμα 5-4: Διάγραμμα πεδίου της z-συνιστώσας του σκεδαζόμενου, από την ένθετη κυλινδρική διάταξη, μαγνητικού πεδίου $|H_z^{sc}|$, για τη γεωμετρία του σχήματος 5-1 με $\varepsilon_1=\varepsilon_0$, $\alpha_2=0.1\lambda_0$, $\alpha_3=0.2\lambda_0$, $D_{23}=0.4\lambda_0$, $\varepsilon_2=\varepsilon_3=2\varepsilon_0$, όταν η διέγερση είναι επίπεδο ΗΜ κύμα με $E_0=0$, $H_0=1$ που προσπίπτει στη διάταξη υπό γωνία θ' ($=30^\circ$ ή 45° ή 90°) και $\varphi'=0^\circ$. Στην ειδική περίπτωση της κάθετης πρόσπτωσης ($\theta'=90^\circ$) γίνεται σύγκριση με το Fig. 3 της [1992, A.Z. Elsherbeni] και παρατηρείται πλήρης ταύτιση. _____ 5-19

Σχήμα 5-5: Διάγραμμα πεδίου της z-συνιστώσας του σκεδαζόμενου, από την ένθετη κυλινδρική διάταξη, ηλεκτρικού πεδίου $|E_z^{sc}|$, για τη γενικευμένη γεωμετρία του σχήματος 5-1 [με τη διαφοροποίηση ότι οι ένθετες διηλεκτρικές ράβδοι έχουν 2 στρώματα (δηλαδή πυρήνα και περίβλημα)] με $\varepsilon_1=\varepsilon_0$, $\alpha_2=\alpha_4=0.3\lambda_0$ (για το περίβλημα των ράβδων), $\alpha_3=\alpha_5=0.1\lambda_0$ (για τον πυρήνα των ράβδων), $D_{23}=\lambda_0$, $\varepsilon_2=\varepsilon_4$ ($=\varepsilon_0$ ή $2.32\varepsilon_0$ ή $4.34\varepsilon_0$) (για το περίβλημα των ράβδων), $\varepsilon_3=\varepsilon_5=9.6\varepsilon_0$ (για τον πυρήνα των ράβδων), όταν η διέγερση είναι ισοδύναμο ηλεκτρικό δίπολο που προκαλεί προσπίπτον ΗΜ κύμα με γωνίες πρόσπτωσης $\theta'=60^\circ$ και $\varphi'=45^\circ$. _____ 5-20

Σχήμα 5-6: Διάγραμμα πεδίου της z-συνιστώσας του σκεδαζόμενου, από την ένθετη κυλινδρική διάταξη, ηλεκτρικού πεδίου $|E_z^{sc}|$, για τη γενικευμένη γεωμετρία του σχήματος 5-1 [με τη διαφοροποίηση ότι οι ένθετες διηλεκτρικές ράβδοι έχουν 2 διηλεκτρικά στρώματα με απώλειες (δηλαδή πυρήνα και περίβλημα)] με $\varepsilon_1=\varepsilon_0$, $\alpha_2=\alpha_4=0.4\lambda_0$ (για το περίβλημα των ράβδων), $\alpha_3=\alpha_5=0.2\lambda_0$ (για τον πυρήνα των ράβδων), $D_{23}=\lambda_0$, $\varepsilon_2-j\sigma_2=\varepsilon_4-j\sigma_4=2.32\varepsilon_0-j\sigma$ ($\sigma=0\text{S/m}$ ή 10S/m ή 50S/m) (για τη μιγαδική διηλεκτρική επιτρεπτότητα του περιβλήματος των ράβδων), $\varepsilon_3=\varepsilon_5=4.34\varepsilon_0$ (για τον πυρήνα των ράβδων), όταν η διέγερση είναι ισοδύναμο ηλεκτρικό δίπολο που προκαλεί προσπίπτον ΗΜ κύμα με γωνίες πρόσπτωσης $\theta'=70^\circ$ και $\varphi'=45^\circ$. _____ 5-20

Σχήμα 5-7: Διάγραμμα πεδίου της z-συνιστώσας του σκεδαζόμενου, από την ένθετη κυλινδρική διάταξη, ηλεκτρικού πεδίου $|E_z^{sc}|$, για τη γενικευμένη γεωμετρία του σχήματος 5-1 (με τη διαφοροποίηση ότι οι ένθετες διηλεκτρικές ράβδοι είναι 4) με $\varepsilon_1=\varepsilon_0$, $\alpha_2=\alpha_4=\alpha_5=\alpha_6=0.2\lambda_0$, $D_{23}=D_{34}=D_{45}=D_{25}=0.8\lambda_0$, $D_{24}=D_{35}=0.8\sqrt{2}\lambda_0$, $\varepsilon_2=\varepsilon_3=\varepsilon_4=\varepsilon_5=2.32\varepsilon_0$, όταν η διέγερση είναι ισοδύναμο ηλεκτρικό δίπολο που προκαλεί προσπίπτον ΗΜ κύμα με γωνίες πρόσπτωσης θ' ($=30^\circ$ ή 45° ή 90°) και $\varphi'=45^\circ$. _____ 5-21

Σχήμα 5-8: Διάγραμμα πεδίου της z-συνιστώσας του σκεδαζόμενου, από την ένθετη κυλινδρική διάταξη, μαγνητικού πεδίου $|H_z^{sc}|$, για τη γενικευμένη γεωμετρία του σχήματος 5-1 (με τη διαφοροποίηση ότι οι ένθετες διηλεκτρικές ράβδοι είναι 4) με $\varepsilon_1=\varepsilon_0$, $\alpha_2=\alpha_4=\alpha_5=\alpha_6=0.2\lambda_0$, $D_{23}=D_{34}=D_{45}=D_{25}=0.8\lambda_0$, $D_{24}=D_{35}=0.8\sqrt{2}\lambda_0$, $\varepsilon_2=\varepsilon_3=\varepsilon_4=\varepsilon_5=4.34\varepsilon_0$, όταν η διέγερση είναι ισοδύναμο μαγνητικό δίπολο (κυκλική βροχοκεραία) που προκαλεί προσπίπτον ΗΜ κύμα με γωνίες πρόσπτωσης $\theta'=45^\circ$ και φ' ($=0^\circ$ ή 40° ή 90°). _____ 5-21

Σχήμα 5-9: Ενεργός διατομή σκέδασης ραντάρ $k_0\sigma_t$, από την ένθετη κυλινδρική διάταξη, για τη γενικευμένη γεωμετρία του σχήματος 5-1 [με τη διαφοροποίηση ότι οι ένθετες διηλεκτρικές ράβδοι έχουν 2 στρώματα (δηλαδή πυρήνα και περίβλημα)] με $\varepsilon_1=\varepsilon_0$, $\alpha_2=\alpha_4=0.2\lambda_0$ (για το περίβλημα των ράβδων), $\alpha_3=\alpha_5=0.1\lambda_0$ (για τον πυρήνα των ράβδων), D_{23} ($=0.4\lambda_0$ ή $0.6\lambda_0$ ή $0.8\lambda_0$ ή λ_0), $\varepsilon_2=\varepsilon_4=2.32\varepsilon_0$ (για το περίβλημα των ράβδων), $\varepsilon_3=\varepsilon_5=4.34\varepsilon_0$ (για τον πυρήνα των ράβδων), όταν η διέγερση είναι ισοδύναμο ηλεκτρικό δίπολο που προκαλεί προσπίπτον ΗΜ κύμα με γωνίες πρόσπτωσης $\theta'=45^\circ$ και φ' . _____ 5-22

Σχήμα 5-10: Ενεργός διατομή σκέδασης ραντάρ $k_0\sigma_t$, από την ένθετη κυλινδρική διάταξη, για τη γενικευμένη γεωμετρία του σχήματος 5-1 (με τη διαφοροποίηση ότι οι ένθετες διηλεκτρικές ράβδοι

έχουν 2 στρώματα (δηλαδή πυρήνα και περίβλημα) με $\epsilon_1=\epsilon_0$, $\alpha_2=\alpha_4$ ($=0.2\lambda_0$ ή $0.3\lambda_0$ ή $0.4\lambda_0$) (για το περίβλημα των ράβδων), $\alpha_3=\alpha_5=0.1\lambda_0$ (για τον πυρήνα των ράβδων), $\epsilon_2=\epsilon_4=4.34\epsilon_0$ (για το περίβλημα των ράβδων), $\epsilon_3=\epsilon_5=9.6\epsilon_0$ (για τον πυρήνα των ράβδων), όταν η διέγερση είναι ισοδύναμο μαγνητικό δίπολο (κυκλική βροχοκεραία) που προκαλεί προσπίπτον ΗΜ κύμα με γωνίες πρόσπτωσης $\theta'=75^\circ$ και φ' . 5-22

Σχήμα 5-11: Ενεργός διατομή σκέδασης ραντάρ $k_{0\sigma_i}$ από την ένθετη κυλινδρική διάταξη, για τη γεωμετρία του σχήματος 5-1 με $\epsilon_1=\epsilon_0$, $\alpha_2=\alpha_4=0.1\lambda_0$, $\epsilon_2=\epsilon_4=\epsilon_3=\epsilon_5=2.4\epsilon_0$, όταν η διέγερση είναι επίπεδο ΗΜ κύμα με E_0 και H_0 που προσπίπτει στη διάταξη υπό γωνία $\theta'=90^\circ$ και $\varphi'=90^\circ$, για διάφορες τιμές της απόστασης D_{23}/α_2 μεταξύ των κυλίνδρων και του πλήθους N_r των συναρτήσεων βάσης που χρησιμοποιήθηκαν στα αναπτόγματα των εξισώσεων (5-12)-(5-21). _____ 5-23

Σχήμα 5-12: Μπλοκ διάγραμμα δικτύωματος για την επίλυση του προβλήματος 2 μονοστρωματικών κυλίνδρων. _____ 5-24

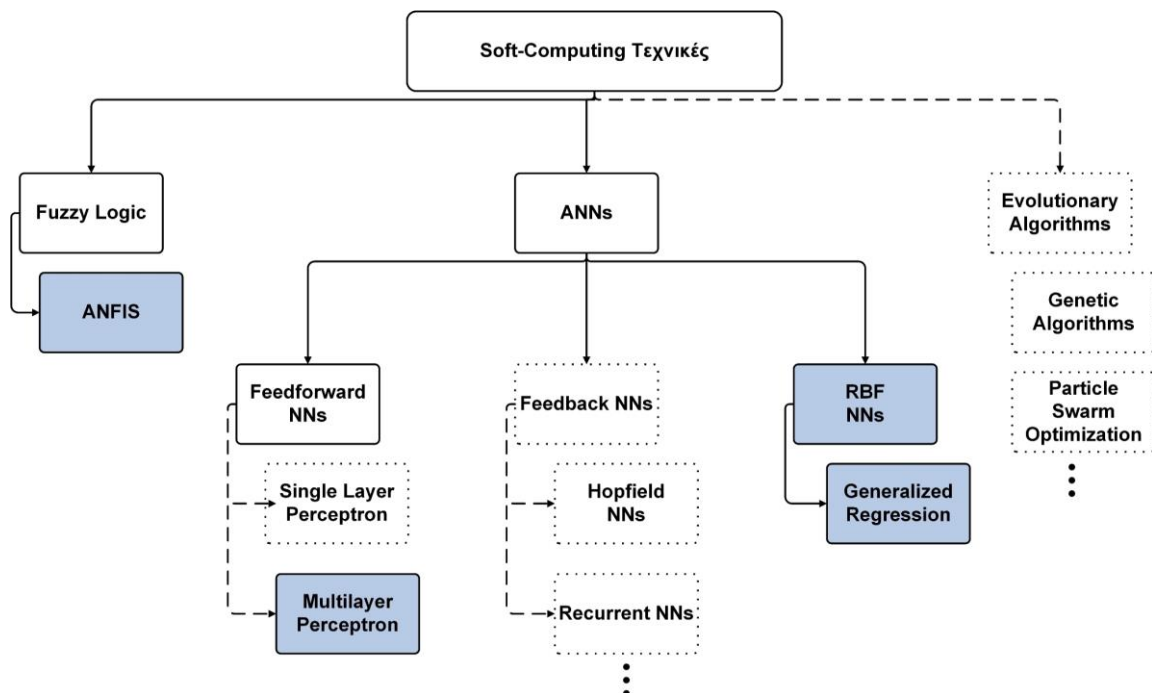
Σχήμα 5-13. Διάγραμμα της z-συνιστώσας του σκεδαζόμενου, από την ένθετη κυλινδρική διάταξη, μαγνητικού πεδίου $|H_z^{sc}|$, για την γεωμετρία του σχήματος 5-1 με $\epsilon_1=\epsilon_0$, $\alpha_2=0.1\lambda_0$, $\alpha_3=0.2\lambda_0$, $D_{23}=0.4\lambda_0$, $\epsilon_2=\epsilon_3=2\epsilon_0$, όταν η διέγερση είναι ισοδύναμο μαγνητικό δίπολο (κυκλική βροχοκεραία) που προκαλεί προσπίπτον ΗΜ κύμα με γωνίες πρόσπτωσης θ' και $\varphi'=0^\circ$ με συνεχή γραμμή το $|H_z^{sc}|$ όπως _____ 5-25

Πίνακες

Πίνακας 2-1: Διαφορές μεταξύ των νευρωνικών δικτύων RBF και MLP. _____	2-25
Πίνακας 2-2: Τεχνικές υπολογισμού παραμέτρων νευρωνικών δικτύων RBF. _____	2-28
Πίνακας 2-3: Διαδικασία υπολογισμού παραμέτρων ANFIS. _____	2-34
Πίνακας 3-1: Χαρακτηριστικά κάθε μοντέλου νευρωνικού δικτύου _____	3-11
Πίνακας 3-2: Ακρίβεια της εκτιμώμενης έντασης ακτινοβολίας από τα προτεινόμενα μοντέλα νευρωνικών δικτύων για $Q=1000$ δείγματα ακτίνων βρόχου α , όταν $\theta=30^\circ$ και $\theta=90^\circ$. _____	3-12
Πίνακας 3-3: Ακρίβεια της εκτιμώμενης έντασης ακτινοβολίας από τα προτεινόμενα μοντέλα νευρωνικών δικτύων για $Q=1000$ δείγματα γωνιών παρατήρησης θ , όταν $\alpha=0.61\lambda$ και $\alpha=1.5\lambda$. ____	3-12
Πίνακας 3-4: Χαρακτηριστικά κάθε μοντέλου νευρο-ασαφούς προσαρμοστικού συστήματος _____	3-22
Πίνακας 3-5: Ακρίβεια της εκτιμώμενης έντασης ακτινοβολίας από τα προτεινόμενα μοντέλα νευρο-ασαφών συστημάτων για $Q=1000$ δείγματα ακτίνων βρόχου α , όταν $\theta=30^\circ$ και $\theta=90^\circ$. _____	3-23
Πίνακας 3-6: Ακρίβεια της εκτιμώμενης έντασης ακτινοβολίας από τα προτεινόμενα μοντέλα ANFIS για $Q=1000$ δείγματα γωνιών παρατήρησης θ , όταν $\alpha=0.61\lambda$ και $\alpha=1.5\lambda$. _____	3-23
Πίνακας 4-1: Πλήθος παρατηρητών N και γωνίες παρατήρησης θ_n . _____	4-1
Πίνακας 4-2: Αλγόριθμοι εκπαίδευσης και αριθμός επαναλήψεων MLP-NN με $N=6$, και $M=600$. __	4-3
Πίνακας 4-3: MSE_{tr} , MSE_{te} , $RMSE_{te}$ για διάφορες τιμές L_1 , L_2 (MLP-NN με $N=6$, $M=600$). _____	4-5
Πίνακας 4-4: MSE_{tr} , MSE_{te} , $RMSE_{te}$ για διάφορες συναρτήσεις συμμετοχής (MLP-NN με $N=6$, $M=600$). _____	4-6
Πίνακας 5-1: Μελέτη σύγκλισης και ακρίβειας του αλγορίθμου κατά τον υπολογισμό του μακρινού πεδίου. _____	5-23

1 Εισαγωγή

Ο όρος *soft-computing* αναφέρεται στην επιδίωξη ενός υπολογιστικού συστήματος να μιμηθεί διάφορους βιολογικούς μηχανισμούς. Αντιπροσωπευτικά παραδείγματα είναι η ανθρώπινη νοημοσύνη, και οι διάφοροι γενετικοί μηχανισμοί. Η ικανότητα των *soft-computing* τεχνικών να αντιμετωπίσουν με αποδοτικό τρόπο μη γραμμικά και υψηλών υπολογιστικών απαιτήσεων προβλήματα, έχει κεντρίσει το ενδιαφέρον πλήθους ερευνητών [B. Choudhury, 2015]. Οι *soft-computing* τεχνικές είναι εντελώς διαφορετικές από τις κλασσικές αναλυτικές ή υπολογιστικές μεθόδους επίλυσης ηλεκτρομαγνητικών προβλημάτων και η εφαρμογή τους καθίσταται εξαιρετικού ερευνητικού ενδιαφέροντος αλλά και ορισμένες φορές υψηλής πολυπλοκότητας. Μερικές από τις πιο διαδεδομένες τεχνικές παρουσιάζονται στο σχήμα 1-1, και δύναται να εφαρμοσθούν στην επίλυση ενός πλήθους διαφορετικής φύσεως προβλημάτων. Ενδεικτικά παραδείγματα αποτελούν η εφαρμογή τους στην βιοϊατρική [2018, Κ. Υυ], όπως για την εκτίμηση των βιολογικών επιδράσεων των ηλεκτρομαγνητικών πεδίων [2018b, Τ. Ν. Καπετανάκης] στην ιατρική απεικόνιση όπως για παράδειγμα στην μαγνητική τομογραφία [2018, Ε.Σ. Sergaki], σε αμυντικές εφαρμογές όπως για παράδειγμα στα ραντάρ στην ανίχνευση και αναγνώριση στόχων [2016, Μ. Gong], κ.τ.λ.

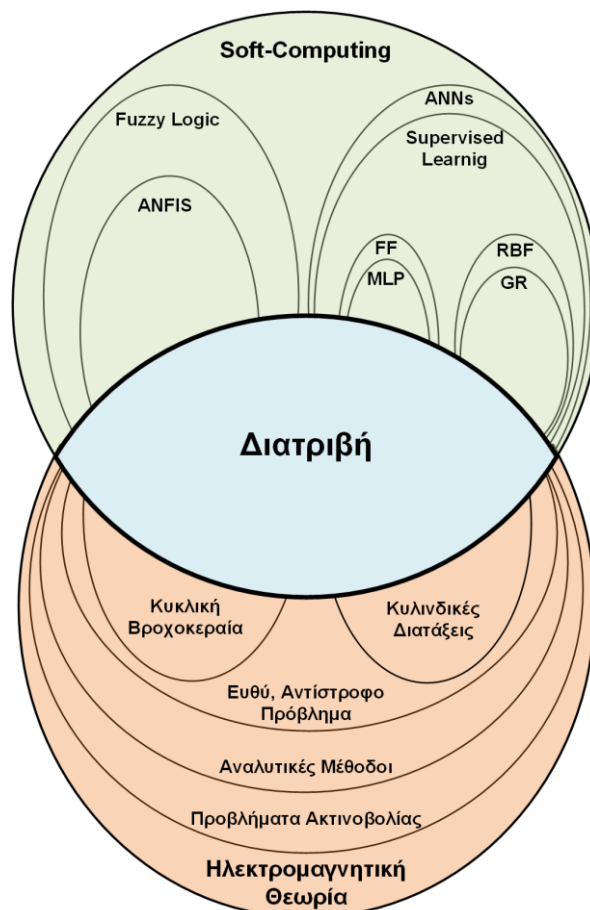


Σχήμα 1-1: Κατηγοριοποίηση *soft-computing* τεχνικών για την επίλυση ηλεκτρομαγνητικών προβλημάτων: α) με συνεχή γραμμή πλαισίου οι τεχνικές που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα διατριβή, β) με διακεκομμένο πλαίσιο απεικονίζονται μερικές από τις πιο διαδεδομένες.

Soft-computing τεχνικές στην περίπτωση των ηλεκτρομαγνητικών προβλημάτων μπορούν να εφαρμοσθούν σε περιπτώσεις όπου συνήθως α) δεν υπάρχουν λύσεις σε κλειστή μορφή όπως για παράδειγμα στην περίπτωση των συχνοεπιλεκτικών επιφανειών [2001, C. Christodoulou], [2002, Z.

Raida], [2009, R. M. Cruz], [2016, P.S. Oliveira], 2017, S. Moinzad] β) όταν απαιτούνται υψηλές υπολογιστικές επιδόσεις σε πραγματικό χρόνο [2001, C. Christodoulou], γ) στην βελτιστοποίηση σύνθετων και πολυπαραμετρικών διατάξεων, όπου η χρήση συμβατικών τεχνικών καθίσταται ανέφικτη δ) όταν είναι διαθέσιμα πειραματικά δεδομένα και δεν υπάρχουν αναλυτικά μοντέλα για την επεξεργασία τους, και ε) στην περίπτωση επίλυσης απαιτητικών ευθέων και αντίστροφων προβλημάτων διάδοσης, σκέδασης και ακτινοβολίας [2001, C. Christodoulou], [1995, I. Elshafiey], [2008, H. Kabir] [2016, G. Gosal], [2015, S. Mishra].

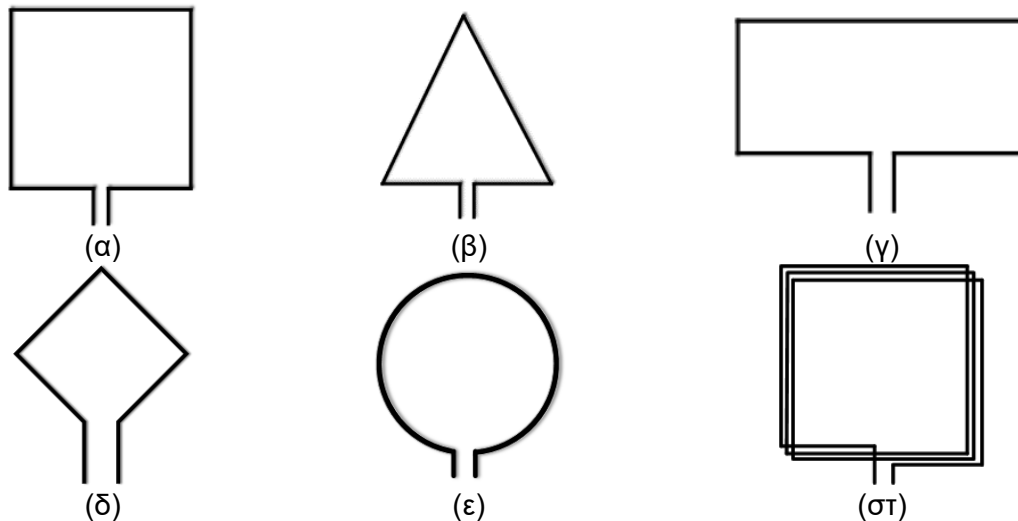
Το 1^ο μέρος της παρούσας διατριβής πραγματεύεται την επίλυση τόσο ευθέων όσο και αντιστρόφων ηλεκτρομαγνητικών προβλημάτων εφαρμόζοντας και συγκρίνοντας διάφορες soft-computing τεχνικές. Πιο συγκεκριμένα, επιλύθηκε το ευθύ πρόβλημα ακτινοβολίας κυκλικού βρόχου το οποίο παρουσιάζεται αναλυτικότερα στο 3^ο κεφάλαιο, και το ευθύ πρόβλημα ακτινοβολίας κυκλικού βρόχου υπό την παρουσία κυλινδρικών διατάξεων το οποίο παρουσιάζεται αναλυτικότερα στο 5^ο κεφάλαιο. Στο 4^ο κεφάλαιο επιλύεται το αντίστροφο πρόβλημα ακτινοβολίας του κυκλικού βρόχου με την χρήση τεχνητών νευρωνικών δικτύων. Σύμφωνα λοιπόν με τα παραπάνω ο τομέας ενδιαφέροντος του πρώτου μέρους της διατριβής παρουσιάζεται στο σχήμα 1-2.



Σχήμα 1-2: Επίλυση ηλεκτρομαγνητικών προβλημάτων με την εφαρμογή soft computing τεχνικών: στο κέντρο του διαγράμματος απεικονίζεται ο τομέας ενδιαφέροντος του πρώτου μέρους της παρούσας διατριβής.

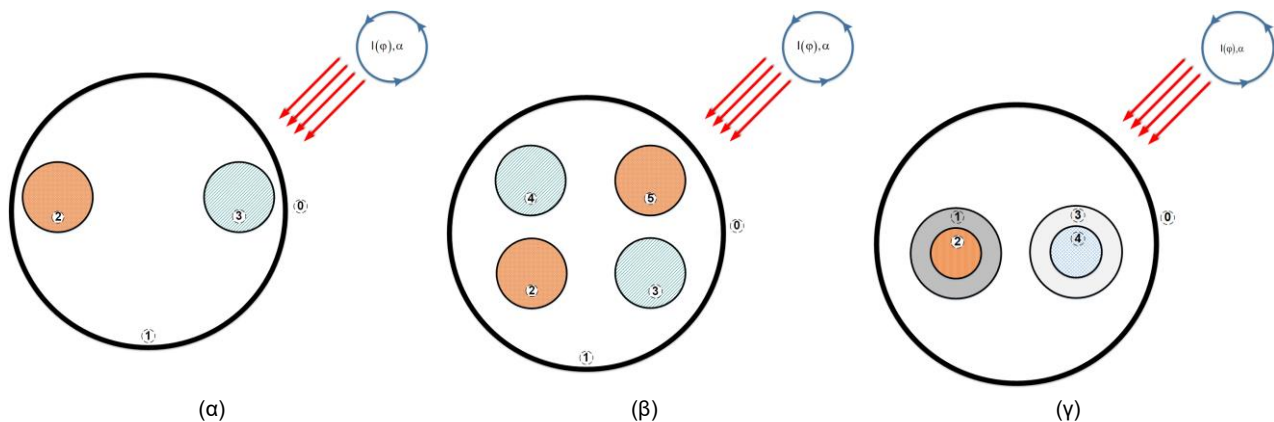
Από τις πιο διαδεδομένες μετά τις διπολικές είναι οι κεραίες κυκλικού βρόχου. Αποτελούνται από μία ή περισσότερες σπείρες και συνήθως τις συναντάμε σε τετραγωνική, ορθογωνική,

τριγωνική, κυκλική, ή σπειροειδή μορφή όπως φαίνεται στο σχήμα 1-3. Εξαιτίας του μικρού κόστους κατασκευής και των ηλεκτρικών της χαρακτηριστικών είναι αρκετά ελκυστικές με την εύρεση του ακτινοβολούμενου πεδίου στον ελεύθερο χώρο με αναλυτικές, ημιαναλυτικές, και αριθμητικές τεχνικές επίλυσης να απασχολεί διαχρονικά τους ερευνητές [1969, R. Collin], [1994, G. Zhou], [1996, D.H. Werner], [1996, E. Altshuler], [2005, J.T. Conway], [2006, H. T. Anastassiou], [2008, G. Fikioris], [2013, S.M. Ali Hamed], [2017, J. Nagar].



Σχήμα 1-3: Βροχοκεραία: α) τετραγωνικής, β) τριγωνικής, γ) ορθογωνικής, δ) ρομβοειδούς ε) κυκλικής, και στ) σπειροειδούς, μορφής

Έτσι το 2^ο μέρος της παρούσας διατριβής εστιάζει στην επίλυση του προβλήματος ακτινοβολίας κυκλικού βρόχου υπό την παρουσία διηλεκτρικών κυλινδρικών διατάξεων. Εξάγονται οι ημιαναλυτικές εξισώσεις του σκεδαζόμενου πεδίου και παρατηρείται η επίδραση των διάφορων κυλινδρικών διατάξεων με την βοήθεια των διαγραμμάτων του σκεδαζόμενου πεδίου και της ενεργού διατομή σκέδασης ραντάρ για διάφορες γωνίες παρατήρησης και προσπίπτοντος κύματος. Ενδεικτικά παραδείγματα των κυλινδρικών διατάξεων που μελετήθηκαν απεικονίζονται στο σχήμα 1-4. Οι κυλινδρικές ράβδοι μπορεί να είναι ή/και μονοστρωματικές όπως στο σχήμα 1-2α, και β, ή/και πολυστρωματικές όπως στο σχήμα 1-2γ,.



Σχήμα 1-4: Ακτινοβολία κυκλικού βρόχου υπό την παρουσία: α) 2 μονοστρωματικών κυκλικών κυλινδρικών ράβδων, β) 4 μονοστρωματικών κυκλικών κυλινδρικών ράβδων, και γ) 2 διστρωματικών (πυρήνας και περίβλημα) κυκλικών κυλινδρικών ράβδων.

Συνοπτικά, η παρούσα διατριβή αποτελείται από τα εξής κύρια σημεία:

- εφαρμογή soft computing τεχνικών με στόχο την ανάπτυξη τεχνογνωσίας και δεξιοτήτων,
- επίλυση μαθηματικά σύνθετων και απαιτητικών ευθέων ηλεκτρομαγνητικών προβλημάτων ακτινοβολίας όπως της ακτινοβολίας του κυκλικού βρόχου, με την χρήση νευρο-ασαφών προσαρμοστικών συστημάτων και αρχιτεκτονικών τεχνητών νευρωνικών δικτύων,
- επίλυση αντίστροφων ηλεκτρομαγνητικών προβλημάτων ακτινοβολίας όπου εκ φύσεως η αναλυτική επίλυση είναι δύσκολη ίσως και ανέφικτη όπως το αντίστροφο πρόβλημα ακτινοβολίας κυκλικού βρόχου με την χρήση διάφορων αρχιτεκτονικών τεχνητών νευρωνικών δικτύων,
- απόδειξη της αποδοτικής εφαρμογής των soft computing, και εντοπισμός σημείων αδυναμίας και υπεροχής έναντι των κλασικών μεθόδων επίλυσης,
- επίλυση του προβλήματος ακτινοβολίας κυκλικού βρόχου υπό την παρουσία κυλινδρικών διατάξεων με την χρήση τεχνικών τεχνητής νοημοσύνης.

1.1 Βιβλιογραφία

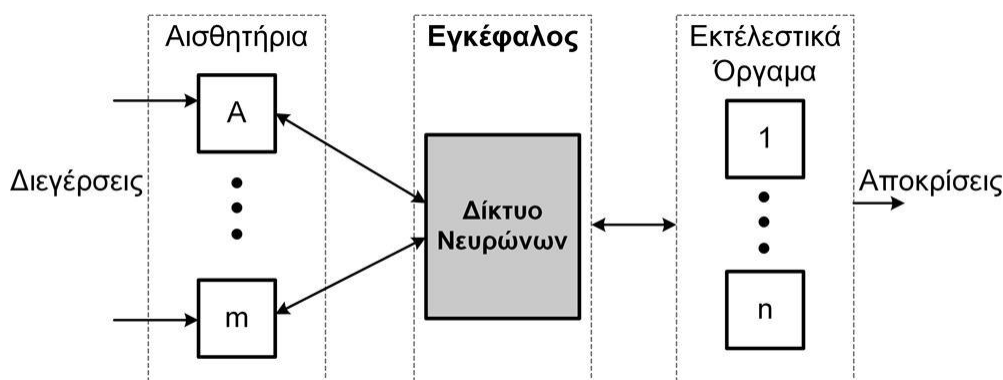
- [1969, R. Collin] R. Collin and F. Zucker, "Antenna Theory", McGraw-Hill, 1969.
- [1980 L.N. An] L. N. An and G. S. Smith, "The Eccentrically Insulated Circular Loop Antenna," Radio Sci., vol. 15, pp. 1067–1081, Nov.–Dec. 1980.
- [1994, G. Zhou] G. Zhou and G. S. Smith, "The Multiturn Half-Loop Antenna," IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 42, no. 5, pp. 750-754, May 1994.
- [1994, G. Zhou] G. Zhou and G. S. Smith, "The Multiturn Half-Loop Antenna," IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 42, no. 5, pp. 750-754, May 1994.
- [1995, I. Elshafiey] I. Elshafiey, L. Udpa, and S.S. Udpa, "Solution of Inverse Problems in Electromagnetics Using Hopfield Neural Networks," IEEE Trans Magnetics, vol. 31, no. 1, pp. 852-861, Jan. 1995.
- [1996, D.H. Werner] D.H. Werner, "An Exact Integration Procedure for Vector Potentials of Thin Circular Loop Antennas," IEEE Trans. Antennas Propag., vol. 44, no. 2, pp.157–165, Feb. 1996.
- [1996, E. Altshuler] E. E. Altshuler, "A Monopole Loaded with a Loop Antenna," IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 44, no. 6, pp. 787-791, June 1996.
- [1997, H. Chuang] Huey-Ru Chuang and Wen-Tzu Chen, "Computer Simulation of the Human-Body Effects on a Circular-Loop-Wire Antenna for Radio-Pager Communications at 152, 280, and 400 Mhz," in IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol. 46, no. 3, pp. 544-559, Aug. 1997.
- [1998, W. Chen] W. Chen and H. Chuang, "Numerical Computation of the EM Coupling Between a Circular Loop Antenna and a Full-Scale Human-Body Model," IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 46, no. 10, pp. 1516-1520, Oct. 1998.
- [2000, H.P. Partal] H. P. Partal, J. R. Mautz, and E. Arvas, "Radiation from a Circular Loop in the Presence of Spherically Symmetric Conducting or Dielectric Objects", , IEEE Trans. Antennas Propag., vol. 48, no. 10, pp.1646–1652, Oct. 2000
- [2001, C. Christodoulou] C. Christodoulou, M. Georgiopoulos, "Applications of Neural Networks in Electromagnetics", Artech House, 2001.
- [2002, Z. Raida] Z. Raida, "Modeling EM Structures in the Neural Network Toolbox of MATLAB", IEEE Antennas and Propagation Magazine, vol. 44, no. 6, pp. 46 - 67, 2002,
- [2005, J.T. Conway] J.T. Conway, "New Exact Solution Procedure for the Near Fields of the General Thin Circular Loop Antenna," IEEE Trans. Antennas Propag., vol. 53, no. 1, pp.509–517, Jan. 2005.
- [2006, H. T. Anastassiou] H. T. Anastassiou, "Fast, simple and accurate computation of the currents on an arbitrarily large circular loop antenna," in IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 54, no. 3, pp. 860-866, March 2006.

- [2008, G. Fikioris] G. Fikioris, P. J. Papakanellos and H. T. Anastassiou, "On the Use of Nonsingular Kernels in Certain Integral Equations for Thin-Wire Circular-Loop Antennas," in IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 56, no. 1, pp. 151-157, Jan. 2008.
- [2008, H. Kabir] H. Kabir, Y. Wang, M. Yu, and Q.J. Zhang, "Neural Network Inverse Modeling and Applications to Microwave Filter Design," IEEE Trans. Microw. Theory Tech, vol. 56, no. 4, pp. 2811-2813, Apr. 2008.
- [2009, R. M. Cruz] R. M. Cruz, P. H. Silva, and A. G. Assunção, "Neuromodeling Stop Band Properties of Koch Island Patch Elements for FSS Filter Design", Microw. Opt. Technol. Lett., vol. 51, pp 3014-3019, 2009.
- [2012a, T.N. Kapetanakis] T.N. Kapetanakis, I.O. Vardiambasis, G. Liodakis, and A. Maras, "Neural Network Solution of the Circular Loop Antenna Radiation Problem," 20th Telecommunications Forum (TELFOR 2012), pp. 1193-1196, Belgrade, Serbia, 20-22 Nov 2012.
- [2012a, T.N. Kapetanakis] T.N. Kapetanakis, I.O. Vardiambasis, G. Liodakis, and A. Maras, "Neural Network Solution of the Circular Loop Antenna Radiation Problem," 20th Telecommunications Forum (TELFOR 2012), pp. 1193-1196, Belgrade, Serbia, 20-22 Nov 2012.
- [2012b, T.N. Kapetanakis] T.N. Kapetanakis, I.O. Vardiambasis, G. Liodakis, and A. Maras, "Solving the inverse loop antenna radiation problem using a hybrid neuro-fuzzy system," 20th Telecommunications Forum (TELFOR 2012), pp. 1189-1192, Belgrade, Serbia, 20-22 Nov 2012.
- [2012c, T. N. Kapetanakis] T.N. Kapetanakis, I.O. Vardiambasis, A. Kaprana, and M.P. Ioannidou, "ANFIS-based estimation of auditory brainstem response changes in rabbits due to GSM-900 radiation exposure", Advanced Electromagnetics Symposium (AES 2012), pp.315-318, Paris, France, 16-19 April 2012.
- [2013, S.M. Ali Hamed] S.M. Ali Hamed, "Exact Field Expressions for Circular Loop Antennas Using Spherical Functions Expansion," IEEE Trans. Antennas Propag., vol. 61, no. 6, pp.2956–2963, Jun. 2013.
- [2015, B. Choudhury] B. Choudhury, S. Thomas, R. M. Jha, "Implementation of Soft Computing Optimization Techniques in Antenna Engineering", IEEE Antennas Propagat. Mag., pp. 122–131, Dec., 2015.
- [2015, S. Mishra] S. Mishra, R.N. Yadav, and R.P. Singh, "Directivity Estimations for Short Dipole Antenna Arrays Using Radial Basis Function Neural Networks," IEEE Antennas and Wireless Propag. Letters, vol. 14, pp. 1219–1222, 2015.
- [2016, G. Gosal] G. Gosal, E. Almajali, D. McNamara, and M. Yagoub, "Transmit Array Antenna Design Using Forward and Inverse Neural Network Modeling," IEEE Antennas Wireless Propag. Lett. vol. 15, pp. 1483–1486, 2016.

- [2016, Gong] M. Gong, J. Zhao, J. Liu, Q. Miao, L. Jiao, "Change Detection in Synthetic Aperture Radar Images Based on Deep Neural Networks", IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, vol.27, pp. 125-138, 2016
- [2016, P.S. Oliveira] P.S. Oliveira, A.G. D'Assunção, et.al., "A Fast and Accurate Technique for FSS and Antenna Designs Based on the Social Spider Optimization Algorithm", Microw. Opt. Technol. Lett., vol. 58, pp 1912-1917, 2016.
- [2017, J. Nagar] J. Nagar, B. Q. Lu, M. F. Pantoja and D. H. Werner, "Analytical Expressions for the Mutual Coupling of Loop Antennas Valid From the RF to Optical Regimes," IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 65, no. 12, pp. 6889-6903, Dec. 2017.
- [2017, S. Moizad] S. Moizad, A. Abdolali, B. Noorbakhsh, "A New Efficient and Proper Modeling of Isotropic Uniaxial Anisotropic Substrate Specifications in Design Procedures of Metasurfaces", International Journal of Microwave and Wireless Technologies, Volume 9, no. 5, pp 1045-1057, 2017.
- [2018, E.S. Sergaki] E. S Sergaki, G. Spiliotis, I. O Vardiambasis, T. Kapetanakis, A. Krasoudakis, G. C Giakos, M. Zervakis, and A. Polydorou, «Application of ANN and ANFIS for detection of a brain tumor from MRI using DWT and GLCM texture analysis», IEEE International Conference on Imaging Systems and Techniques (IST 2018), Kraków, Poland, 16-18, October, 2018.
- [2018, K. Yu] K. Yu, A. L. Beam, and I. S. Kohane, "Artificial Intelligence in Healthcare", Nature Biomedical Engineering vol. 2, pp.719–731, 2018.
- [2018a, T. N. Kapetanakis] T. N. Kapetanakis, I. O. Vardiambasis, E. I. Lourakis and A. Maras, "Applying Neuro-Fuzzy Soft Computing Techniques to the Circular Loop Antenna Radiation Problem," IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, vol. 17, no. 9, pp. 1673-1676, Sept. 2018.
- [2018b, T. N. Kapetanakis] T. N. Kapetanakis, I. O. Vardiambasis, M.P. Ioannidou and A. Maras, " Neural Network Modeling for the Solution of the Inverse Loop Antenna Radiation Problem," IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 66, no. 11, pp. 6283 – 6290, 2018, Nov. 2018.

2 Στοιχεία Νευρωνικών Δικτύων και Νευρο-ασαφών Συστημάτων**2.1 Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα**

Τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα (ANNs) εμπνεύστηκαν από τις αρχές λειτουργίας του νευρικού συστήματος ζώντων οργανισμών. Το ανθρώπινο νευρικό σύστημα μπορεί να προσεγγιστεί με ένα δομικό διάγραμμα όπως αυτό του σχήματος 2-1 αποτελούμενο από την βαθμίδα των αισθητηρίων, το δίκτυο νευρώνων, και τα εκτελεστικά όργανα.

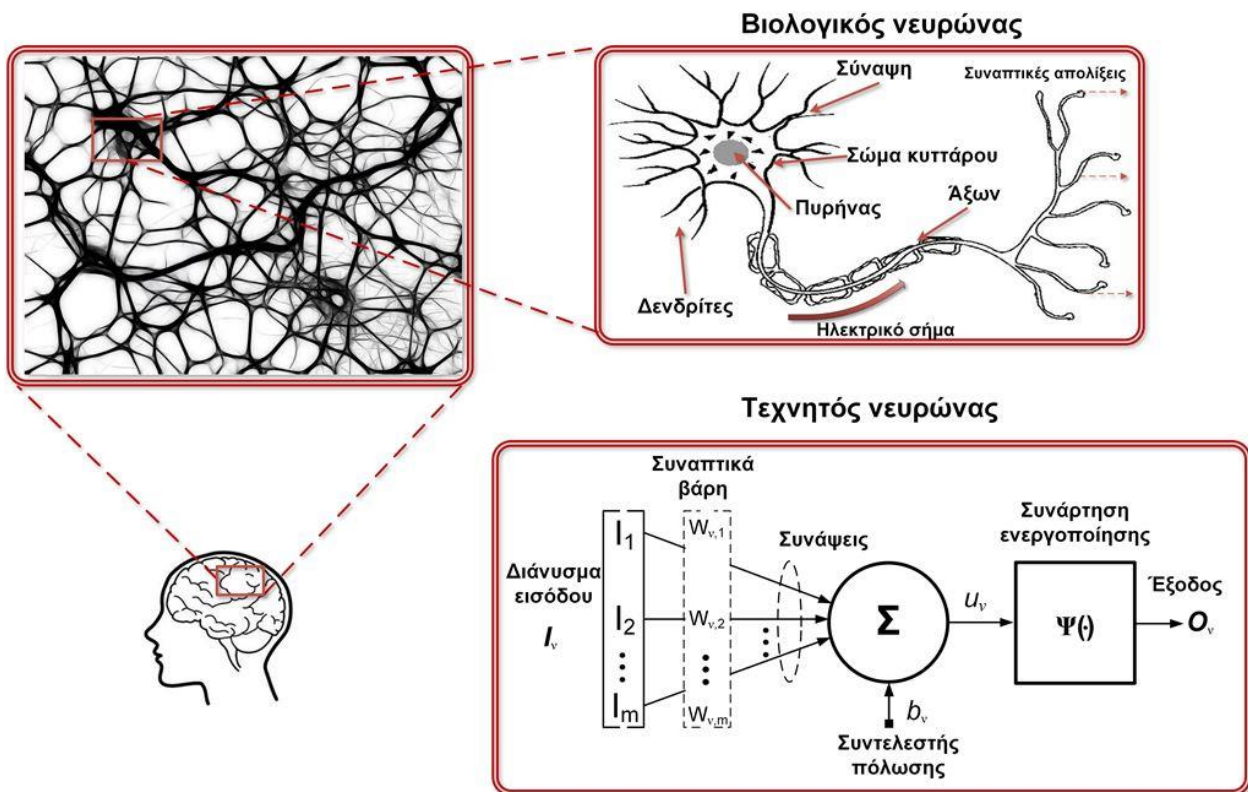


Σχήμα 2-1: Αναπαράσταση ανθρώπινου νευρικού συστήματος σε μορφή δομικού διαγράμματος βαθμίδων.

Τα αισθητήρια αποκρίνονται στις διεγέρσεις (ηλεκτρικά σήματα) και προωθούν την πληροφορία στο δίκτυο νευρώνων όπου επεξεργάζονται και λαμβάνονται οι κατάλληλες αποφάσεις δίνοντας τις ανάλογες εντολές στα εκτελεστικά όργανα.

2.2 Μοντέλο Τεχνητού Νευρώνα

Ο νευρώνας στα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα είναι μονάδα επεξεργασίας πληροφορίας που είναι απαραίτητη για την λειτουργία τους [1999, S. Haykin]. Στο σχήμα 2-2 αναπαρίσταται ο βιολογικός νευρώνας που αποτέλεσε την βάση για την σχεδίαση του τεχνητού νευρώνα. Ο τεχνητός νευρώνας είναι μια απλοποιημένη μορφή του βιολογικού και αποτελείται από τρία βασικά δομικά στοιχεία τις συνάψεις, τον αθροιστή, και την συνάρτηση ενεργοποίησης. Το σύνολο συνάψεων χαρακτηρίζεται από το δικό του βάρος, όταν ένα σήμα I_j στην είσοδο της συνάψεως j συνδέεται με τον νευρώνα v και πολλαπλασιάζεται με το συναπτικό βάρος $W_{v,j}$. Σε αντίθεση με μια σύναψη στον βιολογικό νευρώνα το συναπτικό βάρος ενός τεχνητού νευρώνα περιλαμβάνει τόσο αρνητικές όσο και θετικές τιμές. Ο αθροιστής στην συνέχεια αθροίζει τα σήματα εισόδου σταθμισμένα από τις αντίστοιχες συνάψεις του νευρώνα. Στην συνέχεια για λόγους περιορισμού χρησιμοποιείται μια συνάρτηση ενεργοποίησης εξάγοντας το σήμα πλέον ως σήμα εξόδου σε κάποια πεπερασμένη τιμή συνήθως στο διάστημα $[0, 1]$ ή εναλλακτικά στο $[-1, 1]$.



Σχήμα 2-2: Βιολογικός νευρώνας και θεμελιώδες δομικό διάγραμμα τεχνητού νευρώνα.

Ένας τεχνητός νευρώνας k ως σύστημα περιγράφεται από τις σχέσεις:

$$u_v = \sum_{j=1}^m w_{v,j} I_j \quad (2-1)$$

και

$$O_v = \Psi(u_v + b_v) \quad (2-2)$$

με I_1, I_2, \dots, I_m τα σήματα εισόδου, $w_{v,1}, w_{v,2}, \dots, w_{v,m}$ τα συναπτικά βάρη του v νευρώνα, u_v η έξοδος του αθροιστή (ή σταθμισμένη έξοδος), b_v ο όρος κατωφλίου (ή συντελεστής πόλωσης bias) για την αύξηση ή μείωση του u_v , $\Psi(\cdot)$ η συνάρτηση ενεργοποίησης, και O_v το σήμα εξόδου του v νευρώνα [1999, S. Haykin], [2001, C. Christodoulou].

Η συνάρτηση ενεργοποίησης που συχνά αναφέρεται και σαν συνάρτηση μεταφοράς καθορίζει πότε ένας νευρώνας είναι ενεργός ή ανενεργός ανάλογα με την τιμή της εισόδου του. Η $\Psi(\cdot)$ θεωρητικά μπορεί να πάρει οποιαδήποτε μορφή με τις μη γραμμικές να είναι οι καταλληλότερες για την επίλυση ηλεκτρομαγνητικών προβλημάτων [2012a, 2012b, 2018a, 2018b, T.N. Karetanakis].

2.3 Συναρτήσεις Ενεργοποίησης Τεχνητού Νευρώνα

Πλήθος συναρτήσεων ενεργοποίησης έχουν χρησιμοποιηθεί μέχρι τώρα στην βιβλιογραφία για την επίλυση διαφόρων ηλεκτρομαγνητικών προβλημάτων. Τα κυριότερα χαρακτηριστικά τους

είναι: (α) η πραγματοποίηση της διεργασίας της κατωφλίωσης σε μια μέγιστη και ελάχιστη τιμή, και (β) πρόκειται για μη φθίνουσες συναρτήσεις δηλαδή καθώς η τιμή ενός νευρώνα αυξάνει, η τιμή της είτε αυξάνει είτε παραμένει σταθερή [2001, C. Christodoulou], [1999, S. Haykin]. Το ποια συνάρτηση θα χρησιμοποιηθεί εξαρτάται από το είδος του προβλήματος που είναι προς επίλυση. Ευρέως διαδεδομένες είναι οι μη γραμμικές συναρτήσεις ενεργοποίησης με πιο γνωστή την σιγμοειδή.

Η σιγμοειδής είναι μια καθαρά αύξουσα συνάρτηση με τιμή κατωφλίου 0 όταν $u_v + b_v < 0$ και 1 όταν $u_v + b_v > 0$. Σημαντικό ρόλο για την ρύθμιση των συναπτικών βαρών $W_{v,j}$ κατά την διαδικασία της εκμάθησης είναι το ότι είναι συνεχής και παραγωγίσιμη. Αντιπροσωπευτικό παράδειγμα είναι η λογιστική (2-3) όπου α η παράμετρος κλίσης και η παράγωγος της (2-4):

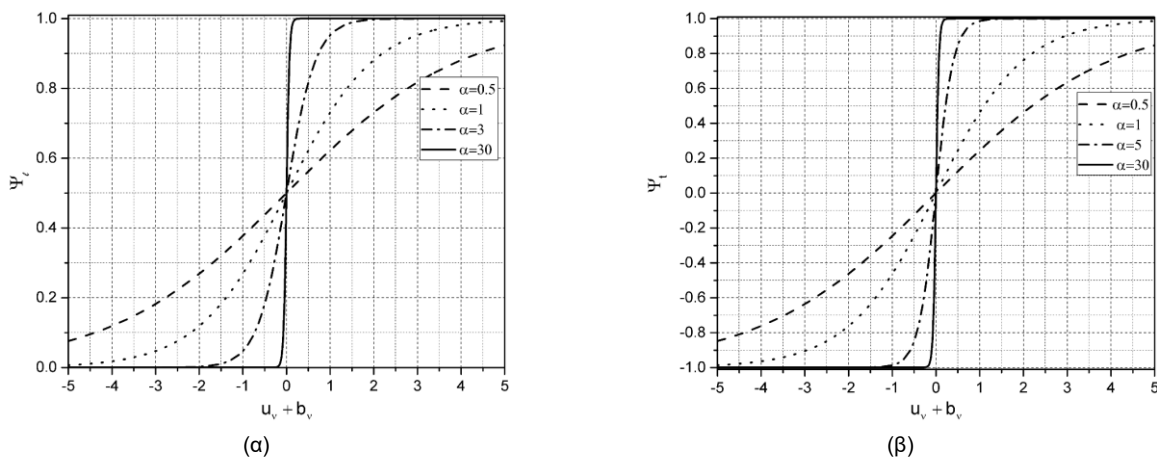
$$\Psi_\ell(u_v + b_v) = \frac{1}{1 + e^{-\alpha(u_v + b_v)}} \quad (2-3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Psi_\ell(u_v + b_v)}{\partial (u_v + b_v)} &= \Psi_\ell(u_v + b_v)(1 - \Psi_\ell(u_v + b_v)) \\ &= \left(\frac{1}{1 + e^{-\alpha(u_v + b_v)}} \right) \times \left(1 - \frac{1}{1 + e^{-\alpha(u_v + b_v)}} \right) \end{aligned} \quad (2-4)$$

Σε περίπτωση που είναι επιθυμητό το πεδίο τιμών να είναι στο διάστημα $[-1,1]$, από τις σιγμοειδείς συναρτήσεις χρησιμοποιείται συνήθως η συνάρτηση υπερβολικής εφαπτομένης (2-5), (2-6).

$$\Psi_t(u_v + b_v) = \tanh(u_v + b_v) = \frac{\sinh(u_v + b_v)}{\cosh(u_v + b_v)} = \frac{1 - e^{-\alpha(u_v + b_v)}}{1 + e^{-\alpha(u_v + b_v)}} \quad (2-5)$$

$$\frac{\partial \Psi_t(u_v + b_v)}{\partial (u_v + b_v)} = 1 - \Psi_t(u_v + b_v)^2 = 1 - \left(\frac{1 - e^{-\alpha(u_v + b_v)}}{1 + e^{-\alpha(u_v + b_v)}} \right)^2 \quad (2-6)$$



Σχήμα 2-3: Σιγμοειδείς συναρτήσεις ενεργοποίησης νευρώνων: (α) λογιστική, και (β) υπερβολικής εφαπτομένης για διάφορες τιμές της παραμέτρου κλίσης α αντίστοιχα.

Μια άλλη συνάρτηση ενεργοποίησης είναι η Elliot [1993, D.L. Elliot] όπως στην εξίσωση (2-7). Η Ψ_e είναι παντού παραγωγίσιμη με παράγωγο όπως στην (2-8) και ικανοποιεί την γενικευμένη λογιστική διαφορική εξίσωση και τις ιδιότητες του Barron [1992, A. R. Barron].

$$\Psi_e(u_v + b_v) = \frac{u_v + b_v}{1 + (u_v + b_v)} \quad (2-7)$$

Το πλεονέκτημα έναντι των σιγμοειδών συναρτήσεων που προαναφέρθηκαν έγκειται στο γεγονός ότι δεν περιλαμβάνει κάποιο εκθετικό όρο. Έτσι καθίσταται παραγωγίσιμη χωρίς να απαιτούνται πολύπλοκοι υπολογιστικοί αλγόριθμοι με αποτέλεσμα αφενός την ελάττωση των υπολογιστικών πόρων αφετέρου την ευκολότερη υλοποίηση της σε ολοκληρωμένα κυκλώματα.

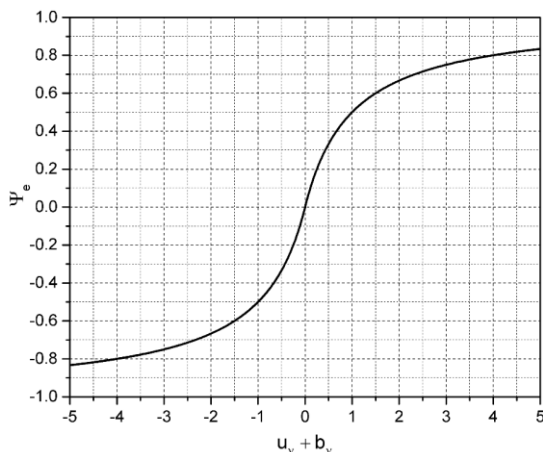
$$\frac{\partial \Psi_e(u_v + b_v)}{\partial (u_v + b_v)} = \frac{1}{(1 + |u_v + b_v|)^2} \quad (2-8)$$

Το μειονέκτημα της όπως φαίνεται και στο σχήμα (2-4α) είναι ότι τείνει στην μονάδα για αρκετά μεγάλες τιμές της εισόδου και έτσι ενδέχεται να χρειαστούν περισσότεροι νευρώνες και επαναλήψεις για την επίτευξη της επιθυμητής ακρίβειας [1993, Elliot].

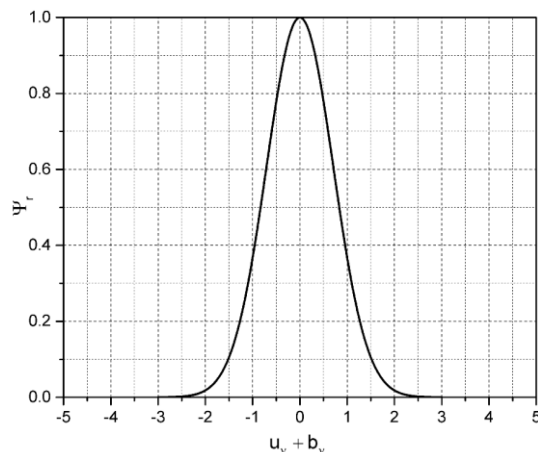
Τέλος, στα νευρωνικά δίκτυα ακτινικών συναρτήσεων βάσης (RBF) που θα αναλυθούν παρακάτω ευρέως χρησιμοποιούμενες είναι οι διάφορες μορφές της γκαουσιανής συνάρτησης με αντιπροσωπευτικό παράδειγμα η (2-9) και η παράγωγος της (2-10).

$$\Psi_r(u_v + b_v) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(u_v + b_v)^2}{2\sigma^2}} \quad (2-9)$$

$$\frac{\partial \Psi_r(u_v + b_v)}{\partial (u_v + b_v)} = -\frac{u_v + b_v}{\sigma^3\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(u_v + b_v)^2}{2\sigma^2}} \quad (2-10)$$



(α)

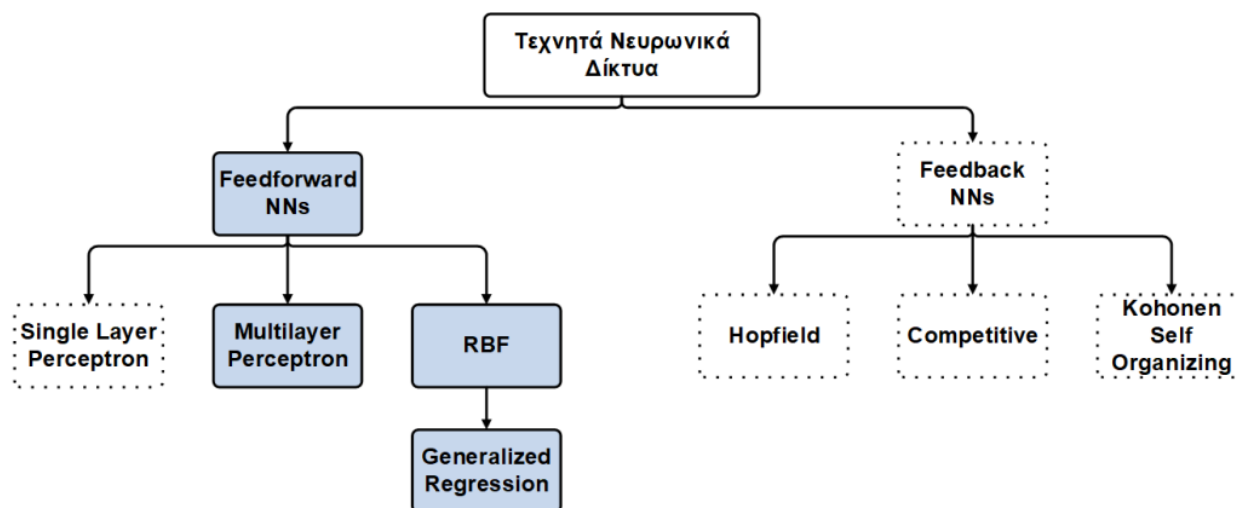


(β)

Σχήμα 2-4: Μη γραμμικές συναρτήσεις ενεργοποίησης νευρώνων: (α) Elliot, (β) ακτινικής βάσης.

2.4 Αρχιτεκτονικές Τεχνητών Νευρωνικών Δικτύων

Ο τρόπος διασύνδεσης των τεχνητών νευρώνων για τον σχηματισμό ενός δικτυώματος και η ροή της πληροφορίας στο δικτύωμα αυτό ορίζει και την αρχιτεκτονική του νευρωνικού δικτύου [1999, S. Haykin]. Έχει υλοποιηθεί πλήθος αρχιτεκτονικών όπου χωρίζονται κυρίως σε δύο γενικές κατηγορίες. Η πρώτη είναι η αρχιτεκτονική πρόσω-τροφοδότησης (feedforward), όπου η πληροφορία μέσω των συνάψεων ακολουθεί μια όδευση χωρίς ανατροφοδοτήσεις και με την τιμή της εξόδου να μην εξαρτάται από τις προηγούμενες καταστάσεις.



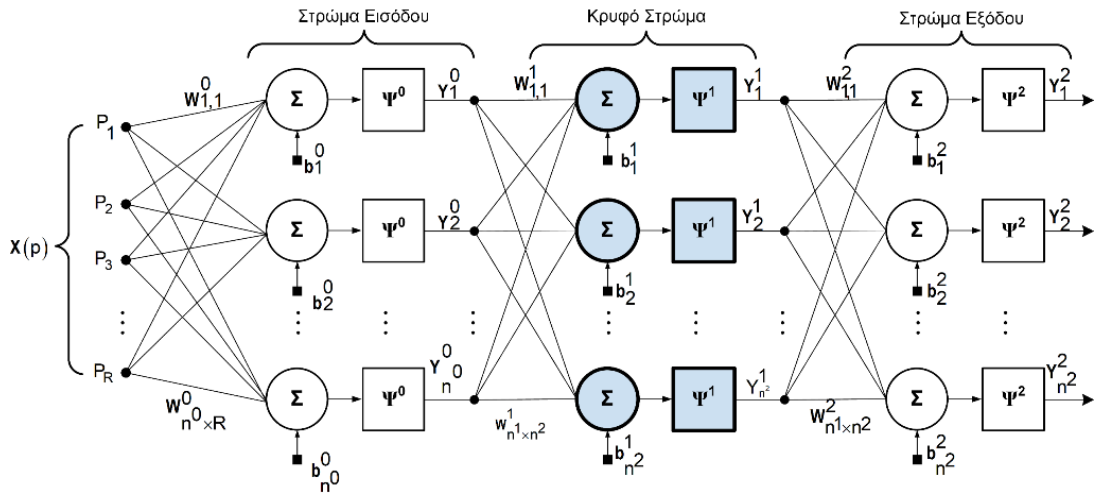
Σχήμα 2-5: Αρχιτεκτονικές νευρωνικών δικτύων.

Η δεύτερη είναι η αρχιτεκτονική ανατροφοδότησης (feedback) όπου η έξοδος ενός νευρώνα ανατροφοδοτείται είτε στην είσοδο του ίδιου νευρώνα είτε σε νευρώνες προηγούμενων βαθμίδων. Στο σχήμα 2-5 ομαδοποιούνται οι πιο ευρέως χρησιμοποιούμενες αρχιτεκτονικές τεχνητών νευρωνικών δικτύων όπου με συνεχή γραμμή πλαισίου είναι οι αρχιτεκτονικές που εφαρμόσθηκαν στην παρούσα διατριβή.

2.4.1 Νευρωνικά δίκτυα Πρόσω-τροφοδότησης Πολλαπλών Στρωμάτων.

Από τις πιο διαδεδομένες αρχιτεκτονικές νευρωνικών δικτύων είναι αυτή της πρόσω-τροφοδότησης (feedforward) τύπου perceptron πολλαπλών στρωμάτων (multilayer perceptron, MLP). Ακολουθούν μια στρωματοποιημένη δομή αποτελούμενη από το στρώμα εισόδου, το στρώμα εξόδου, και ενδιάμεσα στρώματα που είναι απομονωμένα από τις εξωτερικές διεγέρσεις των εισόδων και αναφέρονται ως κρυφά στρώματα (hidden layers). Ένα νευρωνικό δίκτυο πρόσω-τροφοδότησης τύπου perceptron πολλαπλών στρωμάτων απεικονίζεται στο σχήμα 2-6.

Το δίκτυωμα αποτελείται από τρία στρώματα και κάθε στρώμα έχει τον αντίστοιχο πίνακα βαρών \mathbf{W} , και διάνυσμα πόλωσης \mathbf{b} . Το διάνυσμα εισόδου συμβολίζεται ως \mathbf{X} , και το διάνυσμα εξόδου \mathbf{Y} . Για λόγους απεικόνισης και διαχωρισμού των μεταβλητών στο σχήμα 2-6, με άνω δείκτη δηλώνεται το στρώμα που ανήκει κάθε μεταβλητή, έτσι για παράδειγμα το πρώτο στρώμα θα έχει πίνακα βαρών \mathbf{W}^0 και διάνυσμα πόλωσης \mathbf{b}^0 , ενώ το δεύτερο \mathbf{W}^1 , \mathbf{b}^1 κτλ.



Σχήμα 2-6: Δομικό διάγραμμα perceptron πολλαπλών στρωμάτων με ένα κρυφό στρώμα.

Παρατηρώντας το σχήμα 2-6 το δίκτυωμα αποτελείται από R εισόδους $\mathbf{X}(\mathbf{P}_R)$, ενώ το πλήθος των νευρώνων κάθε στρώματος είναι $n^0 = K$, $n^1 = J$, και $n^2 = I$ λαμβάνοντας υπόψη ότι κάθε στρώμα μπορεί να έχει διαφορετικό πλήθος νευρώνων. Εκφράζοντας την έξοδο κάθε στρώματος ξεχωριστά ισχύει:

$$\mathbf{Y}^0 = \Psi^0(\mathbf{W}^0\mathbf{P} + \mathbf{b}^0) \quad (2-11)$$

$$\mathbf{Y}^1 = \Psi^1(\mathbf{W}^1\mathbf{Y}^0 + \mathbf{b}^1) \quad (2-12)$$

$$\mathbf{Y}^2 = \Psi^2(\mathbf{W}^2\mathbf{Y}^1 + \mathbf{b}^2) \quad (2-13)$$

Από τις (2-11)-(2-13) η έξοδος \mathbf{Y}^2 μπορεί να εκφραστεί σύμφωνα με την:

$$\mathbf{Y}^2 = \Psi^2 \left\{ \mathbf{W}^2 \Psi^1 \left[\mathbf{W}^1 \Psi^0 (\mathbf{W}^0 \mathbf{p} + \mathbf{b}^0) + \mathbf{b}^1 \right] + \mathbf{b}^2 \right\} \quad (2-14)$$

Οι έξοδοι του πρώτου και δεύτερου στρώματος είναι οι εισοδοι του δεύτερου και τρίτου αντίστοιχα. Κατ' αυτόν τον τρόπο το δεύτερο στρώμα μπορεί να θεωρηθεί ως ένα νευρωνικό δίκτυο ενός στρώματος με $R = n^0$ εισόδων, $n = n^1$ νευρώνων, πίνακα βαρών \mathbf{W}^1 διαστάσεων $n^1 \times n^0$, και διάνυσμα εισόδου και εξόδου \mathbf{Y}^0 , \mathbf{Y}^1 αντίστοιχα. Γενικεύοντας την (2-14) για M στρώματα προκύπτει η (2-15):

$$\mathbf{Y}^m = \Psi^m (\mathbf{W}^m \mathbf{Y}^{m-1} + \mathbf{b}^m) \quad \text{για } m=0,1,\dots,M-1 \quad (2-15)$$

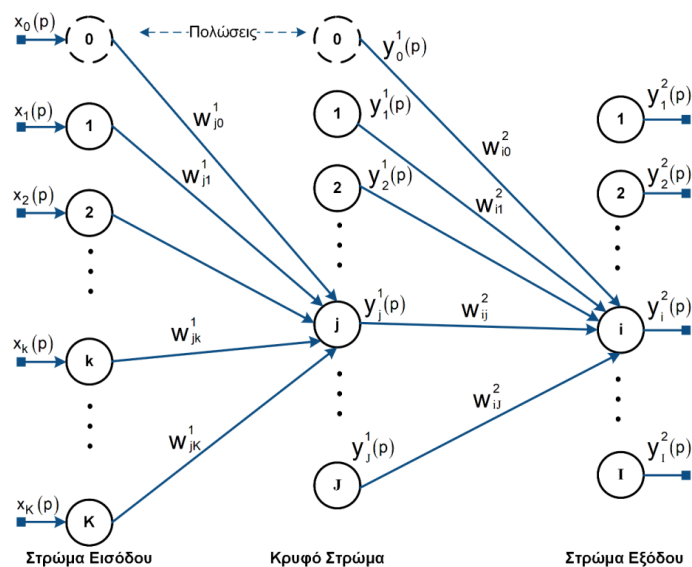
Οι νευρώνες του πρώτου στρώματος δέχονται τις εξωτερικές διεγέρσεις $\mathbf{Y}^0 = \mathbf{p}$, και οι νευρώνες του τελευταίου επιπέδου $\mathbf{Y} = \mathbf{Y}^M$ [1996, M.T. Hagan].

Ο αλγόριθμος οπισθοδιάδοσης [1986a, D.E. Rumelhart], [1986b, D.E. Rumelhart] και επεκτάσεις αυτού χρησιμοποιούνται ευρέως για την εκπαίδευση νευρωνικών δικτύων πολλαπλών στρωμάτων τύπου perceptron. Οι νευρώνες του πρώτου στρώματος δέχονται τις εξωτερικές διεγέρσεις $\mathbf{Y}^0 = \mathbf{p}$, και οι νευρώνες του τελευταίου επιπέδου $\mathbf{Y} = \mathbf{Y}^M$.

Πολύ σημαντικό θεωρητικό συμπέρασμα ως προς την εφαρμογή των νευρωνικών δικτύων πρόσω-τροφοδότησης perceptron πολλαπλών στρωμάτων για την επίλυση προβλημάτων αποτελεί η διατύπωση και απόδειξη του K. M. Hornik ότι, ένα τέτοιο δίκτυωμα με τουλάχιστον ένα κρυφό στρώμα έχει την δυνατότητα να προσεγγίσει οποιαδήποτε συνάρτηση με αυθαίρετη ακρίβεια αρκεί να αποτελείται από ικανοποιητικό αριθμό νευρώνων [K. M. Hornik, 1989]. Επιπλέον πλεονέκτημα ως προς την εφαρμοσιμότητα των δικτύων αυτών αποτελεί και η απόδειξη το ότι έχουν τη δυνατότητα να προσεγγίζουν την παράγωγο οποιασδήποτε συνάρτησης που είναι τμηματικά παραγωγίσιμη [K. M. Hornik, 1990].

2.4.2 Αλγόριθμος οπισθοδιάδοσης για την εκπαίδευση δικτυωμάτων πολλαπλών στρωμάτων.

Ο αλγόριθμος οπισθοδιάδοσης ανήκει στην κατηγορία των υπό-επίβλεψη αλγορίθμων εκπαίδευσης. Για την εκμάθηση είναι απαραίτητη η παροχή ζεύγους τιμών της μορφής $\{\mathbf{x}(p), \mathbf{t}(p)\} = \{p_1, t_1\}, \{p_2, t_2\}, \dots, \{p_q, t_q\}$. Αναλυτικότερα εφαρμόζεται στο δίκτυωμα διάνυσμα εισόδου $\mathbf{x}(p)$ με τιμή p_q , και η έξοδος συγκρίνεται με την αντίστοιχη τιμή στόχο t_q του διανύσματος $\mathbf{t}(p)$ [1986a D.E. Rumelhart], [1986b D.E. Rumelhart]. Στο σχήμα 2-7, αναπαριστάται το δομικό διάγραμμα για ένα νευρωνικό δίκτυο πολλαπλών στρωμάτων τύπου perceptron. Για λόγους οικονομίας στην σχεδίαση απεικονίζονται οι συνάψεις σ' ένα μόνο νευρώνα παραλείποντας τις υπόλοιπες χωρίς όμως να αγνοούνται. Επιπλέον οι νευρώνες έχουν συμπυκωθεί με κύκλο χωρίς όμως να αλλάζει η σύνθεσή τους. Το δίκτυωμα αποτελείται από το στρώμα εισόδου έχοντας K νευρώνες και τον κόμβο πόλωσης (κύκλος με διακεκομμένες), το κρυφό στρώμα έχοντας J νευρώνες και τον κόμβο πόλωσης (κύκλος με διακεκομμένες), ενώ το στρώμα εξόδου δεν έχει κόμβο πόλωσης και αποτελείται από I νευρώνες.



Σχήμα 2-7: Απλοποιημένο δομικό διάγραμμα νευρωνικού δικτύου τύπου perceptron πολλαπλών στρωμάτων. Αποτελείται από το στρώμα εισόδου, ένα κρυφό στρώμα και το στρώμα εξόδου, $K \times J \times I$ νευρώνων αντίστοιχα. Οι κόμβοι πόλωσης συμβολίζονται με διακεκομμένες $x_0(p) = y_0^1(p) = 1$.

Με την ιδανική εκπαίδευση του δικτυώματος, θα πρέπει το διάνυσμα εισόδου $\mathbf{x}(p)$ να είναι ίσο με το διάνυσμα στόχος $\mathbf{t}(p)$. Έτσι, το πρόβλημα ανάγεται στην ελαχιστοποίηση της συνάρτησης μέσου τετραγωνικού σφάλματος $f(\mathbf{w})$ της (2-16) ρυθμίζοντας κατάλληλα το διάνυσμα των βαρών \mathbf{w} [1986a D.E. Rumelhart], [1996, M.T. Hagan], [2001, C. Christodoulou], [2002, X. Yu].

$$f(\mathbf{w}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^I \left[t_i^2(p) - Y_i^2(p) \right]^2$$

με

I : το πλήθος των νευρώνων του στρώματος εξόδου, (2-16)

$t_i^2(p)$: η τιμή στόχος του στρώματος εξόδου του νευρώνα i που οφείλεται στην είσοδο $\mathbf{x}(p)$,

$Y_i^2(p)$: η τιμή εξόδου του στρώματος εξόδου του νευρώνα i που οφείλεται στην είσοδο $\mathbf{x}(p)$.

Για να επιτευχθεί η ελαχιστοποίηση ο D. E. Rumelhart χρησιμοποίησε τον αλγόριθμο βελτιστοποίησης μείωσης της κλίσης (Gradient Descent) [1986a D. E. Rumelhart]. Κατ' αυτό τον τρόπο τα βάρη του δικτυώματος ρυθμίζονται σύμφωνα με την (2-17):

$$\Delta \mathbf{w} = -\lambda \nabla f(\mathbf{w})$$

ή

$$w_{ij}^m(k+1) = w_{ij}^m(k) - \lambda \frac{\partial f(\mathbf{w})}{\partial w_{ij}^m}$$

με

(2-17)

λ : ο ρυθμός εκμάθησης,

m : το στρώμα του δικτυώματος $m = 0, 1, 2$

k : ο αριθμός επαναλήψεων.

i : ο νευρώνας στον οποίο συγκλίνει

j : ο νευρώνας από τον οποίο προέρχεται το βάρος

Για το στρώμα εξόδου $m=2$ λαμβάνοντας υπόψη την (2-16) η συνάρτηση που θα πρέπει να ελαχιστοποιηθεί έχει την μορφή της (2-18) με μη μηδενικό όρο μόνο τον $\ell = i$ και όλους τους υπόλοιπους μηδέν εξαιτίας του ότι οι ποσότητες $\left[t_\ell^2(p) - Y_\ell^2(p) \right]^2$ δεν εξαρτώνται από το w_{ij}^2 για $\ell \neq i$:

$$\frac{\partial f(\mathbf{w})}{\partial w_{ij}^2} = \frac{1}{2} \sum_{\ell=1}^I \frac{\partial}{\partial w_{ij}^2} \left[t_\ell^2(p) - Y_\ell^2(p) \right]^2 \quad (2-18)$$

Στο άθροισμα της (2-18) και εξαιτίας του ότι η συνάρτηση σφάλματος (2-16) είναι έμμεση συνάρτηση των βαρών w_{ij}^2 των κρυφών στρωμάτων για τον υπολογισμό της σύνθετης παραγώγου είναι απαραίτητη η χρήση του κανόνα της αλυσίδας [2001, C. Christodoulou], [1996, M.T. Hagan], [2002, X. Yu].

$$\frac{\partial}{\partial w_{ij}^2} [t_i^2(p) - Y_i^2(p)]^2 = -[t_i^2(p) - Y_i^2(p)] \left[\frac{\partial Y_i^2(p)}{\partial w_{ij}^2} \right]$$

με

w_{ij}^2 : το βάρος από τον νευρώνα j του κρυφού στρώματος στον νευρώνα i του στρώματος εξόδου, (2-19)

$t_i^2(p)$: η τιμή στόχος του στρώματος εξόδου του νευρώνα i που οφείλεται στην είσοδο $x(p)$,

$Y_i^2(p)$: η τιμή εξόδου του στρώματος εξόδου του νευρώνα i που οφείλεται στην είσοδο $x(p)$.

Εφαρμόζοντας διαδοχικά τον κανόνα της αλυσίδας προκύπτει ότι:

$$\frac{\partial Y_i^2(p)}{\partial w_{ij}^2} = \frac{\partial Y_i^2(p)}{\partial n_i^2(p)} \frac{\partial n_i^2(p)}{\partial w_{ij}^2}$$

με (2-20)

$n_i^2(p)$: η σταθμισμένη είσοδος στον i νευρώνα του στρώματος εξόδου εξαιτίας της εισόδου $x(p)$.

Λαμβάνοντας υπόψη ότι για τη σταθμισμένη είσοδο $n_\ell^2(p)$ ισχύει η (2-21):

$$n_\ell^2(p) = \sum_{m=0}^J w_{\ell m}^2 Y_m^1(p)$$

(2-21)

συμπεραίνουμε ότι ο μόνος όρος που εξαρτάται από το βάρος $w_{\ell m}^2$ είναι ο $m = \ell$. Οπότε η παράγωγος της σταθμισμένης εισόδου $n_\ell^2(p)$ ως προς το βάρος w_{ij}^2 της (2-20) θα ισούται με $Y_j^1(p)$ δηλαδή:

$$\frac{\partial n_\ell^2(p)}{\partial w_{ij}^2} = Y_j^1(p)$$

(2-22)

Συνδυάζοντας τις (2-19)-(2-21) και αντικαθιστώντας στην (2-22) προκύπτει η (2-23):

$$\frac{\partial f(\mathbf{w})}{\partial w_{ij}^2} = -[t_i^2(p) - Y_i^2(p)] \frac{\partial Y_i^2(p)}{\partial n_i^2(p)} Y_j^1(p)$$

(2-23)

Ένας αναλυτικότερος τρόπος αναπαράστασης της (2-23) προκύπτει αν ληφθεί υπόψη ότι η παράγωγος $\partial Y_i^2(p)/\partial n_i^2(p)$ μπορεί να αναπαρασταθεί ως $\Psi'(n_i^2(p))$. Κατ' αυτό τον τρόπο ξεκάθαρα πρόκειται για την παράγωγο της συνάρτησης ενεργοποίησης $\Psi'(\cdot)$ του νευρώνα i ως προς σταθμισμένη είσοδο στον i νευρώνα του στρώματος εξόδου $n_i^2(p)$ [1986b, D.E. Rumelhart]. Έτσι η (2-23) μπορεί να γραφτεί όπως :

$$\frac{\partial f(\mathbf{w})}{\partial w_{ij}^2} = -[t_i^2(p) - Y_i^2(p)] \Psi'(n_i^2(p)) Y_j^1(p) \quad (2-24)$$

Παρατηρώντας την (2-24) και (2-17), υποθέτοντας για λόγους απλότητας ότι γίνεται χρήση γραμμικής συνάρτησης ενεργοποίησης με $\Psi'(n_i^2(p))$ η μεταβολή των βαρών και συγκεκριμένα του w_{ij}^2 σύμφωνα και με την μέθοδο μείωσης της κλίσης θα είναι:

$$\begin{aligned} \Delta w_{ij}^2 &= \lambda [t_i^2(p) - Y_i^2(p)] \Psi'(n_i^2(p)) Y_j^1(p) \\ &\quad \text{ή} \\ \Delta w_{ij}^2 &= \lambda \delta_i^2(p) Y_j^1(p) \end{aligned} \quad (2-25)$$

με

$\delta_i^2(p) = [t_i^2(p) - Y_i^2(p)]$: τον όρο του σφάλματος (ή όρο δ) του νευρώνα i του στρώματος εξόδου.

Ερμηνεύοντας την (2-25) καταλήγουμε ότι ένα βάρος που συγκλίνει στο στρώμα εξόδου είναι ανάλογο του όρου σφάλματος του νευρώνα στον οποίο όδευσε, και ανάλογο του νευρώνα της εξόδου από τον οποίο προήλθε [2001, C. Christodoulou].

Ακολουθώντας παρόμοια μεθοδολογία για το κρυφό στρώμα ($m=1$) η συνάρτηση που πρέπει να ελαχιστοποιηθεί έχει την μορφή:

$$\frac{\partial f(\mathbf{w})}{\partial w_{jk}^1} = \frac{1}{2} \sum_{\ell=1}^l \frac{\partial}{\partial w_{jk}^1} [t_\ell^2(p) - Y_\ell^2(p)]^2 \quad (2-26)$$

με

w_{jk}^1 : το βάρος από τον νευρώνα k του στρώματος εισόδου στον νευρώνα j του κρυφού στρώματος (βλέπε σχήμα 2-7).

Εφαρμόζοντας διαδοχικά τον κανόνα αλυσίδας υπολογίζεται η παράγωγος της $[t_\ell^2(p) - Y_\ell^2(p)]^2$ και $Y_\ell^2(p)$ ως προς w_{jk}^1 όπως στις (2-27) και (2-28):

$$\frac{\partial}{\partial w_{jk}^1} [t_\ell^2(p) - Y_\ell^2(p)]^2 = -[t_\ell^2(p) - Y_\ell^2(p)] \left[\frac{\partial Y_\ell^2(p)}{\partial w_{jk}^1} \right] \quad (2-27)$$

$$\frac{\partial Y_\ell^2(p)}{\partial w_{jk}^1} = \frac{\partial Y_\ell^2(p)}{\partial n_\ell^2(p)} \frac{\partial n_\ell^2(p)}{\partial w_{jk}^1} \quad (2-28)$$

Όμοια με πριν λαμβάνοντας υπόψη ότι η παράγωγος $\partial Y_\ell^2(p)/\partial n_\ell^2(p)$ μπορεί να αναπαρασταθεί ως $\Psi' (n_\ell^2(p))$ και λαμβάνοντας υπόψη την (2-29) προκύπτει η (2-30).

$$\delta_\ell^2(p) = [t_\ell^2(p) - Y_\ell^2(p)] \Psi' (n_\ell^2(p)) \quad (2-29)$$

$$\frac{\partial f(\mathbf{w})}{\partial w_{jk}^1} = - \sum_{\ell=1}^I \delta_\ell^2(p) \frac{\partial n_\ell^2(p)}{\partial w_{jk}^1} \quad (2-30)$$

Έτσι για τον υπολογισμό της παραγώγου $n_\ell^2(p)$ ως προς w_{jk}^1 γνωρίζοντας ότι ισχύει η (2-31) προκύπτει η (2-32):

$$n_\ell^2(p) = \sum_{m=0}^J w_{\ell m}^2 Y_m^1(p) \quad (2-31)$$

$$\frac{\partial n_\ell^2(p)}{\partial w_{jk}^1} = w_{\ell j}^2 \frac{\partial Y_j^1(p)}{\partial w_{jk}^1} \quad (2-32)$$

Εφαρμόζοντας τον κανόνα αλυσίδας η παράγωγος $Y_j^1(p)$ ως προς w_{jk}^1 υπολογίζεται:

$$\frac{\partial Y_j^1(p)}{\partial w_{jk}^1} = \frac{\partial Y_j^1(p)}{\partial n_j^1(p)} \frac{\partial n_j^1(p)}{\partial w_{jk}^1} \quad (2-33)$$

Αντικαθιστώντας την παράγωγο $\partial Y_j^1(p)/\partial n_j^1(p)$ με $\Psi' (n_j^1(p))$ εισάγοντας έτσι την παράγωγο της συνάρτησης ενεργοποίησης $\Psi' (\cdot)$ του νευρώνα j και λαμβάνοντας υπόψη ότι:

$$n_j^1(p) = \sum_{m=0}^K w_{jm}^1 x_m(p) \quad (2-34)$$

παρατηρούμε ότι ο μόνος όρος που εξαρτάται από το w_{jk}^1 είναι ο $m=k$ και καταλήγουμε σε μια έκφραση για την συνάρτηση σφάλματος της μορφής:

$$\frac{\partial f(\mathbf{w})}{\partial w_{jk}^1} = - \left[\Psi'(n_j^1(p)) \sum_{\ell=0}^l \delta_{\ell}^2 w_{\ell j}^2 \right] x_j(p) \quad (2-35)$$

Από την (2-35) παρατηρούμε ότι ο όρος $-\left[\Psi'(n_j^1(p)) \sum_{\ell=0}^l \delta_{\ell}^2 w_{\ell j}^2 \right]$ είναι αυτός του σφάλματος συμβολίζοντας τον σαν $\delta_j^1(p)$, η συνάρτηση σφάλματος μπορεί να εκφρασθεί όπως στην (2-36):

$$\frac{\partial f(\mathbf{w})}{\partial w_{jk}^1} = \delta_j^1(p) x_j(p) \quad (2-36)$$

Με την παραπάνω μεθοδολογία πλέον εισάγεται ο όρος σφάλματος για κάθε νευρώνα του κρυφού επιπέδου οπότε εφαρμόζοντας τον αλγόριθμο μείωσης της κλίσης η μεταβολή του w_{jk}^1 δίνεται από την:

$$\Delta w_{jk}^1 = \lambda \delta_j^1(p) x_k(p)$$

με

Δw_{jk}^1 : η μεταβολή του βάρους από τον νευρώνα k του στρώματος εισόδου στον νευρώνα j του κρυφού στρώματος, (2-37)

λ : ο ρυθμός εκμάθησης (learning rate),

δ_j^1 : ο όρος σφάλματος,

$x_k(p)$: η είσοδος του δικτυώματος.

Από την (2-37) παρατηρούμε ότι η μεταβολή ενός βάρους που οδεύει στο κρυφό στρώμα είναι ανάλογο του όρου σφάλματος του νευρώνα από τον οποίο το βάρος οδεύει και ανάλογο της εξόδου του νευρώνα από τον οποίο το βάρος προήλθε [2001, C. Christodoulou].

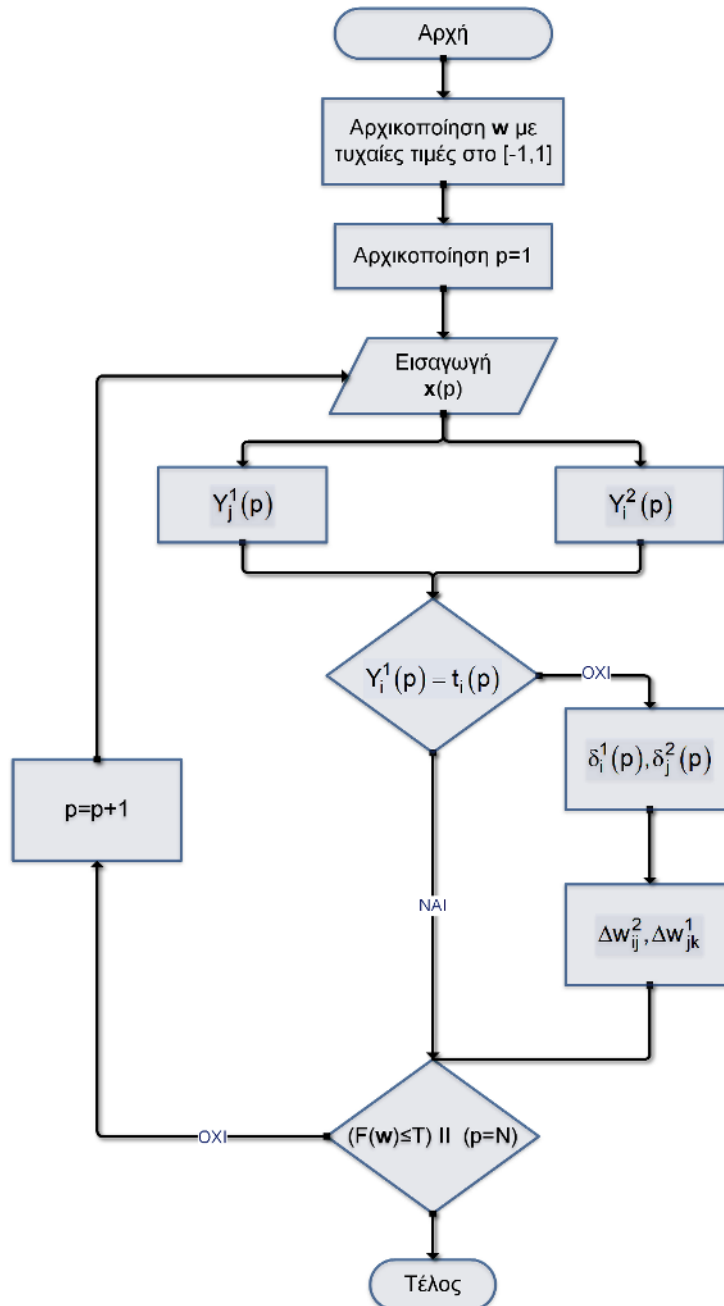
Σύμφωνα με τα παραπάνω γίνεται πλέον εμφανές ότι για τον υπολογισμό των βαρών στο κρυφό ή στο στρώμα εξόδου περιλαμβάνεται η παράγωγος της συνάρτησης ενεργοποίησης $\Psi'(\cdot)$. Υπάρχει πλήθος συναρτήσεων ενεργοποίησης που μπορούν να χρησιμοποιηθούν με διαφορετική συμπεριφορά η καθεμιά και η επιλογή να γίνεται ανάλογα με την φύση του προβλήματος [1986b, D.E. Rumelhart], [2001, C. Christodoulou], [2002, X. Yu]. Περιορισμός υφίσταται στα κρυφά στρώματα όπου δεν είναι δυνατό να χρησιμοποιηθούν συναρτήσεις κατωφλίου εξαιτίας του ότι παραβιάζουν την συνθήκη παραγωγίσιμης που θα πρέπει να ικανοποιεί η συνάρτηση σφάλματος. Στους νευρώνες του στρώματος εξόδου δύναται να χρησιμοποιηθούν γραμμικές συναρτήσεις, αλλά η συνάρτηση ενεργοποίησης των νευρώνων του κρυφού στρώματος θα πρέπει να είναι μη γραμμικές [1986a, D.E. Rumelhart], [1986b, D.E. Rumelhart], [2002, X. Yu]. Σε διαφορετική περίπτωση θα προκύψει ένα νευρωνικό δίκτυο απλού στρώματος (SLP-NN) περιορίζοντας έτσι την χρησιμότητα του για την επίλυση σύνθετων προβλημάτων. Άρα μπορούν να χρησιμοποιηθούν μη

γραμμικές συναρτήσεις όπως η σιγμοειδής, η συνάρτηση υπερβολικής εφαπτομένης, η Elliot, και γενικότερα οποιαδήποτε συνάρτηση που είναι δυνατό να υπολογιστεί η παράγωγος της.

Κατά την διαδικασία εκμάθησης η αλλαγή των βαρών $\Delta \mathbf{W}$ θα πρέπει να είναι ανάλογη του λόγου $\partial f(\mathbf{w})/\partial \mathbf{w}$. Για την ορθή εφαρμογή της μεθόδου μείωσης της κλίσης το βήμα βελτιστοποίησης απαιτείται να είναι αρκετά μικρό. Η σταθερά αυτή είναι όπως αναφέρθηκε ο ρυθμός εκμάθησης λ . Όσο μεγαλύτερο είναι το λ τόσο μεγαλύτερο είναι το βήμα άρα και μεγαλύτερη η αλλαγή των βαρών. Σε πρακτικές εφαρμογές συνήθως ο ρυθμός εκμάθησης επιλέγεται όσο το δυνατόν μεγαλύτερος χωρίς να οδηγεί σε ταλαντώσεις. Ένας διαδεδομένος τρόπος να αυξήσουμε τον ρυθμό εκμάθησης χωρίς να εμφανιστούν ταλαντώσεις είναι η προσθήκη ενός συντελεστή (momentum term) στον όρο δ της (2-25) και (2-37) [1986a, D.E. Rumelhart], [2002, X. Yu], [2018, T.N. Kapetanakis].

Συνοψίζοντας ο αλγόριθμος οπισθοδιάδοσης χωρίζεται σε τρεις φάσεις: α) *την εμπροσθόδρομη*: όπου υπολογίζονται οι έξοδοι των νευρώνων εξαιτίας της εφαρμογής του προτύπου εισόδου στο στρώμα εισόδου, β) *την οπισθόδρομη*: όπου υπολογίζονται οι όροι σφάλματος δ των νευρώνων στο στρώμα εξόδου και στο κρυφό στρώμα, και γ) *την φάση προσαρμογής των βαρών* όπου οι έξοδοι του δικτυώματος προσαρμόζονται όσο το δυνατόν πιο κοντά στον στόχο t_q [2001, C. Christodoulou]. Εναλλακτικά για την εφαρμογή του αλγορίθμου μπορεί να χρησιμοποιηθεί η απεικόνιση του με ένα διάγραμμα ροής της μορφής του σχήματος 2-8.

2.4.2.1 Διάγραμμα ροής αλγορίθμου οπισθοδιάδοσης



Σχήμα 2-8: Διάγραμμα ροής αλγορίθμου οπισθοδιάδοσης

1. Αρχικοποίηση των βαρών w του δικτυώματος με τυχαίες τιμές στο διάστημα $[-1,1]$ και αρχικοποίηση του δείκτη p με $p=1$,
2. Εισαγωγή του προτύπου εκπαίδευσης $x(p)$,
3. Υπολογισμός των εξόδων των νευρώνων του κρυφού και του στρώματος εξόδου σύμφωνα με τις:

$$Y_j^1(p) = \Psi'(n_j^1(p)) = \Psi' \left[\sum_{k=0}^K w_{jk}^1 x_k(p) \right] \text{ για } 1 \leq j \leq J \quad (2-38)$$

$$Y_i^2(p) = \Psi'(n_i^2(p)) = \Psi' \left[\sum_{j=0}^J w_{ij}^2 Y_j^1(p) \right] \text{ για } 1 \leq i \leq I \quad (2-39)$$

4. Έλεγχος για ποια τιμή του i στο διάστημα $1 \leq i \leq I$ ισχύει η ισότητα $Y_i^1(p) = t_i(p)$:

α) Αν $Y_i^1(p) = t_i(p)$ για $1 \leq i \leq I$ τότε πηγαίνει στο 7,

β) $Y_i^1(p) \neq t_i(p)$ για κάποια τιμή του i στο $1 \leq i \leq I$ προχωρά στο 5.

5. Υπολογισμός των όρων σφάλματος δ των νευρώνων του στρώματος εξόδου και του κρυφού, μεταβαίνοντας από το στρώμα εξόδου προς το στρώμα εισόδου.

$$\delta_i^2(p) = \Psi' \left[\sum_{j=0}^J w_{ij}^2 Y_j^1(p) \right] \cdot [t_i^2(p) - Y_i^2(p)] \text{ για } 1 \leq i \leq I \quad (2-40)$$

$$\delta_j^1(p) = \Psi' \left[\sum_{k=0}^K w_{jk}^1 x_k(p) \right] \cdot \sum_{i=1}^I w_{ij}^2 \delta_i^2(p) \text{ για } 1 \leq j \leq J \quad (2-41)$$

6. Υπολογισμός της μεταβολής των βαρών σύμφωνα με τις:

$$\Delta w_{ij}^2 = \lambda \delta_i^2(p) Y_j^1(p) \text{ για } 1 \leq i \leq I, 0 \leq j \leq J \quad (2-42)$$

$$\Delta w_{jk}^1 = \lambda \delta_j^1(p) x_k(p) \text{ για } 1 \leq j \leq J, 0 \leq k \leq K \quad (2-43)$$

7. α) Αν $p \neq N$ πηγαίνει στο 2 και εφαρμόσε το επόμενο πρότυπο (όπου N το πλήθος των προτύπων),

β) Αν $p = N$ και το κριτήριο σύγκλισης ικανοποιείται η εκμάθηση ολοκληρώθηκε, σε διαφορετική περίπτωση αν δεν ικανοποιήθηκε το κριτήριο σύγκλισης πηγαίνει στο 2 και εφαρμόσε το πρότυπο $p = 1$.

Σαν κριτήριο σύγκλισης του αλγορίθμου συνηθίζεται να χρησιμοποιείται ένα μέτρο σφάλματος όπως για παράδειγμα το μέσο τετραγωνικό σφάλμα να είναι μικρότερο μια προκαθορισμένης τιμής κατωφλίου T . [2001, C. Christodoulou].

2.5 Αλγόριθμος Levenberg-Marquardt

Ο αλγόριθμος Levenberg-Marquardt είναι παραλλαγή της μεθόδου Gauss-Newton για την ελαχιστοποίηση συναρτήσεων όπου αποτελούνται από αθροίσματα άλλων μη-γραμμικών συναρτήσεων (2-44) [1944, K. Levenberg], [1963, D. Marquardt], [2002, X. Yu].

$$f(x) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m [f_i(x)]^2 \quad (2-44)$$

Στόχος του αλγορίθμου είναι η ελαχιστοποίηση της συνάρτησης σφάλματος $f(x)$ δηλαδή να βρεθεί εκείνη η τιμή του x που ελαχιστοποιεί την $f(x)$. Είναι εμφανές ότι καθίσταται εφαρμόσιμη για την εκπαίδευση νευρωνικών δικτύων όπου το μέτρο σφάλματος είναι το μέσο τετραγωνικό όπως για παράδειγμα στην (2-16) [1994, M.T. Hagan], [2002, X. Υυ].

Ορίζοντας σαν συνάρτηση σφάλματος το τετραγωνικό σφάλμα όπως στην (2-45)

$$F(\mathbf{x}, \mathbf{w}) = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^P \sum_{m=1}^M [\mathbf{t}_{p,m} - \mathbf{o}_{p,m}]^2 = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^P \sum_{m=1}^M [\mathbf{e}_{p,m}]^2$$

με

\mathbf{x} : το διάνυσμα εισόδου,

\mathbf{w} : το διάνυσμα των βαρών

p : δείκτης των προτύπων, $p = [1, 2, \dots, P]$

m : δείκτης των εξόδων,

(2-45)

M : το πλήθος των εξόδων

$\mathbf{t}_{p,m}$: το διάνυσμα στόχος (επιθυμητή) του προτύπου p της εξόδου m ,

$\mathbf{o}_{p,m}$: το διάνυσμα εξόδου του δικτυώματος (πραγματική) του προτύπου p της εξόδου m ,

$\mathbf{e}_{p,m}$: το σφάλμα στην έξοδο m που οφείλεται όταν εφαρμοσθεί στην είσοδο το πρότυπο p

και εφαρμόζοντας την μέθοδο Gauss-Newton [1987, R. Fletcher], [1994, M.T. Hagan] η ενημέρωση των βαρών του δικτυώματος πραγματοποιείται σύμφωνα με την:

$$\mathbf{w}_{\ell+1} = \mathbf{w}_{\ell} - (\mathbf{J}_{\ell}^T \mathbf{J}_{\ell}) \mathbf{J}_{\ell} \mathbf{e}_{\ell}$$

με

ℓ : ο δείκτης των επαναλήψεων,

\mathbf{J} : ο Ιακωβιανός πίνακας,

\mathbf{e} : το διάνυσμα του σφάλματος.

(2-46)

Ο Ιακωβιανός και το διάνυσμα σφάλματος της (2-46) αναλυτικότερα σε μορφή πίνακα είναι όπως στην (2-47).

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{e}_{1,1}}{\partial \mathbf{w}_1} & \frac{\partial \mathbf{e}_{1,1}}{\partial \mathbf{w}_2} & \dots & \frac{\partial \mathbf{e}_{1,1}}{\partial \mathbf{w}_N} \\ \frac{\partial \mathbf{e}_{1,2}}{\partial \mathbf{w}_1} & \frac{\partial \mathbf{e}_{1,2}}{\partial \mathbf{w}_2} & \dots & \frac{\partial \mathbf{e}_{1,2}}{\partial \mathbf{w}_N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial \mathbf{e}_{1,M}}{\partial \mathbf{w}_1} & \frac{\partial \mathbf{e}_{1,M}}{\partial \mathbf{w}_2} & \dots & \frac{\partial \mathbf{e}_{1,M}}{\partial \mathbf{w}_N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial \mathbf{e}_{p,1}}{\partial \mathbf{w}_1} & \frac{\partial \mathbf{e}_{p,1}}{\partial \mathbf{w}_2} & \dots & \frac{\partial \mathbf{e}_{p,1}}{\partial \mathbf{w}_N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial \mathbf{e}_{P,M}}{\partial \mathbf{w}_1} & \frac{\partial \mathbf{e}_{P,M}}{\partial \mathbf{w}_2} & \dots & \frac{\partial \mathbf{e}_{P,M}}{\partial \mathbf{w}_N} \end{bmatrix} \text{ και } \mathbf{e} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{1,1} \\ \mathbf{e}_{1,2} \\ \dots \\ \mathbf{e}_{1,M} \\ \dots \\ \mathbf{e}_{p,1} \\ \dots \\ \mathbf{e}_{P,M} \end{bmatrix} \quad (2-47)$$

Τόσο μεμονωμένα η μέθοδος Newton όσο και η Gauss, αλλά ακόμα και ο συνδυασμός τους Gauss-Newton υποθέτουν ότι ο Εσσιανός πίνακας $\mathbf{H} = \mathbf{J}_\ell^T \mathbf{J}_\ell$ είναι αντιστρέψιμος. Ο αλγόριθμος Levenberg-Marquardt εισάγει μια νέα προσεγγιστική τεχνική εξασφαλίζοντας ότι ο Εσσιανός πίνακας πάντα θα είναι αντιστρέψιμος [1944, K. Levenberg], [1963, D. Marquardt], [2014, M.T. Hagan].

$$\mathbf{H} \approx \mathbf{J}_\ell^T \mathbf{J}_\ell + \gamma \mathbf{I}$$

με (2-48)

γ : συντελεστής $\gamma > 0$ πάντα θετικός και καλείται συνδυαστικός συντελεστής

\mathbf{I} : ο ταυτοτικός πίνακας.

Από την (2-48) παρατηρείται ότι τα στοιχεία της κύριας διαγωνίου του Εσσιανού πίνακα θα είναι πάντα μεγαλύτερα από το μηδέν, κατά συνέπεια μ' αυτό τον τρόπο είναι εμφανές ότι εξασφαλίζεται η αντιστρεψιμότητα του \mathbf{H} [1994, M.T. Hagan], [1944, K. Levenberg], [1963, D. Marquardt]. Με τα βάρη του δικτύωματος να ενημερώνονται σύμφωνα με την (2-49):

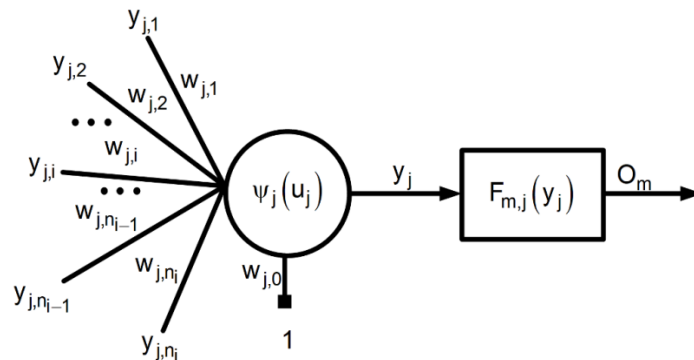
$$\mathbf{w}_{k+1} = \mathbf{w}_k - \left(\mathbf{J}_k^T \mathbf{J}_k + \gamma \mathbf{I} \right)^{-1} \mathbf{J}_k \mathbf{e}_k \quad (2-49)$$

Παρατηρώντας την (2-49) όταν ο συνδυαστικός συντελεστής γ είναι μικρός $\gamma \approx 0$ αυτή προσεγγίζει την (2-46) και τον Gauss-Newton αλγόριθμο. Ενώ όταν ο συνδυαστικός συντελεστής είναι αρκετά μεγάλος προσεγγίζει τον αλγόριθμο μείωσης της κλίσης με τον ρυθμό εκμάθησης λ (2-17) και (2-25) να ισούται με $\lambda = 1/\mu$ [2014, M.T. Hagan], [1987 R. Fletcher].

2.5.1 Εφαρμογή του αλγορίθμου Levenberg-Marquardt για την εκπαίδευση νευρωνικών δικτύων πρόσω-τροφοδότησης.

Σύμφωνα με τα παραπάνω είναι εφικτή η εφαρμογή του αλγορίθμου Levenberg-Marquardt (LM) σε νευρωνικά δίκτυα πρόσω-τροφοδότησης. Η εφαρμογή του LM μπορεί να χωριστεί σε δύο μέρη με το πρώτο να αποτελεί τον υπολογισμό του Ιακωβιανού πίνακα (2-47), [2010, B. M.

Wilamowski], [2014, M.T. Hagan] και το δεύτερο να αποτελεί την διαδικασία εκπαίδευσης του δικτυώματος με το αντίστοιχο διάγραμμα ροής (βλέπε σχήμα 2-11).



Σχήμα 2-9: Σύνδεση νευρώνα j με το υπόλοιπο δικτύωμα. Οι κόμβοι $y_{j,i}$ αναπαριστούν είτε τις εισόδους του δικτυώματος είτε τις εξόδους των άλλων νευρώνων.

Ακολουθώντας το κλασικό μοντέλο, έστω νευρώνας j με n_j εισόδους, και σταθμισμένη έξοδο y_j όπως στο σχήμα 2-9. Η έξοδος του αθροιστή y_j θα είναι $y_j = \psi_j(u_j)$ με ψ_j η συνάρτηση ενεργοποίησης, και u_j η σταθμισμένη είσοδος του νευρώνα j αντίστοιχα.

$$u_j = \sum_{i=1}^{n_j} w_{j,i} y_{j,i} + w_{j,0}$$

με (2-50)

$y_{j,i}$: η i -στή εισόδος του νευρώνα j ,

$w_{j,0}$: πόλωση του νευρώνα j .

Η παράγωγος της σταθμισμένης εισόδου του νευρώνα j δίνεται από την (2-51) και η κλίση s_j της συνάρτησης ενεργοποίησης από την (2-52).

$$\frac{\partial u_j}{\partial w_{j,i}} = y_{j,i}$$

με (2-51)

$y_{j,i}$: η i -στή εισόδος του νευρώνα j ,

$w_{j,i}$: το βάρος της i -στής εισόδου του νευρώνα j .

$$s_j = \frac{\partial y_j}{\partial u_j} = \frac{\partial \psi_j(u_j)}{\partial u_j}$$

με (2-52)

y_j : έξοδος του αθροιστή του νευρώνα j ,

ψ_j : η συνάρτηση ενεργοποίησης του νευρώνα j ,

u_j : η σταθμισμένη είσοδος του νευρώνα j .

Ενώ μεταξύ της εξόδου του αθροιστή y_j του κρυφού νευρώνα j και την έξοδο του δικτυώματος O_m ισχύει η σύνθετη μη γραμμική σχέση (2-53) με.

$$o_m = F_{m,j}(y_j)$$

με

O_m : η m -οστή έξοδος του δικτυώματος, (2-53)

$F_{m,j}$: η σύνθετη μη-γραμμική συνάρτηση της m -οστής εξόδου του δικτυώματος, του νευρώνα j .

Η πολυπλοκότητα της συνάρτησης $F_{m,j}$ εξαρτάται από το πλήθος των νευρώνων μεταξύ του νευρώνα j και της εξόδου m . Αν ο νευρώνας j βρίσκεται στην έξοδο m τότε η έξοδος του δικτυώματος θα είναι ίση με $o_m = y_j$ και η παράγωγος της συνάρτησης $F_{m,j}$ θα είναι ίση με την μονάδα [1987 R. Fletcher], [2014, M.T. Hagan].

Τα στοιχεία του Ιακωβιανού πίνακα της (1-48) υπολογίζονται σύμφωνα με:

$$\frac{\partial e_{p,m}}{\partial w_{j,i}} = \frac{\partial (t_{p,m} - o_{p,m})}{\partial w_{j,i}} = -\frac{o_{p,m}}{\partial w_{j,i}} = -\frac{\partial o_{p,m}}{\partial y_j} \frac{\partial y_j}{\partial u_j} \frac{\partial u_j}{\partial w_{j,i}}$$

με

$e_{p,m}$: το σφάλμα στην έξοδο m που οφείλεται όταν εφαρμοσθεί στην είσοδο το πρότυπο p , (2-54)

$t_{m,j}$: το διάνυσμα στόχος (επιθυμητή) του προτύπου p της εξόδου m ,

p : δείκτης των προτύπων $p=[1,2,\dots,P]$,

m : δείκτης των εξόδων,

$w_{j,i}$: το βάρος της i εισόδου του νευρώνα j ,

u_j : η σταθμισμένη είσοδος του νευρώνα j .

Επομένως συνδυάζοντας τις σχέσεις (2-50) έως (2-53) και αντικαθιστώντας στην (2-54) προκύπτει η παράγωγος της συνάρτησης σφάλματος ως προς το βάρος $w_{j,i}$ όπως στην (2-55).

$$\frac{\partial e_{p,m}}{\partial w_{j,i}} = -F'_{m,j} s_j y_{j,i} \quad (2-55)$$

με

$F'_{m,j}$: η παράγωγος της σύνθετης μη-γραμμικής συνάρτησης $F_{m,j}$ της m -οστής εξόδου του δικτυώματος, του νευρώνα j .

Οι όροι σφάλματος δ εισάγονται όπως και στον αλγόριθμο οπισθοδιάδοσης της προηγούμενης παραγράφου με την μόνη διαφορά ότι στην περίπτωση του αλγορίθμου LM υπολογίζονται για κάθε νευρώνα j και κάθε έξοδο m , j ξεχωριστά όπως φαίνεται και από την (2-56) [1994, M.T. Hagan].

$$\delta_{m,j} = -F'_{m,j} s_j$$

με

$F'_{m,j}$: η παράγωγος της σύνθετης μη-γραμμικής συνάρτησης $F_{m,j}$ της m -οστής εξόδου του δικτυώματος, του νευρώνα j , (2-56)

s_j : η κλίση της συνάρτησης ενεργοποίησης ψ_j .

Ενώ για τον νευρώνα $j = m$ όρος σφάλματος $\delta_{m,j} = s_m$. Αντικαθιστώντας την (2-56) στην (2-55) προκύπτει η σχέση που θα υπολογίσει τα στοιχεία του Ιακωβιανού πίνακα της (2-47).

$$\frac{\partial e_{p,m}}{\partial W_{j,i}} = -\delta_{m,j} y_{j,i}$$

με

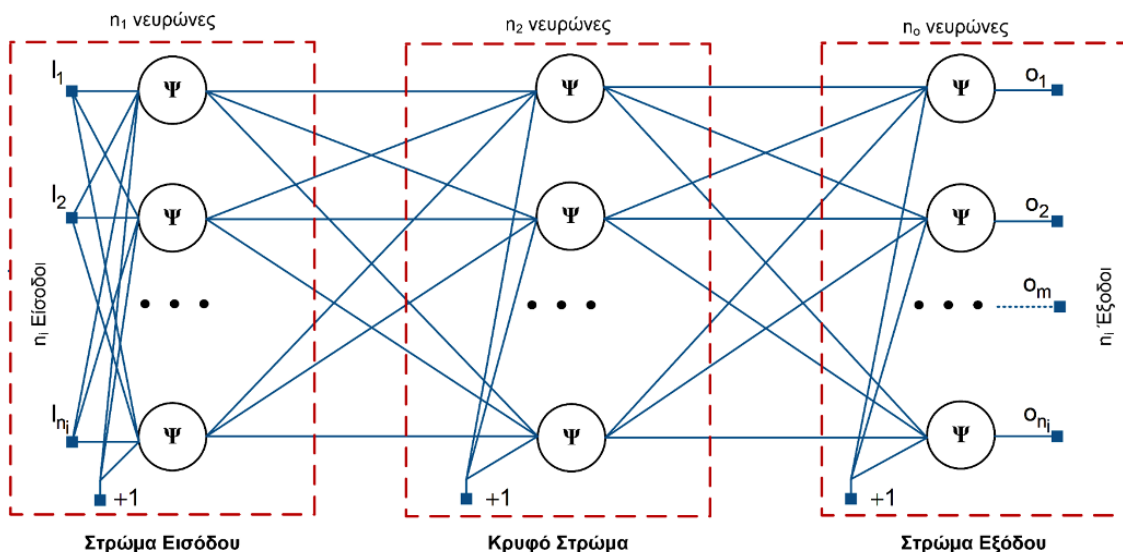
(2-57)

$\delta_{m,j}$: όρος σφάλματος της m -οστής εξόδου του δικτυώματος, του νευρώνα j ,

$y_{j,i}$: η i -οστή είσοδος του νευρώνα j .

Η $y_{j,i}$ της εξίσωσης (2-57) υπολογίζεται κατά την εμπρόσθια διάδοση από την είσοδο προς την έξοδο ενώ οι όροι σφάλματος $\delta_{m,j}$ κατά την οπισθόδρομη διάδοση από τους νευρώνες του στρώματος εξόδου προς του νευρώνες του στρώματος εισόδου [2014, M.T. Hagan].

Μέχρι τώρα πραγματοποιήθηκε η εφαρμογή του αλγορίθμου για ένα νευρώνα σε οποιοδήποτε στρώμα του δικτυώματος. Για να γίνει ξεκάθαρη η διαδικασία της εμπροσθόδρομης και οπισθόδρομης διάδοσης έστω νευρωνικό δίκτυο πολλαπλών στρωμάτων τύπου perceptron αποτελούμενο από τρία στρώματα το στρώμα εισόδου το στρώμα εξόδου και ένα κρυφό στρώμα όπως αυτό του σχήματος 2-10. Για ένα συγκεκριμένο πρότυπο εισόδου τόσο κατά την εμπροσθόδρομη όσο και την οπισθόδρομη διάδοση ακολουθούνται τα στάδια των παρακάτω υπολογισμών [1987, R. Fletcher], [2001, C. Christodoulou].



Σχήμα 2-10: Εφαρμογή του αλγορίθμου Levenberg-Marquardt σε νευρωνικό δίκτυο πολλαπλών στρωμάτων τύπου perceptron. Αποτελούμενο από n_i εισόδους I_{n_i} , n_0 εξόδους o_{n_i} και n_1, n_2, n_0 νευρώνες στο στρώμα εξόδου, κρυφού και εισόδου αντίστοιχα.

{A}. Υπολογισμός των σταθμισμένων τιμών, των κλίσεων και των εξόδων για όλους του νευρώνες του στρώματος εισόδου:

$$u_j^1 = \sum_{i=1}^{n_i} w_{j,i}^1 I_i + w_{j,0}^1 \quad (2-58)$$

με

I_i : οι είσοδοι του δικτυώματος,

$$y_j^1 = \psi_j^1(u_j^1) \quad (2-59)$$

$$s_j^1 = \frac{\partial \psi_j^1}{\partial u_j^1} \quad (2-60)$$

{B}. Οι εξοδοι του στρώματος εισόδου θα χρησιμοποιηθούν σαν εισοδοι όλων των νευρώνων του κρυφού στρώματος. Έτσι υπολογίζονται οι σταθμισμένες τιμές, οι κλίσεις και οι εξοδοι για όλους του νευρώνες του κρυφού στρώματος.

$$u_j^2 = \sum_{i=1}^{n_1} w_{j,i}^2 y_i^1 + w_{j,0}^2 \quad (2-61)$$

$$y_j^2 = \psi_j^2(u_j^2) \quad (2-62)$$

$$s_j^2 = \frac{\partial \psi_j^2}{\partial u_j^2} \quad (2-63)$$

{Γ}. Οι εξοδοι του κρυφού στρώματος θα χρησιμοποιηθούν σαν εισοδοι όλων των νευρώνων του στρώματος εξόδου. Έτσι υπολογίζονται οι σταθμισμένες τιμές, οι κλίσεις και οι εξοδοι για όλους του νευρώνες του στρώματος εξόδου.

$$u_j^3 = \sum_{i=1}^{n_2} w_{j,i}^3 y_i^2 + w_{j,0}^3 \quad (2-64)$$

$$o_j = \psi_j^3(u_j^3) \quad (2-65)$$

$$s_j^3 = \frac{\partial \psi_j^3}{\partial u_j^3} \quad (2-66)$$

Από τα {Α}-{Γ} κατά την εμπροσθόδρομη διάδοση συμπληρώνονται πλήρως για όλους τους νευρώνες οι πίνακες των κλίσεων και των εξόδων των κόμβων \mathcal{S} και \mathcal{Y} αντίστοιχα.

Από τους υπολογισμούς και τα αποτελέσματα της εμπροσθόδρομης διάδοσης, η οπισθόδρομη διάδοση για την j έξοδο πραγματοποιείται όπως παρακάτω.
{Δ}. Υπολογίζονται τα σφάλματα και ο αρχικός όρος σφάλματος της εξόδου j

$$e_j = t_j - o_j$$

με

$$t_j: \text{η τιμή στόχος της εξόδου } j, \quad (2-67)$$

o_j : η εκτιμώμενη τιμή της j εξόδου όπως υπολογίστηκε κατά την εμπροσθόδρομη διάδοση,

$$\delta_{j,j}^3 = s_j^3$$

με

$$\delta_{j,j}^3: \text{ο όρος σφάλματος του ίδιου νευρώνα } j \text{ κατά την οπισθόδρομη διάδοση,} \quad (2-68)$$

s_j^3 : η κλίση της συνάρτησης ενεργοποίησης ψ_j του στρώματος εξόδου

$$\delta_{j,k}^3 = 0$$

με

$\delta_{j,k}^3$: ο όρος σφάλματος από άλλους νευρώνες του ίδιου στρώματος (εξόδου) κατά την οπισθόδρομη διάδοση.

{Ε}. Οπισθοδιαδίδοντας τον όρο σφάλματος δ από τις εισόδους του στρώματος εξόδου προς τις εξόδους του κρυφού στρώματος προκύπτει ότι:

$$\delta_{j,k}^2 = w_{j,k}^3 \delta_{j,j}^3 \quad (2-70)$$

με

k : ο δείκτης των νευρώνων του κρυφού στρώματος $1, \dots, n_2$.

{ΣΤ}. Οπισθοδιαδίδοντας τον όρο σφάλματος δ από τις εξόδους του κρυφού στρώματος προς τις εισόδους του κρυφού στρώματος προκύπτει ότι:

$$\delta_{j,k}^3 = \delta_{j,k}^2 s_k^2 \quad (2-71)$$

{Z}. Οπισθοδιαδίδοντας τον όρο σφάλματος δ από τις εισόδους του κρυφού στρώματος προς τις εξόδους του στρώματος εισόδου προκύπτει ότι:

$$\delta_{j,k}^1 = \sum_{i=1}^{n_2} w_{j,i}^2 \delta_{j,i}^2 \quad (2-72)$$

με

k : ο δείκτης των νευρώνων του στρώματος εισόδου $1, \dots, n_1$.

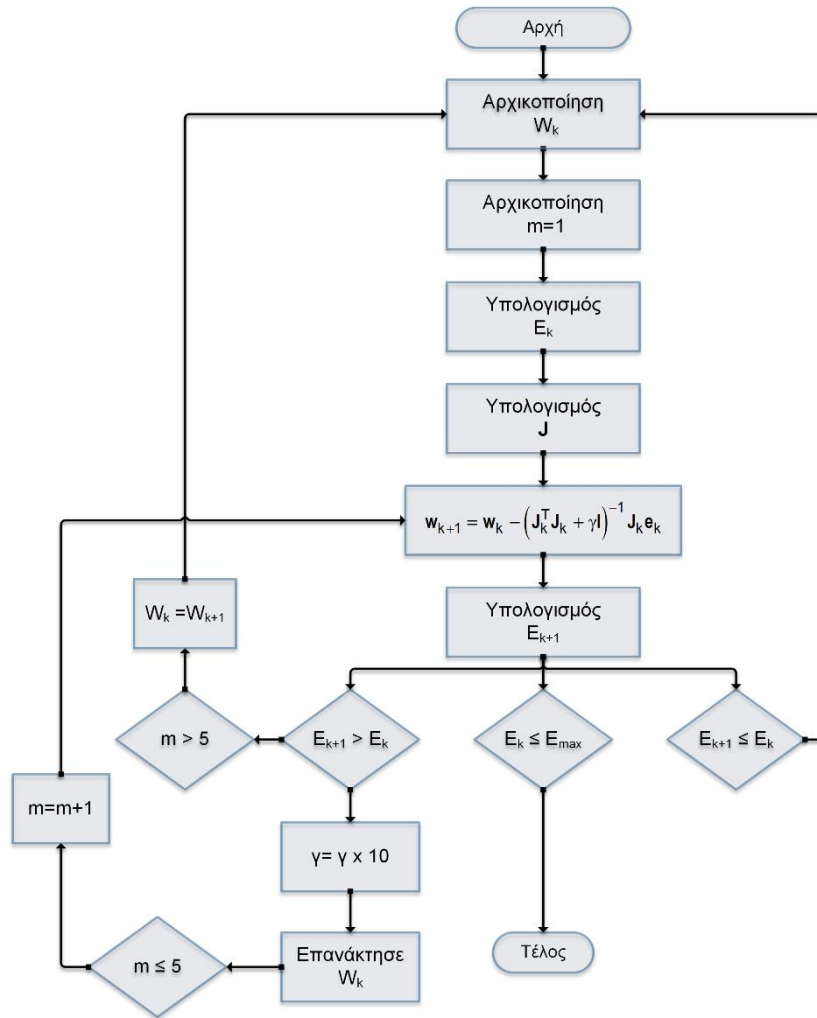
{H}. Οπισθοδιαδίδοντας τον όρο σφάλματος δ από τις εξόδους του στρώματος εισόδου προς τις εισόδους του στρώματος εισόδου προκύπτει ότι:

$$\delta_{j,k}^1 = \delta_{j,k}^1 s_k^1 \quad (2-73)$$

με

k : ο δείκτης των νευρώνων του στρώματος εισόδου $1, \dots, n_1$.

Κατά την εμπροσθόδρομη {A}-{Γ} και οπισθόδρομη διάδοση {Δ}-{H} υπολογίζονται οι πίνακες των όρων σφάλματος δ , γ , και στην συνέχεια χρησιμοποιώντας την (2-57) συμπληρώνεται ο Ιακωβιανός πίνακας. Κατά την διαδικασία εκμάθησης, αν το σφάλμα μειωθεί, πράγμα που σημαίνει ότι είναι μικρότερο από το τελευταίο σφάλμα, τότε η τετραγωνική προσέγγιση της συνάρτησης του συνολικού σφάλματος ικανοποιείται. Κατά συνέπεια ο συνδυαστικός συντελεστής γ μπορεί να μειωθεί μειώνοντας έτσι την επίδραση της μεθόδου μείωσης της κλίσης και επιταχύνοντας την διαδικασία σύγκλισης [1994, M.T. Hagan]. Από την άλλη, αν το σφάλμα αυξηθεί, σημαίνει ότι πρέπει να συνεχιστεί η μέθοδος μείωση της κλίσης για την αναζήτηση της κατάλληλης τιμής στόχο της τετραγωνικής συνάρτησης σφάλματος οπότε ο συνδυαστικός συντελεστής αυξάνεται [2010, B. M. Wilamowski], [2014, M.T. Hagan].



Σχήμα 2-11: Διάγραμμα ροής αλγορίθμου Levenberg-Marquardt.

Συνοψίζοντας, εναλλακτικά για την εφαρμογή του αλγορίθμου μπορεί να χρησιμοποιηθεί η απεικόνιση του με ένα διάγραμμα ροής της μορφής του σχήματος 2-11 σύμφωνα με το οποίο πραγματοποιείται η:

1. Αρχικοποίηση των βαρών με τυχαίες τιμές και $m=1$,
2. Υπολογισμός του συνολικού τετραγωνικού σφάλματος E_k ,
3. Υπολογισμός του Ιακωβιανού πίνακα J της (2-57),
4. Ενημέρωση των βαρών σύμφωνα με την (2-49),
5. Με τα νέα βάρη υπολογισμός του συνολικού σφάλματος E_{k+1} ,
6. Αν το τρέχον σφάλμα αυξήθηκε εξαιτίας των νέων βαρών ανακαλείται η ενημέρωση τους και αυξάνεται ο συνδυαστικός συντελεστής γ κατά β -φορές. Στην συνέχεια πραγματοποιείται μετάβαση στο 4 και γίνεται προσπάθεια για νέα ενημέρωση των βαρών,
7. Αν το συνολικό σφάλμα E_{k+1} μειώθηκε εξαιτίας της ενημέρωσης των βαρών τότε κρατούνται τα βάρη σαν τρέχοντα και μειώνεται ο συνδυαστικός συντελεστής γ κατά β -φορές,

8. Μετάβαση στο 4 μέχρι το τρέχον σφάλμα να είναι μικρότερο της προκαθορισμένης τιμής.

Ο Levenberg-Marquardt αλγόριθμος απαιτεί μεγαλύτερο αποθηκευτικό χώρο στη μνήμη RAM. Κατά την διαδικασία της εκμάθησης θα πρέπει να αποθηκεύεται ο Ιακωβιανός J πίνακας διαστάσεων $N \times N$ σε αντίθεση με τον κλασικό αλγόριθμο οπισθοδιάδοσης όπου αποθηκεύεται μόνο ένα διάνυσμα N γραμμών με τις κλίσεις. Όταν ο αριθμός των παραμέτρων (βαρών και πολώσεων) είναι εξαιρετικά μεγάλος (μερικές χιλιάδες) η εφαρμοσιμότητα του εξαρτάται καθαρά από την διαθέσιμη μνήμη του ηλεκτρονικού υπολογιστή [2014, M.T. Hagan]. Ο B. Wilamowski στην [2010, B. M. Wilamowski] αντιμετωπίζει το πρόβλημα βελτιστοποιώντας τον αλγόριθμο επεμβαίνοντας στην τεχνική υπολογισμού του Ιακωβιανού πίνακα. Εξετάζοντας διάφορους συνδυασμούς πράξεων πινάκων, κατάφερε να μην αποθηκεύει ολόκληρο τον πίνακα αλλά μέρος αυτού. Αποθηκεύοντας όχι ολόκληρο τον πίνακα αλλά μόνο τις τρέχουσες γραμμές και στήλες κατέληξε σε μονοδιάστατους πίνακες. Οι πειραματισμοί που πραγματοποιήθηκαν με τον βελτιστοποιημένο αλγόριθμο είχαν ως αποτέλεσμα την επίτευξη όχι μόνο μείωσης της μνήμης αλλά και του χρόνου σύγκλισης, ενώ σε κάποιες περιπτώσεις επετεύχθη και μικρότερο σφάλμα.

2.6 Νευρωνικά Δίκτυα Ακτινικών Συναρτήσεων Βάσης

Τα νευρωνικά δίκτυα ακτινικών συναρτήσεων βάσης (RBF-NN) έχουν ομοιότητες με αυτά πολλαπλών στρωμάτων τύπου perceptron αλλά και αρκετές διαφορές που συνοψίζονται στον Πίνακα 2-1. Αποτελούνται από τρία στρώματα νευρώνων το στρώμα εισόδου που εφαρμόζονται οι εισόδοι, το στρώμα εξόδου που παράγονται οι έξοδοι και ένα κρυφό στρώμα όπου οι συναρτήσεις ακτινικής βάσης εφαρμόζονται στα δεδομένα των εισόδων [M.J.D Powell, 1987]. Όπως και στα νευρωνικά δίκτυα πολλαπλών στρωμάτων τύπου perceptron, έτσι και στα νευρωνικά δίκτυα ακτινικών συναρτήσεων βάσης έχει αποδειχθεί ότι μπορούν να προσεγγίσουν με αυθαίρετο σφάλμα οποιαδήποτε συνάρτηση αρκεί να έχουν ικανοποιητικό αριθμό νευρώνων στο κρυφό στρώμα [1991, J. Park]. Επιπλέον, αποδεικνύεται ότι νευρωνικά δίκτυα με Γκαουσιανή συνάρτηση ενεργοποίησης όπως αυτά ακτινικών συναρτήσεων βάσης μπορούν να προσεγγίσουν οποιαδήποτε συνάρτηση με αυθαίρετη ακρίβεια. Αρκεί η τυπική απόκλιση να αντιμετωπιστεί και αυτή σαν παράμετρο υπό προσαρμογή του δικτύου όπως και τα βάρη του [1990, E. J. Hartman].

Πίνακας 2-1: Διαφορές μεταξύ των νευρωνικών δικτύων RBF και MLP.

Ακτινικής Συνάρτησης Βάσης	Πολλαπλών Στρωμάτων Perceptron
Ένα κρυφό στρώμα.	Πολλαπλά κρυφά στρώματα.
Διαφορετικό μοντέλο νευρώνα στο κρυφό επίπεδο από το στρώμα εξόδου.	Όλα τα στρώματα έχουν τον ίδιο τύπο νευρώνων.
Η συνάρτηση ενεργοποίησης του κρυφού στρώματος υπολογίζει την Ευκλείδεια απόσταση μεταξύ του διανύσματος εισόδου και του κέντρου του ίδιου νευρώνα.	Η συνάρτηση ενεργοποίησης υπολογίζει το γινόμενο του διανύσματος εισόδου και του βάρους του ίδιου νευρώνα.

Ο αλγόριθμος εκπαίδευσης θα πρέπει να υπολογίσει και τα κέντρα και τα βάρη. Ο αλγόριθμος εκπαίδευσης θα πρέπει να υπολογίσει μόνο τα βάρη.
 Το κρυφό στρώμα είναι μη γραμμικό σε αντίθεση με το στρώμα εξόδου. Όλα τα στρώματα είναι μη γραμμικά.

Η μορφή των συναρτήσεων ενεργοποίησης στα δίκτυα ακτινικών συναρτήσεων βάσης διαφέρει από την σιγμοειδή μορφή που έχουν συνήθως τα νευρωνικά δίκτυα πολλαπλών στρωμάτων τύπου perceptron στο κρυφό στρώμα. Σαν ακτινική συνάρτηση βάσης ορίζεται η $\varphi(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}$ της οποίας η τιμή εξαρτάται μόνο από την απόσταση από την αρχή των αξόνων (origin) έτσι ώστε $\varphi(\mathbf{x}) = \varphi(\|\mathbf{x}\|)$, ή από την απόσταση από κάποιο άλλο σημείο \mathbf{c} έτσι ώστε $\varphi(\mathbf{x}, \mathbf{c}) = \varphi(\|\mathbf{x} - \mathbf{c}\|)$ όπου με τον τελεστή $\|\cdot\|$ δηλώνεται η Ευκλείδεια απόσταση. Γενικεύοντας οποιαδήποτε συνάρτηση φ που ικανοποιεί την ιδιότητα $\varphi(\mathbf{x}) = \varphi(\|\mathbf{x}\|)$ καλείται ακτινική συνάρτηση [2003, M. D. Buhmann]. Λαμβάνοντας υπόψη τον παραπάνω ορισμό και το θεώρημα Micchelli υπάρχουν αρκετές συναρτήσεις που μπορούν να χρησιμοποιηθούν. Συνήθως χρησιμοποιείται συνάρτηση Γκαουσιανής μορφής (2-74) διότι έχει την ιδιότητα να τείνει στο μηδέν καθώς πραγματοποιείται μετακίνηση από το κέντρο της είτε προς την μία είτε προς την άλλη κατεύθυνση (localized function) όπως φαίνεται και στο σχήμα 2-17 [2009, S. Haykin], [2003, M. D. Buhmann].

$$\varphi(r) = \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) \text{ για } \sigma > 0, r \in \mathbb{R} \quad (2-74)$$

με $r = \|\mathbf{x} - \mathbf{c}\|$.

Έστω το νευρωνικό δίκτυο ακτινικών συναρτήσεων βάσης τριών στρωμάτων του σχήματος 2-12 με το στρώμα εισόδου να αποτελείται από m_0 κόμβους και την διάσταση του διανύσματος εισόδου \mathbf{x} να είναι και αυτή m_0 . Το κρυφό στρώμα το οποίο αποτελείται και αυτό από τον ίδιο αριθμό νευρώνων με τα δεδομένα εκμάθησης έστω N με κάθε νευρώνα να εκφράζεται σύμφωνα με την συνάρτηση ακτινικής βάσης:

$$\varphi_j(\mathbf{x}) = \varphi(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j\|), \text{ για } j = 1, 2, \dots, N \quad (2-75)$$

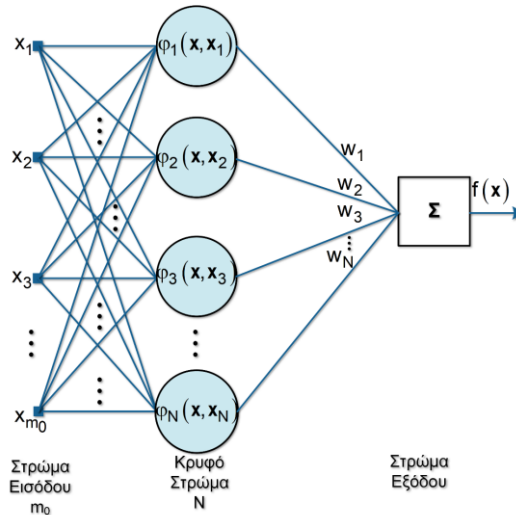
Ερμηνεύοντας την (2-75) η j -στή τιμή εισόδου x_j καθορίζει το κέντρο της ακτινικής συνάρτησης και το διάνυσμα \mathbf{x} είναι το πρότυπο που εφαρμόζεται στο στρώμα εισόδου. Έτσι σε αντίθεση με τα MLPs οι συνδέσεις από το στρώμα εισόδου στο κρυφό στρώμα γίνονται απευθείας χωρίς την παρουσία βαρών. Το στρώμα εξόδου του σχήματος 2-12 αποτελείται από ένα μόνο νευρώνα χωρίς όμως να υπάρχει κάποιος περιορισμός ως προς το μέγεθος του αρκεί αυτό να είναι πολύ μικρότερο του κρυφού στρώματος. Θεωρώντας σαν ακτινική συνάρτηση την Γκαουσιανή (2-74) κάθε νευρώνας στο κρυφό στρώμα θα περιγράφεται σύμφωνα με την (2-76) [2001 C. Christodoulou], [2009, S. Haykin].

$$\varphi_j(\mathbf{x}) = \varphi(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j\|) = \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_j}\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j\|^2\right), \text{ για } j = 1, 2, \dots, N \quad (2-76)$$

με

σ_j : το πλάτος της j -στης γκαουσιανής συνάρτησης με κέντρο x_j

Κάποιες φορές ενδέχεται, να δίνεται σ' όλες τις Γκαουσιανές συναρτήσεις του κρυφού στρώματος το ίδιο πλάτος σ . Στην περίπτωση αυτή η παράμετρος που διαχωρίζει τον ένα κρυφό νευρώνα από τον άλλο είναι το κέντρο x_j .



Σχήμα 2-12: Δομικό διάγραμμα νευρωνικού δικτύου ακτινικών συναρτήσεων βάσης αποτελούμενο από το στρώμα εισόδου το στρώμα εξόδου και ένα κρυφό στρώμα αυτό των ακτινικών συναρτήσεων.

Σύμφωνα με τα παραπάνω προκύπτει ένα πρακτικό ζήτημα αφού έχοντας ένα κρυφό στρώμα με το ίδιο μέγεθος μ' αυτό του στρώματος εισόδου γίνεται σπατάλη υπολογιστικών πόρων ειδικότερα όταν το πλήθος των δεδομένων εκπαίδευσης είναι μεγάλο. Όταν το κρυφό στρώμα εκφραστεί όπως στην (2-76) διαπιστώνεται ότι οποιαδήποτε συσχέτιση μεταξύ γειτονικών σημείων των δεδομένων εκπαίδευσης αντίστοιχα μεταφέρεται στους γειτονικούς νευρώνες του κρυφού στρώματος. Με άλλα λόγια υπάρχει πλεονασμός νευρώνων στο κρυφό επίπεδο αν επιλεχθούν σύμφωνα με την (2-76) λόγω του πλεονασμού που μπορεί να υπάρχει εγγενώς στα δεδομένα εκπαίδευσης [2009, S. Haykin]. Σε περιπτώσεις αυτού του είδους είναι καλή πρακτική σχεδίασης το μέγεθος του κρυφού στρώματος να είναι κλάσμα του πλήθους των δεδομένων εκπαίδευσης όπως αυτό του σχήματος [2009, S. Haykin], [2001 C. Christodoulou].

Όπως προαναφέρθηκε τα νευρωνικά δίκτυα RBF είναι κατάλληλα για την επίλυση προβλημάτων που απαιτούν την προσέγγιση μιας συνάρτησης (function approximation) και η $f(\mathbf{x})$ εκφράζεται όπως στην σχέση (2-77).

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^K w_j \varphi(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j\|) = \sum_{j=1}^K w_j \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_j}\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j\|^2\right), \text{ για } j = 1, 2, \dots, K \quad (2-77)$$

Η διάσταση του διανύσματος εισόδου \mathbf{x} είναι m_0 άρα και το αυτή του στρώματος εισόδου του δικτυώματος. Ενώ κάθε νευρώνας του κρυφού στρώματος χαρακτηρίζεται από την ακτινική συνάρτηση $\varphi(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j\|)$ με $j = 1, 2, \dots, K$ όπως για παράδειγμα η γκαουσιανή της (2-77). Επισημαίνεται ότι $K < N$ (βλέπε σχήμα 1-14) και επιπλέον το στρώμα εξόδου αποτελείται από έναν νευρώνα και χαρακτηρίζεται από το διάνυσμα βαρών w διάστασης επίσης K .

2.6.1 Εκπαίδευση νευρωνικών δικτύων ακτινικής συνάρτησης βάσης.

Ένα RBF νευρωνικό δίκτυο για να θεωρηθεί ότι εκπαιδεύτηκε θα πρέπει με κάποιο τρόπο να υπολογιστούν οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων του και πιο συγκεκριμένα του διανύσματος των κέντρων \mathbf{c}_i των Γκαουσιανών συναρτήσεων ακτινικής βάσης του κρυφού στρώματος και των βαρών από το κρυφό στρώμα στο στρώμα εξόδου w_j .

Πίνακας 2-2: Τεχνικές υπολογισμού παραμέτρων νευρωνικών δικτύων RBF.

Τεχνική Εκπαίδευσης	Σχόλια
Τυχαία επιλογή κέντρων	Σταθερά κέντρα
Αυτό-οργανωμένη επιλογή των κέντρων	k-means συσταδοποίηση, αυτό-οργανωμένοι χάρτες χαρακτηριστικών.
Υπό επίβλεψη	μέθοδος μείωσης της κλίσης για τον υπολογισμό των κέντρων και της διακύμανσης.
Υβριδικός αλγόριθμος	k-means συσταδοποίηση στο κρυφό στρώμα και αναδρομικός αλγόριθμος ελαχίστων τετραγώνων στο στρώμα εξόδου.

Σύμφωνα με τους [1999, S. Haykin], [2009, S. Haykin], και [2001, C. Christodoulou] οι παράμετροι των RBF νευρωνικών δικτύων δύναται να υπολογιστούν από τέσσερις διαφορετικές τεχνικές ή παραλλαγές αυτών όπως φαίνεται και στον Πίνακα 2-2.

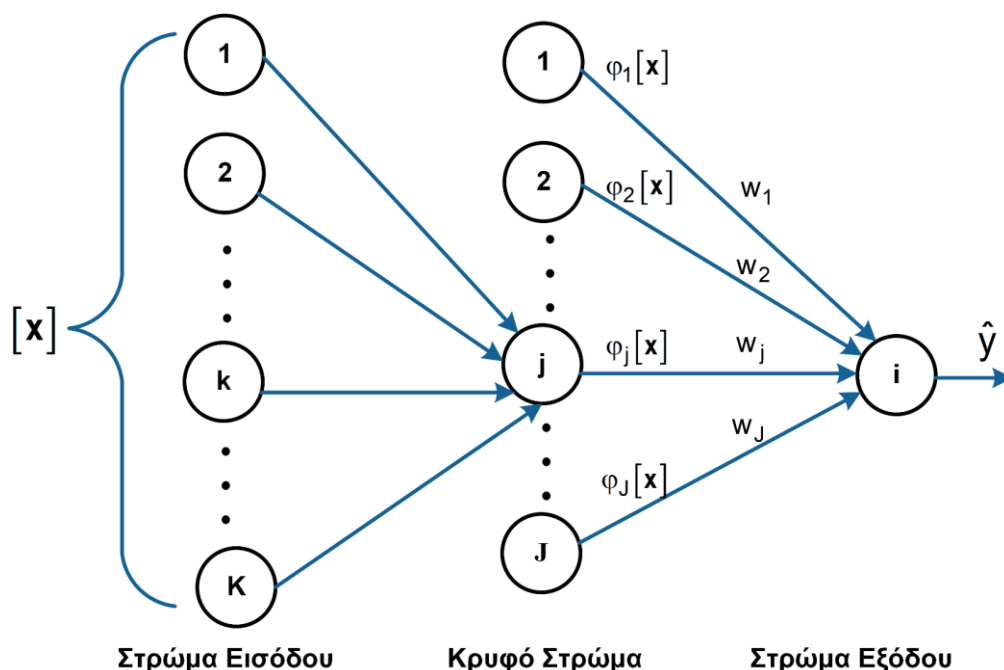
Α). Τυχαία επιλογή των κέντρων: Τα κέντρα της γκαουσιανής συνάρτησης επιλέγονται αυθαίρετα με την χρήση και των δεδομένων εκπαίδευσης. Κάθε κέντρο X_j επιλέγεται έτσι ώστε να ισούται με κάποιο τυχαία επιλεγμένο στοιχείο των δεδομένων εκπαίδευσης. Στην συνέχεια οι πίνακες αυτοσυνδιακύμανσης (autocovariance) θεωρούνται διαγώνιοι με κάθε στοιχείο της διαγωνίου κάθε πίνακα να είναι ίσο με $d_{\max}^2 / 2K$ με d_{\max}^2 την μέγιστη απόσταση των K κέντρων του κρυφού στρώματος. Κατ' αυτό τον τρόπο ο S. Haykin [1999, S. Haykin] υποστηρίζει ότι εξασφαλίζεται οι γκαουσιανές συναρτήσεις να μην είναι ούτε "αιχμηρές" αλλά ούτε "επίπεδες". Σχετικά με τον υπολογισμό των βαρών θα πρέπει να ελαχιστοποιηθεί η γνωστή συνάρτηση σφάλματος της (2-78) με κάποια μέθοδο όπως για παράδειγμα την μέθοδο μείωσης της κλίσης.

$$e(\mathbf{w}_i) = \sum_{m_0=1}^N e^{m_0}(\mathbf{w}_i), \quad (2-78)$$

επιλέγονται τυχαία από τα δεδομένα εκπαίδευσης και τα κέντρα \mathbf{x}_j των Γκαουσιανων συναρτήσεων του κρυφού στρώματος. Αφού εφαρμοσθεί το διάνυσμα εισόδου \mathbf{x} στο στρώμα εισόδου υπολογίζονται οι έξοδοι των νευρώνων του κρυφού στρώματος και του στρώματος εξόδου. Στην συνέχεια συγκρίνονται με τις πραγματικές τιμές των εξόδων και αν διαφέρουν τότε δεν επιτευχθεί η επιθυμητή τιμή σφάλματος και αλλάζουν οι παράμετροι δηλαδή τα βάρη και τα κέντρα με την χρήση του αλγορίθμου μείωσης κλίσης. Η διαδικασία της εκπαίδευσης θα σταματήσει όταν επιτευχθεί η προκαθορισμένη τιμή σφάλματος ή όταν επιτευχθεί ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων [2001, C. Christodoulou].

2.7 Νευρωνικά Δίκτυα Γενικευμένης Παλινδρόμησης

Τα νευρωνικά δίκτυα γενικευμένης παλινδρόμησης (GRNN) προτάθηκαν από τον D. F. Specht [1991, D. F. Specht] και ανήκουν στην κατηγορία των πιθανοτικών (probabilistic) νευρωνικών δικτύων. Είναι νευρωνικά δίκτυα εκπαιδευόμενα από μόνο ένα πέρασμα των δεδομένων εκπαίδευσης (one pass learn). Ενώ εξαιτίας του σχεδιασμού τους κατά την εκπαίδευση η συνάρτηση σφάλματος δεν συγκλίνει σε τοπικά ελάχιστα έτσι εξασφαλίζεται ότι δεν θα πραγματοποιούνται αναξιόπιστες εκτιμήσεις και επιτυγχάνεται υψηλή ακρίβεια [1991, D. F. Specht]. Σημαντικό πλεονέκτημα έναντι των νευρωνικών δικτύων οπισθοδιάδοσης αποτελεί το γεγονός ότι είναι σε θέση να εκπαιδευτούν και να γενικεύουν με αρκετά μικρότερο πλήθος δεδομένων εκπαίδευσης [2018b, T.N. Karetanakis]. Ο συνδυασμός των παραπάνω τα καθιστά αρκετά χρήσιμα σε πρακτικές εφαρμογές και ειδικότερα σε προβλήματα που εμπλέκονται μετρήσεις μεγεθών [1991, D. F. Specht], [2001, C. Christodoulou].



Σχήμα 2-13: Δομικό διάγραμμα νευρωνικού δικτύου γενικευμένης παλινδρόμησης (GRNN)

Σύμφωνα και με το σχήμα 2-14 τα GRNN αποτελούνται από δύο στρώματα νευρώνων εξαιρώντας το στρώμα εισόδου που εφαρμόζονται τα δεδομένα. Οι νευρώνες του κρυφού

στρώματος μοιάζουν μ' αυτούς των RBF-NNs με την έξοδο τους να ακολουθεί την σχέση (2-82) [1991, D. F. Specht], [2001, C. Christodoulou].

$$\varphi_j[\mathbf{x}] = \exp \left[\frac{-(\mathbf{x} - \mathbf{c}_j^x)^T (\mathbf{x} - \mathbf{c}_j^x)}{2v^2} \right] \quad (2-82)$$

με

\mathbf{c}_j^x : τα κέντρα των συστάδων για τις εισόδους

v : η διακύμανση που αποτελεί παράμετρο του δικτύου.

Οι έξοδοι των νευρώνων του κρυφού στρώματος πολλαπλασιάζονται με τα αντίστοιχα βάρη για να εξαχθεί η έξοδος του GRNN. Το βάρος w_j του νευρώνα j υπολογίζεται από την σχέση (2-83).

$$w_j = \frac{c_j^y}{\sum_{j=1}^J N_j \exp \left[\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{c}_j^x\|^2}{2v^2} \right]} \quad (2-83)$$

με

c_j^y : τα κέντρα των συστάδων για τις εξόδους,

N_j : το πλήθος των δεδομένων εισόδου της συστάδας j ,

j : το πλήθος των συστάδων,

v : η διακύμανση που αποτελεί παράμετρο του δικτύου.

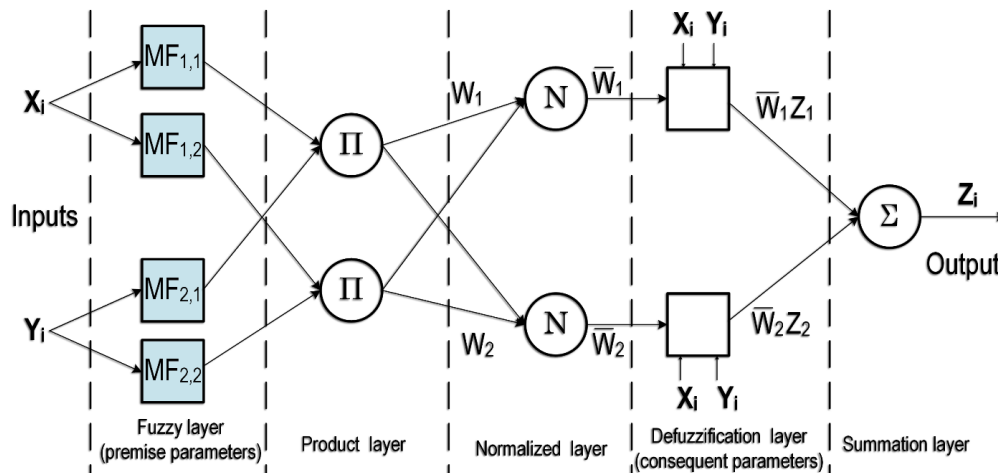
2.8 Προσαρμοστικό νεύρο-ασαφές σύστημα.

Το προσαρμοστικό νεύρο-ασαφές σύστημα (ANFIS) ανήκει και αυτό στην κατηγορία των soft-computing τεχνικών και μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την επίλυση προβλημάτων προσέγγισης συναρτήσεων, συνδυάζοντας τα πολυτιμότερα χαρακτηριστικά των ασαφών συστημάτων και των τεχνητών νευρωνικών δικτύων [Jang 1993]. Τα ασαφή συστήματα και τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα συνδυάζονται αλληλοσυμπληρώνοντας το ένα το άλλο με αποτέλεσμα την δημιουργία ενός προσαρμοστικού συστήματος [Jang 1993], [1997, J. Jang]. Η αρχιτεκτονική ενός συστήματος τύπου Surgeno πρώτης τάξης απεικονίζεται στο σχήμα 2-15 το οποίο αποτελείται από δύο εισόδους X, Y και μια έξοδο Z . Πρόκειται για μια στρωματοποιημένη δομή πέντε επιπέδων (layers) αποτελούμενα το καθένα από κόμβους που εκτελούν παρόμοιες διεργασίες .

Έστω ότι το ασαφές μοντέλο 1ης τάξης τύπου Surgeno όπως αυτό του σχήματος 2-15 αποτελείται από δύο ασαφείς κανόνες τύπου Surgeno-Takagi της μορφής (2-84) και (2-85).

$$\text{Κανόνας 1: if } X \text{ is } A_1 \text{ and } Y \text{ is } B_1 \text{ then } Z_1 = p_1 X + q_1 Y + r_1 \quad (2-84)$$

$$\text{Κανόνας 2: if } X \text{ is } A_2 \text{ and } Y \text{ is } B_2 \text{ then } Z_2 = p_2 X + q_2 Y + r_2 \quad (2-85)$$



Σχήμα 2-14: Αρχιτεκτονική ANFIS δύο εισόδων μιας εξόδου.

Το πρώτο ή αλλιώς ασαφές (fuzzy) επίπεδο ($\ell = 1$) αποτελείται από i κόμβους, έχει έξοδο $O_{\ell,i}$ με X ή Y την είσοδο στον κόμβο i . Αναλυτικότερα το $O_{1,i}$ είναι η συνάρτηση μεταφοράς του A_i ή ο βαθμός συμμετοχής του ασαφούς συνόλου $A = (A_1, A_2, B_1, B_2)$. Με άλλα λόγια είναι ο βαθμός που η τιμή της μεταβλητής εισόδου ικανοποιεί την λεκτική μεταβλητή A_i . Η συνάρτηση συμμετοχής του A μπορεί να είναι οποιαδήποτε παραγωγίσιμη συνάρτηση ενώ οι παράμετροι του ασαφούς επιπέδου ονομάζονται και αρχικές παράμετροι (premise parameters) [Jang 1993]. Οι τετράγωνοι κόμβοι εκφράζονται σύμφωνα με:

$$O_{\ell,i} = \mu_{A_i}(X_i) \quad \text{για } i = 1, 2 \quad (2-86)$$

$$O_{\ell,i} = \mu_{B_{i-2}}(Y_i) \quad \text{για } i = 3, 4 \quad (2-87)$$

Οι κόμβοι του δευτέρου επιπέδου ($\ell = 2$) συμβολίζονται με Π και πολλαπλασιάζουν τα σήματα εισόδου και τα προωθούν στην έξοδο. Έτσι το επίπεδο αυτό ονομάζεται επίπεδο γινομένου. Ενώ η έξοδος κάθε κόμβου αναπαριστά τον βαθμό ενεργοποίησης (firing strength) κάθε ασαφούς κανόνα.

$$O_{2,i} w_i = \mu_{A_i}(X_i) \cdot \mu_{B_i}(Y_i) \quad \text{για } i = 1, 2 \quad (2-88)$$

Κάθε κόμβος στο επίπεδο κανονικοποίησης (normalized) συμβολίζεται με N και αναπαριστά μια σταθερή τιμή. Ο i -στός κόμβος υπολογίζει τον λόγο του i -στού βαθμού ενεργοποίησης προς το άθροισμα όλων των βαθμών ενεργοποίησης. Έτσι προκύπτουν στην έξοδο του επιπέδου οι κανονικοποιημένοι βαθμοί ενεργοποίησης με την ασάφεια να εμπεριέχεται στα βάρη \bar{w}_i :

$$O_{3,i} = \bar{w}_i = \frac{w_i}{\sum_{i=1} w_i} = \frac{w_i}{w_1 + w_2} \quad \text{για } i = 1, 2 \quad (2-89)$$

Το τέταρτο επίπεδο ($\ell = 4$) ονομάζεται επίπεδο αποσαφήνισης (defuzzification) με κάθε κόμβο να είναι προσαρμόσιμος με έξοδο:

$$O_{4,i} = \bar{w}_i g_i = \bar{w}_i (p_i x + q_i y + r_i) \quad (2-90)$$

Ο όρος \bar{w}_i προέρχεται από το προηγούμενο επίπεδο, και $\{p_i, q_i, r_i\}$ είναι το σύνολο των παραμέτρων γνωστές ως επακόλουθες παράμετροι (consequent parameters). Ο όρος g_i είναι μια προκαθορισμένη συνάρτηση είτε γραμμική είτε απλά ένα σημείο (σταθερά). Στο επίπεδο αυτό η ασάφεια πλέον δεν υφίσταται.

Το πέμπτο ($\ell = 5$) και τελευταίο επίπεδο του προσαρμοστικού νευρο-ασαφούς συστήματος ονομάζεται επίπεδο άθροισης και αποτελείται μόνο από έναν κόμβο. Αυτός αθροίζει όλα τα εισερχόμενα σήματα και δημιουργεί την έξοδο του συστήματος:

$$O_{5,1} = Z_i = \sum_i \bar{w}_i g_i = \frac{\sum_i w_i g_i}{\sum_i w_i} \quad (2-91)$$

Γνωρίζοντας τις αρχικές παραμέτρους, η έξοδος Z_i του νευρο-ασαφούς συστήματος του σχήματος 2-15 μπορεί να εκφραστεί σαν γραμμικός συνδυασμός των επακόλουθων παραμέτρων $\{p_1, q_1, r_1, p_2, q_2, r_2\}$ σύμφωνα με την (2-92)

$$Z = \frac{w_1}{w_1 + w_2} g_1 + \frac{w_2}{w_1 + w_2} g_2 = \bar{w}_1 g_1 + \bar{w}_2 g_2 = (\bar{w}_1 x) p_1 + (\bar{w}_1 y) q_1 + \bar{w}_1 r_1 + (\bar{w}_2 x) p_2 + (\bar{w}_2 y) q_2 + \bar{w}_2 r_2 \quad (2-92)$$

2.8.1 Υβριδικός αλγόριθμος εκπαίδευσης.

Εκφράζοντας όλες τις παραμέτρους του νευρο-ασαφούς συστήματος σαν ένα σύνολο S τότε προκύπτει η ένωση:

$$S = S_1 \cup S_2 \quad (2-93)$$

όπου S_1 το σύνολο των αρχικών (μη γραμμικών) παραμέτρων του πρώτου επιπέδου και S_2 το σύνολο των επακόλουθων (γραμμικών) παραμέτρων του τέταρτου επιπέδου. Σύμφωνα με όσα προαναφέρθηκαν στην προηγούμενη παράγραφο έχει καθοριστεί ο αριθμός των κανόνων και η αρχική τους θέση. Ενώ είναι απαραίτητος και ο ακριβής υπολογισμός των παραμέτρων, των κέντρων και των αποκλίσεων των ασαφών συνόλων ώστε το σύστημα να είναι προσαρμοσμένο στις δοθείσες εισόδους. Ο υπολογισμός των παραμέτρων επιτυγχάνεται με την διαδικασία της εκπαίδευσης όπου συνήθως χρησιμοποιούνται αλγόριθμοι μη γραμμικής βελτιστοποίησης. Ο Jang στην [1993, J. Jang] προτείνει μεταξύ άλλων έναν υβριδικό αλγόριθμο όπου εκτελείτε σε δύο φάσεις (βλέπε Πίνακα 2-3). Ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί τόσο την μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων (least squares) όσο και την μέθοδο μείωσης κλίσης (gradient descent) για τον υπολογισμό των παραμέτρων S_1 και S_2 .

Πίνακας 2-3: Διαδικασία υπολογισμού παραμέτρων ANFIS.

-	Εμπροσθόδρομη διάδοση	Οπισθόδρομη διάδοση
Αρχικές παράμετροι S_1	αμετάβλητες	μείωση κλίσης
Επακόλουθες παράμετροι S_2	εκτιμήτρια ελαχίστων τετραγώνων	αμετάβλητες
Σήματα	εξόδοι των κόμβων	συνάρτηση σφάλματος

Κατά την εμπροσθόδρομη διάδοση (από την είσοδο προς την έξοδο) οι αρχικές παράμετροι παραμένουν σταθερές και υπολογίζονται οι εξόδοι μέχρι το στρώμα αποσαφήνισης ($\ell = 4$) με τις επακόλουθες παραμέτρους να προσδιορίζονται με την μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων. Κατά την οπισθόδρομη διάδοση (από την έξοδο προς την είσοδο) τα σήματα σφάλματος διαδίδονται προς τα πίσω και υπολογίζονται οι αρχικές παράμετροι με την μέθοδο μείωσης κλίσης.

Η μέθοδος μείωσης της κλίσης είναι ένας ευρέως διαδεδομένος αλγόριθμος για τον υπολογισμό του τοπικού ελαχίστου μιας συνάρτησης. Στηρίζεται στην παρατήρηση ότι εάν μια συνάρτηση $f(x)$ είναι διαφορίσιμη σ' ένα σημείο ρ τότε η τιμή της μειώνεται αισθητά όταν η απομάκρυνση από το σημείο γίνεται προς την κατεύθυνση της αρνητικής κλίσης της $f(x=\rho)$, $-\nabla f(\rho)$ σύμφωνα με την:

$$\alpha = \rho - \lambda \nabla f(\rho) \quad (2-94)$$

με $\lambda \in \mathbb{R}$ μικρός θετικός αριθμός και $f(\rho) \geq f(\alpha)$. Οπότε σύμφωνα με τα παραπάνω για την ελαχιστοποίηση της $f(x)$ ισχύει η ακολουθία:

$$\begin{aligned} x_{m+1} &= x_m - \lambda_m \nabla f(x_m) \\ &\quad \text{ή} \\ x_{m+1} &= x_m - \lambda_m \frac{\partial f(x_m)}{\partial x_m} \end{aligned} \quad (2-95)$$

Παρατηρώντας την (2-95) η τιμή του λ μπορεί να μεταβάλλεται καθιστώντας την μέθοδο μείωσης της κλίσης συμβατή για την εκπαίδευση συστημάτων τεχνητής νοημοσύνης. Η μεταβλητή αυτή συναντάται ως ρυθμός μάθησης (learning rate) και συνηθίζεται να εκφράζεται όπως στην (2-96).

$$\lambda = \frac{\nu}{\sqrt{\sum_r \left(\frac{\partial E}{\partial r} \right)^2}} \quad (2-96)$$

με

ν : οποιαδήποτε παράμετρος του νευρο-ασαφούς προσαρμοστικού συστήματος,

E : η συνάρτηση σφάλματος,

r : το βήμα (step size) της κλίσης.

Το βήμα r σχετίζεται άμεσα με την χρονική διάρκεια της εκμάθησης και πειραματικά παρατηρήθηκε από τον S. Jang [1993, J. Jang] ότι μπορεί να ρυθμιστεί σύμφωνα με τους δύο παρακάτω ευρετικούς κανόνες:

1. Αν το σφάλμα υφίσταται τέσσερις συνεχόμενες μειώσεις τότε το βήμα r πρέπει να αυξηθεί κατά 10%.
2. Αν το σφάλμα υφίσταται δύο συνεχόμενες μεταβολές μία αύξηση και μία μείωση τότε το βήμα r πρέπει να μειωθεί 10%.

Για τον υπολογισμό των αρχικών παραμέτρων $\{a_i, b_i, \sigma_i\}$ του νευρο-ασαφούς συστήματος του σχήματος 2-15 έστω ότι ορίζεται συνάρτηση σφάλματος $E \in \mathbb{R}$ με στόχο την ελαχιστοποίηση της, για κάθε ζεύγος τιμών της εισόδου έτσι ώστε:

$$a_i(k+1) = a_i(k) - \lambda \left. \frac{\partial E}{\partial a_i} \right|_k \quad (2-97)$$

$$b_i(k+1) = b_i(k) - \lambda \left. \frac{\partial E}{\partial b_i} \right|_k \quad (2-98)$$

$$\sigma_i(k+1) = \sigma_i(k) - \lambda \left. \frac{\partial E}{\partial \sigma_i} \right|_k \quad (2-99)$$

Ιδανικά αναζητείται η σύγκλιση σε μια τιμή τέτοια ώστε να ικανοποιεί τις (2-97)-(2-99). Επειδή όμως είναι εξαιρετικά δύσκολο ακόμα και ανέφικτο σε ορισμένες περιπτώσεις να λυθούν οι εξισώσεις (2-100)-(2-102) με αναλυτικό τρόπο ακολουθείται συνήθως μια επαναληπτική διαδικασία ελαχιστοποίησης έως ότου ικανοποιηθεί ένα συγκεκριμένο κριτήριο.

$$a_i(k+1) = \left. \frac{\partial E}{\partial a_i} \right|_{k=k+1} = 0 \quad (2-100)$$

$$b_i(k+1) = \left. \frac{\partial E}{\partial b_i} \right|_{k=k+1} = 0 \quad (2-101)$$

$$\sigma_i(k+1) = \left. \frac{\partial E}{\partial \sigma_i} \right|_{k=k+1} = 0 \quad (2-102)$$

Το κριτήριο αυτό μπορεί να είναι: α) όταν η συνάρτηση σφάλματος είναι ικανοποιητικά μικρή, β) όταν ξεπεραστεί ένας προκαθορισμένος χρόνος, ή γ) όταν ξεπεραστεί ένας προκαθορισμένος αριθμός επαναλήψεων. Ενώ μπορεί να χρησιμοποιηθεί και συνδυασμός δύο ή περισσότερων κριτηρίων όπως για παράδειγμα ο τερματισμός της διαδικασίας είτε έως ότου η συνάρτηση σφάλματος να είναι ίση με μια τιμή στόχο είτε έως ότου επιτευχθεί ο προκαθορισμένος αριθμός επαναλήψεων.

Ο J. Jang στην [1993, J. Jang], [1997, J. Jang] κατά την εμπροσθόδρομη διάδοση προτείνει μια παραλλαγή της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων για τον υπολογισμό των αρχικών παραμέτρων του νευρο-ασαφούς συστήματος. Διατύπωσε ότι αν Z η έξοδος του τότε ισχύει η έκφραση:

$$Z = F(\vec{I}, S)$$

όπου (2-103)

\vec{I} : το σύνολο των μεταβλητών εισόδου,

S : το σύνολο των παραμέτρων

Εάν τώρα υπάρχει συνάρτηση H τέτοια ώστε η σύνθετη συνάρτηση $H \circ F$ να είναι γραμμική σε μερικά από τα στοιχεία του συνόλου S , τότε αυτά τα στοιχεία μπορούν να υπολογιστούν με την μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων. Οπότε αν το S χωριστεί σε δύο σύνολα

$$S = S_1 \oplus S_2 \quad (2-104)$$

όπου

\oplus : αναπαριστά το απευθείας άθροισμα (άθροισμα συνόλων και όχι διανυσμάτων),

τέτοια ώστε η $H \circ F$ είναι γραμμική για τα στοιχεία του συνόλου S_2 (επακόλουθων παραμέτρων) τότε η (2-103) μπορεί να εκφραστεί ως:

$$H(Z)Z = H \circ F(\vec{I}, S) \quad (2-105)$$

Έτσι γνωρίζοντας τα στοιχεία του συνόλου S_1 (αρχικές παράμετροι) και εισάγοντας τα δεδομένα εκπαίδευσης P στην (2-105) προκύπτει μια εξίσωση πινάκων της μορφής:

$$[A]\delta = [B] \quad (2-106)$$

με

δ : το άγνωστο διάνυσμα των παραμέτρων στο S_2

Αν το πλήθος των στοιχείων του $|S_2| = m$ τότε οι διαστάσεις των A , δ και B είναι $P \times m$, $m \times 1$ και $P \times 1$, αντίστοιχα. Όμως τις περισσότερες φορές το πλήθος το δεδομένων εκπαίδευσης P είναι

μεγαλύτερο από το πλήθος των γραμμικών παραμέτρων m . Έτσι προκύπτει ένα σύστημα το οποίο έχει περισσότερες εξισώσεις απ' ότι αγνώστους και δεν έχει ακριβής λύση [1993, J. Jang]. Για να αντιμετωπιστεί το παραπάνω πρόβλημα μπορεί να χρησιμοποιηθεί η ελάχιστη τετραγωνική εκτίμηση του δ , ή δ^* , για την ελαχιστοποίηση του τετραγωνικού σφάλματος $\| [A] \delta - [B] \|^2$. Έτσι το πρόβλημα ανάγεται σε πρόβλημα γραμμικής παλινδρόμησης με την πιο γνωστή σχέση για την δ^* να δίνεται από την:

$$\delta^* = ([A]^T [A])^{-1} [A]^T [B]$$

με

$[A]^T$: τον ανάστροφο πίνακα του A, και

$([A]^T [A])^{-1} [A]^T$: τον ψευδο-αντίστροφο πίνακα του A.

Σε περίπτωση που υπάρχει περιορισμός υπολογιστικών πόρων ή ειδικότερα όταν ο $[A]^T [A]$ είναι ιδιόμορφος η (2-106) μπορεί να λυθεί αναδρομικά σύμφωνα με [K. J. Astrom 1984], [G. C. Goodwin, 1984], [L. Ljung, 1987], [P. Strobach, 1990]:

$$\delta_{i+1} = \delta_i + c_i + 1^{\alpha_i} + 1(\beta_{i+1}^T - \alpha_{i+1}^T + 1^{\delta_i}) \quad (2-108)$$

$$c_{i+1} = c_i - \frac{c_i \alpha_i + 1^{\alpha_i^T} + 1^{c_i}}{1 + \alpha_i^T + 1^{c_i \alpha_{i+1}}}$$

με

$$i = 0, 1, \dots, P-1, \delta^* = \delta_P$$

α_i^T : το i -στό διάνυσμα γραμμής του πίνακα A,

β_i^T : το i -στό στοιχείο του B,

c_i : i -στό στοιχείο του πίνακα συνδιασποράς, και

$\delta_0=0$, $c_0 = \zeta [I]_{m \times m}$, με I τον ταυτοτικό πίνακα και σταθερά $\zeta \gg 0$.

Συνδυάζοντας τις δύο μεθόδους πλέον είναι εφικτή η εκπαίδευση και η εκτίμηση των παραμέτρων ενός νευρο-ασαφούς προσαρμοστικού δικτυώματος. Συνοψίζοντας, για κάθε εποχή ο υβριδικός αλγόριθμος εκπαίδευσης πραγματοποιεί μια εμπροσθόδρομη και μια οπισθόδρομη διάδοση. Στην εμπροσθόδρομη, εισάγονται τα δεδομένα εκπαίδευσης και οδεύουν προς τα εμπρός διεγείροντας τα αντίστοιχα σήματα-συναρτήσεις, έως ότου υπολογιστεί η έξοδος κάθε κόμβου και σχηματιστούν οι πίνακες A, B της (2-106) με σκοπό τον υπολογισμό των παραμέτρων στο S_2 από τις αναδρομικές σχέσεις (2-108)-(2-109). Μετά τον υπολογισμό τους η εμπρόσθια διάδοση

συνεχίζεται μέχρι να υπολογιστεί η συνάρτηση σφάλματος. Στο οπισθόδρομο πέρασμα το σφάλμα οδεύει από την έξοδο προς την είσοδο και υπολογίζονται οι παράγωγοι των (2-97)-(2-99) και προκύπτουν οι ενημερωμένες παράμετροι του S_1 με την μέθοδο μείωσης της κλίσης.

Σημαντική παρατήρηση σχετικά με τον υβριδικό αλγόριθμο προερχόμενη από τον J. Jang στην [1993, J. Jang] είναι ότι για δοθείσες τιμές των αρχικών παραμέτρων, οι επακόλουθες παράμετροι που υπολογίζονται βρίσκονται εγγυημένα στο ολικό βέλτιστο σημείο του χώρου S_2 εξαιτίας της επιλογής του τετραγωνικού σφάλματος. Με αποτέλεσμα όχι μόνο να μειωθεί ο χώρος αναζήτησης κατά την μέθοδο μείωσης της κλίσης, αλλά γενικότερα να μειώνεται ουσιαστικά ο χρόνος σύγκλισης [1993, J. Jang].

2.8.2 Συναρτήσεις συμμετοχής.

Ένα ασαφές σύνολο χαρακτηρίζεται από τις συναρτήσεις συμμετοχής του (membership functions). Οι συναρτήσεις συμμετοχής σχετίζονται άμεσα με τις εισόδους του νευρο-ασαφούς συστήματος και συνήθως για κάθε είσοδο χρησιμοποιούνται περισσότερες από δύο σύμφωνα και με το σχήμα 2-15. Αυτές εκφράζονται ως μια μαθηματική σχέση και θα πρέπει να είναι παραγωγίσιμες για την επιτυχή εκπαίδευση του νευρο-ασαφούς προσαρμοστικού συστήματος, με τις πιο διαδεδομένες να είναι η γενικευμένη Bell, η γκαουσιανή, ο συνδυασμός δύο γκαουσιανών, η τραπεζοειδής, και η τριγωνική. Οι παραπάνω συναρτήσεις συμμετοχής είναι μονοδιάστατες δηλαδή έχουν μια είσοδο χωρίς να υπάρχει περιορισμός και για την χρήση πολυδιάστατων συναρτήσεων αυξάνοντας έτσι την πολυπλοκότητα και τους απαραίτητους υπολογισμούς των παραμέτρων τους. Η γενικευμένη συνάρτηση Bell χαρακτηρίζεται από τρεις παραμέτρους, περιγράφεται από την (2-110) και έχει την μορφή του σχήματος 2-16.

$$\mu_B (X_i, [a_i, b_i, c_i]) = \frac{1}{1 + \left[\left(\frac{X_i - c_i}{a_i} \right)^2 \right] b_i} \quad (2-110)$$

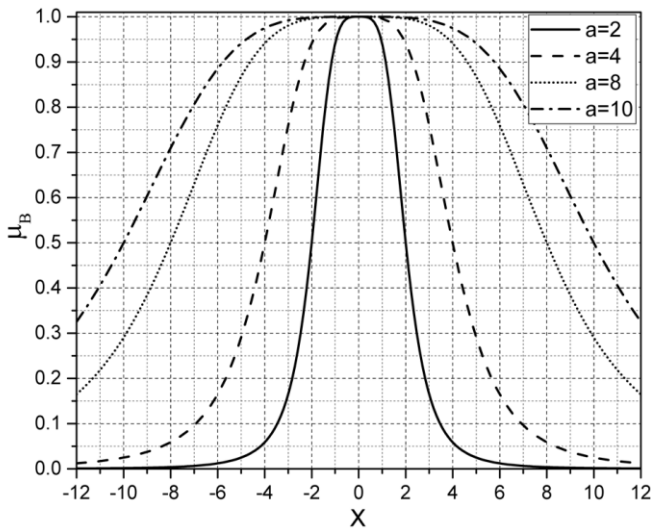
με

a_i : το εύρος,

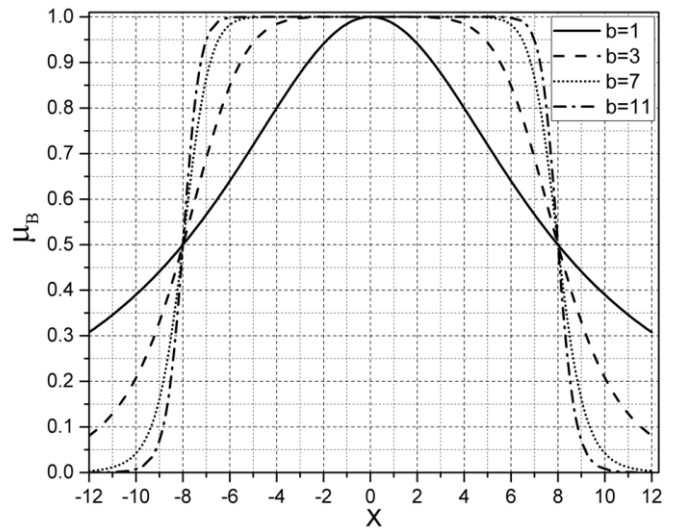
b_i : την κλίση,

c_i : το κέντρο της καμπύλης

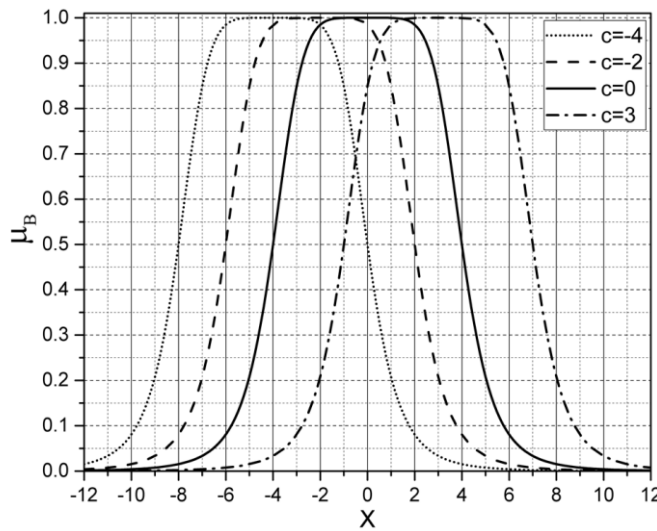
Με κατάλληλη επιλογή των παραμέτρων η συνάρτηση Bell εκφυλίζεται σε συνάρτηση τύπου-π και προσεγγίζει την γκαουσιανή όπως φαίνεται και από το σχήμα 2-17, γεγονός που την καθιστά ευρέως χρησιμοποιούμενη συνάρτηση συμμετοχής [1993 J. Jang], [1997, J. Jang], [2016, S. Porebski].



(α)



(β)



(γ)

Σχήμα 2-15: Μεταβολή της συνάρτησης συμμετοχής Bell για διάφορες τιμές: (α) a με b=2 και c=0, (β) b με a=8 και c=0, και γ) c με a=4, και b=3.

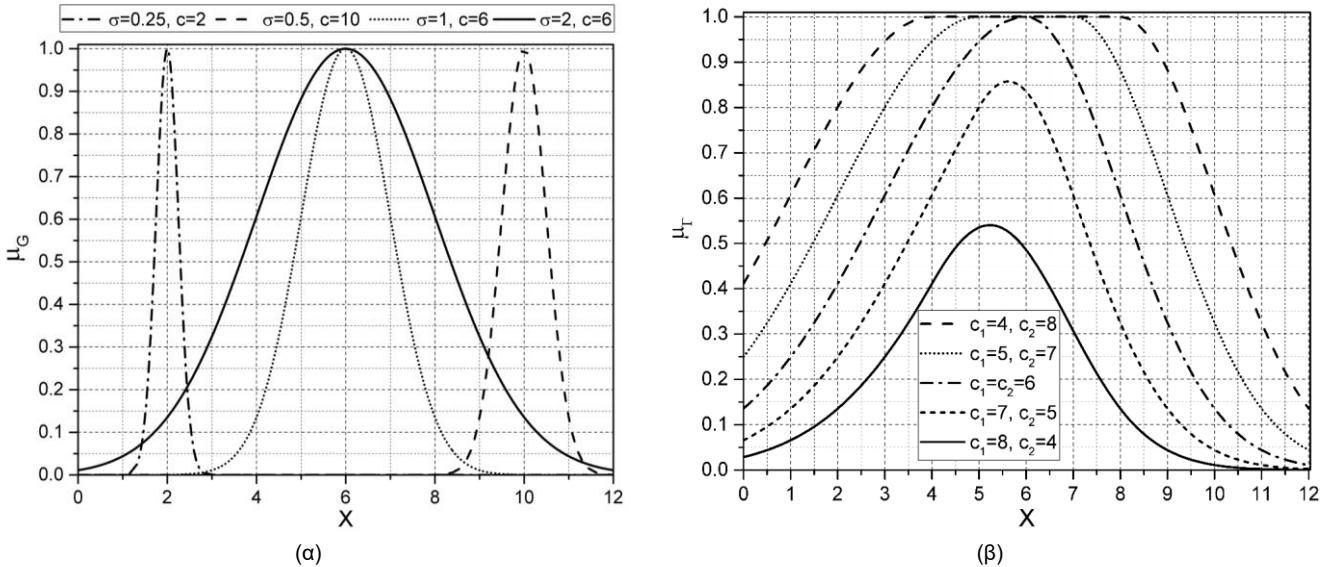
Η γκαουσιανή συνάρτηση συμμετοχής περιγράφεται από την σχέση (2-111) ενώ παράμετροι c_i και σ_i καθορίζουν το κέντρο και το πλάτος. Στο σχήμα 2-17 παρουσιάζεται η μορφή της για διάφορες τιμές των παραμέτρων της.

$$\mu_G(X_i, [\sigma_i, c_i]) = \exp\left(\frac{-(X_i - c_i)^2}{2\sigma_i^2}\right) \quad (2-111)$$

Εκτός από την κλασική γκαουσιανή συνάρτηση, στα νευρο-ασαφή συστήματα μπορεί να χρησιμοποιηθεί αποτελεσματικά ο συνδυασμός δύο τέτοιων συναρτήσεων σύμφωνα με την (2-112) όπως στο σχήμα 2-17β.

$$\mu_{\Gamma} (X_i, [\sigma_1, c_1, \sigma_2, c_2]) = \begin{cases} \mu_G (X_i, [\sigma_1, c_1]), & X_i < c_1, \\ 1, & c_1 \leq X_i \leq c_2, \\ \mu_G (X_i, [\sigma_2, c_2]), & X_i > c_2, \end{cases} \quad (2-112)$$

όπου μ_G η κλασική γκαουσιανή συνάρτηση συμμετοχής της (2-111).



Σχήμα 2-16: Συνάρτησης συμμετοχής: (α) Gauss μ_G για διάφορες τιμές σ_i και c_i , και (β) συνδυασμός δύο Gauss συναρτήσεων μ_{Γ} για διάφορες τιμές c_i , με $\sigma_1 = 3$ και $\sigma_2 = 2$.

Οι συναρτήσεις Bell και Gauss εμφανίζουν ομαλότητα είναι μη-ιδιόμορφες (nonsingular) και είναι ευρέως διαδεδομένες για τον καθορισμό ασαφών συνόλων. Η Γκαουσιανή συνάρτηση είναι αρκετά γνωστή από την θεωρία πιθανοτήτων και την στατιστική ανάλυση και κατέχει χρήσιμες ιδιότητες όπως η αμεταβλητότητα κατά τον πολλαπλασιασμό. Το γινόμενο δύο γκαουσιανών συναρτήσεων είναι πάλι γκαουσιανή συνάρτηση ενώ το ίδιο ισχύει και αν μετασχηματιστεί κατά Fourier. Η συνάρτηση Bell εν αντιθέσει με την Γκαουσιανή έχει μια παραπάνω παράμετρο έτσι έχει έναν παραπάνω βαθμό ελευθερίας να ρυθμιστεί η κλίση της στα σημεία διασταύρωσης.

Η τριγωνική συνάρτηση συμμετοχής μπορεί να εκφραστεί σύμφωνα με την (2-113) ή εναλλακτικά όπως στην (2-114). Οι παράμετροι $\{a,b,c\}$ θα πρέπει να ικανοποιούν την ανισότητα $a < b < c$ και καθορίζουν τις x συντεταγμένες των τριών γωνιών όπως φαίνεται και στο σχήμα 2-18.

$$\mu_{\Delta} (X_i, [a,b,c]) = \begin{cases} 0, & X_i \leq a, \\ \frac{X_i - a}{b - a}, & a < X_i \leq b, \\ \frac{c - X_i}{c - b}, & b < X_i \leq c, \\ 0, & X_i > c. \end{cases} \quad (2-113)$$

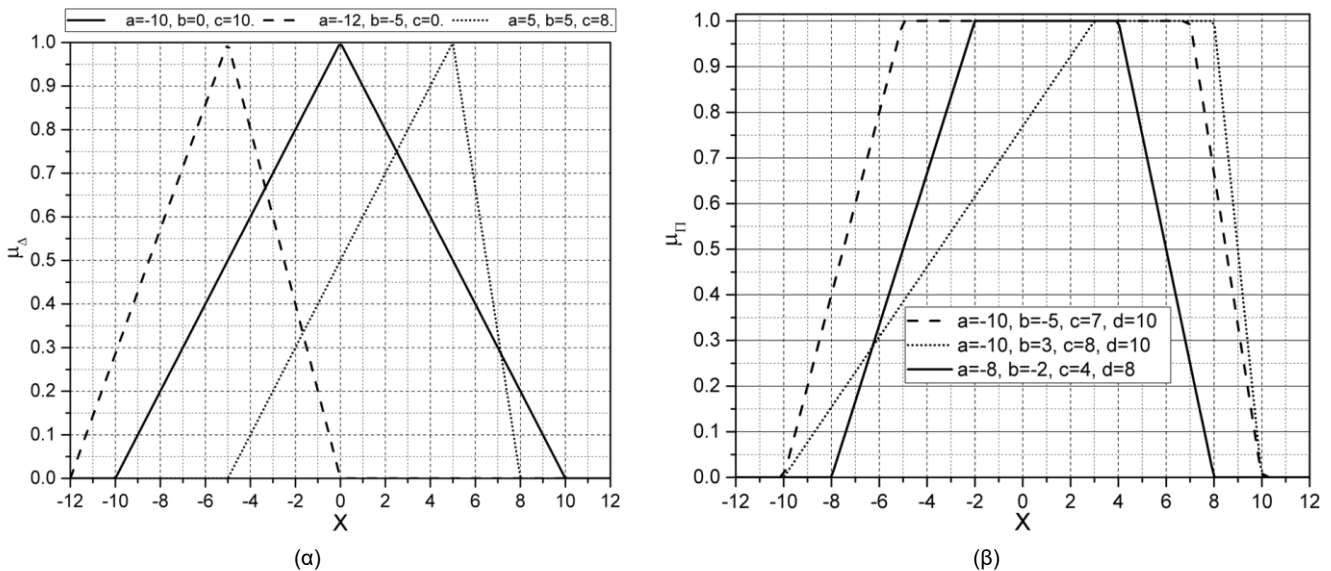
$$\mu_{\Delta}(X_i, [a, b, c]) = \max\left(\min\left(\frac{X_i - a}{b - a}, \frac{c - X_i}{c - b}\right), 0\right) \quad (2-114)$$

Η τραπεζοειδής συνάρτηση συμμετοχής μπορεί εύκολα να προκύψει από την γενικευμένη τριγωνική συνάρτηση συμμετοχής ενώ έχει τέσσερις χαρακτηριστικές παραμέτρους, και ορίζεται σύμφωνα με την (2-115) ή εναλλακτικά με την (2-116). Στο σχήμα 2-18 αναπαριστάται η επιρροή των παραμέτρων {a,b,c,d} στην μορφή της όπου θα πρέπει να ικανοποιείται και η ανισότητα $a < b \leq c < d$.

$$\mu_{\Pi}(X_i, [a, b, c, d]) = \begin{cases} 0, & X_i \leq a, \\ \frac{X_i - a}{b - a} & a < X_i \leq b \\ 1 & b < X_i \leq c \\ \frac{d - X_i}{d - c} & c < X_i \leq d \\ 0, & X_i > d \end{cases} \quad (2-115)$$

$$\mu_{\Pi}(X_i, [a, b, c, d]) = \max\left(\min\left(\frac{X_i - a}{b - a}, 1, \frac{d - X_i}{d - c}\right), 0\right) \quad (2-116)$$

Η τριγωνική και η τραπεζοειδής συνάρτηση συμμετοχής λόγω της απλότητας και κατ' επέκταση της υπολογιστικής τους αποδοτικότητας χρησιμοποιούνται όπου απαιτούνται υπολογισμοί σε πραγματικό χρόνο όπου ο χρόνος εκτέλεσης θα πρέπει να είναι ο ελάχιστος δυνατός [Jang 1993, Jang 1997, Porebski 2016], σε αντίθεση με τις Bell και Gauss που είναι μη γραμμικές συναρτήσεις.



Σχήμα 2-17: Συνάρτησης συμμετοχής: (α) τριγωνική μ_{Δ} για διάφορες τιμές των παραμέτρων {a,b,c}, και (β) τραπεζοειδής μ_{Π} για διάφορες τιμές των παραμέτρων {a,b,c,d}.

2.9 Βιβλιογραφία

- [1944, K. Levenberg] K. Levenberg, "A Method for the Solution of Certain Problems in Least Squares." *Quart. Appl. Math.* 2, 164-168, 1944.
- [1963, D. Marquardt] D. Marquardt, "An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters." *SIAM J. Appl. Math.* 11, 431-441, 1963.
- [1981, P. R. Gill] P. R. Gill, W. Murray, and M. H. Wright, "Practical Optimization", Elsevier, Academic Press, 1981.
- [1984, G. C. Goodwin] G. C. Goodwin and K. S. Sin, "Adaptive Filtering Prediction and Control" Prentice-Hall, 1984.
- [1984, K. J. Astrom] K. J. Astrom and B. Wittenmark, "Computer Controller Systems: Theory and Design". Prentice-Hall, 1984.
- [1986a D.E. Rumelhart] D. E. Rumelhart, G.E. Hinton, and R.J. Williams, "Learning Internal Representations by Error Propagation", *Parallel Data Processing*, Vol. 1, Cambridge, MA, The M.I.T. Press, 1986, pp. 318-362.
- [1986b, D.E. Rumelhart] D. E. Rumelhart, G. E. Hinton, and R. J. Williams, "Learning Representations by Back-Propagating Errors", *Nature*, vol. 323, pp. 533-536, 1986.
- [1987 R. Fletcher] R. Fletcher, "Practical Methods of Optimization" John Wiley & Sons, 2nd edition, 1987
- [1987, L. Ljung] L. Ljung, "System Identification: Theory for the User" Prentice-Hall, 1987
- [1987, M. J. D. Powell] M.J.D. Powell, "Radial Basis Functions for Multivariable Interpolation: a Review," *Algorithms for Approximation*, pp.143-167, Oxford, 1987.
- [1989, K. M. Hornik] K. M. Hornik, M. Stinchcombe and H. White, "Multilayer Feedforward Networks are Universal Approximators," *Neural Networks*, vol. 2, no. 5, pp. 359–366, 1989.
- [1990, E. J. Hartman] E. J. Hartman, J. D. Keeler and J. M. Kowalski, "Layered Neural Networks with Gaussian Hidden Units as Universal Approximations," in *Neural Computation*, vol. 2, no. 2, pp. 210-215, June 1990.
- [1990, K. Hornik] K. M. Hornik, "Approximation Capabilities of Multilayer Feedforward Networks", *Neural Networks*, Vol. 4, pp. 251-257, 1991.
- [1990, P. Strobach] P. Strobach, "Linear Prediction Theory: A Mathematical Basis for Adaptive Systems", New York: Springer-Verlag, 1990.
- [1991, D. F. Specht] D. F. Specht, "A General Regression Neural Network," *IEEE Transactions on Neural Networks*, Vol. 2, pp. 568—576, 1991.

- [1991, J. Park] J. Park and I. W. Sandberg, "Universal Approximation Using Radial-Basis-Function Networks," in *Neural Computation*, vol. 3, no. 2, pp. 246-257, June 1991.
- [1992, A. R. Barron] A. R. Barron, "Neural Networks Approximation", Proc. 7th Yale Workshop on Adaptive & Learning Systems, New Haven, pp. 69-72, 1992.
- [1992, E. Barnard] E. Barnard, "Optimization for Training Neural Networks," *IEEE Trans. on Neural Networks*, vol. 3, no. 2, pp. 232-240, 1992.
- [1993, D.L. Elliot] D.L. Elliott, "A Better Activation Function for Artificial Neural Networks", *ISR Tech. Rep.*, TR 93-8, 1993.
- [1993, J. Jang] J. R. Jang, "ANFIS: adaptive-network-based fuzzy inference systems," *IEEE Trans Systems, Man Cybernetics*, vol. 23, no. 3, pp. 665-685, May 1993.
- [1994, M.T. Hagan] M.T. Hagan, and M. Menhaj, "Training Feed-Forward Networks with the Marquardt Algorithm," *IEEE Transactions on Neural Networks* , Vol. 5, No. 6, 1999, pp. 989-993, 1994.
- [1996, J. Jang] J. R. Jang, "Input selection for ANFIS learning," *Proceedings of IEEE 5th International Fuzzy Systems*, pp. 1493-1499, 1996.
- [1996, M.T. Hagan] M. T. Hagan, H. B. Demuth, and M. H. Beale, "Neural Network Design", Boston, MA: PWS Publishing, 1996.
- [1997, J. Jang] J. S. R. Jang, C. T. Sun, and E. Mizutani, "Neuro-Fuzzy and Soft Computing A Computational Approach to Learning and Machine Intelligence", Prentice-Hall, 1997.
- [1999, S. Haykin] S. Haykin, "Neural Networks: A Comprehensive Foundation, 2nd Edition", Pearson Education, 1999.
- [2001, C. Christodoulou] C. Christodoulou, M. Georgiopoulos, "Applications of Neural Networks in Electromagnetics", Artech House, 2001.
- [2002, X. Yu] X. Yu, M. O. Efe and O. Kaynak, "A General Backpropagation Algorithm for Feedforward Neural Networks Learning," *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 13, no. 1, pp. 251-254, Jan 2002.
- [2003, M. D. Buhmann] M. D. Buhmann, "Radial Basis Functions: Theory and Implementations", Cambridge University Press, 2003.
- [2009, S. Haykin] S. Haykin, "Neural Networks and Machine Learning", 3rd Ed., Pearson Education, 2009.
- [2010, B. M. Wilamowski] B. M. Wilamowski, H. Yu, "Improved Computation for Levenberg Marquardt Training," *IEEE Trans. on Neural Networks*, vol. 21, no. 6, pp. 930-937, June 2010.
- [2014, M.T. Hagan] M.T. Hagan, H.B. Demuth, "Neural Network Design" 2nd Ed., ISBN-10: 0-9717321-1-6, ISBN-13: 978-0-9717321-1-7, 2014.

- [2015, B. Choudhury] B. Choudhury, S. Thomas, R. M. Jha, "Implementation of Soft Computing Optimization Techniques in Antenna Engineering", IEEE Antennas Propagat. Mag., pp. 122–131, Dec., 2015.
- [2016, S. Porebski] S. Porebski and E. Straszecka, "Membership functions for fuzzy focal elements", Archives of Control Sciences, Vol. 26, pp. 395-427, 2016.
- [2017, A. Saxena] A. Saxena, M. Prasad, A. Gupta, et al, "A review of Clustering Techniques and Developments", Neurocomputing, Vol. 267, pp 664-681, Dec. 2017.
- [2018, T.N. Kapetanakis] T.N. Kapetanakis, I.O. Vardiambasis, M.P. Ioannidou, and A. Maras, "Neural network modeling for the solution of the inverse loop antenna radiation problem", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 66, no. 11, pp. 6283-6290, 2018

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

3 Εφαρμογή Soft-Computing Τεχνικών για την Επίλυση του Ευθέως Προβλήματος Ακτινοβολίας

3.1 Κεραία κυκλικού βρόχου

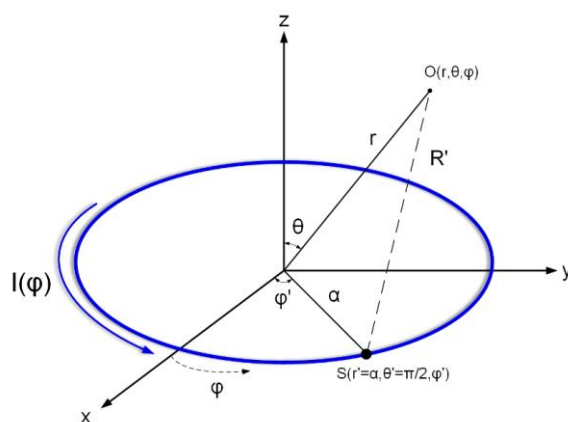
Η κεραία κυκλικού βρόχου ή βροχοκεραία (circular loop) είναι ευρέως διαδεδομένη εξαιτίας των λειτουργικών της χαρακτηριστικών, της απλότητας κατασκευής και του χαμηλού κόστους παραγωγής. Χωρίζονται σε δύο κατηγορίες, τις ηλεκτρικά μικρές και τις ηλεκτρικά μεγάλες. Στην κατηγορία των ηλεκτρικά μικρών έχει καθιερωθεί να ανήκουν εκείνες όπου η περιφέρεια τους είναι μικρότερη από το ένα-δέκατο του μήκους κύματος $c < \lambda/10$, ενώ στην κατηγορία των ηλεκτρικά μεγάλων ανήκουν εκείνες όπου η περιφέρεια τους είναι περίπου ένα μήκος κύματος $c \sim \lambda$. Οι ηλεκτρικά μικρές βροχοκεραίες έχουν σχετικά μικρή αντίσταση ακτινοβολίας μικρότερη από την αντίσταση απωλειών και χρησιμοποιούνται κυρίως σαν κεραίες λήψεις όπως για παράδειγμα στην εύρεση της διεύθυνσης μιας εκπομπής [2008, C. Balanis]. Το διάγραμμα ακτινοβολίας μιας ηλεκτρικά μικρής βροχοκεραίας μοιάζει μ' αυτό του στοιχειώδους διπόλου με μηδενισμό κάθετα και μέγιστο παράλληλα του επιπέδου που είναι τοποθετημένη. Καθώς το μήκος της βροχοκεραίας αυξάνει τείνοντας στο ένα μήκος κύματος (ελευθέρου χώρου) το μέγιστο ολισθαίνει από το επίπεδο προς τον άξονα της. Οι ηλεκτρικά μεγάλες βροχοκεραίες κατά κύριο λόγο σαν στοιχεία κατευθυντικών στοιχειοκεραίων. Η μέγιστη ακτινοβολία επιτυγχάνεται περί τον άξονα της στοιχειοκεραίας συγκροτώντας έτσι μια ακμοπυροδοτική στοιχειοκεραία. Τέλος, ευρέως διαδεδομένη είναι και η χρήση τους σαν αισθητήρες (probes) μαγνητικού πεδίου σε εφαρμογές ηλεκτρομαγνητικής συμβατότητας [2008, C. Balanis], [2002, J. Kraus], [2002, J. Volakis].

Στην απλούστερη προσέγγιση επίλυσης του προβλήματος ακτινοβολίας ο κυκλικός βρόχος τεμαχίζεται σε απειροστά δίπολα μήκους $d\ell$ και το πρόβλημα αντιμετωπίζεται με εφάμιλλο τρόπο όπως αυτόν του γραμμικού διπόλου. Η προσέγγιση αυτή είναι έγκυρη και δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα στην περίπτωση σταθερού ρεύματος βρόχου ενώ η εγκυρότητα της ικανοποιεί την περίπτωση μόνο του μακρινού πεδίου [2005, C. Balanis]. Η επίλυση του προβλήματος ακτινοβολίας κυκλικού βρόχου για τον ακριβή υπολογισμό του πεδίου τόσο στην κοντινή όσο και στην μακρινή περιοχή όταν αυτός φέρει ρεύμα αυθαίρετης κατανομής απασχολεί διαχρονικά πλήθος ερευνητών [1996, D.H. Werner], [1996, E. Altshuler], [2005, J.T. Conway], [2006, H. T. Anastassiou], [2014, M. Fakharzadeh], [2008, 2017, G. Fikioris], [2017, J. Nagar]. Ο R. King ήταν από τους πρώτους που ασχολήθηκαν εκτενώς με την αναλυτική επίλυση του προβλήματος [1969, R. Collin]. Έδωσε έμφαση στην εύρεση της κατανομής του ρεύματος αναλύοντας το κατά Fourier, υπολογίζοντας τους αντίστοιχους συντελεστές και στην συνέχεια προχώρησε στην κατάστρωση των πεδιακών εξισώσεων.

Ο Α. Hamed παρουσιάζει μια εναλλακτική προσέγγιση επίλυσης του προβλήματος με σκοπό τον διαχωρισμό των αζιμουθιακών μεταβλητών από τις ολοκληρωτικές εξισώσεις του διανυσματικού δυναμικού σε ξεχωριστές εκθετικές συναρτήσεις [2013, S. M. Ali Hamed]. Οι εκφράσεις των πεδιακών συνιστωσών είναι έγκυρες τόσο στο μακρινό όσο και στο κοντινό πεδίο για αυθαίρετης κατανομής ρεύμα βρόχου ενώ υποστηρίζει ότι η μέθοδος απλοποιεί αρκετά του μαθηματικούς υπολογισμούς [2013, S. M. Ali Hamed]. Ενώ οι περισσότερες μέθοδοι επίλυσης του προβλήματος χρησιμοποιούν όπως συνηθίζεται σφαιρικές συντεταγμένες εναλλακτικά στην [2005, J.T. Conway] χρησιμοποιούνται κυλινδρικές συντεταγμένες για την έκφραση των πεδιακών συνιστωσών υποστηρίζοντας ότι το πρόβλημα είναι περισσότερο κυλινδρικό παρά σφαιρικό. Τέλος ο Werner στην [1996, D.H. Werner] εισάγει μια νέα τεχνική ολοκλήρωσης του διανυσματικού δυναμικού με την βροχοκεραία να φέρει τυχαία κατανομή ρεύματος. Ολοκληρώνοντας το διανυσματικό δυναμικό και αναπτύσσοντας το ρεύμα σε συνημιτονική σειρά Fourier καταλήγει στις ακριβείς εκφράσεις του πεδίου τόσο στην κοντινή όσο και στην μακρινή περιοχή. Η επεκτασιμότητα της τεχνικής οδήγησε στην μελέτη φαινομένων αμοιβαίας σύζευξης μεταξύ δύο κυκλικών βρόχων τοποθετημένων σε τυχαίες θέσεις στο χώρο. Αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι η εφαρμοσιμότητα της τεχνικής επεκτείνεται μέχρι και την οπτική περιοχή λαμβάνοντας υπόψη την διασπορά και τις απώλειες που οφείλονται στο υλικό του βρόχου [2017, J. Nagar].

3.2 Αναλυτική επίλυση του προβλήματος.

Η γεωμετρία του προβλήματος της ακτινοβολίας κυκλικού βρόχου ακτίνας α απεικονίζεται στο σχήμα 2.1, όπου S το σημείο τροφοδοσίας και O το σημείο παρατήρησης σε σφαιρικές συντεταγμένες $(r' = \alpha, \theta' = 90^\circ, \varphi')$ και (r, θ, φ) αντίστοιχα. Η απόσταση R' μεταξύ σημείου τροφοδοσίας και σημείου παρατήρησης δίνεται από την σχέση (3-1) και ο βρόχος φέρει τυχαίας κατανομής ρεύμα εκφραζόμενο με συνημιτονική σειρά Fourier της μορφής της (3-2) [1996, D.H. Werner].



Σχήμα 3-1: Γεωμετρία κυκλικής βροχοκεραίας ακτίνας α τοποθετημένη στο xy επίπεδο και τυχαίας κατανομής ρεύματος $I(\varphi)$. Όπου S και O τα σημεία διέγερσης και τροφοδοσίας αντίστοιχα σε σφαιρικές συντεταγμένες.

$$R' = \sqrt{\left(\sqrt{r^2 + \alpha^2}\right) - 2\alpha r \sin\theta \cos(\varphi - \varphi')} \quad (3-1)$$

$$I(\varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} I_n \cos(n\varphi) \quad (3-2)$$

Το ρεύμα στο βρόχο $I(\varphi)$ ρέει κατά την φ κατεύθυνση όπως φαίνεται και στο σχήμα 3-1 ως εκ τούτου το διανυσματικό δυναμικό εκφράζεται σύμφωνα με τις (3-3)-(3-5).

$$A_r(r, \theta, \varphi) = \frac{\mu\alpha \sin\theta}{4\pi} \int_0^{2\pi} I(\varphi') \sin(\varphi - \varphi') \frac{e^{-j\beta R'}}{R'} d\varphi' \quad (3-3)$$

$$A_\theta(r, \theta, \varphi) = \frac{\mu\alpha \cos\theta}{4\pi} \int_0^{2\pi} I(\varphi') \sin(\varphi - \varphi') \frac{e^{-j\beta R'}}{R'} d\varphi' \quad (3-4)$$

$$A_\varphi(r, \theta, \varphi) = \frac{\mu\alpha}{4\pi} \int_0^{2\pi} I(\varphi') \cos(\varphi - \varphi') \frac{e^{-j\beta R'}}{R'} d\varphi' \quad (3-5)$$

Σύμφωνα με τον Werner [1996, D.H. Werner] η επίλυση του προβλήματος επιτυγχάνεται με την συστηματική αντιμετώπιση των ολοκληρωτικών σχέσεων του διανυσματικού (3-6)-(3-8) δυναμικού με το ολοκλήρωμα του ρεύματος (3-9) να είναι κοινό και για τις τρεις εκφράσεις.

$$A_r(r, \theta, \varphi) = -\frac{\mu}{2j\beta r} \frac{d}{d\varphi} \mathfrak{Z}(r, \theta, \varphi) \quad (3-6)$$

$$A_\theta(r, \theta, \varphi) = -\frac{\mu}{2j\beta r \tan\theta} \frac{d}{d\varphi} \mathfrak{Z}(r, \theta, \varphi) \quad (3-7)$$

$$A_\varphi(r, \theta, \varphi) = -\frac{\mu}{j\beta r \cos\theta} \frac{d}{d\theta} \mathfrak{Z}(r, \theta, \varphi) \quad (3-8)$$

$$\mathfrak{Z}(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} I(\varphi') e^{-j\beta r} d\varphi' \quad (3-9)$$

Ο όρος $e^{-j\beta R'}$ που εμφανίζεται στις (3-6)-(3-8) μπορεί να εκφραστεί υπό την μορφή αθροίσματος με την βοήθεια των αναπτυγμάτων Lommel ενώ εφαρμόζοντας την ταυτότητα του Euler και ολοκληρώνοντας διαδοχικά η $\mathfrak{Z}(r, \theta, \varphi)$ εκφράζεται σύμφωνα με την (3-10).

$$\mathfrak{Z}(r, \theta, \varphi) = G_0 e^{-j\beta R} + \sum_{m=1}^{\infty} G_m(\varphi) \frac{(\beta^2 \alpha r \sin\theta)^m}{m!} \frac{h_{m-1}^{(2)}(\beta R)}{(\beta R)^{m-1}} \quad (3-10)$$

με

$$G_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} I(\varphi') d\varphi'$$

$$G_m(\varphi) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} I(\varphi + \varphi') \cos^m(\varphi') d\varphi'$$

Αφού υπολογιστεί αναλυτικά η $\mathfrak{Z}(r, \theta, \varphi)$ στην συνέχεια πραγματοποιώντας τις απαραίτητες παραγωγίσεις και αντικαταστάσεις υπολογίζονται οι εκφράσεις του διανυσματικού δυναμικού A_r , A_θ , A_φ , των (3-11)-(3-13):

$$A_r(r, \theta, \varphi) = \frac{\mu\beta\alpha \sin\theta}{4j} \sum_{m=1, n=1}^{\infty} \sum_{\substack{m-n=2k \\ k=0,1,\dots}}^m I_n \sin(n\varphi) \frac{n \left[(\beta^2 \alpha r \sin\theta)/2 \right]^{m-1} h_{m-1}^{(2)}(\beta R)}{\left[(m-n)/2 \right]! \left[(m+n)/2 \right]! (\beta R)^{m-1}} \quad (3-11)$$

$$A_\theta(r, \theta, \varphi) = \frac{\mu\beta\alpha \cos\theta}{4j} \sum_{m=1, n=1}^{\infty} \sum_{\substack{m-n=2k \\ k=0,1,\dots}}^m I_n \sin(n\varphi) \frac{n \left[(\beta^2 \alpha r \sin\theta)/2 \right]^{m-1} h_{m-1}^{(2)}(\beta R)}{\left[(m-n)/2 \right]! \left[(m+n)/2 \right]! (\beta R)^{m-1}} \quad (3-12)$$

$$A_\varphi(r, \theta, \varphi) = \frac{\mu\beta\alpha}{4j} \sum_{m=1, n=1}^{\infty} \sum_{\substack{m-n=2k \\ k=0,1,\dots}}^m I_n \sin(n\varphi) \frac{n \left[(\beta^2 \alpha r \sin\theta)/2 \right]^{m-1} h_{m-1}^{(2)}(\beta R)}{\left[(m-n)/2 \right]! \left[(m+n)/2 \right]! (\beta R)^{m-1}} \quad (3-13)$$

Κατόπιν αφού αναπτυχθούν οι αναλυτικές εκφράσεις του διανυσματικού δυναμικού για τον κυκλικό βρόχο, λαμβάνοντας υπόψη τις εξισώσεις του Maxwell (3-14) και (3-15) προκύπτουν οι ακριβείς αναλυτικές εκφράσεις των πεδιακών συνιστωσών του ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου (3-16)-(3-19) και (3-20)-(3-23) αντίστοιχα με $\eta = \sqrt{\mu/\varepsilon}$ την κυματική αντίσταση, και $\beta = 2\pi/\lambda$ ο κυματαριθμός.

$$\vec{E} = \frac{1}{j\omega\varepsilon} \nabla \times \vec{H} = \frac{1}{j\omega\mu\varepsilon} \left[\nabla(\nabla \cdot \vec{A}) + \beta^2 \vec{A} \right] \quad (3-14)$$

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A} \quad (3-15)$$

Για το ηλεκτρικό πεδίο ισχύει ότι:

$$E_r(r, \theta, \varphi) = \frac{\eta\beta\alpha \sin\theta}{4} \left[\begin{aligned} & (\beta\alpha)^2 \sum_{m=1, n=1}^{\infty} \sum_{\substack{m-n=2k \\ k=0,1,\dots}}^m C_{mn}^3 \sin(n\varphi) \left[(\beta^2 \alpha r \sin\theta)/2 \right]^{m-1} \frac{h_{m+1}^{(2)}(\beta R)}{(\beta R)^{m+1}} \\ & - \sum_{m=1, n=1}^{\infty} \sum_{\substack{m-n=2k \\ k=0,1,\dots}}^m C_{mn}^4 \sin(n\varphi) \left[(\beta^2 \alpha r \sin\theta)/2 \right]^{m-1} \frac{h_m^{(2)}(\beta R)}{(\beta R)^m} \end{aligned} \right] \quad (3-16)$$

$$E_{\theta}(r, \theta, \varphi) = \frac{\eta\beta\alpha \cos\theta}{4} \left[\sum_{\substack{m=1n=1 \\ m-n=2k \\ k=0,1,\dots}}^{\infty} \sum_{m=1}^m C_{mn}^5 \sin(n\varphi) \left[(\beta^2\alpha r \sin\theta)/2 \right]^{m-1} \frac{h_m^{(2)}(\beta R)}{(\beta R)^m} \right. \\ \left. - \sum_{\substack{m=1n=1 \\ m-n=2k \\ k=0,1,\dots}}^{\infty} \sum_{m=1}^m C_{mn}^3 \sin(n\varphi) \left[(\beta^2\alpha r \sin\theta)/2 \right]^{m-1} \frac{h_{m-1}^{(2)}(\beta R)}{(\beta R)^{m-1}} \right] \quad (3-17)$$

$$E_{\varphi}(r, \theta, \varphi) = \frac{\eta\beta\alpha(\beta\alpha)}{4} \left[\sum_{\substack{m=1n=1 \\ m-n=2k \\ k=0,1,\dots}}^{\infty} \sum_{m=1}^m C_{mn}^6 \cos(n\varphi) \left[(\beta^2\alpha r \sin\theta)/2 \right]^{m-1} \frac{h_m^{(2)}(\beta R)}{(\beta R)^m} \right. \\ \left. - \sum_{\substack{m=1n=1 \\ m-n=2k \\ k=0,1,\dots}}^{\infty} \sum_{m=1}^m C_{mn}^2 \cos(n\varphi) \left[(\beta^2\alpha r \sin\theta)/2 \right]^{m-1} \frac{h_{m-1}^{(2)}(\beta R)}{(\beta R)^{m-1}} \right] \quad (3-18)$$

$$C_{mn}^4 = I_n \frac{(m+1)n}{[(m-n)/2]![(m+n)/2]!}, C_{mn}^5 = I_n \frac{mn}{[(m-n)/2]![(m+n)/2]!}, C_{mn}^6 = I_n \frac{n^2}{[(m-n)/2]![(m+n)/2]!} \quad (3-19)$$

Για το μαγνητικό πεδίο ισχύει ότι:

$$H_r(r, \theta, \varphi) = \frac{\beta(\beta\alpha)^2 \cos\theta}{8j} \sum_{\substack{m=2n=0 \\ m-n=2k \\ k=1,2,\dots}}^{\infty} \sum_{m=1}^{m-1} C_{mn}^1 \cos(n\varphi) \left[(\beta^2\alpha r \sin\theta)/2 \right]^{m-2} \frac{h_{m-1}^{(2)}(\beta R)}{(\beta R)^{m-1}} \quad (3-20)$$

$$H_{\theta}(r, \theta, \varphi) = \frac{\beta(\beta\alpha)(\beta r) \cos\theta}{4j} \sum_{\substack{m=1n=0 \\ m-n=2k \\ k=1,2,\dots}}^{\infty} \sum_{m=1}^{m-1} C_{mn}^2 \cos(n\varphi) \left[(\beta^2\alpha r \sin\theta)/2 \right]^{m-1} \frac{h_m^{(2)}(\beta R)}{(\beta R)^m} \\ - \frac{\beta(\beta\alpha)^2 \sin\theta}{8j} \sum_{\substack{m=2n=0 \\ m-n=2k \\ k=1,2,\dots}}^{\infty} \sum_{m=1}^{m-1} C_{mn}^1 \cos(n\varphi) \left[(\beta^2\alpha r \sin\theta)/2 \right]^{m-2} \frac{h_{m-1}^{(2)}(\beta R)}{(\beta R)^{m-1}} \quad (3-21)$$

$$H_{\varphi}(r, \theta, \varphi) = -\frac{\beta(\beta\alpha)(\beta r) \cos\theta}{4j} \sum_{\substack{m=1n=1 \\ m-n=2k \\ k=0,1,\dots}}^{\infty} \sum_{m=1}^{m-1} C_{mn}^3 \sin(n\varphi) \left[(\beta^2\alpha r \sin\theta)/2 \right]^{m-1} \frac{h_m^{(2)}(\beta R)}{(\beta R)^m} \quad (3-22)$$

$$C_{mn}^1 = I_n \frac{(m-n)(m+n)}{[(m-n)/2]![(m+n)/2]!}, C_{mn}^2 = I_n \frac{m}{[(m-n)/2]![(m+n)/2]!}, C_{mn}^3 = I_n \frac{n}{[(m-n)/2]![(m+n)/2]!} \quad (3-23)$$

Από τις εκφράσεις (3-16)-(3-23) μπορεί να υπολογιστεί με ακρίβεια η ένταση του πεδίου σε σφαιρικές συντεταγμένες για οποιαδήποτε ρεύμα βρόχου σε οποιαδήποτε σημείο του χώρου τόσο στην κοντινή όσο και στην μακρινή περιοχή ακόμα και στο εσωτερικό του.

Μια εναλλακτική γενική αναλυτική τεχνική επίλυσης του προβλήματος ακτινοβολίας του κυκλικού βρόχου σε κυλινδρικές συντεταγμένες (ρ, φ, z) προτείνεται από τον J. Conway [2005, J.Conway]. Υποστηρίζοντας ότι το πρόβλημα είναι κατά κύριο λόγο κυλινδρικής φύσεως η αναλυτική τεχνική εστιάζει στην επίλυση των ολοκληρωτικών κυλινδρικών σχέσεων (3-24)-(3-26):

$$I_m = \int_0^{2\pi} \cos m\varphi' \frac{e^{-j\beta R}}{R} d\varphi' \quad (3-24)$$

Εφαρμόζοντας την σχέση του Euler το ολοκλήρωμα της (3-24) μπορεί να διαχωριστεί σε δύο επιμέρους ολοκληρώματα με το ένα να αναπαριστά το πραγματικό και το άλλο το φανταστικό μέρος του όρου $e^{-j\beta R}$.

$$I_m^{(Re)} = \int_0^{2\pi} \cos m\varphi' \frac{\cos(\beta R)}{R} d\varphi' \quad (3-25)$$

$$I_m^{(Im)} = -j \int_0^{2\pi} \cos m\varphi' \frac{\sin(\beta R)}{R} d\varphi' \quad (3-26)$$

Για την επίλυση των παραπάνω ολοκληρωμάτων το μεν πραγματικό (3-25) εκφράζεται από μια σειρά θεμελιωδών όρων το δε φανταστικό (3-26) από μια σειρά συναρτήσεων Legendre δευτέρου είδους και τάξης $1/2$. Υπολογίζοντας τις παραγώγους του διανυσματικού δυναμικού εξάγονται οι γενικές εκφράσεις για τις πεδιακές συνιστώσες σε κυλινδρικές συντεταγμένες τόσο στην κοντινή όσο και στην μακρινή περιοχή.

Για τις συνιστώσες του μαγνητικού πεδίου ισχύει ότι:

$$B_\rho(\rho, \varphi, z) = -\frac{\mu\alpha}{8\pi} \sum_{p=0}^{P_{tot}} A_p \cos p(\varphi + \varphi_p) \left(\frac{\partial I_{p-1}}{\partial z} + \frac{\partial I_{p+1}}{\partial z} \right) \quad (3-27)$$

$$B_\varphi(\rho, \varphi, z) = \frac{\mu\alpha}{8\pi} \sum_{p=0}^{P_{tot}} A_p \sin p(\varphi + \varphi_p) \left(\frac{\partial I_{p-1}}{\partial z} - \frac{\partial I_{p+1}}{\partial z} \right) \quad (3-28)$$

$$B_z(\rho, \varphi, z) = \frac{\mu\alpha}{8\pi} \sum_{p=0}^{P_{tot}} A_p \cos p(\varphi + \varphi_p) \left(\frac{\partial I_{p-1}}{\partial z} + \frac{\partial I_{p+1}}{\partial z} \right) - \frac{\mu\alpha}{8\pi\rho} \sum_{p=0}^{P_{tot}} A_p \cos p(\varphi + \varphi_p) ((p-1)I_{p-1} - (p+1)I_{p+1}) \quad (3-29)$$

Ενώ για τις συνιστώσες του ηλεκτρικού πεδίου ισχύει:

$$E_\rho(\rho, \varphi, z) = \frac{i}{8\pi\alpha\epsilon} \sum_{p=1}^{P_{tot}} A_p \sin p(\varphi + \varphi_p) \left(2p \frac{\partial I_p}{\partial \rho} - \alpha\beta^2 [I_{p-1} - I_{p+1}] \right) \quad (3-30)$$

$$E_\varphi(\rho, \varphi, z) = \frac{i}{8\pi\alpha\epsilon} \sum_{p=0}^{P_{tot}} A_p \cos p(\varphi + \varphi_p) \left(\frac{2p^2}{\rho} I_p - \alpha\beta^2 [I_{p-1} - I_{p+1}] \right) \quad (3-31)$$

$$E_z(\rho, \varphi, z) = \frac{i}{8\pi\alpha\epsilon} \sum_{p=1}^{P_{\text{tot}}} A_p \sin p(\varphi + \varphi_p) \frac{\partial I_p}{\partial z} \quad (3-32)$$

$$\text{με } \alpha^2 = \beta^2 / \mu_0 \epsilon_0$$

Στην περίπτωση που ζητείται το πεδίο που προκαλεί ο βρόχος στην μακρινή περιοχή τότε οι γενικές εκφράσεις (3-16)-(3-18) και (3-20)-(3-22) μπορούν να προσαρμοστούν αν ληφθεί υπόψη ότι για $\rho \gg \alpha$ και $R \rightarrow r$ [1996, D.H. Werner], [2005, C. Balanis]. Έτσι προκύπτουν οι πεδιακές συνιστώσες στην μακρινή περιοχή σε σφαιρικές συντεταγμένες σύμφωνα με τις (3-33)-(3-36).

$$H_r = H_\varphi \approx 0 \quad (3-33)$$

$$H_\theta \approx -\frac{\beta\alpha I_0}{2} \frac{e^{-j\beta r}}{r} J_1(\beta\alpha \sin\theta) \quad (3-34)$$

$$E_r = E_\theta \approx 0 \quad (3-35)$$

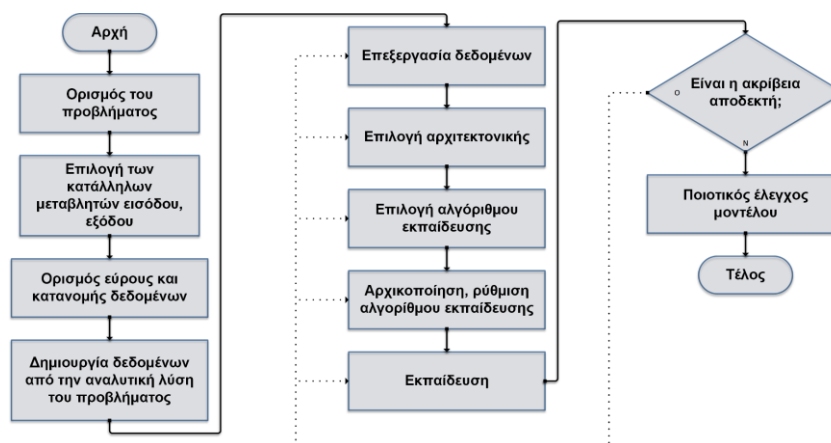
$$E_\varphi \approx -\frac{\beta\alpha I_0}{2} \frac{e^{-j\beta r}}{r} J_1(\beta\alpha \sin\theta) \quad (3-36)$$

3.3 Επίλυση του προβλήματος με την χρήση Soft Computing τεχνικών.

Σύμφωνα με τον R. King η αναλυτική επίλυση του κυκλικού βρόχου είναι πολύ πιο περίπλοκη και απαιτητική από τις υπόλοιπες γραμμικές κεραίες [1969, R. Collin] γεγονός που επαληθεύεται από την γενικευμένη τεχνική επίλυσης που παρουσιάστηκε στην προηγούμενη παράγραφο. Εκτός από την πολυπλοκότητα και τις δεξιότητες που είναι απαραίτητες για την επίλυση του προβλήματος πρόκειται για μια επίπονη και χρονοβόρα μαθηματική διαδικασία. Στην ενότητα αυτή αναπτύσσεται μια εναλλακτική προσέγγιση επίλυσης του προβλήματος της ακτινοβολίας κυκλικού βρόχου. Η προτεινόμενη μεθοδολογία συνδυάζει την αναλυτική τεχνική της προηγούμενης παραγράφου [1996, Werner] με δύο διαφορετικές soft-computing τεχνικές [2000, C. Christodoulou], [2015, B. Choudhury]. Η πρώτη μέθοδος επίλυσης στηρίζεται στα MLPs τεχνητά νευρωνικά δίκτυα ενώ η δεύτερη στο προσαρμοστικό νεύρο-ασαφές σύστημα, [1993, J.-S.R. Jang]. Τα MLP τεχνητά νευρωνικά δίκτυα έχουν εφαρμοστεί με επιτυχία για την ανάλυση και σύνθεση πλήθους προβλημάτων διάδοσης, σκέδασης και ακτινοβολίας ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων [2001, V. Devabhaktuni], [2001, R.K. Mishra], [2000, Q.J. Zhang], [2000, C. Christodoulou]. Από την άλλη το ANFIS συνδυάζει τις μαθησιακές ικανότητες των νευρωνικών δικτύων με την ασαφή λογική και έχει εφαρμοστεί για την επίλυση αρκετών πρακτικών προβλημάτων [2014, D. Pujara], [2014, A. Kayabasi], [2015, A. Gehani], [2012a, 2012b, 2018a, 2018b, T.N. Karetanakis].

Λαμβάνοντας υπόψη το θεώρημα του K. M. Hornik [1989, K. M. Hornik] ότι δηλαδή τα MLPs πρόσω-τροφοδότησης με τουλάχιστον 2 κρυφά στρώματα και κατάλληλο αριθμό νευρώνων μπορούν να εκτιμήσουν με αυθαίρετη ακρίβεια οποιαδήποτε μη γραμμική συνεχή συνάρτηση. Τα απαραίτητα στάδια που απαιτούνται για την επίλυση του προβλήματος παρουσιάζονται στο σχήμα

3-2. Κατά τον ορισμό του προβλήματος καθορίζεται για το αν πρόκειται για πρόβλημα συσταδοποίησης (clustering), ταξινόμησης (classification), ή προσέγγισης συνάρτησης (function approximation) όπως στην περίπτωση του κυκλικού βρόχου. Στην συνέχεια επιλέγονται οι είσοδοι και οι έξοδοι του νευρωνικού δικτύου με κριτήριο αφενός το είδος του προβλήματος και τη διαθεσιμότητα τους και αφετέρου επιλέγοντας τις εισόδους εκείνες που έχουν την μεγαλύτερη επιρροή στις εξόδους. Για την δημιουργία των δεδομένων που θα χρησιμοποιηθούν τόσο για την εκπαίδευση όσο και για τον έλεγχο του δικτυώματος αυτά μπορεί να προέρχονται από μετρήσεις, από προσομοιώσεις (αριθμητική λύση), ή από την αναλυτική λύση του προβλήματος. Το πλήθος των δεδομένων επιλέγεται με σκοπό το νευρωνικό δίκτυο να αναπαριστά με ακρίβεια το πρόβλημα. Στην περίπτωση των ηλεκτρομαγνητικών προβλημάτων είναι γνωστό ότι για την λήψη μετρήσεων απαιτείται εξειδικευμένος υψηλό κόστους εξοπλισμός με το πλήθος των δεδομένων να είναι άμεση συνάρτηση του κόστους. Σε αντίθεση με την αναλυτική λύση όπου η δημιουργία των δεδομένων είναι αρκετά μικρότερου κόστους από άποψη εξοπλισμού αλλά πολύ πιο πολύπλοκη και χρονοβόρα διαδικασία.



Σχήμα 3-2: Κυριότερα στάδια για την επίλυση του προβλήματος ακτινοβολίας κυκλικού βρόχου.

Για την εκπαίδευση ενός νευρωνικού δικτύου συνήθως είναι απαραίτητα τρία σετ δεδομένων το πρώτο είναι το σετ εκπαίδευσης (training data), το δεύτερο το σετ εγκυρότητας (validation data), και το τρίτο το σετ δοκιμής (testing data). Το σετ δεδομένων εκπαίδευσης χρησιμοποιείται κατά την διαδικασία της εκμάθησης όπως είδαμε στο κεφάλαιο 2 για την ενημέρωση των βαρών και των παραμέτρων του νευρωνικού δικτύου. Το σετ εγκυρότητας χρησιμοποιείται για την επίβλεψη της απόδοσης του δικτυώματος, την αποφυγή υπερπροσαρμογής (overfitting) στα δεδομένα εκπαίδευσης και τέλος στον έλεγχο του κριτηρίου τερματισμού της εκμάθησης. Τέλος το σετ δοκιμής χρησιμοποιείται ανεξάρτητα χωρίς να έχει χρησιμοποιηθεί κατά την εκπαίδευση για να ελέγξει την απόδοση του εκπαιδευμένου πλέον δικτυώματος από άποψη ακρίβειας και ικανότητας γενίκευσης [2001, V. Devabhaktuni]. Η επιλογή του εύρους τιμών των δεδομένων εκπαίδευσης πραγματοποιείται σύμφωνα με το εύρος τιμών που θα χρησιμοποιηθεί και πιο συγκεκριμένα τα δεδομένα εκπαίδευσης ελαφρώς πέραν αυτού. Αν το δίκτυο πρέπει να χρησιμοποιηθεί στο διάστημα $[x_{\min}, x_{\max}]$ είναι καλή πρακτική τα δεδομένα εκπαίδευσης να παραχθούν στο διάστημα $[x_{\min} - \Delta, x_{\max} + \Delta]$ ελαφρώς μετατοπισμένο κατά $\pm\Delta$ των ορίων. Έτσι αυξάνεται η αξιοπιστία του δικτυώματος

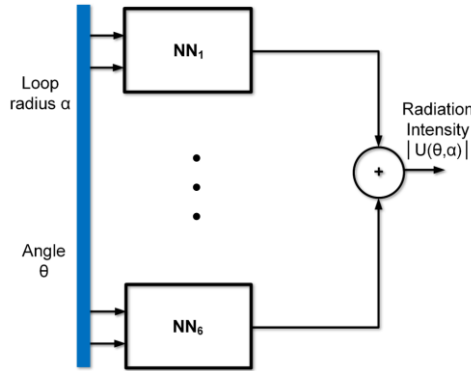
όταν αυτό απαιτείται να εκτιμήσει τιμές κοντά στα όρια του διαστήματος λειτουργίας [2000, Q.J. Zhang]. Αφού επιλεγθεί το κατάλληλο εύρος τιμών στην συνέχεια θα πρέπει να καθοριστεί η μέθοδος δειγματοληψίας. Τόσο το διάστημα όσο και η μέθοδος δειγματοληψίας εξαρτώνται από το είδος του προβλήματος που πρόκειται να επιλυθεί. Στην περίπτωση που τα δεδομένα εκπαίδευσης προέρχονται από αναλυτική λύση και το πρόβλημα είναι έντονα μη γραμμικό η δειγματοληψία του διαστήματος συνίσταται να πραγματοποιηθεί σύμφωνα με την ομοιόμορφη κατανομή με κάθε μεταβλητή εισόδου δειγματοληπείται σε ίσα διαστήματα. Ενώ σε περίπτωση που υπάρχουν περιορισμοί ως προς την παραγωγή των δεδομένων η δειγματοληψία γίνεται σύμφωνα με διαφορετικές μεθόδους όπως για παράδειγμα η Design Of Experiments (DOE) [2003, Q.J. Zhang].

Από τις πιο συνηθισμένες αρχιτεκτονικές εφαρμοσμένες σε ηλεκτρομαγνητικά προβλήματα είναι αυτές των MLPs, και των RBF ενώ στη παρούσα διατριβή εξετάζεται και μια επιπλέον αρχιτεκτονική αυτή των νευρωνικών δικτύων γενικευμένης παλινδρόμησης GRNN [1991, D.F. Specht], [2018b, T.N. Karpetanakis]. Για να είναι σε θέση το δίκτυωμα να εκπαιδευτεί και να ικανοποιεί τα ποιοτικά κριτήρια επιτυγχάνοντας την επιθυμητή ακρίβεια θα πρέπει να προσδιοριστεί το κατάλληλο πλήθος νευρώνων στο κρυφό στρώμα. Το πλήθος εξαρτάται από τον βαθμό μη γραμμικότητας και της πολυπλοκότητας του προβλήματος. Ωστόσο το θεώρημα του K. M. Hornik δεν προσδιορίζει ποιο πρέπει να είναι το μέγεθος του δικτύωματος [1989, K. M. Hornik]. Το ερώτημα για τον ακριβή αριθμό των νευρώνων των κρυφών στρωμάτων που απαιτούνται για την επιτυχή εκπαίδευση ενός δικτύωματος είναι ακόμα αναπάντητο χωρίς να υπάρχει κάποια αναλυτική σχέση που να τον προσδιορίζει [2003, Q.J. Zhang], [2000, Q.J. Zhang], [2001, V. Devabhaktuni]. Οπότε ο κατάλληλος αριθμός νευρώνων μπορεί να εκτιμηθεί είτε εμπειρικά είτε με προσαρμογή προσθέτοντας/αφαιρώντας νευρώνες κατά την διάρκεια της εκπαίδευσης δηλαδή ακολουθώντας μια trial and error διαδικασία. Για το πλήθος των κρυφών στρωμάτων ως κατευθυντήρια γραμμή ακολουθείται το θεώρημα του K.M. Hornik. Η ενημέρωση των βαρών και των παραμέτρων του νευρωνικού δικτύου είναι ευθύνη του αλγόριθμου εκπαίδευσης. Η επιλογή του γίνεται ανάλογα με τις ανάγκες του προβλήματος όπως παραδείγματος χάριν όταν είναι απαραίτητη η ταχεία σύγκλιση χωρίς κάποιον περιορισμό στην μνήμη RAM τότε ο LM είναι η καταλληλότερη επιλογή. Σαν ποιοτικούς δείκτες για τον έλεγχο της εκπαίδευσης χρησιμοποιούνται διάφορα στατιστικά μεγέθη όπως για παράδειγμα το μέσο ή η ρίζα του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (MSE ή RMSE). Σε περιπτώσεις που ένα μόνο δίκτυωμα δεν επιτυγχάνει τα επιθυμητά ποιοτικά χαρακτηριστικά τότε είναι εφικτή η χρήση πολλαπλών νευρωνικών δικτύων όπως στην [2018a, T. N. Karpetanakis].

3.3.1 Μοντελοποίηση του νευρωνικού δικτύου

Τα κυριότερα στάδια για την μοντελοποίηση των νευρωνικών δικτύων ενός ηλεκτρομαγνητικού προβλήματος παρουσιάστηκαν στην προηγούμενη παράγραφο και συνοψίζονται στο σχήμα 3-2. Το μοντέλο στο ευθύ πρόβλημα ακτινοβολίας θα πρέπει να είναι σε θέση δίνοντας τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της ηλεκτρομαγνητικής διάταξης να υπολογίζει το πεδίο σε οποιοδήποτε σημείο του χώρου. Στην παρούσα διατριβή το πρόβλημα αντιμετωπίστηκε ποικιλοτρόπως τόσο σε κυλινδρικές όσο και σε σφαιρικές συντεταγμένες ενώ χρησιμοποιήθηκαν

διαφορετικές μέθοδοι και μοντέλα [2012a, 2012b, 2018a, 2018b, T.N. Karpetanakis]. Στο σχήμα 3-3 κάθε ένα από τα νευρωνικά δίκτυα NN_1 , NN_3 , NN_6 , αποτελείται από 1,3, και 6 MLPs αντίστοιχα.



Σχήμα 3-3: Μοντέλο νευρωνικών δικτύων για την επίλυση του ευθέως προβλήματος ($n=1,3,6$).

Όλα τα νευρωνικά δίκτυα έχουν τις ίδιες δύο εισόδους, την ακτίνα του κυκλικού βρόχου στο εύρος τιμών $[0,05\lambda, 5\lambda]$ (με λ το μήκος κύματος), και την γωνία παρατήρησης θ στο εύρος τιμών $[0^\circ, 180^\circ]$. Για κάθε μοντέλο η γωνία θ διαιρείται σε 1, ή 3, ή 6 ίσα τμήματα, με το NN_1 να αποτελείται από ένα νευρωνικό δίκτυο με εύρος $[0^\circ, 180^\circ]$. Το NN_3 αποτελείται από τρία νευρωνικά δίκτυα με εύρος $[0^\circ, 60^\circ]$, $[60^\circ, 120^\circ]$, και $[120^\circ, 180^\circ]$. Τέλος το NN_6 από έξι νευρωνικά δίκτυα με εύρος $[0^\circ, 30^\circ]$, $[30^\circ, 60^\circ]$, $[60^\circ, 90^\circ]$, $[90^\circ, 120^\circ]$, $[120^\circ, 150^\circ]$, και $[150^\circ, 180^\circ]$. Ενώ όλα τα νευρωνικά δίκτυα έχουν μια έξοδο την ένταση ακτινοβολίας $|U(\theta, \alpha)|$.

Για την εξαγωγή των δεδομένων εκπαίδευσης χρησιμοποιήθηκε η αναλυτική έκφραση του πεδίου $E_\varphi(r, \theta, \phi)$ σε σφαιρικές συντεταγμένες σύμφωνα με την (3-17) όπως αυτή υπολογίστηκε αναλυτικά στην [1996, D.H. Werner] σε συνδυασμό με την (3-37):

$$U_m^{\text{tr}} = \frac{\left(r |E_\varphi(r, \theta_m^{\text{tr}}, \varphi)| \right)^2}{120\pi} \quad (3-37)$$

Κατ' αυτόν τον τρόπο τα δεδομένα εκπαίδευσης σχηματίζουν τριπλέτες τιμών της μορφής $(\alpha_m^{\text{tr}}, \theta_m^{\text{tr}}, U_m^{\text{tr}})$, με $m=1,2,\dots,M$, και α_m^{tr} , θ_m^{tr} οι τιμές της ακτίνας του βρόχου και της γωνίας παρατήρησης αντίστοιχα που απαρτίζουν τις εισόδους του κάθε μοντέλου. Με U_m^{tr} είναι η επιθυμητή έξοδος στόχος και με τον ακέραιο M συμβολίζεται το πλήθος των δειγμάτων του συνόλου των δεδομένων εκπαίδευσης. Ομοίως τα δεδομένα εγκυρότητας θα έχουν την μορφή $(\alpha_\ell^{\text{val}}, \theta_\ell^{\text{val}}, U_\ell^{\text{val}})$, με $\ell=1,2,\dots,L$ και τα οποία χρησιμοποιούνται κατά την διάρκεια της εκπαίδευσης για τον έλεγχο της διαδικασίας εξαγωγή των στατιστικών δεικτών. Τέλος τα δεδομένα δοκιμής θα έχουν την μορφή $(\alpha_q^{\text{tst}}, \theta_q^{\text{tst}}, U_q^{\text{tst}})$, με $q=1,2,\dots,Q$ δεν χρησιμοποιούνται για την εκμάθηση του δικτυώματος είναι άγνωστα για αυτό και χρησιμεύουν για τον έλεγχο της ακρίβειας και της αξιοπιστίας του εκπαιδευμένου πλέον μοντέλου. Η έξοδος του νευρωνικού δικτύου έστω U_q^{out} συγκρίνεται με την τιμή U_q^{tst} για τις αντίστοιχες τιμές $\alpha_q^{\text{tst}}, \theta_q^{\text{tst}}$ και κατ' αυτόν τον τρόπο εξετάζεται η ακρίβεια του

μοντέλου. Για την εκπαίδευση του δικτύου χρησιμοποιήθηκε ο αλγόριθμος LM (§ 2.5). Ενώ στον Πίνακα 3-1 περιλαμβάνονται τα χαρακτηριστικά των 3 μοντέλων και το πλήθος κάθε σετ δεδομένων που χρησιμοποιήθηκε.

Πίνακας 3-1: Χαρακτηριστικά κάθε μοντέλου νευρωνικού δικτύου

Μοντέλο	NN ₁	NN ₃	NN ₆
Πλήθος νευρωνικών δικτύων	1	3	6
Πλήθος νευρώνων	50x50	35x35	30x25
Δεδομένα εκπαίδευσης M	6417	3208	3208
Δεδομένα εγκυρότητας L	1132	566	566
Δεδομένα δοκιμής Q	1000	1000	1000

Κάθε νευρωνικό δίκτυο αποτελείται από δύο κρυφά στρώματα και η συνάρτηση υπερβολικής εφαπτομένης επιλέχθηκε ως συνάρτηση ενεργοποίησης. Έτσι για παράδειγμα το μοντέλο NN₃ αποτελείται από n=3 νευρωνικά δίκτυα με το πρώτο και δεύτερο κρυφό στρώμα να αποτελείται από 35 νευρώνες και με κάθε νευρώνα να έχει υπερβολικής εφαπτομένης συνάρτηση ενεργοποίησης. Τέλος το συνολικό πλήθος των δεδομένων εκπαίδευσης, εγκυρότητας και δοκιμής αποτελείται από M=3208, L=566, και Q=1000 τριπλέτες τιμών.

3.3.1.1 Αποτελέσματα και Συμπεράσματα

Με το πέρας της διαδικασίας της εκμάθησης είναι απαραίτητη η αξιολόγηση των μοντέλων. Για τον έλεγχο των επιδόσεων πραγματοποιείται ο υπολογισμός στατιστικών δεικτών ακρίβειας για κάθε μοντέλου ξεχωριστά. Τα δεδομένα δοκιμής αποτελούνται από 1000 δείγματα καλύπτοντας όλο το εύρος τιμών των μεταβλητών εισόδου λαμβάνοντας υπόψη ότι τα δείγματα αυτά θα πρέπει να είναι άγνωστα στο εκπαιδευμένο πλέον μοντέλο. Για τον έλεγχο του κάθε μοντέλου τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν κατά την διαδικασία της δοκιμής δεν χρησιμοποιήθηκαν στην διαδικασία της εκπαίδευσης. Σαν στατιστικό μέτρο σύγκρισης χρησιμοποιείται το: α) απόλυτο σφάλμα (AE), β) μέσο απόλυτο σφάλμα (MAE), και γ) μέσο σχετικό σφάλμα (ARE) όπως αυτά ορίζονται στις (3-38)-(3-40) αντίστοιχα.

$$AE_{iq} = |p_{iq} - t_q| \quad (3-38)$$

$$MAE_i = \frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q |p_{iq} - t_q| \quad (3-39)$$

$$ARE_i = \frac{1}{K} \sum_{q=1}^Q |p_{iq} - t_q| / t_q \quad (3-40)$$

με

p_{ik} : την k-οστή ($k=1,2,\dots,K$) εκτιμώμενη τιμή έντασης ακτινοβολίας από το i-στο μοντέλο,

t_k : την αντίστοιχη επιθυμητή έξοδο (ακριβής θεωρητική τιμή),

Q: το πλήθος των δεδομένων δοκιμής (Q=1000).

Στους Πίνακες 3-2 και 3-3 περιλαμβάνονται οι στατιστικοί δείκτες για κάθε ένα από τα μοντέλα NN₁, NN₃, NN₆. Για την συμπλήρωση του Πίνακα 3-2 εξήχθησαν K=1000 δείγματα ακτίνων βρόχου

για $\theta=30^\circ$ και $\theta=90^\circ$ με τις αντίστοιχες εντάσεις ακτινοβολίας από την αναλυτική λύση του προβλήματος [1996, D.H. Werner]. Οι τιμές των δειγμάτων επιλέχθηκαν ώστε να είναι άγνωστες για κάθε μοντέλο, πιο συγκεκριμένα πρόκειται για δείγματα που δεν έχουν χρησιμοποιηθεί κατά την διάρκεια της εκπαίδευσης. Κατ' αυτόν τον τρόπο επιτυγχάνεται ο έλεγχος της γενίκευσης των μοντέλων επαληθεύοντας την δυνατότητα επίλυσης του προβλήματος με ακρίβεια.

Πίνακας 3-2: Ακρίβεια της εκτιμώμενης έντασης ακτινοβολίας από τα προτεινόμενα μοντέλα νευρωνικών δικτύων για $Q=1000$ δείγματα ακτίνων βρόχου a , όταν $\theta=30^\circ$ και $\theta=90^\circ$.

θ Μοντέλο	30°				90°			
	AE_{max}	AE_{min}	MAE	ARE(%)	AE_{max}	AE_{min}	MAE	ARE(%)
NN₁	1.24×10^{-1}	1.98×10^{-5}	2.60×10^{-2}	9.01	1.79×10^{-1}	6.06×10^{-5}	3.84×10^{-2}	14.19
NN₃	1.80×10^{-2}	1.32×10^{-5}	4.36×10^{-3}	1.51	4.14×10^{-2}	2.33×10^{-5}	8.48×10^{-3}	3.13
NN₆	2.05×10^{-2}	4.36×10^{-7}	4.53×10^{-3}	1.57	3.77×10^{-2}	6.62×10^{-6}	7.47×10^{-3}	2.75

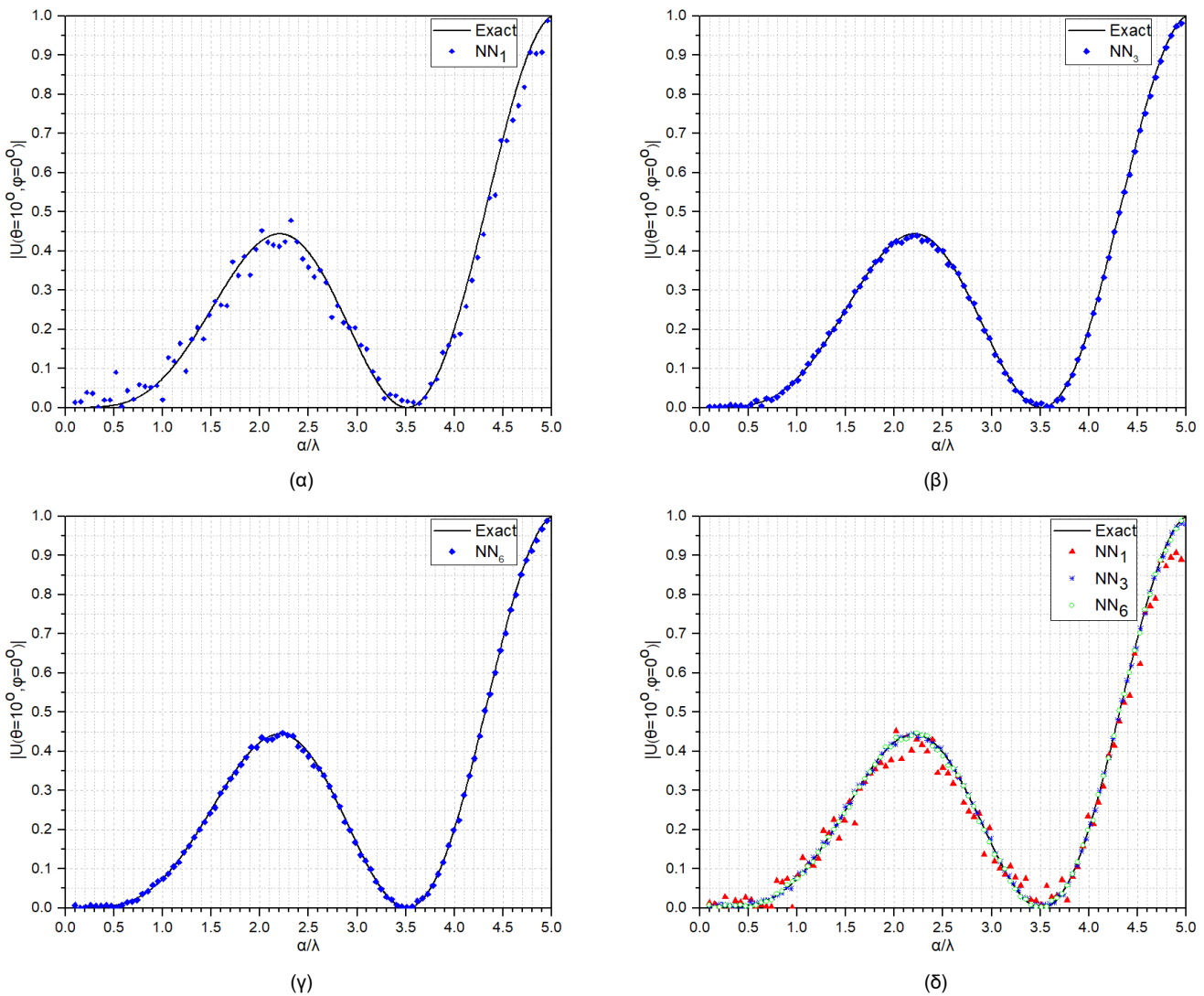
Για το NN₁ το σχετικό απόλυτο σφάλμα (ARE) για την περίπτωση κυκλικού βρόχου ακτίνας $a=0.61\lambda$ ισούται $\sim 9\%$ ενώ για $a=1.5\lambda$ αυξάνεται στο 14%. Η αύξηση αυτή ενδεχομένως να προέρχεται από την έντονη μεταβολή της έντασης ακτινοβολίας συναρτήσει της ακτίνας του κυκλικού βρόχου. Καθώς το μήκος κύματος αυξάνεται το διάγραμμα ακτινοβολίας του κυκλικού βρόχου εμφανίζει δευτερεύοντες λοβούς κάνοντας δυσκολότερη την εκτίμηση από το νευρωνικό δίκτυο [2018a, T. N. Karpetanakis]. Για το NN₃ το ARE μειώνεται περίπου κατά πέντε μονάδες λαμβάνοντας την τιμή περίπου $\sim 3\%$ ενώ μεγαλύτερη βελτίωση εμφανίζεται στην περίπτωση ακτίνας κυκλικού βρόχου $a=1.5\lambda$ όπως φαίνεται στον Πίνακα 3-3.

Πίνακας 3-3: Ακρίβεια της εκτιμώμενης έντασης ακτινοβολίας από τα προτεινόμενα μοντέλα νευρωνικών δικτύων για $Q=1000$ δείγματα γωνιών παρατήρησης θ , όταν $a=0.61\lambda$ και $a=1.5\lambda$.

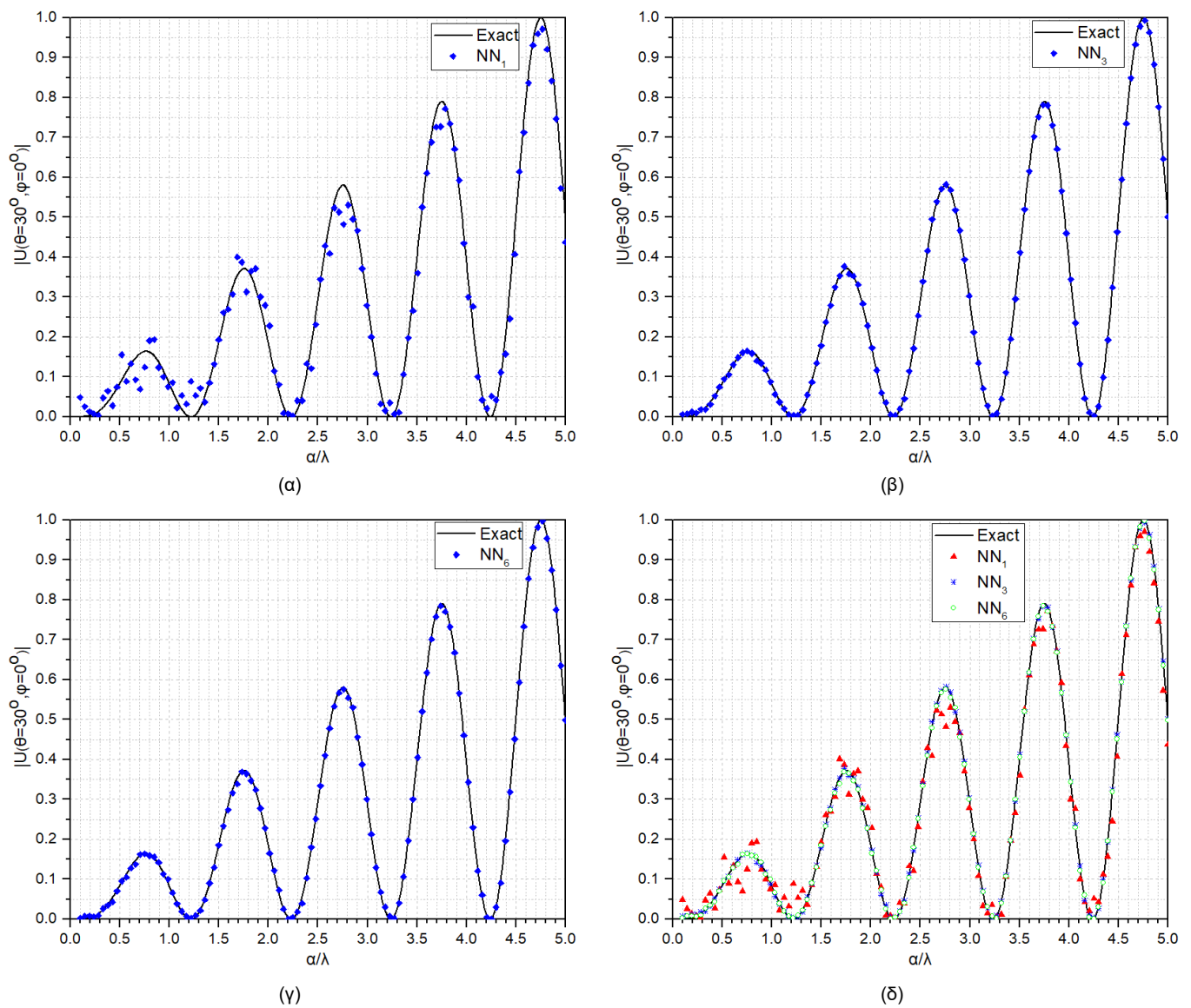
a Μοντέλο	0.61λ				1.5λ			
	AE_{max}	AE_{min}	MAE	ARE(%)	AE_{max}	AE_{min}	MAE	ARE(%)
NN₁	1.46×10^{-1}	6.79×10^{-5}	3.24×10^{-2}	8.56	1.71×10^{-1}	6.42×10^{-5}	3.23×10^{-2}	13.41
NN₃	3.62×10^{-2}	8.44×10^{-6}	9.57×10^{-3}	2.53	2.37×10^{-2}	1.98×10^{-6}	5.51×10^{-3}	2.29
NN₆	2.85×10^{-2}	1.96×10^{-5}	7.48×10^{-3}	1.98	2.03×10^{-2}	1.25×10^{-5}	4.70×10^{-3}	1.95

Σύμφωνα με τα στατιστικά μέτρα του Πίνακα 3-2 και 3-3 η βελτίωση είναι εμφανής και οφείλεται στην διαφορετική δομή του μοντέλου σε σχέση με το NN₁, το οποίο αποτελείται από ένα μόνο νευρωνικό δίκτυο για όλο το εύρος τιμών. Έτσι το μοντέλο NN₃ κρίνεται κατάλληλο για την επίλυση του προβλήματος ακτινοβολίας κυκλικού βρόχου αφού το ARE πέφτει κάτω από το 5% όπου θεωρείται μια ικανοποιητική ακρίβεια [2014, D. Pujara], [2001, V. Devabhaktuni], [2018a, T. N. Karpetanakis]. Από τα μοντέλα που δημιουργήθηκαν το NN₆ εμφανίζει την υψηλότερη ακρίβεια με το ARE να λαμβάνει τιμές $\sim 2\%$ εμφανίζοντας βελτίωση περίπου 6 και 11 μονάδες σε σχέση με το NN₁. Έτσι το καταλληλότερο μοντέλο σύμφωνα με τα στατιστικά μέτρα των Πινάκων 3-2 και 3-3 είναι το NN₆ αφού είναι σε θέση να εκτιμήσει με ακρίβεια την ένταση ακτινοβολίας του κυκλικού βρόχου.

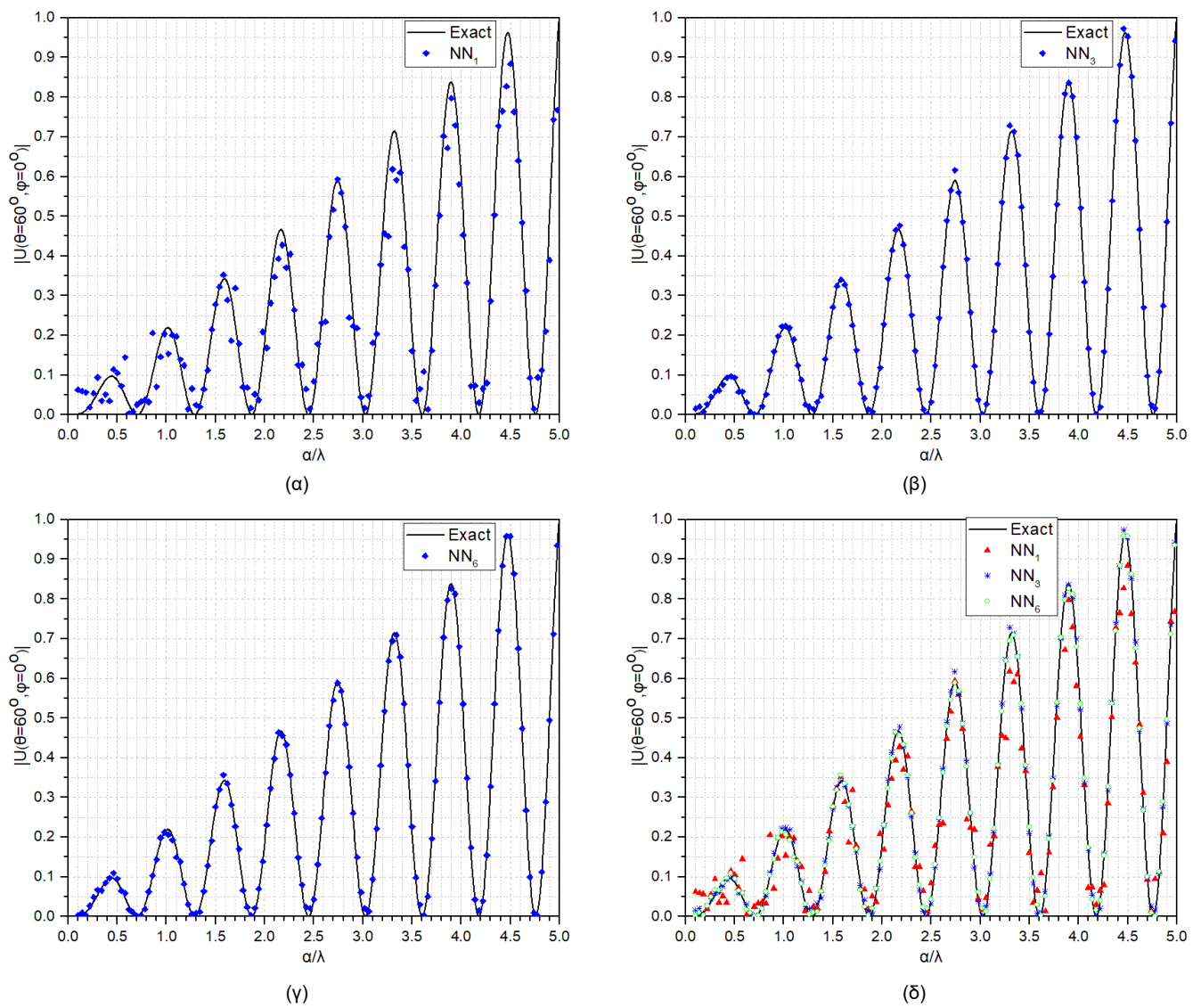
Στα Σχήματα 3-4 έως 3-7 απεικονίζεται η ένταση ακτινοβολίας $|U(\theta, \varphi)|$ σαν συνάρτηση της κανονικοποιημένης ακτίνας του κυκλικού βρόχου για διάφορες γωνίες παρατήρησης θ και $\varphi=0^\circ$ για όλα τα μοντέλα νευρωνικών δικτύων (NN_1, NN_3, NN_6) με χαρακτηριστικά όπως αυτά του Πίνακα 3-1. Αντιστοίχως, στα Σχήματα 3-8 έως 3-12 αναπαρίστανται τα διάγραμμα ακτινοβολίας $|U(\theta, \varphi=0^\circ)|$ για διάφορες ακτίνες a του κυκλικού βρόχου. Για απευθείας σύγκριση, με συνεχή γραμμή αναπαριστώνται οι τιμές που εξήχθησαν από την αναλυτική επίλυση σύμφωνα με την (3-17) και (3-37) και με σύμβολα οι τιμές που προβλέφθηκαν από τα NN_1, NN_3 , και NN_6 . Από τα σχήματα 3-4 έως 3-7 είναι εμφανές ότι το NN_6 εκτιμά με μεγαλύτερη ακρίβεια την ένταση ακτινοβολίας έναντι των δύο άλλων. Το NN_3 μπορεί να εκτιμήσει με ικανοποιητική ακρίβεια την ένταση ακτινοβολίας σε αντίθεση με το NN_1 όπου εμφανίζει μεγάλες αποκλίσεις ιδιαίτερα όταν η ένταση ακτινοβολίας μεγιστοποιείται ή μηδενίζεται. Ταξινομώντας τα νευρωνικά μοντέλα που αναπτύχθηκαν με φθίνουσα σειρά ακρίβειας καταλήγουμε στην NN_6, NN_3, NN_1 .



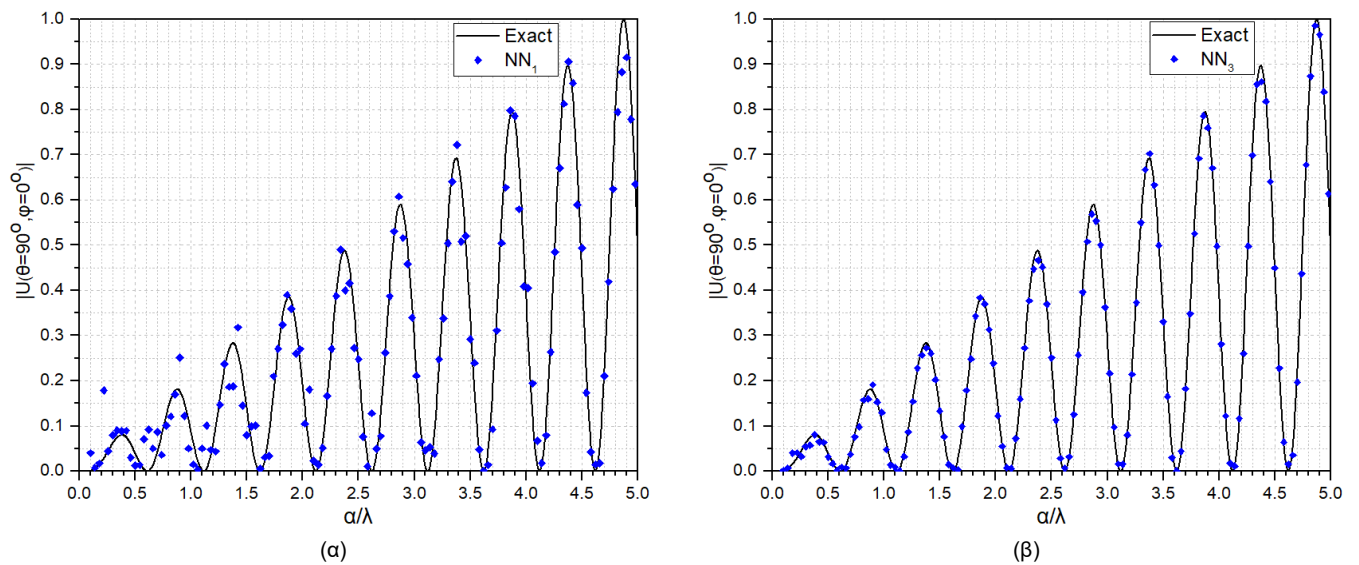
Σχήμα 3-4: Κανονικοποιημένη ένταση ακτινοβολίας $|U|$ (έξοδος) σαν συνάρτηση της κανονικοποιημένης ακτίνας του κυκλικού βρόχου a/λ και της γωνίας παρατήρησης $\theta=10^\circ$ για το μοντέλο: (α) NN_1 , (β) NN_3 , (γ) NN_6 , (δ) NN_1, NN_3 , και NN_6 .

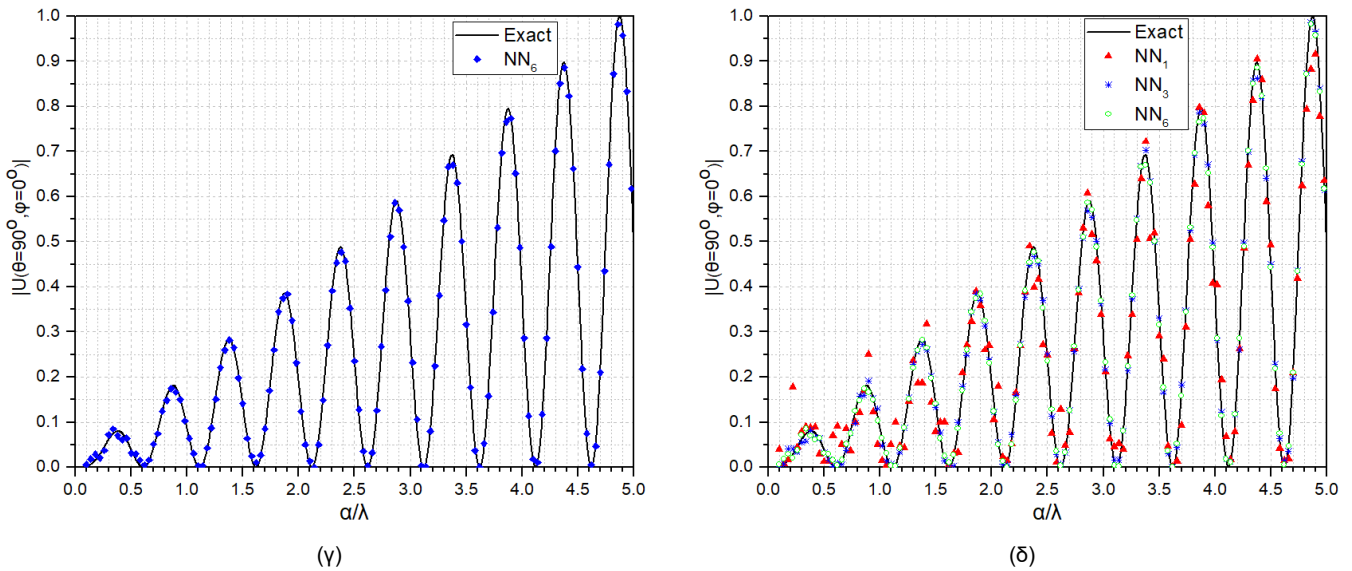


Σχήμα 3-5: Κανονικοποιημένη ένταση ακτινοβολίας $|U|$ (έξοδος) σαν συνάρτηση της κανονικοποιημένης ακτίνας του κυκλικού βρόχου a/λ και της γωνίας παρατήρησης $\theta=30^\circ$ για το μοντέλο: (α) NN₁, (β) NN₃, (γ) NN₆, (δ) NN₁, NN₃, και NN₆.



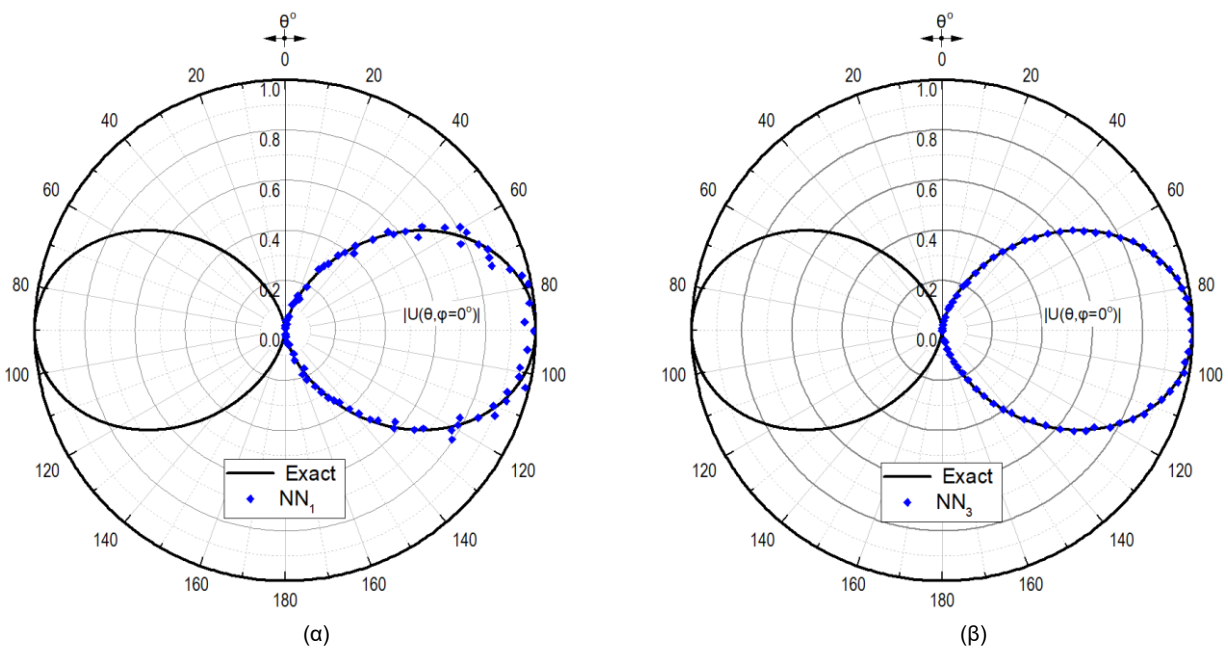
Σχήμα 3-6: Κανονικοποιημένη ένταση ακτινοβολίας $|U|$ (έξοδος) σαν συνάρτηση της κανονικοποιημένης ακτίνας του κυκλικού βρόχου a/λ και της γωνίας παρατήρησης $\theta=60^\circ$ για το μοντέλο: (α) NN_1 , (β) NN_3 , (γ) NN_6 , (δ) NN_1 , NN_3 , και NN_6 .

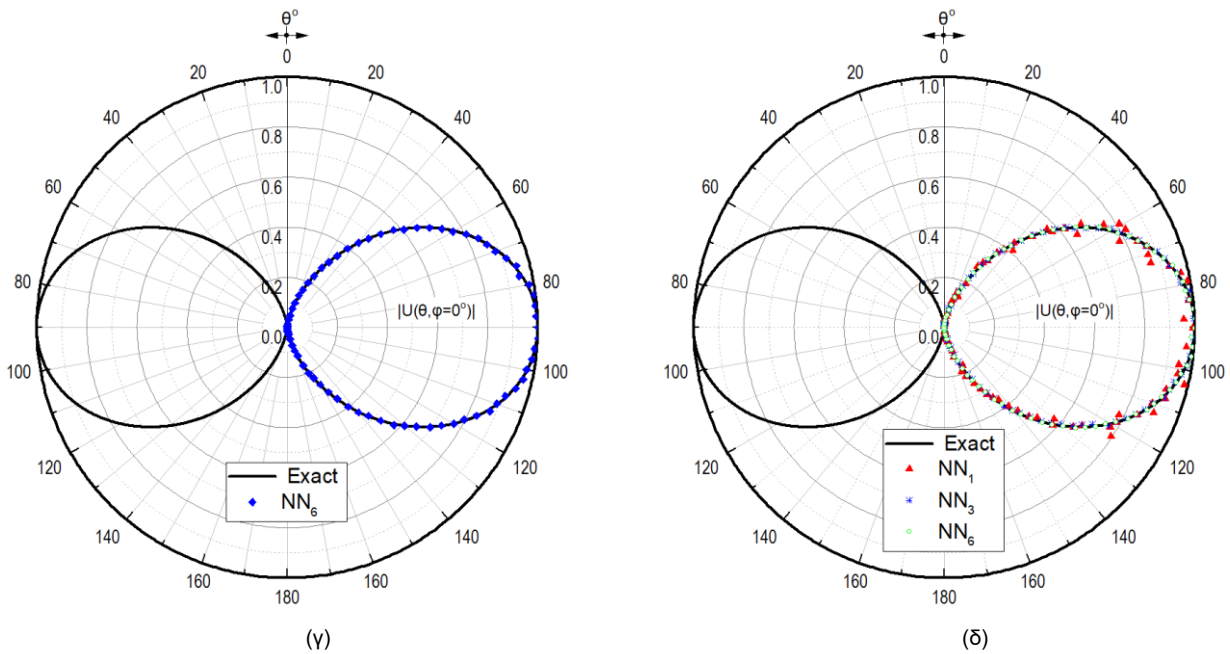




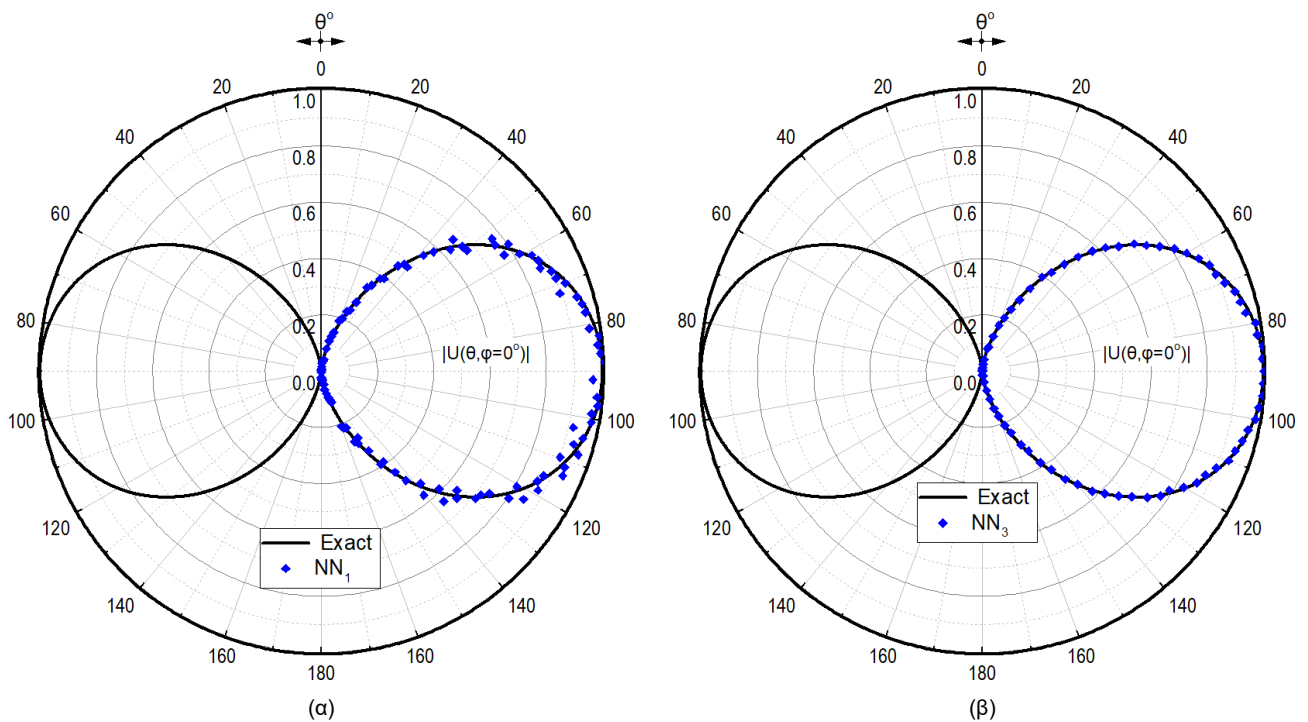
Σχήμα 3-7: Κανονικοποιημένη ένταση ακτινοβολίας $|U|$ (έξοδος) σαν συνάρτηση της κανονικοποιημένης ακτίνας του κυκλικού βρόχου α/λ και της γωνίας παρατήρησης $\theta=90^\circ$ για το μοντέλο: (α) NN_1 , (β) NN_3 , (γ) NN_6 , (δ) NN_1 , NN_3 , και NN_6 .

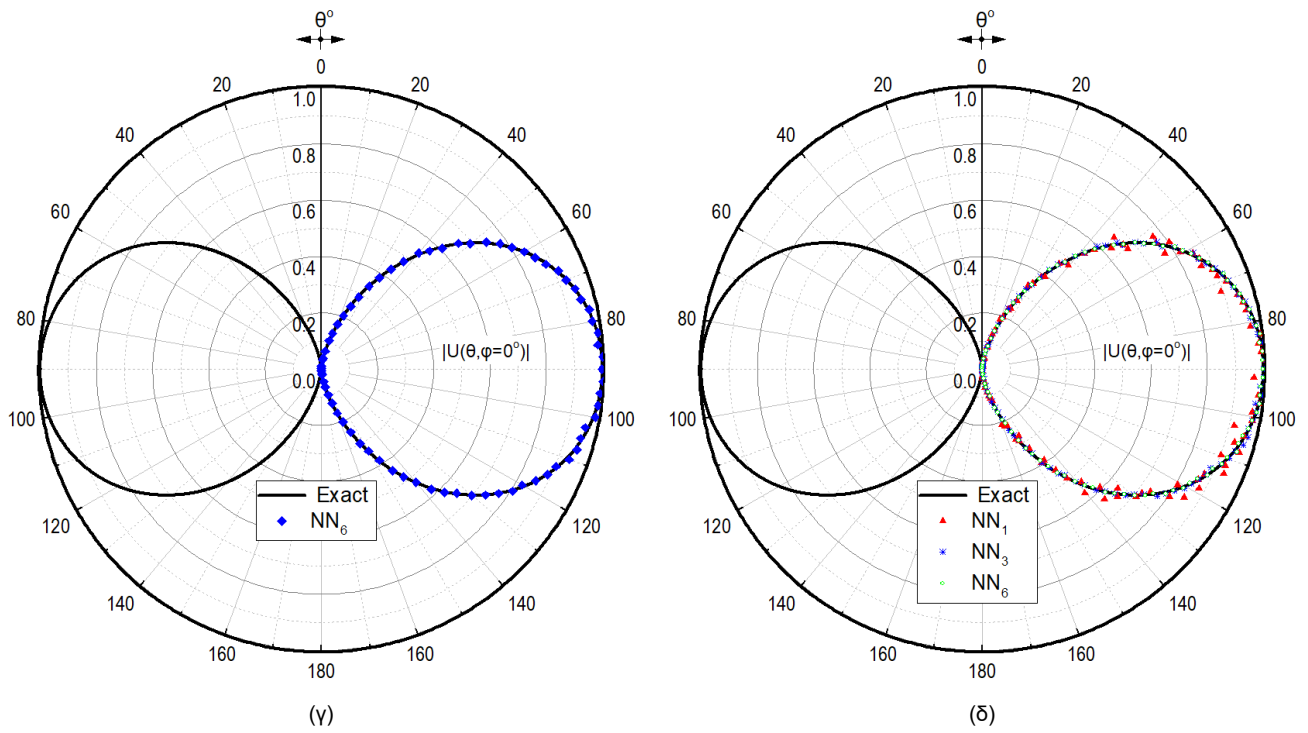
Στα σχήματα 3-8 έως 3-12 αναπαρίστανται το διάγραμμα ακτινοβολίας $|U(\theta, \varphi = 0^\circ)|$ για διάφορες ακτίνες α του κυκλικού βρόχου για όλα τα μοντέλα νευρωνικών δικτύων (NN_1, NN_3, NN_6) με χαρακτηριστικά όπως αυτά του Πίνακα 3-1. Με συνεχή γραμμή αναπαριστώνται οι τιμές που εξήχθησαν από την αναλυτική λύση και με σύμβολα οι τιμές που προβλέφθηκαν από τα NN_1, NN_3 , και NN_6 . Είναι εμφανές ότι το NN_6 εκτιμά με μεγαλύτερη ακρίβεια την ένταση ακτινοβολίας έναντι των δύο άλλων. Το NN_3 μπορεί να εκτιμήσει με ικανοποιητική ακρίβεια την ένταση ακτινοβολίας σε αντίθεση με το NN_1 όπου εμφανίζει μεγάλες αποκλίσεις ιδιαίτερα όταν η ένταση ακτινοβολίας μεγιστοποιείται ή μηδενίζεται. Ταξινομώντας τα νευρωνικά μοντέλα που αναπτύχθηκαν με φθίνουσα σειρά ακρίβειας από το ποιοτικότερο στο λιγότερο ποιοτικό καταλήγουμε στην NN_6, NN_3, NN_1 .



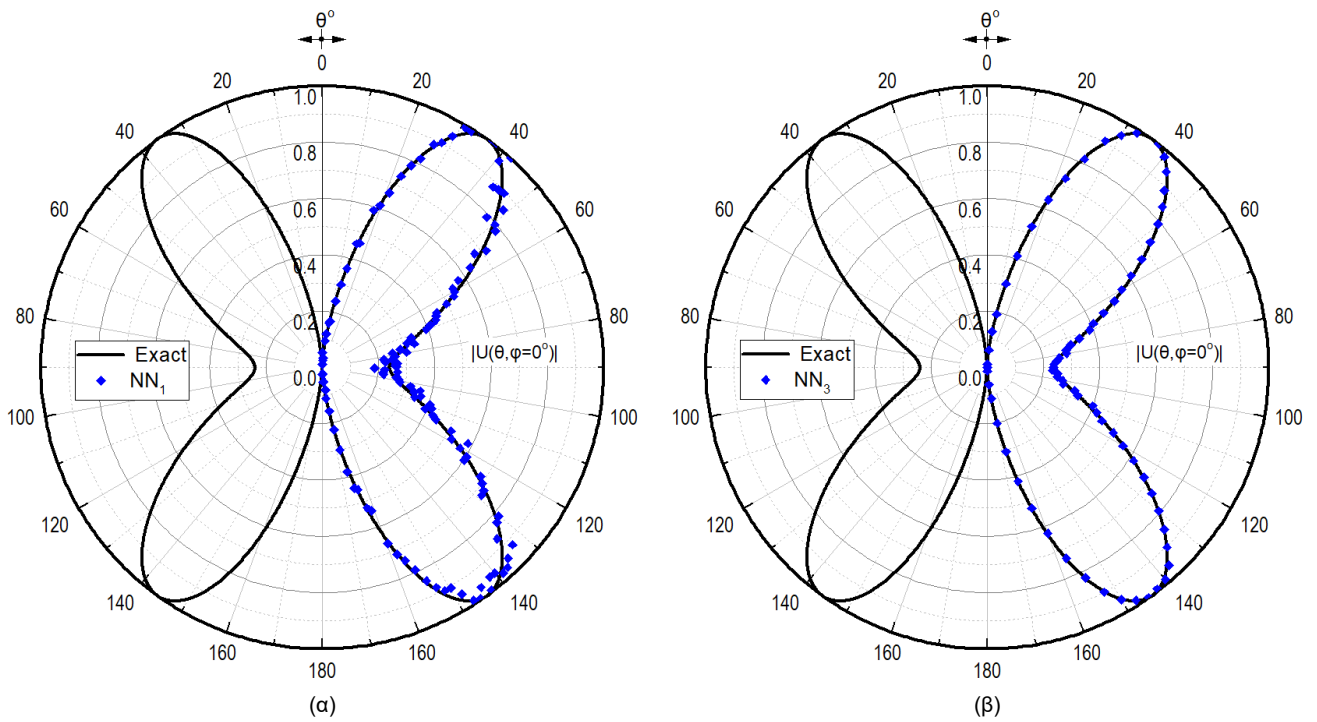


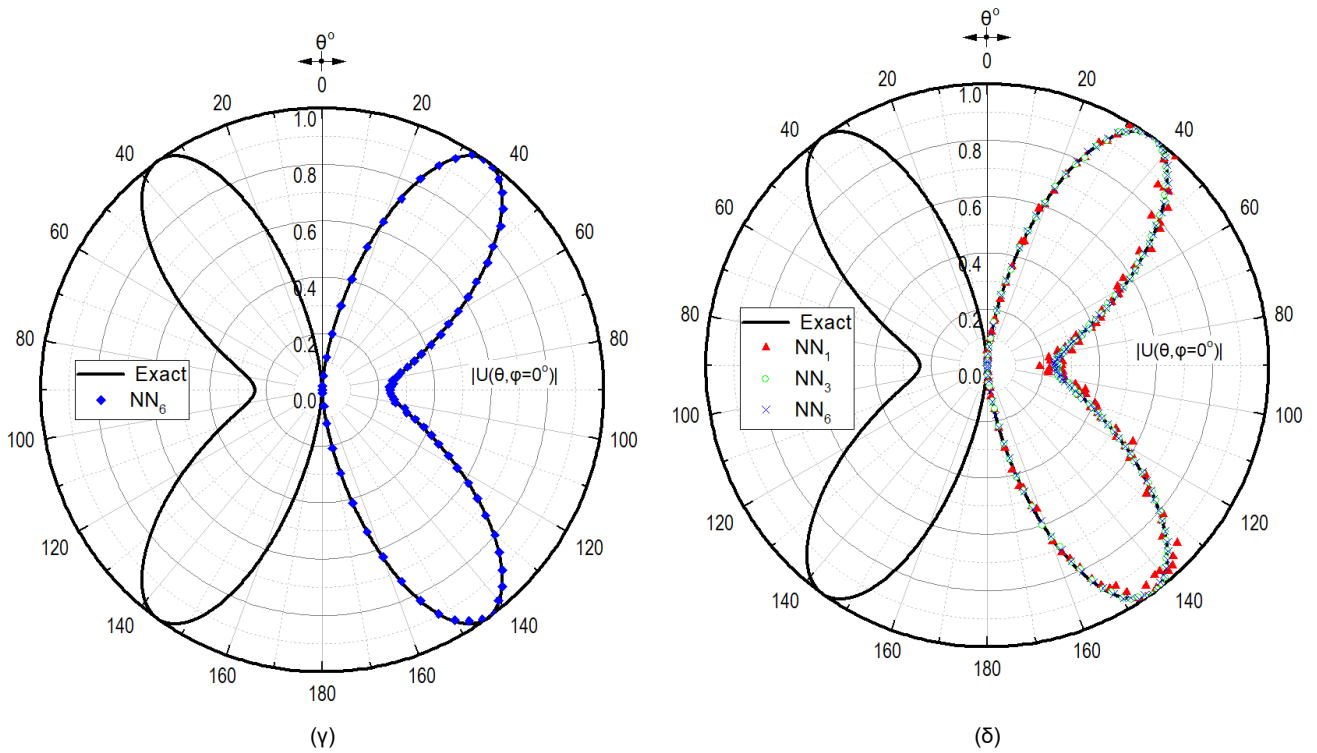
Σχήμα 3-8: Κανονικοποιημένη ένταση ακτινοβολίας $|U|$ (έξοδος) σαν συνάρτηση της γωνίας παρατήρησης θ και της κανονικοποιημένης ακτίνας του κυκλικού βρόχου $\alpha=0.1\lambda$, (α) NN₁, (β) NN₃, (γ) NN₆, (δ) NN₁, NN₃, και NN₆. Με συνεχή γραμμή αναπαριστώνται τα δεδομένα που εξήχθησαν από την αναλυτική λύση ενώ με σύμβολα οι τιμές που εξήγαγε το κάθε μοντέλο νευρωνικών δικτύων



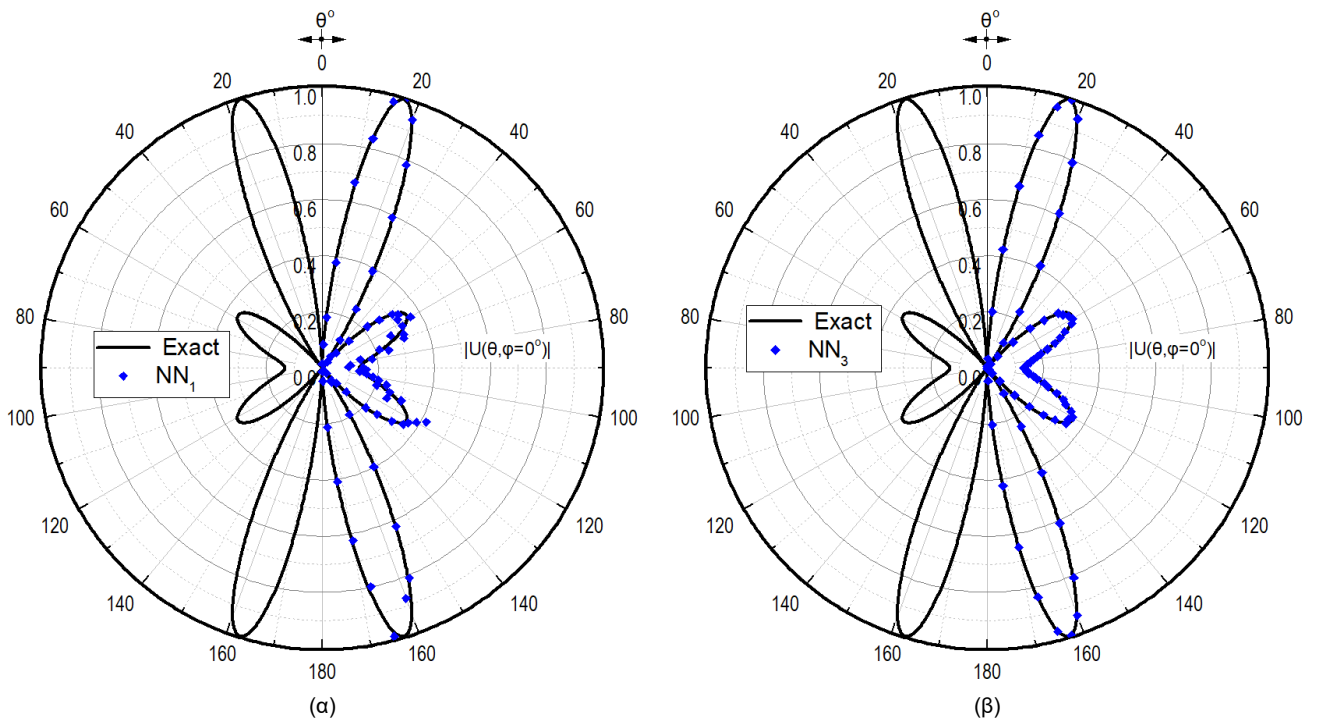


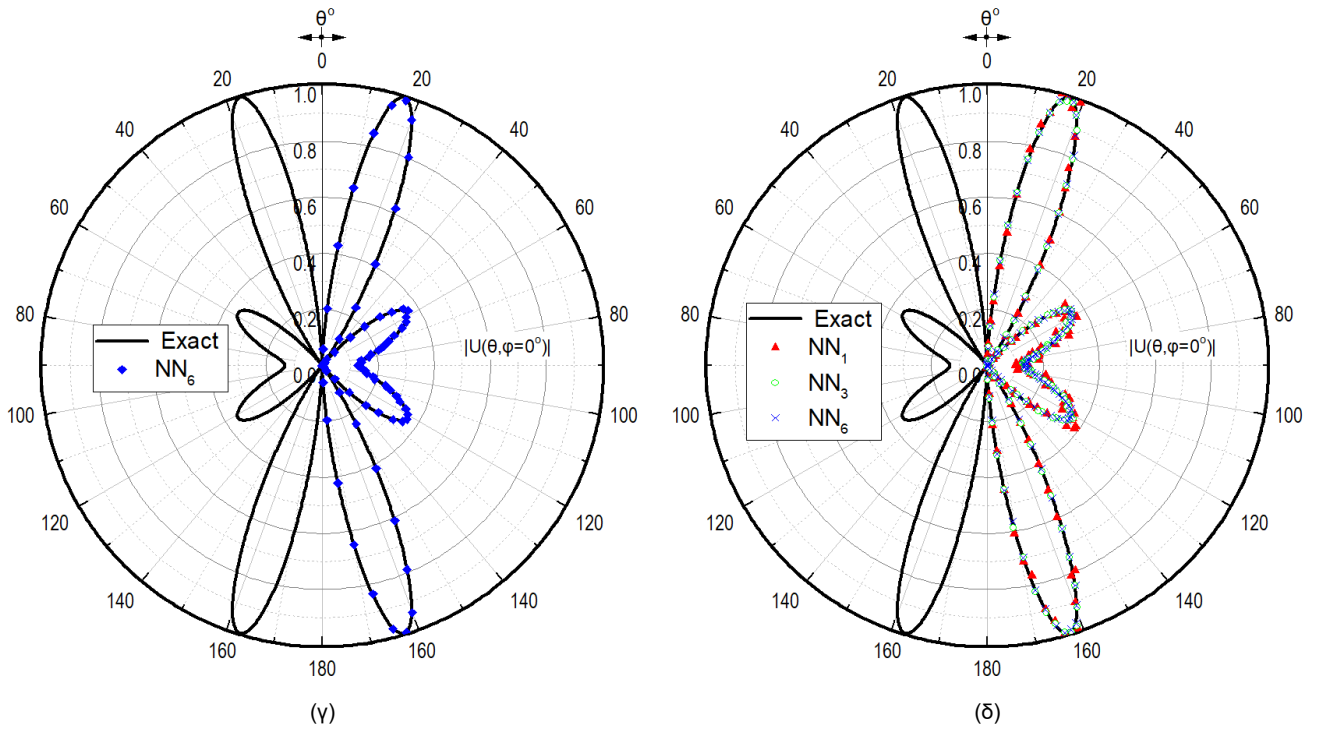
Σχήμα 3-9: Κανονικοποιημένη ένταση ακτινοβολίας $|U|$ (έξοδος) σαν συνάρτηση της γωνίας παρατήρησης θ και της κανονικοποιημένης ακτίνας του κυκλικού βρόχου $a=0.2\lambda$, (α) NN₁, (β) NN₃, (γ) NN₆, (δ) NN₁, NN₃, και NN₆. Με συνεχή γραμμή αναπαριστώνται τα δεδομένα που εξήχθησαν από την αναλυτική λύση ενώ με σύμβολα οι τιμές που εξήγαγε το κάθε μοντέλο νευρωνικών δικτύων



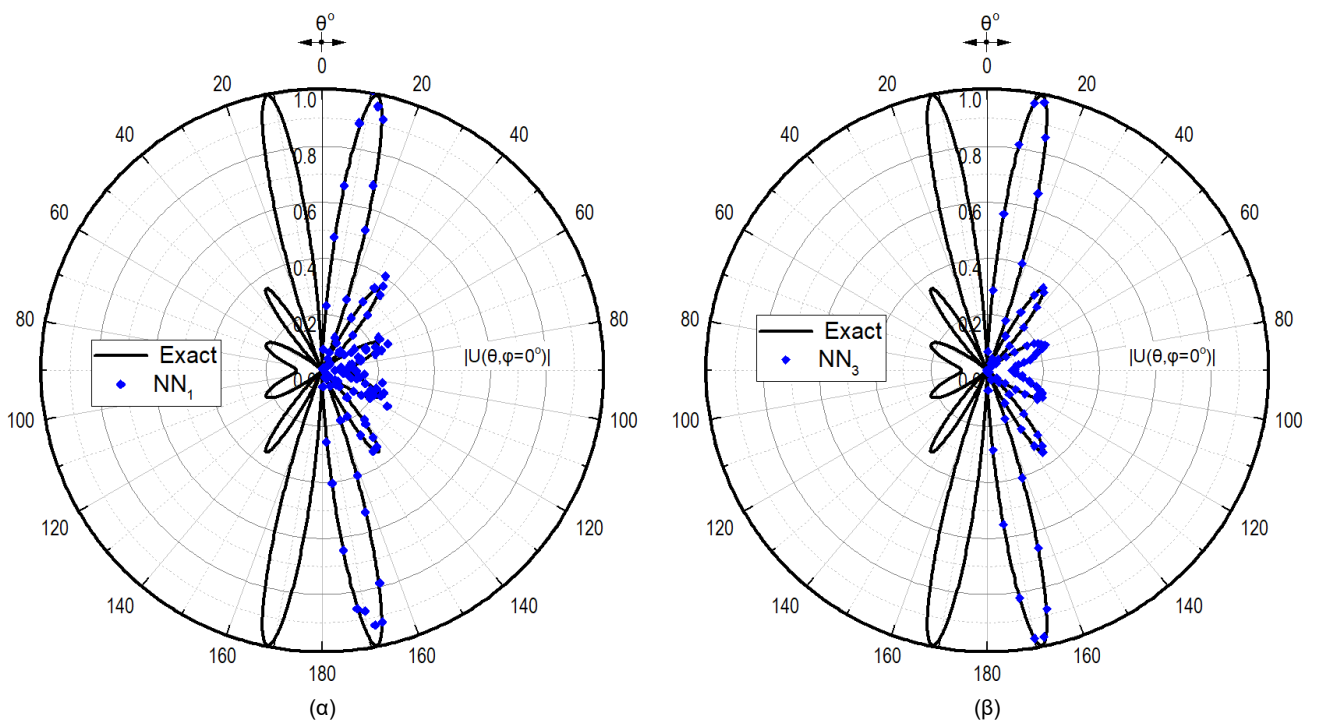


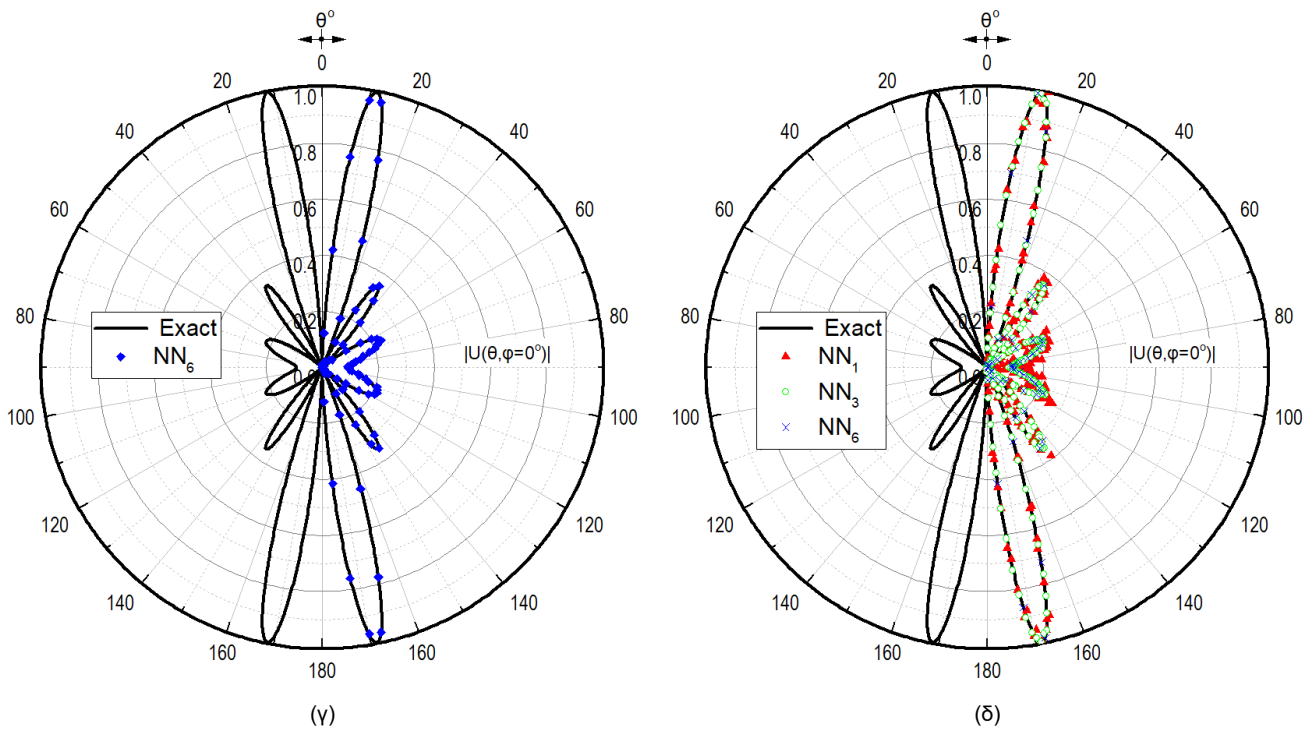
Σχήμα 3-10: Κανονικοποιημένη ένταση ακτινοβολίας $|U|$ (έξοδος) σαν συνάρτηση της γωνίας παρατήρησης θ και της κανονικοποιημένης ακτίνας του κυκλικού βρόχου $a=\lambda/2$, (α) NN₁, (β) NN₃, (γ) NN₆, (δ) NN₁, NN₃, και NN₆. Με συνεχή γραμμή αναπαριστώνται τα δεδομένα που εξήχθησαν από την αναλυτική λύση ενώ με σύμβολα οι τιμές που εξήγαγε το κάθε μοντέλο νευρωνικών δικτύων





Σχήμα 3-11: Κανονικοποιημένη ένταση ακτινοβολίας $|U|$ (έξοδος) σαν συνάρτηση της γωνίας παρατήρησης θ και της κανονικοποιημένης ακτίνας του κυκλικού βρόχου $\alpha=\lambda$, (α) NN₁, (β) NN₃, (γ) NN₆, (δ) NN₁, NN₃, και NN₆. Με συνεχή γραμμή αναπαριστώνται τα δεδομένα που εξήχθησαν από την αναλυτική λύση ενώ με σύμβολα οι τιμές που εξήγαγε το κάθε μοντέλο νευρωνικών δικτύων

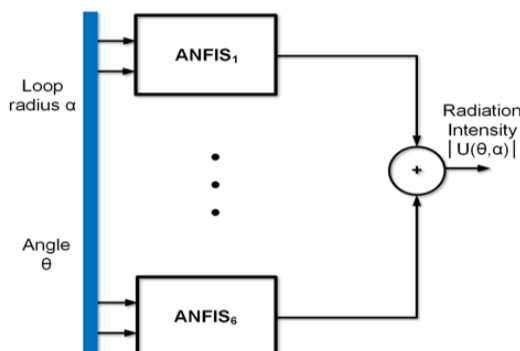




Σχήμα 3-12: Κανονικοποιημένη ένταση ακτινοβολίας $|U|$ (έξοδος) σαν συνάρτηση της γωνίας παρατήρησης θ και της κανονικοποιημένης ακτίνας του κυκλικού βρόχου $\alpha=3\lambda/2$, (α) NN₁, (β) NN₃, (γ) NN₆, (δ) NN₁, NN₃, και NN₆. Με συνεχή γραμμή αναπαριστώνται τα δεδομένα που εξήχθησαν από την αναλυτική λύση ενώ με σύμβολα οι τιμές που εξήγαγε το κάθε μοντέλο νευρωνικών δικτύων.

3.3.2 Μοντελοποίηση του Προσαρμοστικού Νευρο-Ασαφούς Συστήματος (ANFIS).

Ακολουθώντας παρόμοια μοντελοποίηση με πριν δύναται να χρησιμοποιηθούν πολλαπλά νευρο-ασαφή συστήματα για την επίλυση του ευθέως προβλήματος ακτινοβολίας κυκλικού βρόχου όπως στο Σχήμα 3-13 [2018a, T. N. Karpetanakis]. Κάθε ένα από τα ANFIS₁, ANFIS₃, ANFIS₆ αποτελείται από 1,3, και 6 ANFISs. Όλα τα ANFISs έχουν ακριβώς τις ίδιες εισόδους και την ίδια έξοδο με το ίδιο εύρος τιμών ($\alpha=[0.05\lambda, 5\lambda]$, $\theta=[0^\circ, 180^\circ]$).



Σχήμα 3-13: Μοντέλο νευρο-ασαφών προσαρμοστικών συστημάτων για την επίλυση του ευθέως προβλήματος ($n = 1,3,6$).

Για την εκπαίδευση των μοντέλων χρησιμοποιήθηκε ο υβριδικός αλγόριθμος όπως περιγράφεται στην § 2.8.1 ενώ τα χαρακτηριστικά κάθε μοντέλου συγκεντρώνονται στον Πίνακα 3-4, με συνάρτηση συμμετοχής ο συνδυασμός δύο Γκαουσιανών όπως αυτή ορίζεται από την σχέση (1-111).

Πίνακας 3-4: Χαρακτηριστικά κάθε μοντέλου νευρο-ασαφούς προσαρμοστικού συστήματος

Μοντέλο	ANFIS ₁	ANFIS ₃	ANFIS ₆
Πλήθος ANFISs	1	3	6
Τύπος συναρτήσεων συμμετοχής	2- Γκαουσιανές	2- Γκαουσιανές	2- Γκαουσιανές
Πλήθος συναρτήσεων συμμετοχής	16	12	10
Δεδομένα εκπαίδευσης	5100	2550	1700
Δεδομένα ελέγχου	766	766	766
Αριθμός παραμέτρων	896	528	380
Ασαφείς κανόνες	256	144	100

Τα δεδομένα δοκιμής αποτελούνται από τα ίδια ακριβώς 1000 δείγματα μ' αυτά των NN₁, NN₃, NN₆ και δεν χρησιμοποιήθηκαν στην διαδικασία της εκπαίδευσης. Τα δεδομένα εξήχθησαν από την αναλυτική λύση [1996, Werner] σε συνδυασμό με την (3-37) με το συνολικό πλήθος των δεδομένων εκπαίδευσης, ελέγχου και δοκιμής (τριπλέτες) να αποτελείται πχ για το ANFIS₃ από M=2550, L=766, και Q=1000 τριπλέτες τιμών.

3.3.2.1 Αποτελέσματα και Συμπεράσματα

Στους Πίνακες 3-5 και 3-6 περιλαμβάνονται οι στατιστικοί δείκτες για κάθε ένα από τα μοντέλα ANFIS₁, ANFIS₃, ANFIS₆. Για την συμπλήρωση του Πίνακα 3-5 εξήχθησαν Q=1000 δείγματα ακτινών για $\theta=30^\circ$ και $\theta=90^\circ$ και με τις αντίστοιχες εντάσεις ακτινοβολίας $|U(\theta, \varphi)|$ από την αναλυτική λύση του προβλήματος. Οι τιμές των δειγμάτων επιλέχθηκαν ώστε να είναι άγνωστες για κάθε μοντέλο,

πιο συγκεκριμένα πρόκειται για δείγματα που δεν έχουν χρησιμοποιηθεί κατά την διάρκεια της εκπαίδευσης. Κατ' αυτόν τον τρόπο επιτυγχάνεται ο έλεγχος της γενίκευσης των μοντέλων επαληθεύοντας την δυνατότητα επίλυσης του προβλήματος με ακρίβεια.

Πίνακας 3-5: Ακρίβεια της εκτιμώμενης έντασης ακτινοβολίας από τα προτεινόμενα μοντέλα νευρο-ασαφών συστημάτων για $Q=1000$ δείγματα ακτίνων βρόχου α , όταν $\theta=30^\circ$ και $\theta=90^\circ$.

θ Μοντέλο	30°				90°			
	AE_{max}	AE_{min}	MAE	ARE(%)	AE_{max}	AE_{min}	MAE	ARE(%)
ANFIS₁	1.05×10^{-1}	4.64×10^{-5}	2.03×10^{-2}	7.04	1.56×10^{-1}	1.93×10^{-6}	3.26×10^{-2}	12.05
ANFIS₃	2.55×10^{-2}	1.18×10^{-5}	5.71×10^{-3}	1.98	2.80×10^{-2}	2.17×10^{-6}	6.81×10^{-3}	2.51
ANFIS₆	3.39×10^{-2}	1.05×10^{-6}	7.44×10^{-3}	2.58	2.21×10^{-2}	1.18×10^{-5}	4.81×10^{-3}	1.77

Από το Πίνακα 3-5 το ANFIS₆ έχει συνολικά τόσο για $\theta=30^\circ$ όσο και για και $\theta=90^\circ$ την καλύτερη απόδοση με απόλυτο σχετικό σφάλμα περίπου 3% και 2% αντίστοιχα. Στην περίπτωση του ANFIS₃ για $\theta=30^\circ$ το ARE μπορεί να είναι μικρότερο αλλά δεν συμβαίνει το ίδιο και στην περίπτωση που $\theta=90^\circ$ έτσι δεν θεωρείται το καλύτερο σε απόδοση μοντέλο.

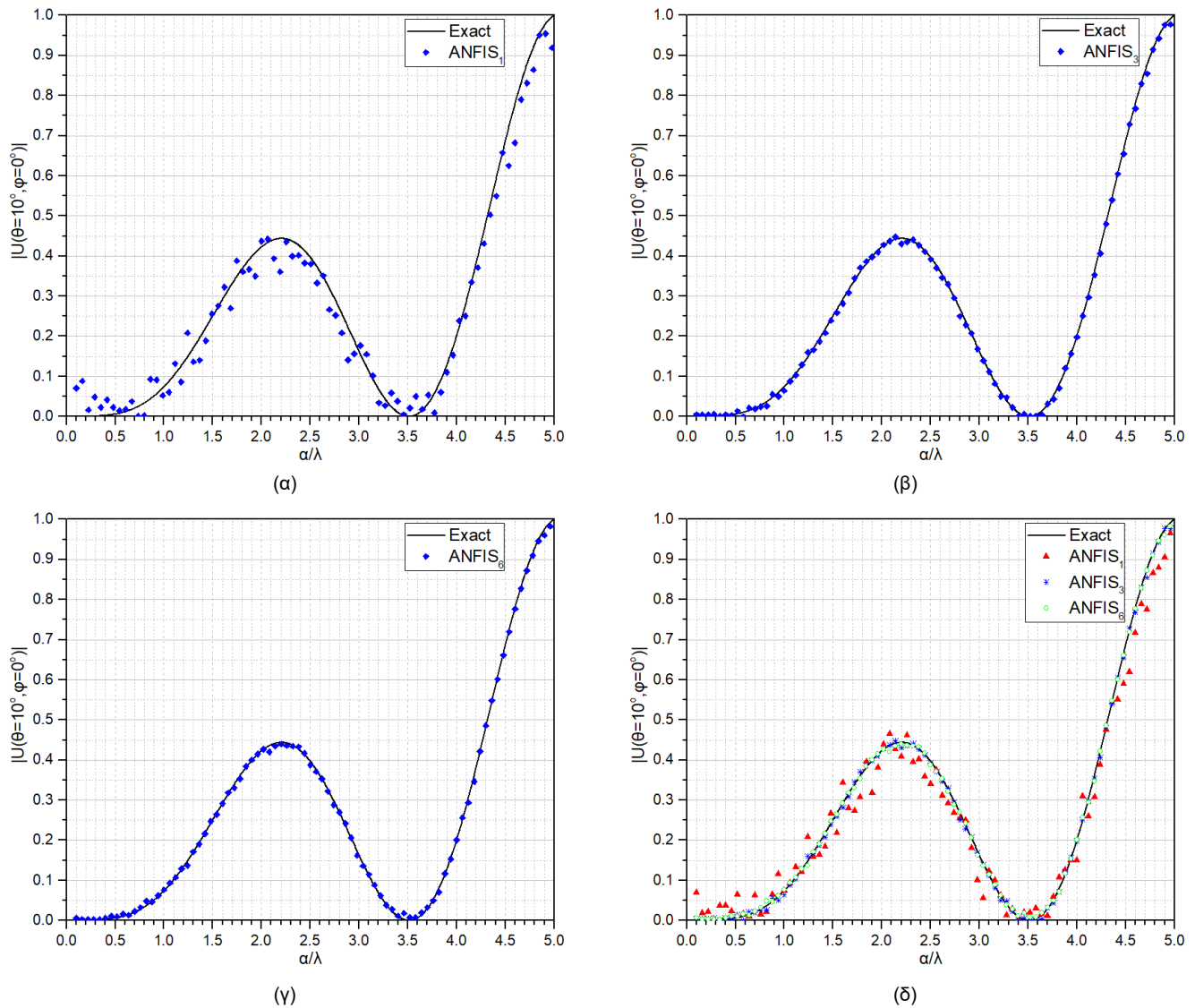
Για το ANFIS₁ το σχετικό απόλυτο σφάλμα (ARE) όπως φαίνεται στον Πίνακα 3-6 για την περίπτωση κυκλικού βρόχου ακτίνας $\alpha=0.61\lambda$ ισούται $\sim 7.5\%$ ενώ για $\alpha=1.5\lambda$ αυξάνεται στο 11.3%. Η αύξηση προέρχεται κατά κύριο λόγο από την έντονη μεταβολή της έντασης ακτινοβολίας συναρτήσει της ακτίνας του κυκλικού βρόχου όπως φαίνεται και στα διαγράμματα ακτινοβολίας των σχημάτων 3-14α, 3-17α. Καθώς το μήκος κύματος αυξάνεται το διάγραμμα ακτινοβολίας του κυκλικού βρόχου εμφανίζει δευτερεύοντες λοβούς κάνοντας δυσκολότερη την εκτίμηση από το νευρωνικό δίκτυο αφού η κυμάτωση αυξάνεται [2018a, T. N. Karetanakis]. Για το ANFIS₃ το ARE μειώνεται περίπου κατά τέσσερις μονάδες λαμβάνοντας την τιμή περίπου $\sim 2.5\%$ για $\alpha=0.61\lambda$ ενώ μεγαλύτερη βελτίωση εμφανίζεται στην περίπτωση ακτίνας κυκλικού βρόχου $\alpha=1.5\lambda$ όπως φαίνεται στον Πίνακα 3-6.

Πίνακας 3-6: Ακρίβεια της εκτιμώμενης έντασης ακτινοβολίας από τα προτεινόμενα μοντέλα ANFIS για $Q=1000$ δείγματα γωνιών παρατήρησης θ , όταν $\alpha=0.61\lambda$ και $\alpha=1.5\lambda$.

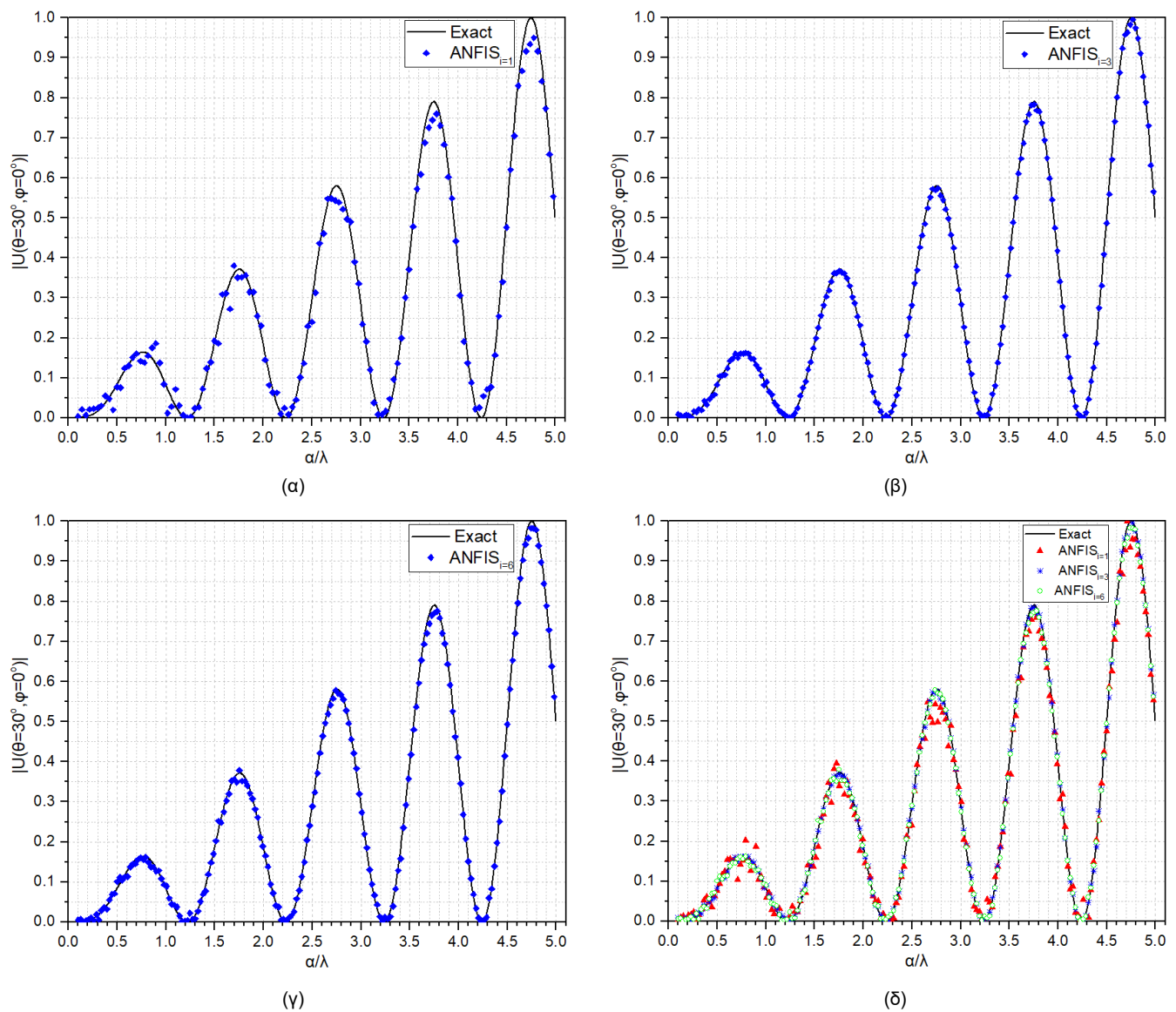
α Μοντέλο	0.61λ				1.5λ			
	AE_{max}	AE_{min}	MAE	ARE(%)	AE_{max}	AE_{min}	MAE	ARE(%)
ANFIS₁	1.29×10^{-1}	1.46×10^{-6}	2.82×10^{-2}	7.45	1.20×10^{-1}	3.14×10^{-5}	2.68×10^{-2}	11.13
ANFIS₃	3.24×10^{-2}	1.34×10^{-6}	8.38×10^{-3}	2.22	2.76×10^{-2}	5.39×10^{-6}	5.91×10^{-3}	2.45
ANFIS₆	2.40×10^{-2}	1.22×10^{-5}	5.67×10^{-3}	1.50	2.57×10^{-2}	1.14×10^{-5}	4.57×10^{-3}	1.90

Σύμφωνα με τους στατιστικούς δείκτες του Πίνακα 3-5 και 3-6 η βελτίωση είναι εμφανής και οφείλεται στην διαφορετική αρχιτεκτονική του μοντέλου σε σχέση με το ANFIS₁, το οποίο αποτελείται από ένα μόνο νευρο-ασαφές για όλο το εύρος τιμών. Έτσι το μοντέλο ANFIS₃ κρίνεται κατάλληλο για την επίλυση του προβλήματος ακτινοβολίας κυκλικού βρόχου αφού το ARE πέφτει κάτω από το 5% όπου θεωρείται μια ικανοποιητική ακρίβεια [2014, D. Pujara], [2001, V. Devabhaktuni], [2018a, T. N. Karetanakis]. Από τα μοντέλα που δημιουργήθηκαν το ANFIS₆ εμφανίζει την υψηλότερη ακρίβεια με το ARE να λαμβάνει τιμές $\sim 2\%$ εμφανίζοντας βελτίωση κατά περίπου 6 και 10 μονάδες σε σχέση με το ANFIS₁. Έτσι το καταλληλότερο μοντέλο σύμφωνα με τα στατιστικά μέτρα των Πινάκων 3-5

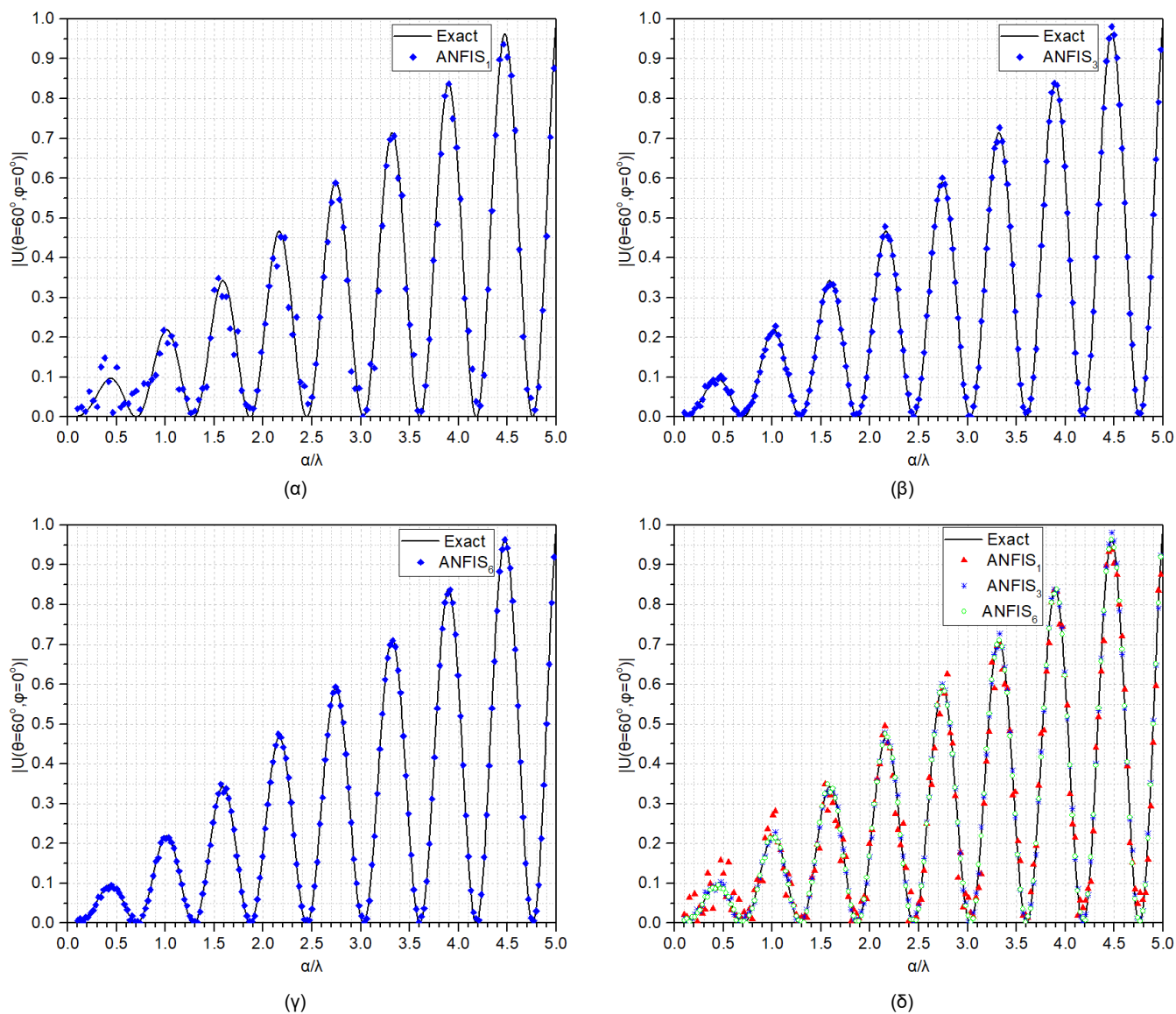
και 3-6 είναι το ANFIS₆ αφού είναι σε θέση να εκτιμήσει με ακρίβεια την ένταση ακτινοβολίας του κυκλικού βρόχου. Στα Σχήματα 3-14 έως 3-17 απεικονίζεται η ένταση ακτινοβολίας $|U(\theta, \varphi = 0^\circ)|$ σαν συνάρτηση της κανονικοποιημένης ακτίνας του κυκλικού βρόχου για διάφορες γωνίες παρατήρησης θ και για όλα τα ANFISs με χαρακτηριστικά όπως αυτά του Πίνακα 3-4. Αντιστοίχως, στα Σχήματα 3-18 έως 3-24 απεικονίζεται το διάγραμμα ακτινοβολίας $|U(\theta, \varphi = 0^\circ)|$ για διάφορες ακτίνες α του κυκλικού βρόχου. Για απευθείας σύγκριση, με συνεχή γραμμή αναπαριστώνται οι τιμές που εξήχθησαν από την αναλυτική λύση σύμφωνα με την (3-37) και με σύμβολα οι τιμές που προβλέφθηκαν από τα ANFIS₆, ANFIS₃, ANFIS₁.



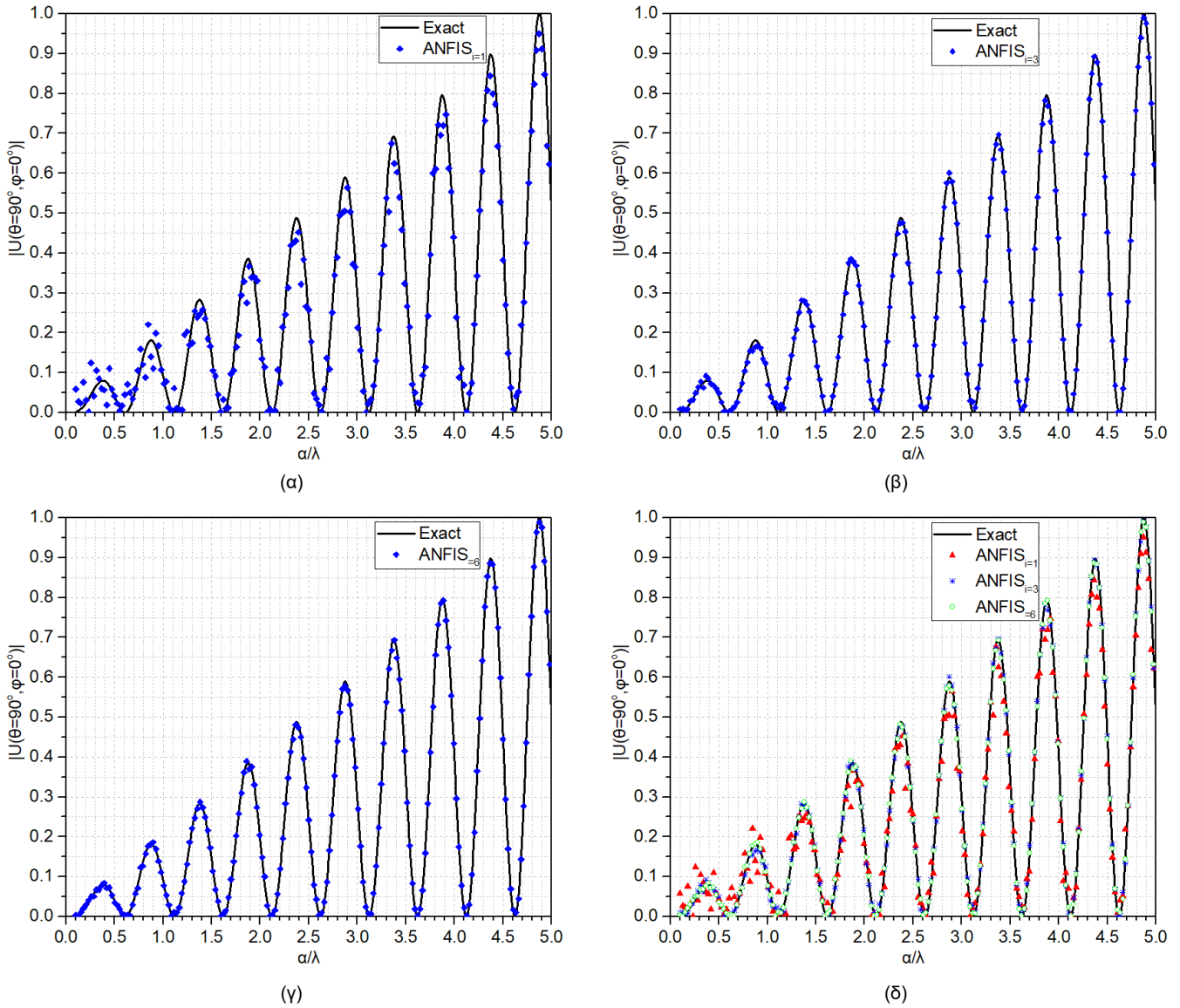
Σχήμα 3-14: Κανονικοποιημένη ένταση ακτινοβολίας $|U|$ (έξοδος) σαν συνάρτηση της κανονικοποιημένης ακτίνας του κυκλικού βρόχου α/λ και της γωνίας παρατήρησης $\theta=10^\circ$ για το μοντέλο: (α) ANFIS₁, (β) ANFIS₃, (γ) ANFIS₆, (δ) ANFIS₁, ANFIS₃, και ANFIS₆.



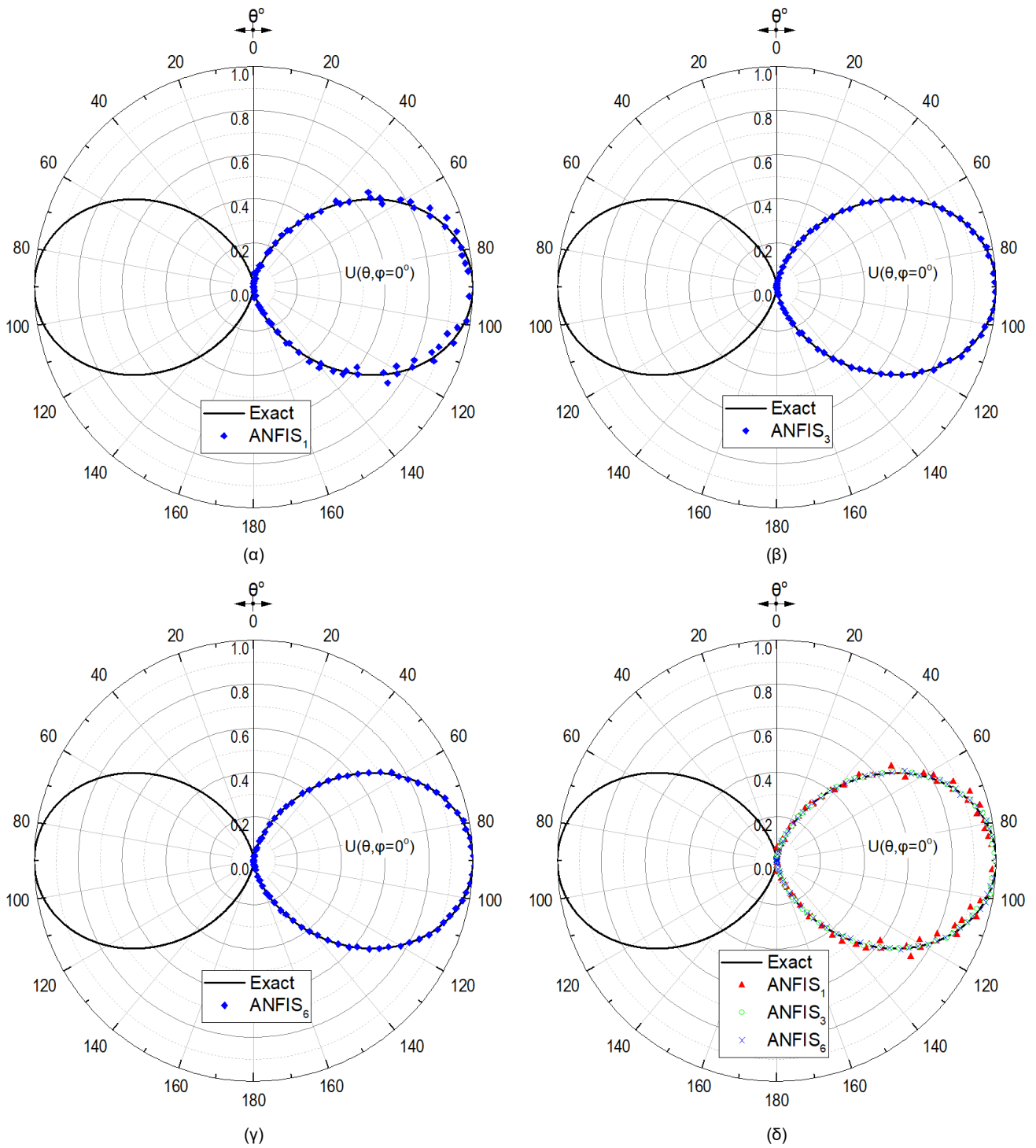
Σχήμα 3-15: Κανονικοποιημένη ένταση ακτινοβολίας $|U|$ (έξοδος) σαν συνάρτηση της κανονικοποιημένης ακτίνας του κυκλικού βρόχου a/λ και της γωνίας παρατήρησης $\theta=30^\circ$ για το μοντέλο: (α) ANFIS₁, (β) ANFIS₃, (γ) ANFIS₆, (δ) ANFIS₁, ANFIS₃, και ANFIS₆. Με συνεχή γραμμή αναπαριστώνται τα δεδομένα που εξήχθησαν από την αναλυτική λύση ενώ με σύμβολα οι τιμές που εξήχθησαν από το κάθε μοντέλο.



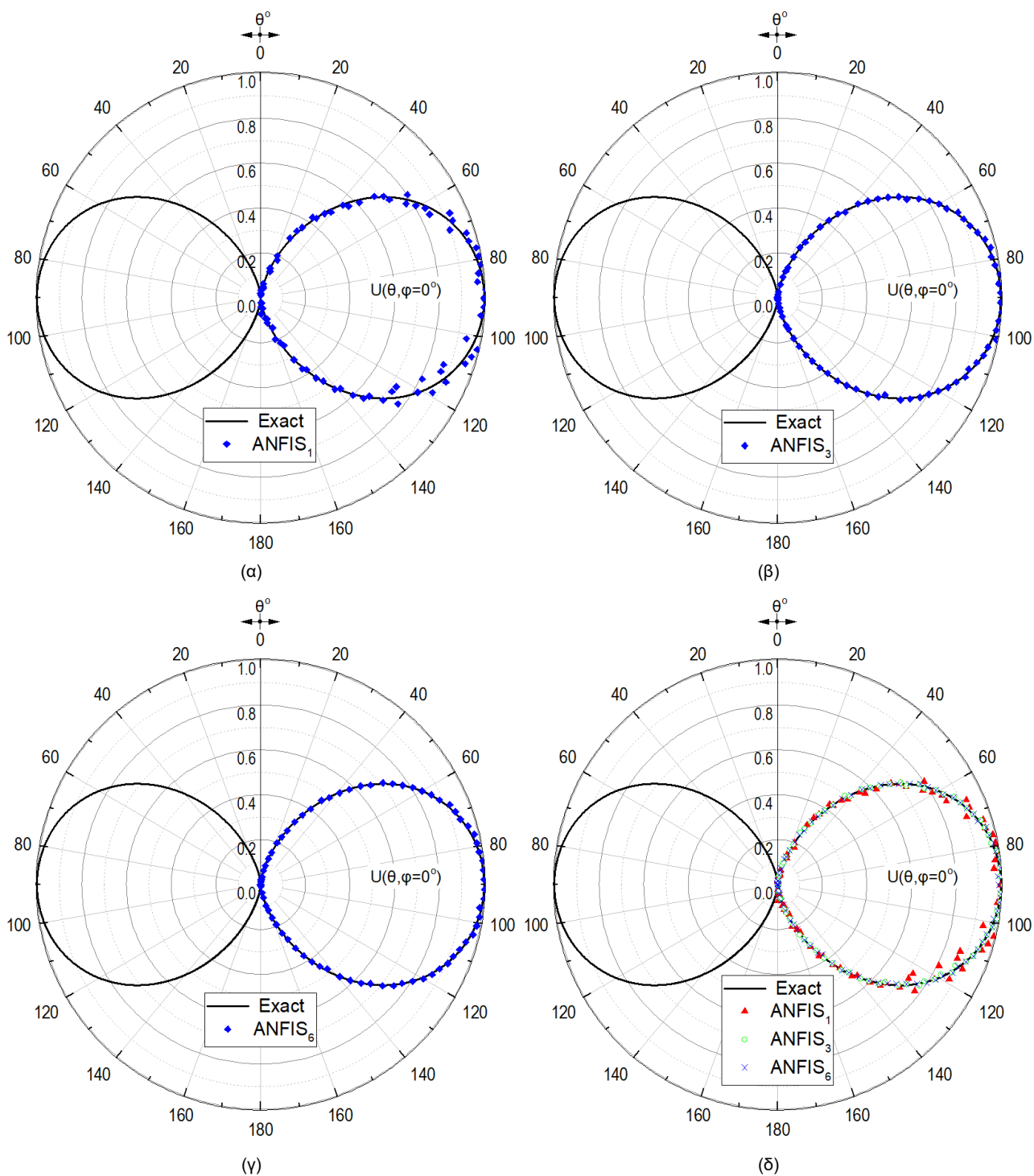
Σχήμα 3-16: Κανονικοποιημένη ένταση ακτινοβολίας $|U|$ (έξοδος) σαν συνάρτηση της κανονικοποιημένης ακτίνας του κυκλικού βρόχου a/λ και της γωνίας παρατήρησης $\theta=60^\circ$ για το μοντέλο: (α) ANFIS₁, (β) ANFIS₃, (γ) ANFIS₆, (δ) ANFIS₁, ANFIS₃, και ANFIS₆. Με συνεχή γραμμή αναπαριστώνται τα δεδομένα που εξήχθησαν από την αναλυτική λύση ενώ με σύμβολα οι τιμές που εξήχθησαν από το κάθε μοντέλο.



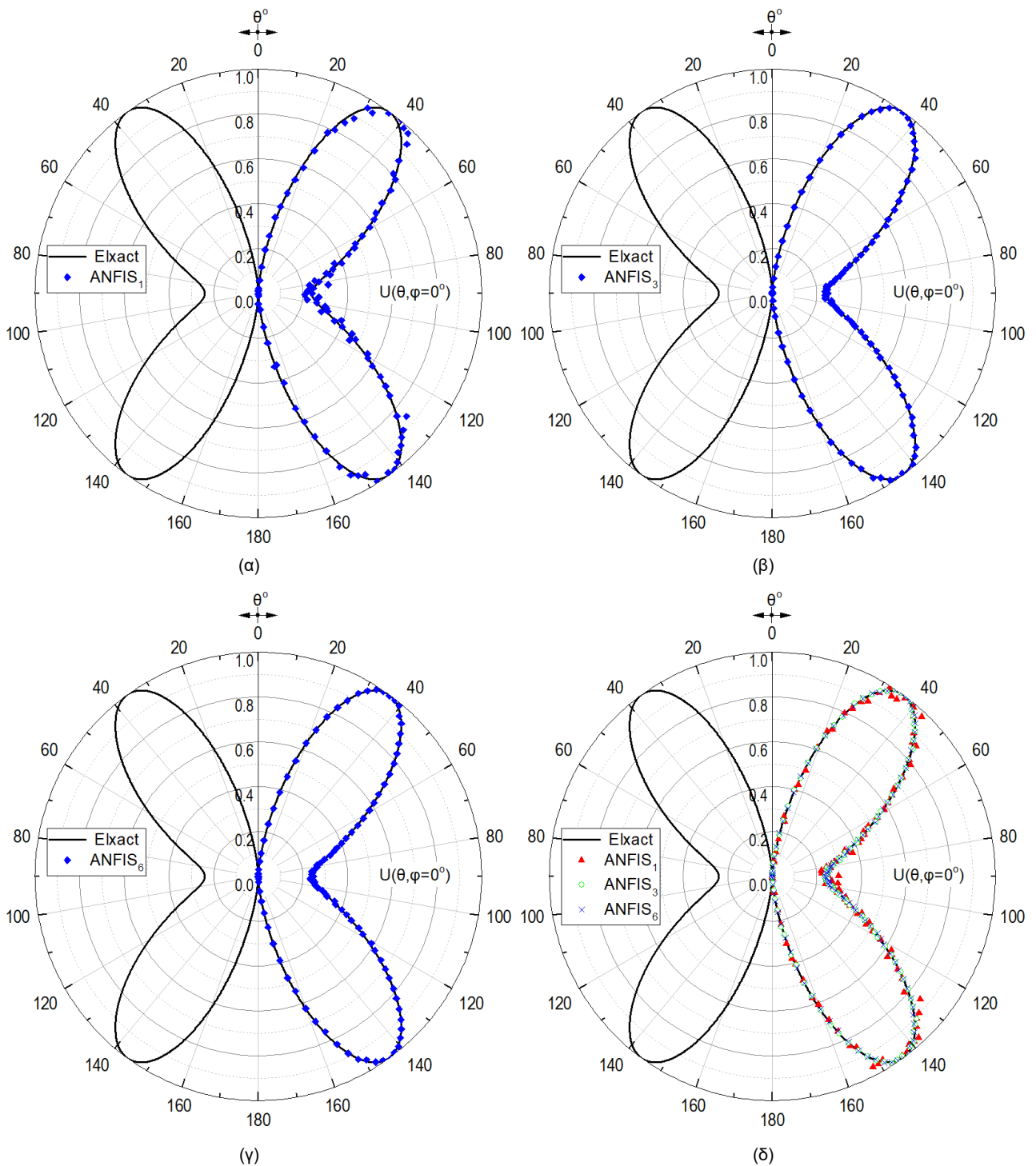
Σχήμα 3-17: Κανονικοποιημένη ένταση ακτινοβολίας $|U|$ (έξοδος) σαν συνάρτηση της κανονικοποιημένης ακτίνας του κυκλικού βρόχου a/λ και της γωνίας παρατήρησης $\theta=90^\circ$ για το μοντέλο: (α) ANFIS₁, (β) ANFIS₃, (γ) ANFIS₆, (δ) ANFIS₁, ANFIS₃, και ANFIS₆. Με συνεχή γραμμή αναπαριστώνται τα δεδομένα που εξήχθησαν από την αναλυτική λύση ενώ με σύμβολα οι τιμές που εξήχθησαν από το κάθε μοντέλο.



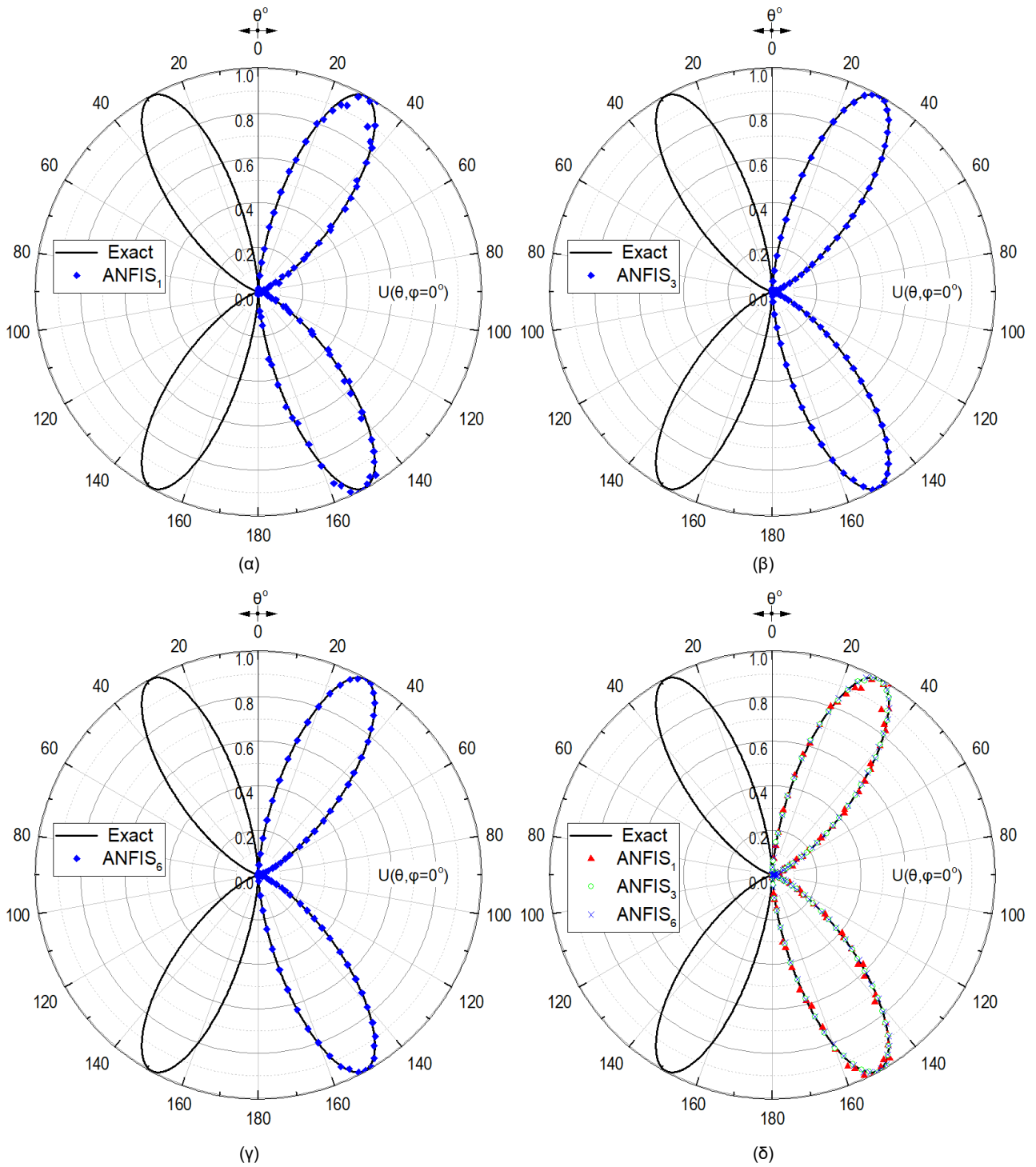
Σχήμα 3-18: Κανονικοποιημένη ένταση ακτινοβολίας $|U|$ (έξοδος) σαν συνάρτηση της γωνίας παρατήρησης θ και της κανονικοποιημένης ακτίνας του κυκλικού βρόχου $a=0.1\lambda$, (α) ANFIS₁, (β) ANFIS₃, (γ) ANFIS₆, (δ) ANFIS₁, ANFIS₃, και ANFIS₆. Με συνεχή γραμμή αναπαριστώνται τα δεδομένα που εξήχθησαν από την αναλυτική λύση ενώ με σύμβολα οι τιμές που εξήχθησαν από το κάθε μοντέλο.



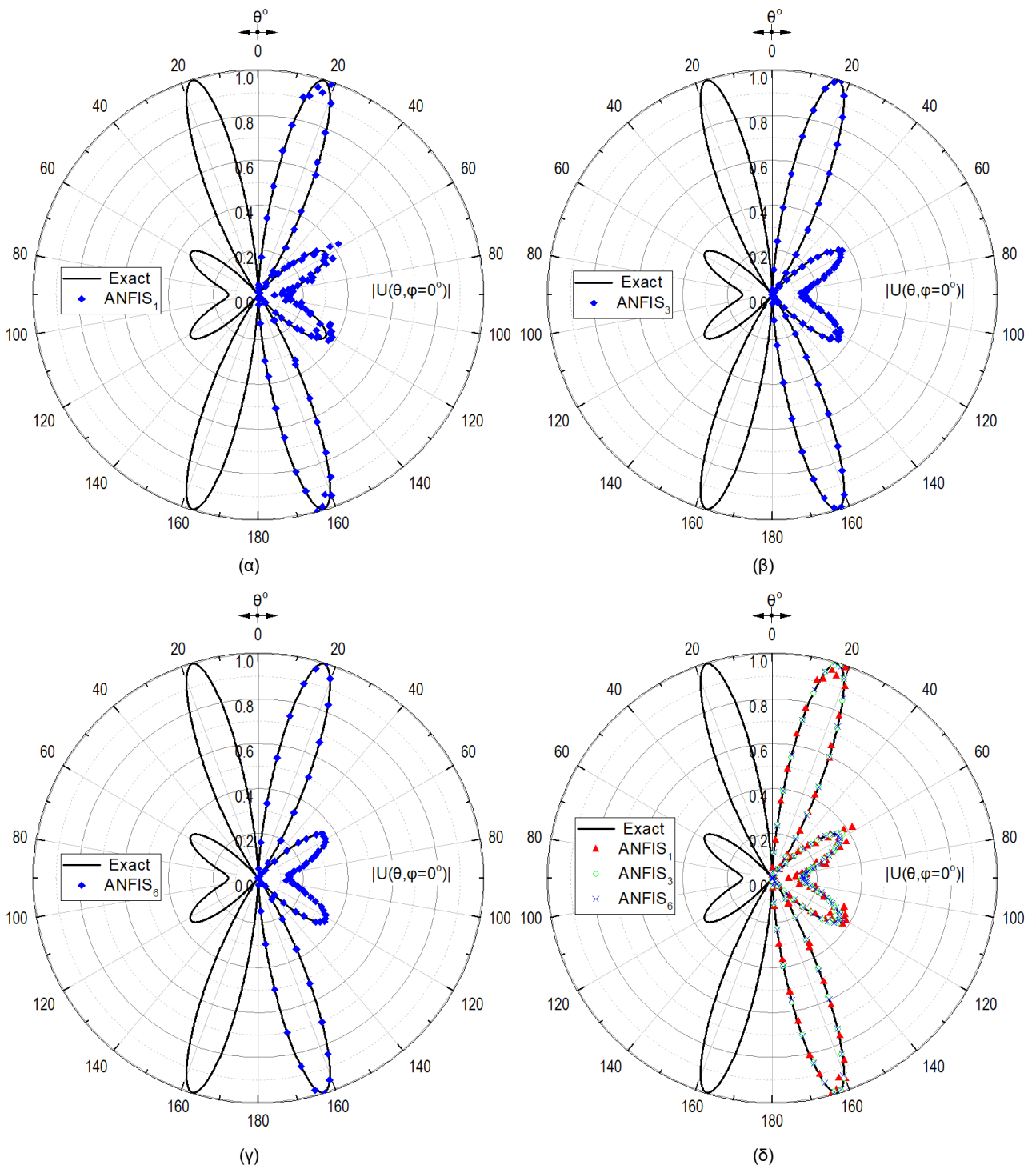
Σχήμα 3-19: Κανονικοποιημένη ένταση ακτινοβολίας $|U|$ (έξοδος) σαν συνάρτηση της γωνίας παρατήρησης θ και της κανονικοποιημένης ακτίνας του κυκλικού βρόχου $a=0.2\lambda$, (α) ANFIS₁, (β) ANFIS₃, (γ) ANFIS₆, (δ) ANFIS₁, ANFIS₃, και ANFIS₆. Με συνεχή γραμμή αναπαριστώνται τα δεδομένα που εξήχθησαν από την αναλυτική λύση ενώ με σύμβολα οι τιμές που εξήχθησαν από το κάθε μοντέλο.



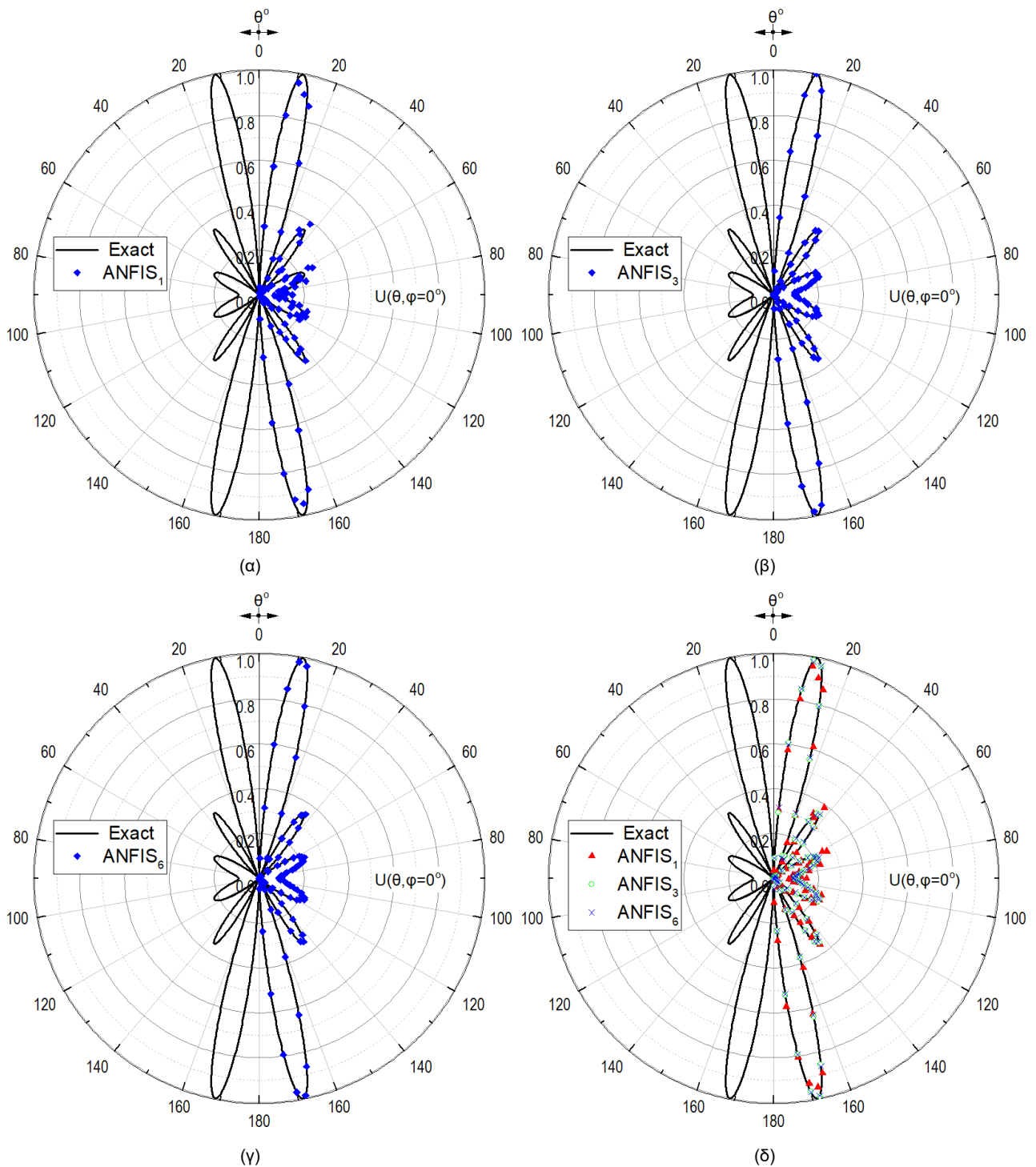
Σχήμα 3-20: Κανονικοποιημένη ένταση ακτινοβολίας $|U|$ (έξοδος) σαν συνάρτηση της γωνίας παρατήρησης θ και της κανονικοποιημένης ακτίνας του κυκλικού βρόχου $\alpha=\lambda/2$, (α) ANFIS₁, (β) ANFIS₃, (γ) ANFIS₆, (δ) ANFIS₁, ANFIS₃, και ANFIS₆. Με συνεχή γραμμή αναπαριστώνται τα δεδομένα που εξήχθησαν από την αναλυτική λύση ενώ με σύμβολα οι τιμές που εξήχθησαν από το κάθε μοντέλο.



Σχήμα 3-21: Κανονικοποιημένη ένταση ακτινοβολίας $|U|$ (έξοδος) σαν συνάρτηση της γωνίας παρατήρησης θ και της κανονικοποιημένης ακτίνας του κυκλικού βρόχου $\alpha=0.6\lambda$, (α) ANFIS₁, (β) ANFIS₃, (γ) ANFIS₆, (δ) ANFIS₁, ANFIS₃, και ANFIS₆. Με συνεχή γραμμή αναπαριστώνται τα δεδομένα που εξήχθησαν από την αναλυτική λύση ενώ με σύμβολα οι τιμές που εξήχθησαν από το κάθε μοντέλο.



Σχήμα 3-22: Κανονικοποιημένη ένταση ακτινοβολίας $|U|$ (έξοδος) σαν συνάρτηση της γωνίας παρατήρησης θ και της κανονικοποιημένης ακτίνας του κυκλικού βρόχου $\alpha=\lambda$, (α) ANFIS₁, (β) ANFIS₃, (γ) ANFIS₆, (δ) ANFIS₁, ANFIS₃, και ANFIS₆. Με συνεχή γραμμή αναπαριστώνται τα δεδομένα που εξήχθησαν από την αναλυτική λύση ενώ με σύμβολα οι τιμές που εξήχθησαν από το κάθε μοντέλο.

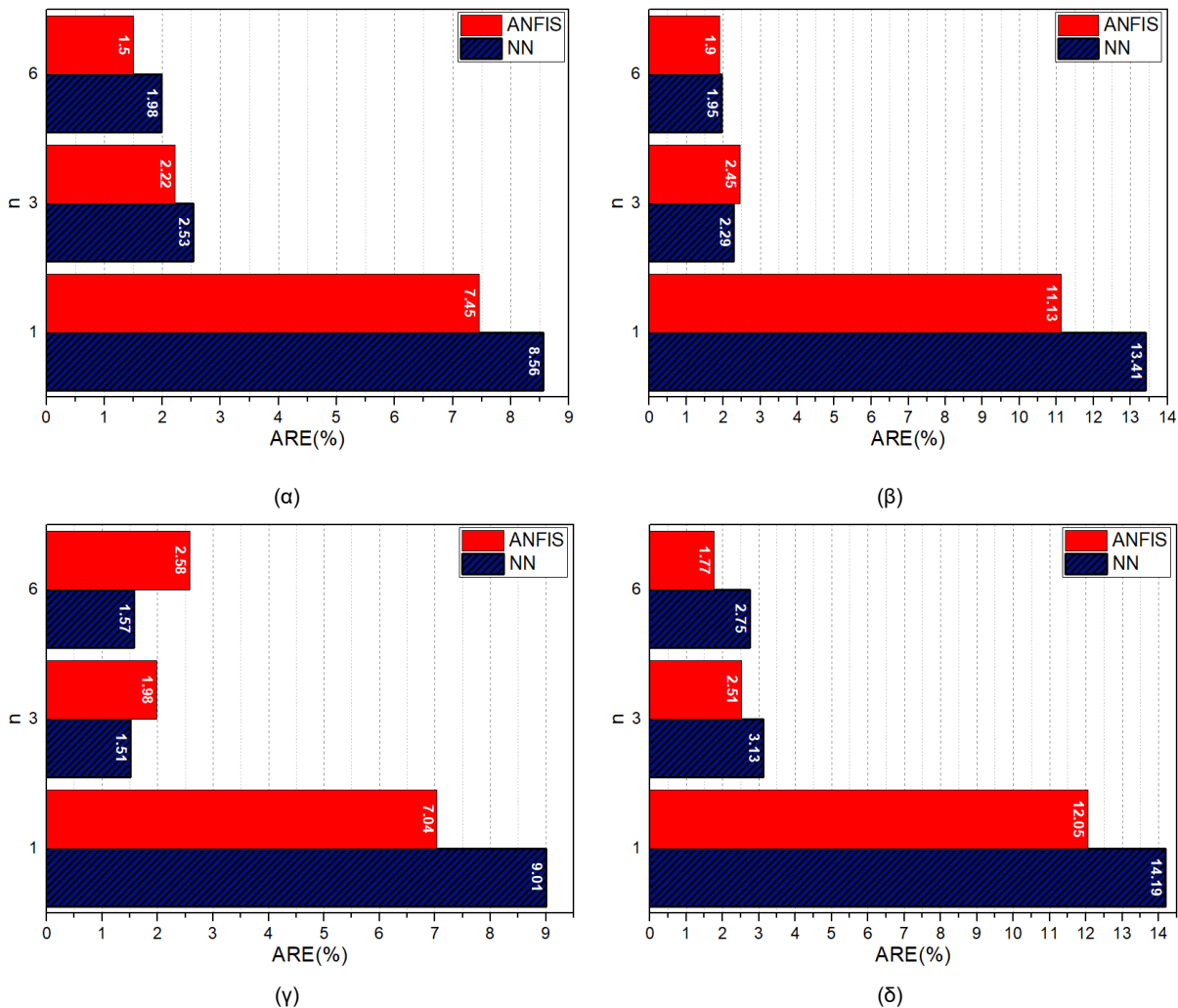


Σχήμα 3-23: Κανονικοποιημένη ένταση ακτινοβολίας $|U|$ (έξοδος) σαν συνάρτηση της γωνίας παρατήρησης θ και της κανονικοποιημένης ακτίνας του κυκλικού βρόχου $\alpha=3\lambda/2$, (α) ANFIS₁, (β) ANFIS₃, (γ) ANFIS₆, (δ) ANFIS₁, ANFIS₃, και ANFIS₆. Με συνεχή γραμμή αναπαριστώνται τα δεδομένα που εξήχθησαν από την αναλυτική λύση ενώ με σύμβολα οι τιμές που εξήχθησαν από το κάθε μοντέλο.

3.3.3 Σύγκριση των δύο μοντέλων

Για την σύγκριση μεταξύ NN και ANFIS μοντέλου χρησιμοποιείται το στατιστικό μέτρο σύγκρισης του απόλυτου σχετικού σφάλματος ARE όπως ορίζεται στη (3-40). Από τους Πίνακες 3-2, 3-3, 3-5, και 3-6, προκύπτουν τα γραφήματα του σχήματος 3-24 όπου παρουσιάζεται το απόλυτο

σχετικό σφάλμα για κάθε μοντέλο ($n = 1, 3, 6$) νευρωνικού δικτύου και νευρο-ασαφούς συστήματος. Είναι εμφανές ότι για $n=1$ τόσο το NN όσο και το ANFIS δεν είναι σε θέση (αν θεωρήσουμε αποδεκτό σφάλμα %5) να εκτιμήσει με την επιθυμητή ακρίβεια την ένταση ακτινοβολίας $|U|$ για την περίπτωση $\alpha=0.61\lambda$ και $\alpha=1.5\lambda$ όπως φαίνεται στα σχήματα 3-24α και 3-24β αντίστοιχα. Αφού το ARE παίρνει τιμές από $\sim 7.5\%$ έως $\sim 14\%$.



Σχήμα 3-24: Απόλυτο σχετικό σφάλμα (ARE) μεταξύ των μοντέλων ($n=1,3,6$) νευρωνικών δικτύων και των αντίστοιχων ($n=1,3,6$) νευρο-ασαφών μοντέλων για, (α) $\alpha=0.61\lambda$ (β) $\alpha=1.5\lambda$, (γ) $\theta=30^\circ$, (δ) $\theta=90^\circ$. Με γραμμοσκίαση συμβολίζονται τα μοντέλα NN.

Από την άλλη, το ANFIS₁ σε σχέση με το αντίστοιχο NN εμφανίζει μικρότερο ARE όμως δεν είναι αρκετό για την ακριβή επίλυση του προβλήματος. Γεγονός που επαληθεύεται και από τα 3-24γ και 3-24δ όπου η συμπεριφορά μπορεί να είναι η ίδια αλλά και πάλι το ARE δεν είναι ικανοποιητικό. Για $n=3$ και τα δύο μοντέλα εμφανίζουν ξεκάθαρα βελτιωμένη συμπεριφορά με το ARE να μειώνεται για το NN από ~ 5 έως και ~ 10 μονάδες συγκριτικά με το αντίστοιχο για $n=1$. Συνολικά για $n=3$ για όλες τις περιπτώσεις δοκιμής από τα σχήματα 3-24α έως 3-24δ εξάγεται το συμπέρασμα ότι και τα δύο μοντέλα NNs και ANFISs μπορούν να εκτιμήσουν την ένταση ακτινοβολίας $|U|$ με ικανοποιητική ακρίβεια και ARE $\sim 3\%$. Τέλος, για $n=6$ τα μοντέλα εμφανίζουν την καλύτερη συμπεριφορά με το ARE να κυμαίνεται μεταξύ $\sim 2\%$ και $\sim 2.5\%$ για κάθε περίπτωση. Σύμφωνα με τα σχήματα 3-24α

έως 3-24δ συνολικά το μοντέλο ANFIS εμφανίζει την καλύτερη συμπεριφορά με εξαίρεση την περίπτωση $\theta=30^\circ$ όπου το μοντέλο των NNs είναι ποιοτικότερο κατά $\sim 1\%$. Συνοψίζοντας μπορεί να εξαχθεί το γενικό συμπέρασμα σύμφωνα με τα παραπάνω ότι όλα τα μοντέλα μπορούν να εκτιμήσουν την ένταση ακτινοβολίας $|U|$ με ικανοποιητική ακρίβεια αρκεί το $n \geq 3$.

3.4 Βιβλιογραφία

- [1969, R. Collin] R. Collin and F. Zucker, "Antenna Theory", McGraw-Hill, 1969.
- [1989, K. M. Hornik] K. M. Hornik, M. Stinchcombe and H. White, "Multilayer Feedforward Networks are Universal Approximators," *Neural Networks*, vol. 2, no. 5, pp. 359–366, 1989.
- [1991, D.F. Specht] D.F. Specht, "A General Regression Neural Network," *IEEE Trans. Neur. Net.*, vol. 2, pp. 568–1486, Nov. 1991.
- [1993, J.-S.R. Jang] J.-S.R. Jang, "ANFIS: Adaptive-Network-Based Fuzzy Inference Systems," *IEEE Trans Systems, Man Cybernetics*, vol. 23, no. 3, pp. 665-685, May 1993.
- [1996, D.H. Werner] D.H. Werner, "An Exact Integration Procedure for Vector Potentials of Thin Circular Loop Antennas," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 44, no. 2, pp.157–165, Feb. 1996.
- [1996, E. Altshuler] E. E. Altshuler, "A Monopole Loaded with a Loop Antenna," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 44, no. 6, pp. 787-791, June 1996.
- [2000, C. Christodoulou] C. Christodoulou and M. Georgiopoulos, *Applications of Neural Networks in Electromagnetics*. Artech House, 2000.
- [2000, Q.J. Zhang] Q.J. Zhang and K.C. Gupta, *Neural Networks for RF and Microwave Design*. Norwood, MA: Artech House, 2000, pp. 151, 312-315, 336.
- [2001, R.K. Mishra] R.K. Mishra, "An Overview of Neural Network Methods in Computational Electromagnetics," *Int. Journal of RF Microwave Computer-Aided Eng.*, vol. 12, pp. 98–108, 2001.
- [2001, V. Devabhaktuni] V. Devabhaktuni, M.C.E. Yagoub, Y. Fang, J. Xu, and Q. Zhang, "Neural Networks for Microwave Modeling: Model Development Issues and Nonlinear Modeling Techniques," *Int. Journal of RF Microwave Computer-Aided Eng.*, vol. 11, pp. 4–21, 2001.
- [2002, J. Kraus] J. Kraus, R. Marhefka "Antennas for All Applications", 3rd Ed., McGraw-Hill, 2002.
- [2002, J. Volakis] J. Volakis, "Antenna Engineering Handbook", 4th Ed., McGraw-Hill, 2007.
- [2005, J.T. Conway] J.T. Conway, "New Exact Solution Procedure for the Near Fields of the General Thin Circular Loop Antenna," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 53, no. 1, pp.509–517, Jan. 2005.
- [2005, C. Balanis] C. Balanis, "Antenna Theory: Analysis and Design", 3rd Edition, Wiley, 2005.
- [2006, H. T. Anastassiou] H. T. Anastassiou, "Fast, simple and accurate computation of the currents on an arbitrarily large circular loop antenna," in *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 54, no. 3, pp. 860-866, March 2006.
- [2008, C. Balanis] C. Balanis, "Modern Antenna Handbook". Wiley, 2008.

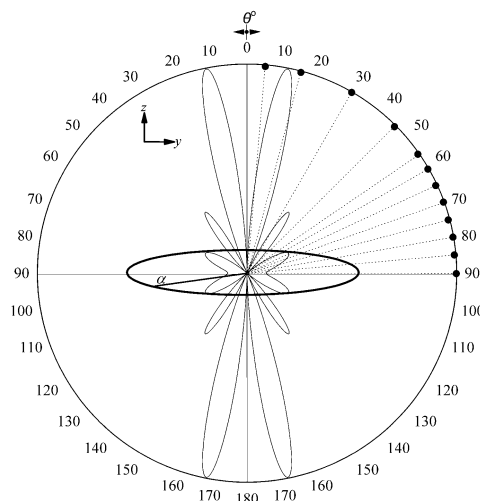
- [2008, G. Fikioris] G. Fikioris, P. J. Papakanellos and H. T. Anastassiou, "On the Use of Nonsingular Kernels in Certain Integral Equations for Thin-Wire Circular-Loop Antennas," in IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 56, no. 1, pp. 151-157, Jan. 2008.
- [2012a, T.N. Kapetanakis] T.N. Kapetanakis, I.O. Vardiambasis, G. Liidakis, and A. Maras, "Neural Network Solution of the Circular Loop Antenna Radiation Problem," 20th Telecommunications Forum (TELFOR 2012), pp. 1193-1196, Belgrade, Serbia, 20-22 Nov 2012.
- [2012b, T.N. Kapetanakis] T.N. Kapetanakis, I.O. Vardiambasis, G. Liidakis, and A. Maras, "Solving the inverse loop antenna radiation problem using a hybrid neuro-fuzzy system," 20th Telecommunications Forum (TELFOR 2012), pp. 1189-1192, Belgrade, Serbia, 20-22 Nov 2012.
- [2013, S.M. Ali Hamed] S.M. Ali Hamed, "Exact Field Expressions for Circular Loop Antennas Using Spherical Functions Expansion," IEEE Trans. Antennas Propag., vol. 61, no. 6, pp.2956–2963, Jun. 2013.
- [2014, D. Pujara] D. Pujara, A. Modi, N. Pisharody, and J. Mehta, "Predicting the Performance of Pyramidal and Corrugated Horn Antennas Using ANFIS," IEEE Antennas Wireless Propag Lett, vol. 13, pp. 293–296, 2014.
- [2014, M. Fakharzadeh] M. Fakharzadeh and M. Mohajer, "An Integrated Wide-Band Circularly Polarized Antenna for Millimeter-Wave Applications," in IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 62, no. 2, pp. 925-929, Feb. 2014.
- [2015, B. Choudhury] B. Choudhury, S. Thomas, and R.M. Jha, "Implementation of Soft Computing Optimization Techniques in Antenna Engineering," IEEE Antennas and Propag. Mag., Vol. 57, Issue 6, pp. 122-131, Dec. 2015.
- [2017, G. Fikioris] G. Fikioris, "Integral Evaluation Using the Mellin Transform and Generalized Hypergeometric Functions: Tutorial and Applications to Antenna Problems", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 54, no. 12, pp. 3895-3907, 2017.
- [2017, J. Nagar] J. Nagar, B. Q. Lu, M. F. Pantoja and D. H. Werner, "Analytical Expressions for the Mutual Coupling of Loop Antennas Valid From the RF to Optical Regimes," IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 65, no. 12, pp. 6889-6903, Dec. 2017.
- [2018a, T. N. Kapetanakis] T. N. Kapetanakis, I. O. Vardiambasis, E. I. Lourakis and A. Maras, "Applying Neuro-Fuzzy Soft Computing Techniques to the Circular Loop Antenna Radiation Problem," in IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, vol. 17, no. 9, pp. 1673-1676, Sept. 2018
- [2018b, T. N. Kapetanakis] T. N. Kapetanakis, I. O. Vardiambasis, M.P. Ioannidou and A. Maras, " Neural Network Modeling for the Solution of the Inverse Loop Antenna Radiation Problem," in IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2018, AP1712-1966

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

4 Εφαρμογή Τεχνητών Νευρωνικών Δικτύων για την Επίλυση του Αντίστροφου Προβλήματος Ακτινοβολίας Κυκλικού Βρόχου

4.1 Μοντελοποίηση νευρωνικών δικτύων για την επίλυση του αντίστροφου προβλήματος.

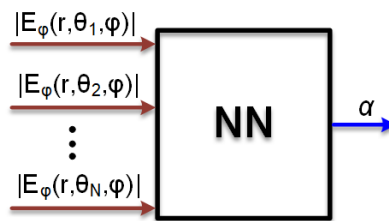
Αντίστροφα ηλεκτρομαγνητικά προβλήματα που χρήζουν επίλυσης συναντώνται ευρέως σε εφαρμογές ραδιοεντοπισμού, ραδιοανίχνευσης, μη καταστροφικού ελέγχου, βιο-ηλεκτρομαγνητισμού και απεικόνισης. Αρκετά από τα προβλήματα αυτά είναι δύσκολο να επιλυθούν αναλυτικά εξαιτίας της μαθηματικής πολυπλοκότητας αλλά πολλές φορές και της μη ύπαρξης λύσης σε κλειστή μορφή με τη δυσκολία αυτή να αυξάνεται όταν είναι και πολυπαραμετρικά. Ενώ ακόμα και η πειραματική διαδικασία εξαιτίας του περιορισμού στο πλήθος των μετρήσεων που μπορούν να ληφθούν για μια διάταξη σε αρκετές περιπτώσεις είναι μη αποδοτική και ασύμφορη. [2000, C. Christodoulou], [1996 F. C. Morabito], [1994 I. Elshafiey]. Από την άλλη, η εφαρμογή των νευρωνικών δικτύων αλλά και γενικότερα των soft-computing τεχνικών αποτελεί αξιόπιστη επιλογή για την επίλυση αντίστροφων προβλημάτων [2015, B. Choudhury]. Ένα αντιπροσωπευτικό παράδειγμα αντίστροφου προβλήματος είναι η εξαγωγή των γεωμετρικών χαρακτηριστικών μιας ηλεκτρομαγνητικής διάταξης πχ μιας κεραίας για δεδομένα χαρακτηριστικά λειτουργίας όπως η ένταση του πεδίου, το κέρδος, η κατευθυντικότητα κ.α.



Σχήμα 4-1: Γεωμετρία και αντιπροσωπευτικό διάγραμμα ακτινοβολίας κυκλικού βρόχου (θ -επίπεδο, $a=3\lambda/2$, $I=2A$). Με κύκλους απεικονίζονται οι θέσεις των παρατηρητών.

Εφόσον έχει λυθεί το ευθύ πρόβλημα και έχουν εξαχθεί τα κατάλληλα δεδομένα τότε μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την εκπαίδευση του δικτυώματος ώστε να επιλυθεί το αντίστροφο πρόβλημα αντιστρέφοντας τις εισόδους και τις εξόδους. Η μέθοδος αυτή ονομάζεται άμεση αντιστροφή και ένα παράδειγμα αποτελεί η [2002, S. Selleri]. Με την χρήση των νευρωνικών δικτύων είναι εφικτή η ταχύτερη επίλυση αντίστροφων προβλημάτων σε σχέση με άλλες τεχνικές αλλά χρειάζεται ιδιαίτερη

προσοχή κατά την εξαγωγή των δεδομένων εκπαίδευσης και την διαδικασία της εκμάθησης [2008, H. Kabir].



Σχήμα 4-2: Μοντέλο νευρωνικού δικτύου για την επίλυση του αντίστροφου προβλήματος ακτινοβολίας κυκλικού βρόχου.

Έτσι λοιπόν, έχοντας λύσει το ευθύ πρόβλημα ακτινοβολίας του κυκλικού βρόχου είτε με την χρήση soft-computing τεχνικών [2018a, T. N. Karetanakis] είτε με την χρήση αναλυτικών μεθόδων [1996, D.H. Werner], η κατάσταση και επίλυση του αντίστροφου προβλήματος στηρίζεται στην εύρεση των γεωμετρικών χαρακτηριστικών του βρόχου από τα λειτουργικά του χαρακτηριστικά. Πιο συγκεκριμένα το νευρωνικό δίκτυο θα πρέπει να είναι σε θέση από την ένταση του πεδίου να μπορεί να υπολογίσει την ακτίνα του βρόχου [2018b, T. N. Karetanakis], με τα σχήματα 4-1, και 4,2 να απεικονίζουν το μπλοκ διάγραμμα του μοντέλου και την γεωμετρία της διάταξης αντίστοιχα.

Πίνακας 4-1: Πλήθος παρατηρητών N και γωνίες παρατήρησης θ_n .

Παρατηρητές N	Γωνίες παρατήρησης θ_n
2	$30^\circ, 80^\circ$
3	$15^\circ, 60^\circ, 85^\circ$
4	$30^\circ, 70^\circ, 80^\circ, 90^\circ$
5	$30^\circ, 70^\circ, 75^\circ, 80^\circ, 90^\circ$
6	$5^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 70^\circ, 75^\circ, 90^\circ$
7	$30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 65^\circ, 75^\circ, 85^\circ, 90^\circ$
8	$15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 65^\circ, 75^\circ, 85^\circ, 90^\circ$
9	$30^\circ, 45^\circ, 55^\circ, 60^\circ, 65^\circ, 70^\circ, 75^\circ, 80^\circ, 90^\circ$
10	$5^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 55^\circ, 60^\circ, 65^\circ, 70^\circ, 75^\circ, 80^\circ, 90^\circ$
11	$5^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 55^\circ, 60^\circ, 65^\circ, 70^\circ, 75^\circ, 80^\circ, 90^\circ$
12	$5^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 55^\circ, 60^\circ, 65^\circ, 70^\circ, 75^\circ, 80^\circ, 85^\circ, 90^\circ$

Οι τιμές της έντασης του πεδίου $|E_\phi|$ εξήχθησαν από την αναλυτική σχέση (3-18) σε σφαιρικές συντεταγμένες και χρησιμοποιήθηκαν σαν είσοδο. Ενώ η ακτίνα του βρόχου a χρησιμοποιήθηκε ως έξοδος στο εύρος $[0.1\lambda, 8\lambda]$. Οι υπολογισμοί του πεδίου έγιναν για συγκεκριμένα σημεία του χώρου $P_n(r = 400\lambda, \theta_n, \phi)$, με $n=1,2,\dots,N$ σημεία. Εξαιτίας της συμμετρίας του διαγράμματος ακτινοβολίας όπως για παράδειγμα αυτό του σχήματος 3-25, η γωνία παρατήρησης θ_n επιλέχθηκε από το εύρος $[0^\circ, 90^\circ]$. Το πλήθος των γωνιών παρατήρησης όπου θα αναφέρονται από εδώ και στο εξής ως παρατηρητές είναι $N=12$ με τιμές όπως αυτές του Πίνακα 4-1 με την επιλογή τους να προέκυψε ύστερα από εκτενή διερεύνηση όπως θα παρουσιαστεί παρακάτω.

Το πρώτο βήμα για την επίλυση του προβλήματος είναι η εκμάθηση του νευρωνικού δικτύου. Έτσι το σετ των δεδομένων εκμάθησης αποτελείται από ζεύγη δειγμάτων (E_m^{tr}, t_m^{tr}) με $m=1,2,\dots,M$ με E_m^{tr} το διάνυσμα το οποίο περιλαμβάνει τις εισόδους $(|E_\varphi(r, \theta_n, \varphi)|, n=1,2,\dots,N)$ και με t_m^{tr} αναπαριστώνται οι επιθυμητές έξοδοι, ενώ με M συμβολίζεται το πλήθος των δειγμάτων όπου συγκροτούν τα δεδομένα εκμάθησης. Η αξιολόγηση της διαδικασίας της εκμάθησης πραγματοποιείται υπολογίζοντας το μέσο τετραγωνικό σφάλμα MSE_{tr} σύμφωνα με την (4-1).

$$MSE_{tr} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M (p_m - t_m^{tr})^2$$

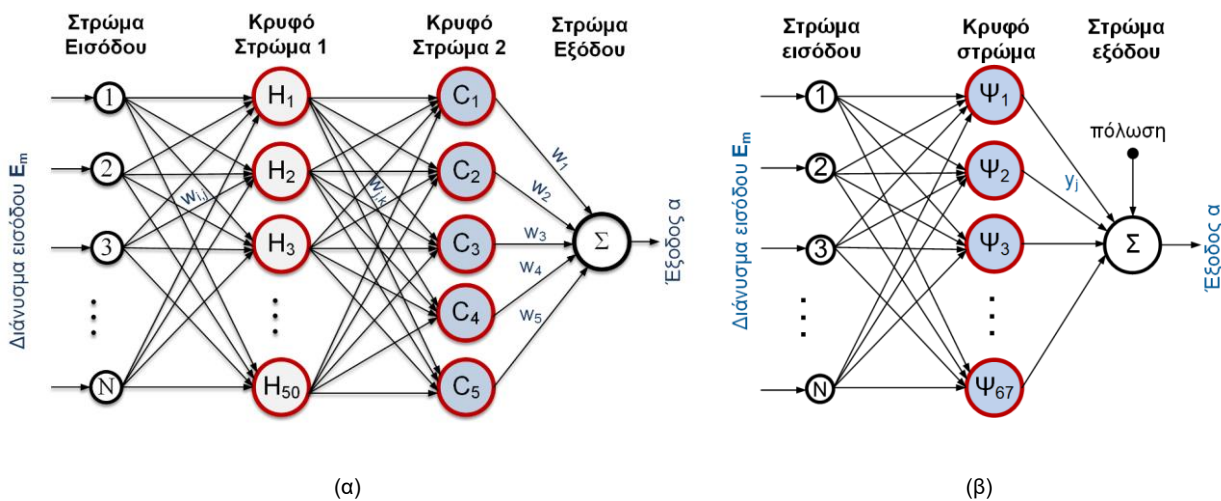
με (4-1)

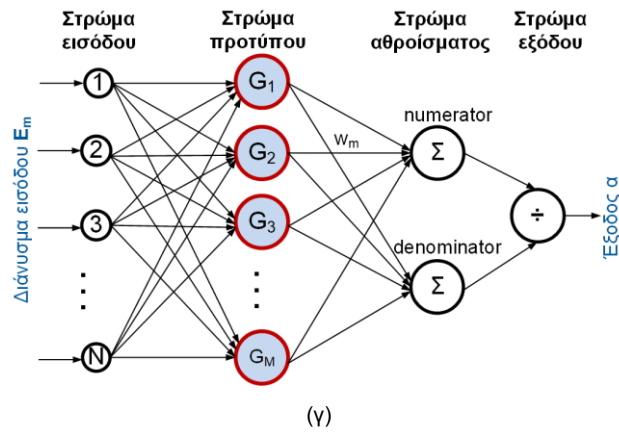
p_m : η m -οστή εκτιμώμενη τιμή της ακτίνας του βρόχου,

t_m^{tr} : η m -οστή επιθυμητή τιμή ακτίνας βρόχου ή τιμής στόχος,

M : το πλήθος των δειγμάτων του σετ δεδομένων εκπαίδευσης

Για τον έλεγχο της ακρίβειας και της σταθερότητας της διαδικασίας εκμάθησης το δικτύωμα εκπαιδεύτηκε 33 συνεχόμενες φορές με ακριβώς τα ίδια δεδομένα εκπαίδευσης και υπολογίστηκε ο μέσος όρος του MSE_{tr} όπου από εδώ και πέρα θα αναφέρετε απλά ως MSE_{tr} . Σαν κριτήριο τερματισμού της διαδικασίας εκμάθησης χρησιμοποιήθηκε το $MSE_{tr} \leq 10^{-6}$ που αντιστοιχεί σε ακρίβεια τριών δεκαδικών ψηφίων της κανονικοποιημένης ακτίνας του βρόχου. Για τον έλεγχο της ποιότητας του νευρωνικού δικτύου δημιουργήθηκε ένα ξεχωριστό σετ δεδομένων το σετ ελέγχου το οποίο είναι άγνωστο στο νευρωνικό δίκτυο (δηλαδή δεν χρησιμοποιήθηκε κατά την εκμάθηση). Αποτελείται από δείγματα (E_k^{te}, t_k^{te}) με $k=1,2,\dots,K$, όπου E_k^{te} και t_k^{te} το N -στο διάνυσμα εισόδου και εξόδου αντίστοιχα. Ενώ το πλήθος του σετ δεδομένων K για όλες τις περιπτώσεις τέθηκε $K=500$ [2018b, T.N. Karetanakis].





Σχήμα 4-3: Δομή των προτεινόμενων νευρωνικών δικτύων: (α) MLP, (β) RBF, και (γ) GRNN.

Το πρόβλημα επιλύθηκε με τρεις διαφορετικές αρχιτεκτονικές νευρωνικών δικτύων και πιο συγκεκριμένα με α) MLP, β) RBF, και γ) GRNN. Για την MLP αρχιτεκτονική όπως φαίνεται στο σχήμα 4-3α όπου πρόκειται για ένα N - L_1 - L_2 - 1 νευρωνικό δίκτυο. Οι τιμές της έντασης του πεδίου $|E_\varphi(r, \theta_n, \varphi)|$ εισάγονται στο στρώμα εισόδου το οποίο αποτελείται από N νευρώνες, ενώ το στρώμα εξόδου αποτελείται από έναν νευρώνα όπου αθροίζει τις σταθμισμένες εξόδους του δεύτερου κρυφού στρώματος. Για τον καθορισμό του πλήθους των νευρώνων πραγματοποιήθηκε διερεύνηση για πλήθος συνδυασμών L_1 , L_2 , και ενδεικτικά αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.3. Ως συνάρτηση ενεργοποίησης στα δύο κρυφά στρώματα χρησιμοποιήθηκε αυτή της υπερβολικής εφαπτομένης σύμφωνα με την (2-5) και το σχήμα 2-3β.

Πίνακας 4-2: Αλγόριθμοι εκπαίδευσης και αριθμός επαναλήψεων MLP-NN με $N=6$, και $M=600$.

	Συντομογραφία	Αλγόριθμος	Εποχές
1	LM	Levenberg-Marquardt	131
2	BR	Bayesian Regularization backpropagation	310
3	BFG	Broyden Fletcher Goldfarb Shanno Quasi-Newton	93
4	CGB	Conjugate Gradient with Powell/Beale restarts	90
5	CGP	Conjugate Gradient backpropagation with Polak-Ribière updates	85
6	SCG	Scaled Conjugate Gradient backpropagation	127
7	CGF	Conjugate Gradient with Fletcher-Powell updates	39
8	RP	Resilient back-Propagation	49
9	OSS	One Step Secant	107
10	GDM	Gradient Descent with Momentum backpropagation	24
11	GD	Gradient Descent backpropagation	55
12	GDX	Gradient Descent with momentum and adaptive learning rate backpropagation	101

Για την εκμάθηση του δικτυώματος εξετάστηκαν δώδεκα διαφορετικοί αλγόριθμοι όπως φαίνονται στον Πίνακα 4-2. Για κάθε έναν από τους αλγόριθμους εκπαίδευσης το MSE_{tr} και το MSE_{te} υπολογίστηκε και αναπαρίσταται στο σχήμα 4-4 για $N=6$ και $M=600$ παρατηρητές και δεδομένα

εκμάθησης αντίστοιχα. Παρατηρούμε ότι για όλους τους αλγόριθμους εκπαίδευσης όπως ήταν αναμενόμενο ισχύει ότι $MSE_{tr} < MSE_{te}$ ενώ οι αλγόριθμοι LM και BR υπερτερούν έναντι των υπολοίπων. Για την αξιολόγηση του νευρωνικού δικτύου εκτός από το MSE χρησιμοποιήθηκε σαν στατιστικό μέτρο σχετικό μέσο τετραγωνικό σφάλμα $RMSE_{te}$ και το μέσο απόλυτο σφάλμα σύμφωνα με την 4-2, και 4-3 δίνοντας μια συμπληρωματική εικόνα για το σχετικό σφάλμα και την ποιότητα του νευρωνικού δικτύου.

$$RMSE_{te} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \left(\frac{p_k - t_k^{te}}{t_k^{te}} \right)^2 \quad (4-2)$$

$$MAE_{te} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K |p_k - t_k^{te}| \quad (4-3)$$

p_k : η $m^{-οστή}$ εκτιμώμενη τιμή δοκιμής της ακτίνας του βρόχου,

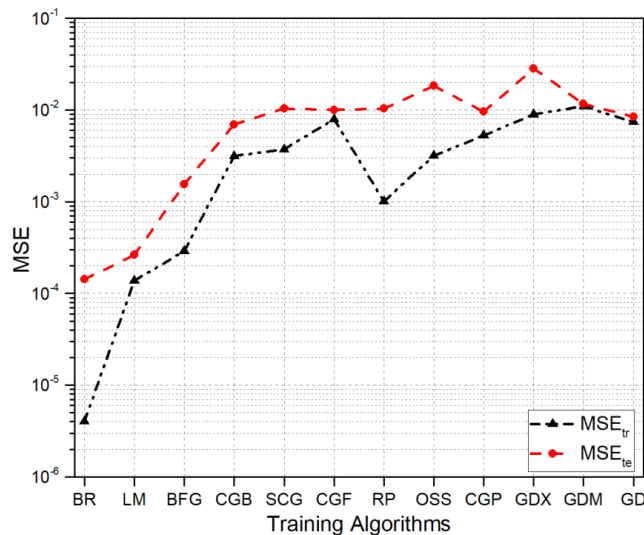
t_k^{te} : η $m^{-οστή}$ επιθυμητή τιμή ακτίνας βρόχου ή τιμής στόχος,

K: το πλήθος των δειγμάτων του σετ δεδομένων δοκιμής

Το RBF νευρωνικό δίκτυο που χρησιμοποιήθηκε απεικονίζεται στο σχήμα 4-3β, αποτελείται από τρία στρώματα το στρώμα εισόδου, εξόδου και ένα κρυφό στρώμα . Το πλήθος των νευρώνων του κρυφού στρώματος προσδιορίστηκε σύμφωνα με τον αλγόριθμο [2016, M. Beale] ακολουθώντας μια επαναληπτική διαδικασία πρόσθεσης νευρώνων μέχρι να επιτευχθεί το επιθυμητό MSE_{tr} καταλήγοντας στους 67 νευρώνες. Το GRNN του σχήματος 4-3γ ανήκει στην κατηγορία των πιθανοτικών νευρωνικών δικτύων [1991, D.F. Specht]. Χρησιμοποιήθηκε η γκαουσιανή συνάρτηση ενεργοποίησης σύμφωνα με την (2-11) και το σχήμα (2-17) και $\sigma=0.01$ [2016, M. Beale]

4.2 Αποτελέσματα

Με κριτήριο το MSE_{te} ο BR αλγόριθμος επιτυγχάνει σφάλμα μικρότερο από 10^{-5} ενώ οι υπόλοιποι αλγόριθμοι εκτός του LM επιτυγχάνουν κατά 20dB μεγαλύτερο MSE_{te} όπως φαίνεται στο σχήμα 4-4. Επιπλέον εξετάστηκαν οι αλγόριθμοι εκμάθησης για διάφορες τιμές (N, M) χωρίς να αλλάζει ουσιαστικά η συμπεριφορά του μοντέλου [2018b, T.N. Kapetanakis].



Σχήμα 4-4: MSE_{tr} και MSE_{te} των 12 αλγορίθμων εκπαίδευσης που χρησιμοποιήθηκαν.

Για την εύρεση του πλήθους των νευρώνων αφού δεν υπάρχει αναλυτική σχέση να το προσδιορίζει χρησιμοποιήθηκε η διαδικασία δοκιμής-σφάλματος για διάφορες τιμές L_1 , L_2 , όπου ενδεικτικά κάποια από αυτά εμφανίζονται στον Πίνακα 4-3. Επιπλέον για να εξασφαλιστεί ότι ο αλγόριθμος εκμάθησης δεν έχει παγιδευτεί σε κάποιο τοπικό ελάχιστο χρησιμοποιήθηκε συντελεστής m (momentum term) [2016, M. Beale] με $m=1.5$ και τα αποτελέσματα εμφανίζονται στις τελευταίες τρεις στήλες του Πίνακα 4-3.

Πίνακας 4-3: MSE_{tr}, MSE_{te}, RMSE_{te} για διάφορες τιμές L_1 , L_2 (MLP-NN με $N=6$, $M=600$).

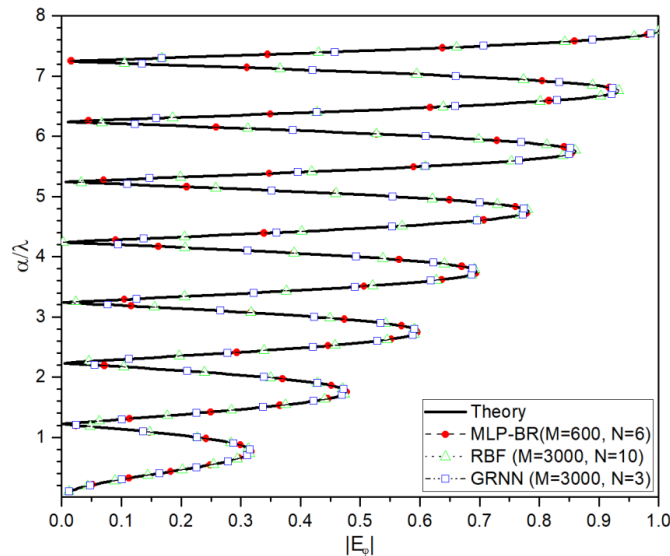
Αποφυγή τοπικού ελαχίστου ($m=1.5$)							
L_1	L_2	MSE _{tr}	MSE _{te}	RMSE _{te}	MSE _{tr}	MSE _{te}	RMSE _{te}
15	10	2.1091×10^{-5}	2.1581×10^{-5}	7.0911×10^{-4}	3.4947×10^{-5}	3.7547×10^{-5}	5.9565×10^{-4}
15	15	2.5224×10^{-5}	6.0073×10^{-5}	5.3342×10^{-4}	1.6107×10^{-5}	2.9929×10^{-5}	6.0442×10^{-4}
25	5	1.9864×10^{-5}	3.3198×10^{-5}	1.1325×10^{-3}	1.9908×10^{-4}	2.2744×10^{-4}	2.7085×10^{-3}
25	25	3.3785×10^{-5}	4.4940×10^{-5}	5.3748×10^{-4}	2.6217×10^{-4}	2.4507×10^{-4}	4.5412×10^{-3}
30	15	2.6788×10^{-5}	3.0791×10^{-5}	4.6757×10^{-4}	4.7182×10^{-4}	4.9040×10^{-4}	1.2072×10^{-3}
30	30	6.3031×10^{-6}	4.8063×10^{-5}	6.2965×10^{-4}	1.5561×10^{-4}	2.9198×10^{-4}	1.1860×10^{-3}
40	15	2.9835×10^{-5}	6.3366×10^{-5}	6.0442×10^{-4}	1.6778×10^{-4}	1.9036×10^{-4}	2.0337×10^{-3}
40	20	9.0325×10^{-6}	1.7851×10^{-5}	4.0176×10^{-4}	8.1740×10^{-5}	8.8280×10^{-5}	1.6021×10^{-3}
50	5	1.2479×10^{-5}	4.4152×10^{-5}	1.7208×10^{-3}	1.2709×10^{-4}	2.2821×10^{-4}	1.2156×10^{-3}
50	20	1.1892×10^{-4}	1.5038×10^{-4}	6.6257×10^{-4}	9.9049×10^{-5}	1.0288×10^{-4}	8.1561×10^{-4}
60	5	2.0070×10^{-5}	2.8528×10^{-5}	5.5959×10^{-4}	5.4007×10^{-5}	9.0090×10^{-5}	6.3033×10^{-4}
60	45	4.4987×10^{-5}	1.3518×10^{-4}	1.3588×10^{-3}	5.9246×10^{-5}	8.9277×10^{-5}	9.1353×10^{-4}

Από τον Πίνακα 4-3 παρατηρείται ότι το MSE_{tr} είναι εξαρτώμενο από το πλήθος των νευρώνων, ενώ μεταβάλλεται κατά 20dB ανάλογα με τον συνδυασμό L_1 , L_2 . Σε σχέση τώρα με τα MSE_{te} και RMSE_{te} παρατηρείται μικρότερη μεταβολή του σφάλματος. Έτσι σύμφωνα με τα παραπάνω επιλέχθηκε MLP νευρωνικό δίκτυο με νευρώνες $L_1=50$ στο πρώτο κρυφό και $L_2=5$ στο δεύτερο κρυφό στρώμα. Τόσο το MSE_{tr} όσο και το MSE_{te} σύμφωνα και με τον Πίνακα 4-4 εξαρτάται από την συνάρτηση ενεργοποίησης με το σφάλμα να μεταβάλλεται ακόμα και 30dB. Η βέλτιστη επιλογή είναι αυτή της υπερβολικής εφαπτομένης (2-5) και σχήμα 2-3β με MSE_{tr} και RMSE_{te} να είναι της τάξεως 10^{-5} .

Πίνακας 4-4: MSE_{tr} , MSE_{te} , $RMSE_{te}$ για διάφορες συναρτήσεις συμμετοχής (MLP-NN με $N=6$, $M=600$).

1° κρυφό στρώμα	2° κρυφό στρώμα	MSE_{tr}	MSE_{te}	$RMSE_{te}$
Λογαριθμική	Υπερβολική εφαπτομένη	1.4577×10^{-4}	5.5350×10^{-4}	1.9545×10^{-5}
Λογαριθμική	Elliot	1.5188×10^{-4}	3.1596×10^{-4}	1.7696×10^{-5}
Elliot	Elliot	2.2305×10^{-3}	5.7436×10^{-3}	3.0508×10^{-4}
Elliot	Γραμμική	2.1400×10^{-3}	3.4972×10^{-3}	4.5534×10^{-4}
Υπερβολική εφαπτομένη	Λογαριθμική	2.7561×10^{-3}	8.8308×10^{-3}	2.6973×10^{-4}
Υπερβολική εφαπτομένη	Υπερβολική εφαπτομένη	2.9799×10^{-5}	3.1366×10^{-4}	1.6622×10^{-5}
Γραμμική	Λογαριθμική	6.2489×10^{-2}	6.6429×10^{-2}	7.3481×10^{-3}
Γραμμική	Elliot	7.6371×10^{-2}	8.7369×10^{-2}	1.4401×10^{-2}

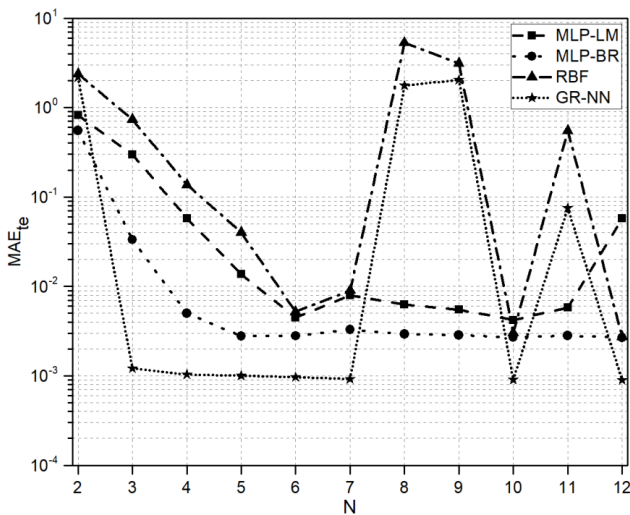
Στο σχήμα 4-5 αναπαριστώνται τα δεδομένα που εξήχθησαν από την αναλυτική λύση για την περίπτωση του παρατηρητή $\theta_n = 30^\circ$ και της εκτιμώμενης από τα νευρωνικά μοντέλα ακτίνας του βρόχου. Διαπιστώνουμε ότι και τα τρία μοντέλα νευρωνικών δικτύων (MLP, RBF, GRNN) είναι σε θέση να επιλύσουν το αντίστροφο πρόβλημα υπολογίζοντας την ακτίνα του βρόχου με μεγάλη ακρίβεια με το $RMSE_{te}$ για όλες τις περιπτώσεις να είναι μικρότερο από 10^{-4} .



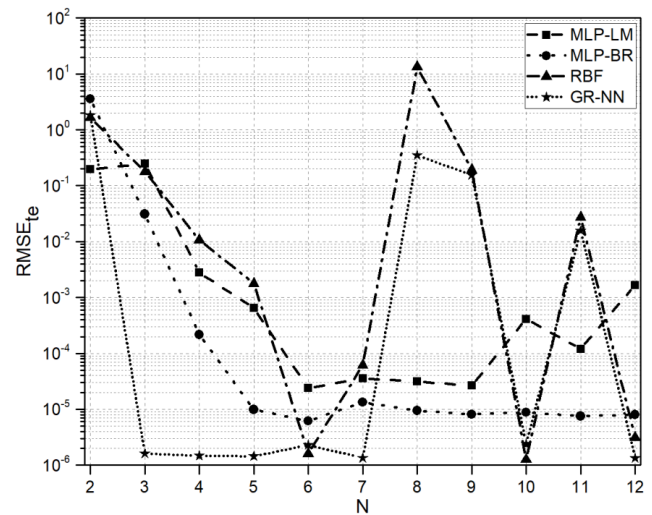
Σχήμα 4-5: Κανονικοποιημένη ακτίνα βρόχου α (έξοδος) σε σχέση με την κανονικοποιημένη ένταση του ηλεκτρικού πεδίου $|E_\varphi(400\lambda, 30^\circ, \varphi)|$ (είσοδος). Με σύμβολα απεικονίζονται οι εκτιμώμενες τιμές t_k^{te} ενώ με συνεχή γραμμή οι αναλυτικές τιμές (επιθυμητές) ρ_k .

Η επιρροή του αριθμού των παρατηρητών N στην απόδοση των νευρωνικών μοντέλων διερευνάται στο σχήμα 4-6α έως 4-6γ αναπαριστώντας τα MAE_{te} , $RMSE_{te}$ και MSE_{te} αντίστοιχα. Παρατηρώντας τα σχήματα εξάγεται το συμπέρασμα ότι η αύξηση του πλήθους των παρατηρητών δεν οδηγεί απαραίτητα στην βελτίωση της απόδοσης των νευρωνικών μοντέλων. Η συμπεριφορά αυτή ενδέχεται να οφείλεται στο γεγονός ότι το διάγραμμα ακτινοβολίας αποτελείται από πολλούς κύριους

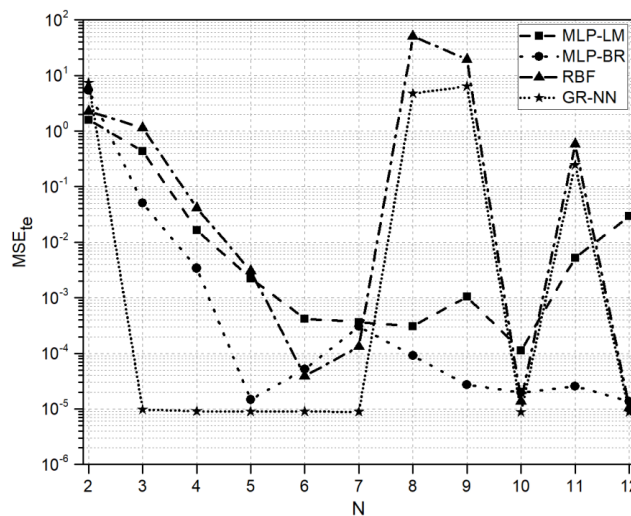
και δευτερεύοντες λοβούς που δεν παραμένουν στην ίδια κατεύθυνση καθώς αλλάζει η ακτίνα. Ένα επιπλέον συμπέρασμα είναι ότι έχει μεγαλύτερη επίδραση στην απόδοση των δικτυωμάτων οι θέσεις των παρατηρητών στο χώρο και όχι τόσο το πλήθος τους [2018b, T.N. Karetanakis]. Από το σχήμα 4-6α η τιμή του MAE_{te} ελαχιστοποιείται για το MLP στην περίπτωση $N=6$ παρατηρητών, για το RBF για $N=10$ και για το GRNN η βέλτιστη απόδοση παρατηρείται για $N=12$. Ενώ το GRNN παρατηρείται ότι έχει την καλύτερη απόδοση με μόνο τρεις παρατηρητές από εκεί και έπειτα είναι σχεδόν σταθερή για $N=3,4,5,6,7,10,12$. Παρόμοια συμπεριφορά παρατηρείται για το MLP-BR μολονότι το πλήθος των παρατηρητών που απαιτείται είναι $N=5$. Προσθέτοντας παραπάνω παρατηρητές δεν εξασφαλίζεται μείωση του MAE_{te} όπως φαίνεται στο σχήμα 4-6β. Για παράδειγμα το MAE_{te} για το RBF νευρωνικό μοντέλο αυξάνεται κατά 30dB αν οι παρατηρητές αυξηθούν από $N=6$ σε $N=8$. Το ίδιο συμβαίνει και με τα $RMSE_{te}$ και MSE_{te} με την διαφορά ότι το MAE_{te} δεν μειώνεται πέραν του 10^{-3} ενώ τα άλλα δύο φθάνουν στο 10^{-6} . Το γεγονός ότι $N=6$ παρατηρητές είναι αρκετοί για να επιλύσουν το πρόβλημα με ικανοποιητική ακρίβεια επιβεβαιώνεται και από τα σχήματα 4-6α και 4-6β με το RBF να έχει ελαφρώς μεγαλύτερη ακρίβεια για $N=10$. Ενώ η σταθερότητα του GRNN για διάφορες τιμές του N επιβεβαιώνεται επίσης από τα σχήματα 4-6β και 4-6γ [2018b, T.N. Karetanakis].



(α)



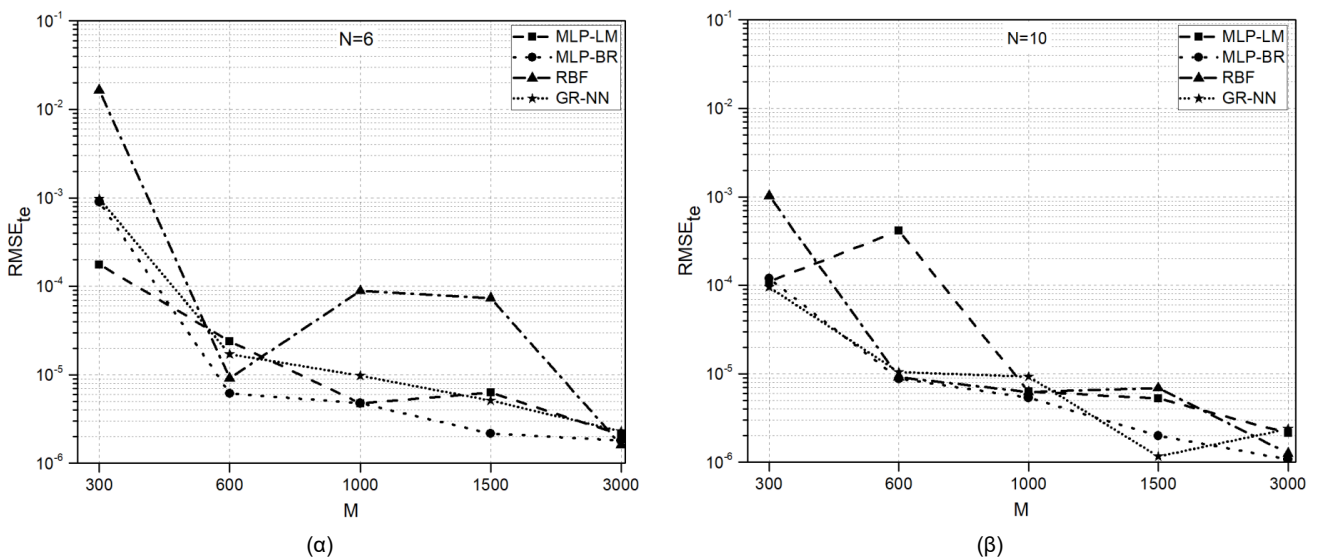
(β)

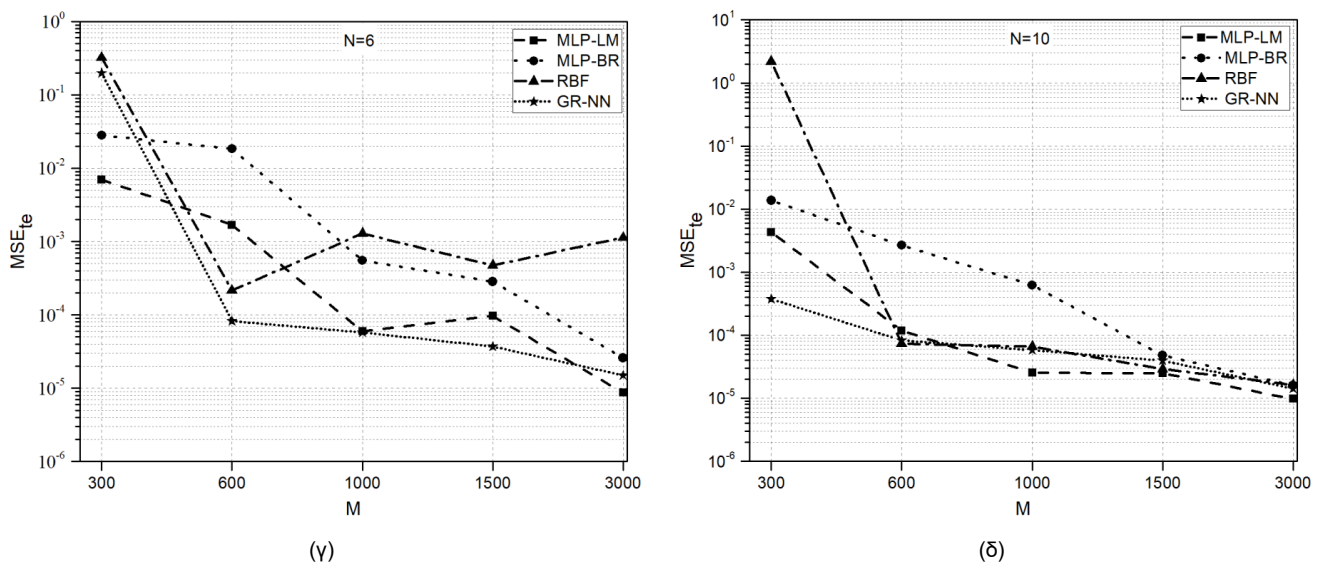


(γ)

Σχήμα 4-6: Σφάλμα: (α) MAE_{te} , (β) $RMSE_{te}$, και (γ) MSE_{te} σε σχέση του πλήθους παρατηρητών N για MLP-LM, MLP-BR με $M=600$, και RBF-, GR- NNs με $M=3000$.

Η εξάρτηση του $RMSE_{te}$ από το πλήθος των δεδομένων εκμάθησης M διερευνάται σύμφωνα με το σχήμα 4-7. Οι θέσεις των παρατηρητών δίνονται στον Πίνακα 4-1 και η δομή για το MLP είναι όπως και πριν $L_1=50$, $L_2=5$ και για το RBF 67 νευρώνες. Παρατηρώντας το σχήμα 4-7 η απόδοση των δικτυωμάτων εξαρτάται από το πλήθος των δεδομένων M . Γενικά το $RMSE_{te}$ είτε μειώνεται είτε παραμένει σχεδόν σταθερό καθώς το M αυξάνεται, εκτός από το RBF με $N=6$ (σχήμα 4-7α) και MLP $N=10$ (4-7β) για σχετικά μικρές τιμές του M . Για παράδειγμα το $RMSE_{te}$ για RBF $N=6$ φθίνει περίπου μια τάξη μεγέθους καθώς το M αυξάνεται από $M=600$ σε $M=1000$ όπως φαίνεται στο σχήμα 4-7α. Μια επιπλέον παρατήρηση από το σχήμα 3-31 είναι ότι η μεταβολή γίνεται περισσότερο απότομη για σχετικά μικρές τιμές του M όπως για παράδειγμα για $M=1000$. Η μεταβολή αυτή είναι πιο έντονη για το RBF με $N=6$ (σχήμα 4-7α) για $M=3000$ το $RMSE_{te}$ είναι περίπου 30dB από το $RMSE_{te}$ για $M=600$. Καθώς το πλήθος των δεδομένων εκπαίδευσης αυξάνεται πχ $M \geq 1000$, η μεταβολή του $RMSE_{te}$ είναι περισσότερο ομαλή εκτός από την περίπτωση του RBF με $N=6$ (4-7α). Από το σχήμα 4-7α μπορούμε να εξάγουμε το γενικό συμπέρασμα ότι 6 παρατηρητές και 1000 δείγματα δεδομένων εκπαίδευσης είναι αρκετά ώστε να επιτευχθεί $RMSE_{te}$ μικρότερου του 10^{-4} , ενώ μπορεί να επιτευχθεί $RMSE_{te}$ της τάξεως του 10^{-5} για $N=10$. Περαιτέρω αύξηση του πλήθους των δεδομένων εκπαίδευσης δεν βελτιώνει απαραίτητα την ακρίβεια εκτίμησης των νευρωνικών δικτύων.





Σχήμα 4-7: RMSE_{te} και MSE_{te}: (α) και (γ) N=6, (β) και (δ) N=10 σε σχέση του πλήθους των δεδομένων εκπαίδευσης M.

Εν κατακλείδι, εφαρμόζοντας soft-computing τεχνικές επετεύχθη η επίλυση του αντίστροφου προβλήματος ακτινοβολίας του κυκλικού βρόχου με υψηλή ακρίβεια πρόβλεψης της ακτίνας. Η διερεύνηση του προβλήματος και τα αριθμητικά αποτελέσματα που εξήχθησαν καταλήγουν ότι κρίσιμης σημασίας παράμετροι για την επιτυχία υψηλής ακρίβειας είναι τόσο ο αριθμός των παρατηρητών όσο και το πλήθος των δεδομένων εκπαίδευσης. Επιπλέον η επιλογή του κατάλληλου αλγορίθμου εκμάθησης είναι υψηλής σημασίας ενώ η επίδραση της πολυπλοκότητας των δικτυωμάτων είναι εμφανής κυρίως για τα MLP και RBF. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα μπορεί να επιτευχθεί RMSE_{te} της τάξεως του 10⁻⁶ στην περίπτωση RBF αρχιτεκτονικής με M=3000 και N=10. Ωστόσο η αρχιτεκτονική GRNN μόνο με 3 παρατηρητές μπορεί να δώσει λύση στο πρόβλημα σε περίπτωση που υπάρξει περιορισμός στο πλήθος των παρατηρητών. Στη περίπτωση που είναι διαθέσιμοι N=6 παρατηρητές όλα τα μοντέλα νευρωνικών δικτύων είναι ικανά να προβλέψουν την ακτίνα του βρόχου με RMSE_{te}<10⁻⁴ ακόμα και με πλήθος δεδομένων εκπαίδευσης M=600.

4.3 Βιβλιογραφία

- [1969, R. Collin] R. Collin and F. Zucker, "Antenna Theory", McGraw-Hill, 1969.
- [1989, K. M. Hornik] K. M. Hornik, M. Stinchcombe and H. White, "Multilayer Feedforward Networks are Universal Approximators," Neural Networks, vol. 2, no. 5, pp. 359–366, 1989.
- [1991, D.F. Specht] D.F. Specht, "A General Regression Neural Network," IEEE Trans. Neur. Net., vol. 2, pp. 568–1486, Nov. 1991.
- [1992, T.S. Low] T.S. Low, and B. Chao, "The Use of Finite Elements and Neural Networks for the Solution of Inverse Electromagnetic Problems," IEEE Trans Magnetics, vol. 28, no. 5, pp. 2811-2813, Sep. 1992.
- [1993, J.-S.R. Jang] J.-S.R. Jang, "ANFIS: Adaptive-Network-Based Fuzzy Inference Systems," IEEE Trans Systems, Man Cybernetics, vol. 23, no. 3, pp. 665-685, May 1993.
- [1994, G. Zhou] G. Zhou and G. S. Smith, "The Multiturn Half-Loop Antenna," IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 42, no. 5, pp. 750-754, May 1994.
- [1994, I. Elshafiey] Elshafiey, I., L. Udpa, and S. S. Udpa, "Application of Neural Networks to Inverse Problems in Electromagnetics," IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 30, No. 5, pp. 3629-3632, 1994.
- [1995, I. Elshafiey] I. Elshafiey, L. Udpa, and S.S. Udpa, "Solution of Inverse Problems in Electromagnetics Using Hopfield Neural Networks," IEEE Trans Magnetics, vol. 31, no. 1, pp. 852-861, Jan. 1995.
- [1996, D.H. Werner] D.H. Werner, "An Exact Integration Procedure for Vector Potentials of Thin Circular Loop Antennas," IEEE Trans. Antennas Propag., vol. 44, no. 2, pp.157–165, Feb. 1996.
- [1996, E. Altshuler] E. E. Altshuler, "A Monopole Loaded with a Loop Antenna," IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 44, no. 6, pp. 787-791, June 1996.
- [1996, F. C. Morabito] Morabito, F. C., and E. Coccorese, "A Neural Network Approach for the Reduction of the Dimensionality of Slowly Time-Varying Electromagnetic Inverse Problems," IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 32, No. 3, pp. 1306—1309, 1996.
- [1997, H. Chuang] Huey-Ru Chuang and Wen-Tzu Chen, "Computer Simulation of the Human-Body Effects on a Circular-Loop-Wire Antenna for Radio-Pager Communications at 152, 280, and 400 Mhz," in IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol. 46, no. 3, pp. 544-559, Aug. 1997.
- [1998, W. Chen] W. Chen and H. Chuang, "Numerical Computation of the EM Coupling Between a Circular Loop Antenna and a Full-Scale Human-Body Model," IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 46, no. 10, pp. 1516-1520, Oct. 1998.
- [1999, S. Haykin] S. Haykin, Neural Networks: A Comprehensive Foundation. Prentice Hall, 1999.

- [2000, C. Christodoulou] C. Christodoulou and M. Georgiopoulos, Applications of Neural Networks in Electromagnetics. Artech House, 2000.
- [2000, Q.J. Zhang] Q.J. Zhang and K.C. Gupta, Neural Networks for RF and Microwave Design. Norwood, MA: Artech House, 2000, pp. 151, 312-315, 336.
- [2001, R.K. Mishra] R.K. Mishra, "An Overview of Neural Network Methods in Computational Electromagnetics," Int. Journal of RF Microwave Computer-Aided Eng., vol. 12, pp. 98–108, 2001.
- [2001, V. Devabhaktuni] V. Devabhaktuni, M.C.E. Yagoub, Y. Fang, J. Xu, and Q. Zhang, "Neural Networks for Microwave Modeling: Model Development Issues and Nonlinear Modeling Techniques," Int. Journal of RF Microwave Computer-Aided Eng., vol. 11, pp. 4–21, 2001.
- [2002, J. Kraus] J. Kraus, R. Marhefka "Antennas for All Applications", 3rd Ed., McGraw-Hill, 2002.
- [2002, J. Volakis] J. Volakis, "Antenna Engineering Handbook", 4th Ed., McGraw-Hill, 2007.
- [2002, S. Selleri] S. Selleri, S. Manetti, and G. Pelosi, "Neural network applications in microwave device design," Int. J. RF Microw. Comput.-Aided Eng., vol.12, pp. 90–97, Jan. 2002.
- [2003, M.A. Arbib] M.A. Arbib, The Handbook of Brain Theory and Neural Networks. The MIT Press, 2003.
- [2003, Q. Zhang] Q. Zhang, K.C. Gupta, and V.K. Devabhaktuni, "Artificial Neural Networks for RF and Microwave Design: From Theory to Practice," IEEE Trans. Microw. Theory Techniq., vol. 51, no. 4, pp.1339–1350, Apr. 2003.
- [2004, J.E. Sanchez] J.E. Rayas-Sanchez, "EM-based Optimization of Microwave Circuits Using Artificial Neural Networks: The State of the Art," IEEE Trans. Microw. Theory Techniq., vol. 52, no. 1, pp.420–435, Jan. 2004.
- [2004, S. Collins] S. Collins and Y. M. M. Antar, "Antenna Size Reduction Using Yagi-Uda Loops and Shorted Circular Patches," in IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 52, no. 3, pp. 855-864, March 2004.
- [2005, J.T. Conway] J.T. Conway, "New Exact Solution Procedure for the Near Fields of the General Thin Circular Loop Antenna," IEEE Trans. Antennas Propag., vol. 53, no. 1, pp.509–517, Jan. 2005.
- [2006, H. T. Anastassiou] H. T. Anastassiou, "Fast, simple and accurate computation of the currents on an arbitrarily large circular loop antenna," in IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 54, no. 3, pp. 860-866, March 2006.
- [2008, C. Balanis] C. Balanis, "Modern Antenna Handbook". Wiley, 2008.
- [2008, G. Fikioris] G. Fikioris, P. J. Papakanellos and H. T. Anastassiou, "On the Use of Nonsingular Kernels in Certain Integral Equations for Thin-Wire Circular-Loop Antennas," in IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 56, no. 1, pp. 151-157, Jan. 2008.

- [2008, H. Kabir] H. Kabir, Y. Wang, M. Yu, and Q.J. Zhang, "Neural Network Inverse Modeling and Applications to Microwave Filter Design," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech*, vol. 56, no. 4, pp. 2811-2813, Apr. 2008.
- [2011, S. Su] S. Su and C. Lee, "Low-Cost Dual-Loop-Antenna System for Dual-WLAN-Band Access Points," in *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 59, no. 5, pp. 1652-1659, May 2011.
- [2012a, T.N. Kapetanakis] T.N. Kapetanakis, I.O. Vardiambasis, G. Liodakis, and A. Maras, "Neural Network Solution of the Circular Loop Antenna Radiation Problem," *20th Telecommunications Forum (TELFOR 2012)*, pp. 1193-1196, Belgrade, Serbia, 20-22 Nov 2012.
- [2012b, T.N. Kapetanakis] T.N. Kapetanakis, I.O. Vardiambasis, G. Liodakis, and A. Maras, "Solving the inverse loop antenna radiation problem using a hybrid neuro-fuzzy system," *20th Telecommunications Forum (TELFOR 2012)*, pp. 1189-1192, Belgrade, Serbia, 20-22 Nov 2012.
- [2013, E. Demircioglu] E. Demircioglu, M.H. Sazlı, S.T. Imeci, and O. Sengul, "Soft Computing Techniques on Multiresonant Antenna Synthesis, and Analysis", *Microwave and Optical Tech. Lett.*, vol. 55, Nov. 2013.
- [2013, H. Chen] H. Chen, C. Tsai, C. Sim and C. Kuo, "Circularly Polarized Loop Tag Antenna for Long Reading Range RFID Applications," in *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 12, pp. 1460-1463, 2013.
- [2013, S.M. Ali Hamed] S.M. Ali Hamed, "Exact Field Expressions for Circular Loop Antennas Using Spherical Functions Expansion," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 61, no. 6, pp.2956–2963, Jun. 2013.
- [2014, A. Kayabasi] A. Kayabasi, A. Toktas, A. Akdagli, M.B. Bicer, and D. Ustun, "Applications of ANN and ANFIS to Predict the Resonant Frequency of L-shaped Compact Microstrip Antennas," *ACES Journal*, vol. 29, pp. 460-469, Jun. 2014.
- [2014, D. Pujara] D. Pujara, A. Modi, N. Pisharody, and J. Mehta, "Predicting the Performance of Pyramidal and Corrugated Horn Antennas Using ANFIS," *IEEE Antennas Wireless Propag Lett*, vol. 13, pp. 293–296, 2014.
- [2014, M. Fakharzadeh] M. Fakharzadeh and M. Mohajer, "An Integrated Wide-Band Circularly Polarized Antenna for Millimeter-Wave Applications," in *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 62, no. 2, pp. 925-929, Feb. 2014.
- [2015, A. Gehani] A. Gehani and D.A. Pujara, "Predicting the Return Loss Performance of a Hexa-band PIFA Using ANFIS," *Microw. Opt. Tech. Lett.*, vol. 57, no. 9, Sep. 2015.
- [2015, B. Choudhury] B. Choudhury, S. Thomas, and R.M. Jha, "Implementation of Soft Computing Optimization Techniques in Antenna Engineering," *IEEE Antennas and Propag. Mag.*, Vol. 57, Issue 6, pp. 122-131, Dec. 2015.

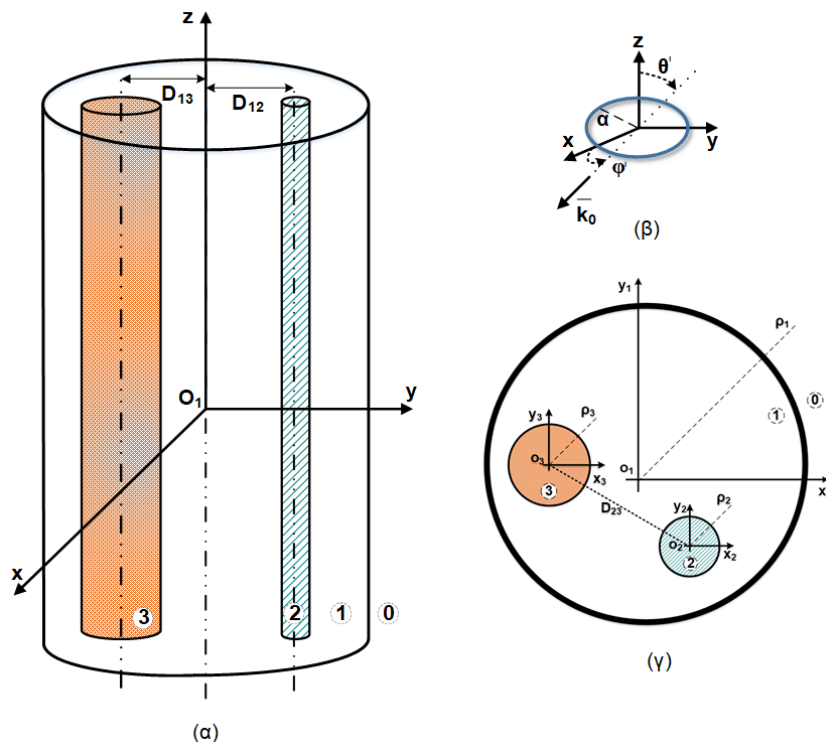
- [2015, K. Hirose] K. Hirose, K. Shinozaki and H. Nakano, "A Loop Antenna with Parallel Wires for Circular Polarization: Its Application to Two Types of Microstrip-Line Antennas," in IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, vol. 14, pp. 583-586, 2015.
- [2015, S. Mishra] S. Mishra, R.N. Yadav, and R.P. Singh, "Directivity Estimations for Short Dipole Antenna Arrays Using Radial Basis Function Neural Networks," IEEE Antennas and Wireless Propag. Letters, vol. 14, pp. 1219–1222, 2015.
- [2016, G. Gosal] G. Gosal, E. Almajali, D. McNamara, and M. Yagoub, "Transmit Array Antenna Design Using Forward and Inverse Neural Network Modeling," IEEE Antennas Wireless Propag. Lett. vol. 15, pp. 1483–1486, 2016.
- [2016, M. Beale] M. Beale, M. Hagan, and H. Demuth, Neural Network Toolbox: User's Guide (version 9). The MathWorks Inc., 2016.
- [2017, G. Fikioris] G. Fikioris, "Integral Evaluation Using the Mellin Transform and Generalized Hypergeometric Functions: Tutorial and Applications to Antenna Problems", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 54, no. 12, pp. 3895-3907, 2017.
- [2017, J. Nagar] J. Nagar, B. Q. Lu, M. F. Pantoja and D. H. Werner, "Analytical Expressions for the Mutual Coupling of Loop Antennas Valid From the RF to Optical Regimes," IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 65, no. 12, pp. 6889-6903, Dec. 2017.
- [2018a, T. N. Kapetanakis] T. N. Kapetanakis, I. O. Vardiambasis, E. I. Lourakis and A. Maras, "Applying Neuro-Fuzzy Soft Computing Techniques to the Circular Loop Antenna Radiation Problem," in IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, vol. 17, no. 9, pp. 1673-1676, Sept. 2018
- [2018b, T. N. Kapetanakis] T. N. Kapetanakis, I. O. Vardiambasis, M.P. Ioannidou and A. Maras, " Neural Network Modeling for the Solution of the Inverse Loop Antenna Radiation Problem," in IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2018, AP1712-1966

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

5 Ακτινοβολία Κυκλικού Βρόχου Παρουσία Κυλινδρικού Σκεδαστή Αποτελούμενου από Ένθετες Διηλεκτρικές Κυκλικές Κυλινδρικές Ράβδους

5.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό αντιμετωπίζεται το πρόβλημα της ακτινοβολίας κυκλικού βρόχου με ακτίνα a και ρεύμα $I(\varphi)$, όταν στο μακρινό πεδίο ακτινοβολίας του υπάρχει κυλινδρική δομή αποτελούμενη από 1, 2, 3, ή περισσότερες ένθετες διηλεκτρικές κυλινδρικές ράβδους κυκλικής διατομής, όπως ενδεικτικά φαίνεται στο σχήμα 5-1 με 2 ένθετες ράβδους. Στη διάταξη του σχήματος 5-1 διακρίνουμε τις εξής 4 περιοχές του χώρου: την περιοχή (0) του ελεύθερου χώρου (για $\rho_1 > a_1$) με διηλεκτρική επιτρεπτότητα ϵ_0 και μαγνητική διαπερατότητα μ_0 , όπου βρίσκεται ο ακτινοβολητής, την κυλινδρική περιοχή (1) (για $\rho_1 < a_1$) με (ϵ_1, μ_1) , όπου περιλαμβάνονται οι ένθετες διηλεκτρικές ράβδοι, την κυλινδρική περιοχή (2) της μιας ράβδου (για $\rho_2 < a_2$) με (ϵ_2, μ_2) , και την κυλινδρική περιοχή (3) της δεύτερης ράβδου (για $\rho_3 < a_3$) με (ϵ_3, μ_3) . Σε καθεμιά από τις κυλινδρικές περιοχές (1), (2) και (3) ορίζεται και το αντίστοιχο σύστημα κυλινδρικών συντεταγμένων (ρ, φ, z) , προκειμένου να είναι δυνατή η εφαρμογή των κατάλληλων οριακών συνθηκών.



Σχήμα 5-1: Κυλινδρική δομή με 2 ένθετες κυλινδρικές διηλεκτρικές ράβδους στο μακρινό πεδίο ακτινοβολίας κυκλικού βρόχου: (α) η γεωμετρία, (β) η διέγερση της διάταξης, και (γ) η διατομή.

Η κυλινδρική δομή του σχήματος 5-1 βρίσκεται στο μακρινό πεδίο ακτινοβολίας του κυκλικού βρόχου (καθώς ο βρόχος απέχει $\rho_1 > 8\alpha^2 / \lambda$ από την υπόλοιπη διάταξη), οπότε με την παρουσία της δεν επηρεάζει την ακτινοβολία του κυκλικού βρόχου. Έτσι το συγκεκριμένο πρόβλημα μπορεί ισοδύναμα να αντιμετωπιστεί και ως πρόβλημα σκέδασης του ηλεκτρομαγνητικού κύματος, που προέρχεται από ισοδύναμη γραμμική μαγνητική πηγή, από την κυλινδρική διάταξη του σχήματος 5-1.

Σε κάθε περιοχή i ($i = 1,2,3$) της διάταξης, οι διαμήκεις και οι εγκάρσιες συνιστώσες του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου εκφράζονται στο κυλινδρικό σύστημα συντεταγμένων σύμφωνα με την (5-1).

$$\begin{aligned}\bar{E}^i &= \hat{\rho}E_\rho^i + \hat{\phi}E_\phi^i + \hat{z}E_z^i \\ \bar{H}^i &= \hat{\rho}H_\rho^i + \hat{\phi}H_\phi^i + \hat{z}H_z^i\end{aligned}\quad (5-1)$$

όπου (E_z^i, H_z^i) οι διαμήκεις συνιστώσες, $(E_\rho^i, H_\rho^i, E_\phi^i, H_\phi^i)$ οι εγκάρσιες συνιστώσες, και $(\hat{\rho}, \hat{\phi}, \hat{z})$ τα αντίστοιχα μοναδιαία διανύσματα.

Οι εγκάρσιες συνιστώσες υπολογίζονται από τις διαμήκεις σύμφωνα με τις (5-2) και (5-3), ενώ οι διαμήκεις δίνονται από την (5-4) [1991, A. Ishimaru].

$$\begin{bmatrix} E_\phi^i \\ H_\phi^i \end{bmatrix} = \frac{1}{k_{ci}^2} \begin{bmatrix} -j\beta \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \phi} & j\omega\mu_i \frac{\partial}{\partial \rho} \\ -j\omega\varepsilon_i \frac{\partial}{\partial \rho} & -j\beta \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \phi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_z^i \\ H_z^i \end{bmatrix}\quad (5-2)$$

$$\begin{bmatrix} E_\rho^i \\ H_\rho^i \end{bmatrix} = \frac{1}{k_{ci}^2} \begin{bmatrix} -j\beta \frac{\partial}{\partial \rho} & -j\omega\mu_i \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \phi} \\ j\omega\varepsilon_i \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \phi} & -j\beta \frac{\partial}{\partial \rho} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_z^i \\ H_z^i \end{bmatrix}\quad (5-3)$$

$$\begin{bmatrix} E_z^i \\ H_z^i \end{bmatrix} = \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_i^2 \right) \begin{bmatrix} \Pi_z^i \\ \Pi_{mz}^i \end{bmatrix} = \left((-j\beta)^2 + k_i^2 \right) \begin{bmatrix} \Pi_z^i \\ \Pi_{mz}^i \end{bmatrix} = k_{ci}^2 \begin{bmatrix} \Pi_z^i \\ \Pi_{mz}^i \end{bmatrix}\quad (5-4)$$

όπου Π_z^i και Π_{mz}^i είναι αντίστοιχα το ηλεκτρικό και το μαγνητικό βαθμωτό δυναμικό του Hertz [1991, A. Ishimaru], k_i είναι ο κυματαριθμός $k_i = \omega\sqrt{\varepsilon_i\mu_i}$, και β είναι η σταθερά διάδοσης του κύματος κατά τον άξονα z της κυλινδρικής διάταξης. Στη συνέχεια της ανάλυσης και για όλα τα πεδιακά μεγέθη θεωρούμε t - (χρονική) και z - εξάρτηση της μορφής $e^{j(\omega t - \beta z)}$.

5.2 Το προσπίπτον πεδίο, το πεδίο διέγερσης και το πεδίο σκέδασης

Η απλούστερη διέγερση παρέχεται από επίπεδο κύμα του οποίου το ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο, στην περίπτωση τυχαίας γραμμικής πόλωσης, δίνονται από τις (5-5) και (5-6):

$$\bar{E}^{inc} = \hat{z}E_z^{inc} + \bar{E}_t^{inc}, \quad E_z^{inc} = E_0 e^{j\vec{k}_0 \cdot \vec{r}}\quad (5-5)$$

$$\bar{\mathbf{H}}^{\text{inc}} = \hat{z} H_z^{\text{inc}} + \bar{\mathbf{H}}_t^{\text{inc}}, \quad H_z^{\text{inc}} = H_0 e^{j\bar{k}_0 \cdot \bar{\mathbf{r}}} \quad (5-6)$$

όπου $\bar{\mathbf{r}}$ είναι το διάνυσμα θέσης του παρατηρητή, $k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ ο κυματαριθμός της περιοχής (0), και

$$\bar{k}_0(k_0, \theta_0, \varphi_0) = \hat{x} k_0 \sin \theta' \cos \varphi' + \hat{y} k_0 \sin \theta' \sin \varphi' + \hat{z} k_0 \cos \theta' = \hat{\rho} k_\rho + \hat{z} \beta \quad (5-7)$$

το κυματοδιάνυσμα που χαρακτηρίζει την κατεύθυνση διάδοσης του προσπίπτοντος κύματος, με τις γωνίες πρόσπτωσης θ' και φ' να ορίζονται στο σχήμα 5-1.

Το προσπίπτον πεδίο, ικανοποιώντας την εξίσωση Helmholtz και τη συνθήκη ακτινοβολίας, γράφεται [1991, A. Ishimaru] σύμφωνα με τις (5-8):

$$\begin{pmatrix} E_z^{\text{inc}}(\rho_1, \varphi_1) \\ H_z^{\text{inc}}(\rho_1, \varphi_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_0 \\ H_0 \end{pmatrix} e^{jk_0 \rho_1 \cos(\varphi_1 - \varphi')} = \begin{pmatrix} E_0 \\ H_0 \end{pmatrix} \sum_{n=-\infty}^{\infty} j^n J_n(k_0 \rho_1) e^{jn(\varphi - \varphi')} \quad (5-8a)$$

$$\begin{pmatrix} E_\varphi^{\text{inc}}(\rho_1, \varphi_1) \\ H_\varphi^{\text{inc}}(\rho_1, \varphi_1) \end{pmatrix} = \frac{1}{k_0^2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} j^n e^{jn(\varphi - \varphi')} \begin{pmatrix} E_0 \frac{n\beta}{\rho_1} J_n(k_0 \rho_1) + H_0 j\omega\mu_0 k_0 J_n'(k_0 \rho_1) \\ -E_0 j\omega\epsilon_0 k_0 J_n'(k_0 \rho_1) + H_0 \frac{n\beta}{\rho_1} J_n(k_0 \rho_1) \end{pmatrix} \quad (5-8b)$$

όπου J_n η συνάρτηση Bessel τάξης n και J_n' η παράγωγος της συνάρτησης Bessel τάξης n .

Πιο ρεαλιστική διέγερση της διάταξης παρέχεται από μια γραμμική ηλεκτρική πηγή $\bar{\mathbf{J}} = \hat{z} I \delta(\bar{\rho} - \bar{\rho}')$ ή μια γραμμική μαγνητική πηγή $\bar{\mathbf{M}} = \hat{z} M \delta(\bar{\rho} - \bar{\rho}')$, θεωρούμενη στο εσωτερικό σφαιρικής περιοχής [1996, N.C. Skaropoulos], όπου $\delta()$ είναι το δέλτα του Kronecker, $\bar{\rho}$ και $\bar{\rho}'$ είναι αντίστοιχα τα διανύσματα θέσης παρατηρητή και πηγής, και I και M είναι τα σταθερά πλάτη των αντίστοιχων ρευματικών διεγέρσεων. Σε αυτή την περίπτωση το ισοδύναμο προσπίπτον στη διάταξη κύμα δίνεται αντίστοιχα από τις (5-9) και (5-10):

$$E_z^{\text{inc}}(\rho_1, \varphi_1) = -k_0^2 \frac{I}{4\omega\epsilon_0} H_0(k_0 |\bar{\rho} - \bar{\rho}'|) = -k_0^2 \frac{I}{4\omega\epsilon_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_n(k_0 \rho') J_n(k_0 \rho_1) e^{jn(\varphi - \varphi')} \quad (5-9)$$

$$H_z^{\text{inc}}(\rho_1, \varphi_1) = -k_0^2 \frac{M}{4\omega\mu_0} H_0(k_0 |\bar{\rho} - \bar{\rho}'|) = -k_0^2 \frac{M}{4\omega\mu_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_n(k_0 \rho') J_n(k_0 \rho_1) e^{jn(\varphi - \varphi')} \quad (5-10)$$

όπου H_n η συνάρτηση Hankel δευτέρου είδους και τάξης n .

Σημειώνεται ότι ένας κυκλικός βρόχος με κέντρο στο σημείο O_{loop} , επίπεδο εγκάρσιο στον άξονα z , ακτίνα a και σταθερό ρεύμα I , ισοδυναμεί με ένα μαγνητικό δίπολο στο σημείο O_{loop} παράλληλο στον άξονα z . Μια τέτοια πηγή ανταποκρίνεται σε μια σφαιρική περιοχή V ακτίνας a ,

όπου η πυκνότητα του ρεύματος είναι $\bar{\mathbf{J}}(\bar{\mathbf{r}}) = \hat{\phi} \frac{I}{\alpha} \delta(\theta - \pi/2) \delta(r - a) = \hat{\phi} \frac{I}{\alpha} \delta(z) \delta(\rho - a)$.

Ως πεδίο διέγερσης ορίζεται το πεδίο $(\bar{E}^{exc}(\bar{\rho}), \bar{H}^{exc}(\bar{\rho}))$ που διεγείρεται από το προσπίπτον κύμα (5-8) ή (5-9)-(5-10) στην περιοχή (0), απουσία της κυλινδρικής δομής, και ως πεδίο σκέδασης ορίζεται η διαφορά:

$$\begin{pmatrix} \bar{E}^{sc}(\rho, \varphi) \\ \bar{H}^{sc}(\rho, \varphi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{E}^{tot}(\rho, \varphi) - \bar{E}^{exc}(\rho, \varphi) \\ \bar{H}^{tot}(\rho, \varphi) - \bar{H}^{exc}(\rho, \varphi) \end{pmatrix} \quad (5-11)$$

όπου $(\bar{E}^{tot}(\bar{\rho}), \bar{H}^{tot}(\bar{\rho}))$ είναι το συνολικό πεδίο στη διάταξη του σχήματος 5-1.

5.3 Το πεδίο στις διάφορες περιοχές του χώρου

Για να υπολογίσουμε το ΗΜ πεδίο που διεγείρεται μέσα και έξω από κάθε κυλινδρική περιοχή, λύνουμε τις αντίστοιχες εξισώσεις Helmholtz με την τεχνική χωρισμού των μεταβλητών, και λαμβάνοντας υπόψη τις ιδιότητες των συναρτήσεων Bessel J_n (για το πεδίο στο εσωτερικό μιας περιοχής) και Hankel H_n (για το πεδίο στο εξωτερικό μιας περιοχής), εκφράζουμε σύμφωνα με τις (5-12)-(5-15) τις διαμήκεις συνιστώσες του πεδίου στις περιοχές (0), (1), (2) και (3) της διάταξης του σχήματος 5-1:

$$\begin{bmatrix} E_z^{0,sc} \\ H_z^{0,sc} \end{bmatrix} = e^{-j\beta z} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{jn\varphi_1} H_n(k_{c0}\rho_1) \begin{bmatrix} c_n^1 \\ d_n^1 \end{bmatrix} \quad (5-12)$$

$$\begin{bmatrix} E_z^{1,sc} \\ H_z^{1,sc} \end{bmatrix} = e^{-j\beta z} \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{jn\varphi_1} J_n(k_{c1}\rho_1) \begin{bmatrix} a_n^1 \\ b_n^1 \end{bmatrix} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{jn\varphi_2} H_n(k_{c1}\rho_2) \begin{bmatrix} c_n^2 \\ d_n^2 \end{bmatrix} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{jn\varphi_3} H_n(k_{c1}\rho_3) \begin{bmatrix} c_n^3 \\ d_n^3 \end{bmatrix} \right] \quad (5-13)$$

$$\begin{bmatrix} E_z^{2,sc} \\ H_z^{2,sc} \end{bmatrix} = e^{-j\beta z} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{jn\varphi_2} J_n(k_{c2}\rho_2) \begin{bmatrix} a_n^2 \\ b_n^2 \end{bmatrix} \quad (5-14)$$

$$\begin{bmatrix} E_z^{3,sc} \\ H_z^{3,sc} \end{bmatrix} = e^{-j\beta z} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{jn\varphi_3} J_n(k_{c3}\rho_3) \begin{bmatrix} a_n^3 \\ b_n^3 \end{bmatrix} \quad (5-15)$$

Από τις (5-12)-(5-15) υπολογίζονται με εφαρμογή της (5-2), οι εγκάρσιες φ-συνιστώσες του πεδίου στις διάφορες περιοχές της διάταξης ως εξής:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} E_\varphi^{0,sc} \\ H_\varphi^{0,sc} \end{bmatrix} &= e^{-j\beta z} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{jn\varphi_1} \frac{1}{k_{c0}^2} \begin{bmatrix} -\frac{j\beta}{\rho_1} jnH_n(k_{c0}\rho_1) & j\omega\mu_0 k_{c0} H_n'(k_{c0}\rho_1) \\ -j\omega\varepsilon_0 k_{c0} H_n'(k_{c0}\rho_1) & -\frac{j\beta}{\rho_1} jnH_n(k_{c0}\rho_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_n^1 \\ d_n^1 \end{bmatrix} = \\ &= e^{-j\beta z} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{jn\varphi_1} \bar{Q}_n^0(\rho_1) \begin{bmatrix} c_n^1 \\ d_n^1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5-16)$$

$$\bar{\bar{Q}}_n^0(\rho_1) = \begin{bmatrix} \frac{\beta n}{k_{c0}^2 \rho_1} H_n(k_{c0} \rho_1) & \frac{j\omega\mu_0}{k_{c0}} H_n'(k_{c0} \rho_1) \\ \frac{j\omega\varepsilon_0}{k_{c0}} H_n'(k_{c0} \rho_1) & \frac{\beta n}{k_{c0}^2 \rho_1} H_n(k_{c0} \rho_1) \end{bmatrix} \quad (5-17)$$

$$\begin{bmatrix} E_\varphi^{1,sc} \\ H_\varphi^{1,sc} \end{bmatrix} = e^{-j\beta z} \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{jn\varphi_1} \bar{\bar{P}}_n^1(\rho_1) \begin{bmatrix} a_n^1 \\ b_n^1 \end{bmatrix} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{jn\varphi_2} \bar{\bar{Q}}_n^1(\rho_2) \begin{bmatrix} c_n^2 \\ d_n^2 \end{bmatrix} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{jn\varphi_3} \bar{\bar{Q}}_n^1(\rho_3) \begin{bmatrix} c_n^3 \\ d_n^3 \end{bmatrix} \right] \quad (5-18)$$

$$\bar{\bar{P}}_n^1(\rho_1) = \begin{bmatrix} \frac{\beta n}{k_{c1}^2 \rho_1} J_n(k_{c1} \rho_1) & \frac{j\omega\mu_1}{k_{c1}} J_n'(k_{c1} \rho_1) \\ -\frac{j\omega\varepsilon_1}{k_{c1}} J_n'(k_{c1} \rho_1) & \frac{\beta n}{k_{c1}^2 \rho_1} J_n(k_{c1} \rho_1) \end{bmatrix} \quad (5-19)$$

$$\begin{bmatrix} E_\varphi^{2,sc} \\ H_\varphi^{2,sc} \end{bmatrix} = e^{-j\beta z} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{jn\varphi_2} \bar{\bar{P}}_n^2(\rho_2) \begin{bmatrix} a_n^2 \\ b_n^2 \end{bmatrix} \quad (5-20)$$

$$\begin{bmatrix} E_\varphi^{3,sc} \\ H_\varphi^{3,sc} \end{bmatrix} = e^{-j\beta z} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{jn\varphi_3} \bar{\bar{P}}_n^3(\rho_3) \begin{bmatrix} a_n^3 \\ b_n^3 \end{bmatrix} \quad (5-21)$$

Σημειώνεται ότι για τους όρους $J_n(k_{c1}\rho_1)e^{jn\varphi_1}$, $H_n(k_{c1}\rho_2)e^{jn\varphi_2}$, και $H_n(k_{c1}\rho_3)e^{jn\varphi_3}$ θα πρέπει να εφαρμοστεί το προσθετικό θεώρημα του Graf [1972, M. Abramowitz].

5.4 Οριακές συνθήκες

Στη γενική περίπτωση παρουσίας επιφανειακών ηλεκτρικών και μαγνητικών ρευμάτων στη διαχωριστική επιφάνεια μεταξύ δύο μέσων 1 και 2, που δεν είναι τέλει αγωγοί, οι οριακές συνθήκες του ΗΜ πεδίου εκφράζονται σύμφωνα με τις (5-22) και (5-23) [2012, C. Balanis]:

$$-\hat{n} \times (\bar{E}_2 - \bar{E}_1) = \bar{M}_s \quad (5-22)$$

$$\hat{n} \times (\bar{H}_2 - \bar{H}_1) = \bar{J}_s \quad (5-23)$$

όπου \bar{M}_s και \bar{J}_s το γραμμικό μαγνητικό και ηλεκτρικό ρεύμα, αντίστοιχα. Για το πρόβλημα που εξετάζουμε, με $\hat{n} = \hat{\rho}$, οι (5-22) και (5-23) γίνονται:

$$-\hat{\rho} \times (\bar{E}_2 - \bar{E}_1) = 0 \quad (5-24)$$

$$\hat{\rho} \times (\bar{H}_2 - \bar{H}_1) = 0 \quad (5-25)$$

οι οποίες με αντικατάσταση από την (5-1) γίνονται:

$$-\hat{\rho} \times (\bar{E}_2 - \bar{E}_1) = -\hat{\rho} \times \hat{\phi} (E_{2,\varphi} - E_{1,\varphi}) - \hat{\rho} \times \hat{z} (E_{2,z} - E_{1,z}) = -\hat{z} (E_{2,\varphi} - E_{1,\varphi}) + \hat{\phi} (E_{2,z} - E_{1,z}) = 0 \quad (5-26)$$

$$\hat{\rho} \times (\bar{H}_2 - \bar{H}_1) = \hat{\rho} \times \hat{\phi} (H_{2,\phi} - H_{1,\phi}) + \hat{\rho} \times \hat{z} (H_{2,z} - H_{1,z}) = +\hat{z} (H_{2,\phi} - H_{1,\phi}) - \hat{\phi} (H_{2,z} - H_{1,z}) = 0 \quad (5-27)$$

ΟΠΟΤΕ:

$$-E_{2,\phi} + E_{1,\phi} = 0, \quad E_{2,z} - E_{1,z} = 0 \quad (5-28)$$

$$H_{2,\phi} - H_{1,\phi} = 0, \quad -H_{2,z} + H_{1,z} = 0 \quad (5-29)$$

5.4.1 Εφαρμογή των οριακών συνθηκών στις συνοριακές επιφάνειες της διάταξης

Εφαρμόζοντας τις οριακές συνθήκες (5-28) και (5-29) της συνέχειας των εφαπτομενικών συνιστωσών του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου, πάνω στις κυλινδρικές συνοριακές επιφάνειες της διάταξης του σχήματος 5-1, παίρνουμε:

➤ Για $\rho_1 = \alpha_1$:

$$\begin{bmatrix} E_z^{0,tot} \\ H_z^{0,tot} \end{bmatrix}_{\rho_1 = \alpha_1} = \begin{bmatrix} E_z^{1,tot} \\ H_z^{1,tot} \end{bmatrix}_{\rho_1 = \alpha_1} \Rightarrow \begin{bmatrix} E_z^{inc} + E_z^{0,sc} \\ H_z^{inc} + H_z^{0,sc} \end{bmatrix}_{\rho_1 = \alpha_1} = \begin{bmatrix} E_z^{1,sc} \\ H_z^{1,sc} \end{bmatrix}_{\rho_1 = \alpha_1} \quad (5-30)$$

$$\begin{bmatrix} E_\phi^{0,tot} \\ H_\phi^{0,tot} \end{bmatrix}_{\rho_1 = \alpha_1} = \begin{bmatrix} E_\phi^{1,tot} \\ H_\phi^{1,tot} \end{bmatrix}_{\rho_1 = \alpha_1} \Rightarrow \begin{bmatrix} E_\phi^{inc} + E_\phi^{0,sc} \\ H_\phi^{inc} + H_\phi^{0,sc} \end{bmatrix}_{\rho_1 = \alpha_1} = \begin{bmatrix} E_\phi^{1,sc} \\ H_\phi^{1,sc} \end{bmatrix}_{\rho_1 = \alpha_1} \quad (5-31)$$

➤ Για $\rho_2 = \alpha_2$:

$$\begin{bmatrix} E_z^{1,tot} \\ H_z^{1,tot} \end{bmatrix}_{\rho_2 = \alpha_2} = \begin{bmatrix} E_z^{2,tot} \\ H_z^{2,tot} \end{bmatrix}_{\rho_2 = \alpha_2} \Rightarrow \begin{bmatrix} E_z^{1,sc} \\ H_z^{1,sc} \end{bmatrix}_{\rho_2 = \alpha_2} = \begin{bmatrix} E_z^{2,sc} \\ H_z^{2,sc} \end{bmatrix}_{\rho_2 = \alpha_2} \quad (5-32)$$

$$\begin{bmatrix} E_\phi^{1,tot} \\ H_\phi^{1,tot} \end{bmatrix}_{\rho_2 = \alpha_2} = \begin{bmatrix} E_\phi^{2,tot} \\ H_\phi^{2,tot} \end{bmatrix}_{\rho_2 = \alpha_2} \Rightarrow \begin{bmatrix} E_\phi^{1,sc} \\ H_\phi^{1,sc} \end{bmatrix}_{\rho_2 = \alpha_2} = \begin{bmatrix} E_\phi^{2,sc} \\ H_\phi^{2,sc} \end{bmatrix}_{\rho_2 = \alpha_2} \quad (5-33)$$

➤ Για $\rho_3 = \alpha_3$:

$$\begin{bmatrix} E_z^{1,tot} \\ H_z^{1,tot} \end{bmatrix}_{\rho_3 = \alpha_3} = \begin{bmatrix} E_z^{3,tot} \\ H_z^{3,tot} \end{bmatrix}_{\rho_3 = \alpha_3} \Rightarrow \begin{bmatrix} E_z^{1,sc} \\ H_z^{1,sc} \end{bmatrix}_{\rho_3 = \alpha_3} = \begin{bmatrix} E_z^{3,sc} \\ H_z^{3,sc} \end{bmatrix}_{\rho_3 = \alpha_3} \quad (5-34)$$

$$\begin{bmatrix} E_\phi^{1,tot} \\ H_\phi^{1,tot} \end{bmatrix}_{\rho_3 = \alpha_3} = \begin{bmatrix} E_\phi^{3,tot} \\ H_\phi^{3,tot} \end{bmatrix}_{\rho_3 = \alpha_3} \Rightarrow \begin{bmatrix} E_\phi^{1,sc} \\ H_\phi^{1,sc} \end{bmatrix}_{\rho_3 = \alpha_3} = \begin{bmatrix} E_\phi^{3,sc} \\ H_\phi^{3,sc} \end{bmatrix}_{\rho_3 = \alpha_3} \quad (5-35)$$

5.4.2 Εφαρμογή των οριακών συνθηκών στην κυλινδρική επιφάνεια $\rho_2 = \alpha_2$

Αντικαθιστώντας στην (5-32), από τις (5-13) και (5-14), προκύπτει:

$$\begin{bmatrix} E_z^{1,sc} \\ H_z^{1,sc} \end{bmatrix}_{\rho_2 = \alpha_2} = \begin{bmatrix} E_z^{2,sc} \\ H_z^{2,sc} \end{bmatrix}_{\rho_2 = \alpha_2} \Rightarrow \quad (5-36)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(k_{c1} \rho_1) e^{jn\varphi_1} \begin{bmatrix} a_n^1 \\ b_n^1 \end{bmatrix} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_n(k_{c1} \alpha_2) e^{jn\varphi_2} \begin{bmatrix} c_n^2 \\ d_n^2 \end{bmatrix} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_n(k_{c1} \rho_3) e^{jn\varphi_3} \begin{bmatrix} c_n^3 \\ d_n^3 \end{bmatrix} = \\ = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(k_{c2} \alpha_2) e^{jn\varphi_2} \begin{bmatrix} a_n^2 \\ b_n^2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

και με κατάλληλη εφαρμογή του προσθετικού θεωρήματος του Graf [1972, M. Abramowitz]:

$$J_n(k_{c1} \rho_1) e^{jn\varphi_1} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_{n-m}(k_{c1} D_{12}) e^{j(n-m)\varphi_{12}} J_m(k_{c1} \alpha_2) e^{jm\varphi_2} \quad (5-37)$$

$$H_n(k_{c1} \rho_3) e^{jn\varphi_3} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} H_{n-m}(k_{c1} D_{32}) e^{j(n-m)\varphi_{32}} J_m(k_{c1} \alpha_2) e^{jm\varphi_2} \quad (5-38)$$

η (5-36) γράφεται ως εξής:

$$\begin{aligned} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_{n-m}(k_{c1} D_{12}) e^{j(n-m)\varphi_{12}} J_m(k_{c1} \alpha_2) e^{jm\varphi_2} \begin{bmatrix} a_n^1 \\ b_n^1 \end{bmatrix} - \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(k_{c2} \alpha_2) e^{jn\varphi_2} \begin{bmatrix} a_n^2 \\ b_n^2 \end{bmatrix} + \\ + \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_n(k_{c1} \alpha_2) e^{jn\varphi_2} \begin{bmatrix} c_n^2 \\ d_n^2 \end{bmatrix} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} H_{n-m}(k_{c1} D_{32}) e^{j(n-m)\varphi_{32}} J_m(k_{c1} \alpha_2) e^{jm\varphi_2} \begin{bmatrix} c_n^3 \\ d_n^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5-39) \end{aligned}$$

Πολλαπλασιάζοντας και τα δύο μέλη της (5-39) με $e^{-jm\varphi_2}$, ολοκληρώνοντας ως προς φ_2 από 0 έως 2π , και εφαρμόζοντας τις ιδιότητες ορθογωνιότητας, προκύπτει:

$$\begin{bmatrix} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_{n-M}(k_{c1} D_{12}) e^{j(n-M)\varphi_{12}} J_M(k_{c1} \alpha_2) & 0 \\ 0 & \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_{n-M}(k_{c1} D_{12}) e^{j(n-M)\varphi_{12}} J_M(k_{c1} \alpha_2) \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -J_M(k_{c2} \alpha_2) & 0 \\ 0 & -J_M(k_{c2} \alpha_2) \\ H_M(k_{c1} \alpha_2) & 0 \\ 0 & H_M(k_{c1} \alpha_2) \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{n-M}(k_{c1} D_{32}) e^{j(n-M)\varphi_{32}} J_M(k_{c1} \alpha_2) & 0 \\ 0 & \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{n-M}(k_{c1} D_{32}) e^{j(n-M)\varphi_{32}} J_M(k_{c1} \alpha_2) \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} a_M^1 \\ b_M^1 \\ c_M^1 \\ d_M^1 \\ a_M^2 \\ b_M^2 \\ c_M^2 \\ d_M^2 \\ a_M^3 \\ b_M^3 \\ c_M^3 \\ d_M^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5-40)$$

Στη συνέχεια, αντικαθιστώντας στην (5-33) από τις (5-18) και (5-20), προκύπτει:

$$\begin{bmatrix} E_{\varphi}^{1,sc} \\ H_{\varphi}^{1,sc} \end{bmatrix}_{\rho_2=\alpha_2} = \begin{bmatrix} E_{\varphi}^{2,sc} \\ H_{\varphi}^{2,sc} \end{bmatrix}_{\rho_2=\alpha_2} \Rightarrow \quad (5-41)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{\bar{P}}_n^1(\rho_1) e^{jn\varphi_1} \begin{bmatrix} a_n^1 \\ b_n^1 \end{bmatrix} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{\bar{Q}}_n^1(\alpha_2) e^{jn\varphi_2} \begin{bmatrix} c_n^2 \\ d_n^2 \end{bmatrix} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{\bar{Q}}_n^1(\rho_3) e^{jn\varphi_3} \begin{bmatrix} c_n^3 \\ d_n^3 \end{bmatrix} = \\ = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{\bar{P}}_n^2(\alpha_2) e^{jn\varphi_2} \begin{bmatrix} a_n^2 \\ b_n^2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

όπου οι μήτρες $\bar{\bar{Q}}_n^1(\alpha_2)$ και $\bar{\bar{P}}_n^2(\alpha_2)$ δίνονται από τις σχέσεις:

$$\bar{\bar{Q}}_n^1(\alpha_2) = \begin{bmatrix} \frac{\beta n}{k_{c1}^2 \alpha_2} H_n(k_{c1} \alpha_2) & \frac{j\omega\mu_1}{k_{c1}} H'_n(k_{c1} \alpha_2) \\ \frac{-j\omega\varepsilon_1}{k_{c1}} H'_n(k_{c1} \alpha_2) & \frac{\beta n}{k_{c1}^2 \alpha_2} H_n(k_{c1} \alpha_2) \end{bmatrix} \quad (5-42)$$

$$\bar{\bar{P}}_n^2(\alpha_2) = \begin{bmatrix} \frac{\beta n}{k_{c2}^2 \alpha_2} J_n(k_{c2} \alpha_2) & \frac{j\omega\mu_2}{k_{c2}} J'_n(k_{c2} \alpha_2) \\ \frac{-j\omega\varepsilon_2}{k_{c2}} J'_n(k_{c2} \alpha_2) & \frac{\beta n}{k_{c2}^2 \alpha_2} J_n(k_{c2} \alpha_2) \end{bmatrix} \quad (5-43)$$

ενώ οι μήτρες $\bar{\bar{P}}_n^1(\rho_1)$ και $\bar{\bar{Q}}_n^1(\rho_3)$, λαμβάνοντας υπόψη και το Graf's addition theorem, δίνονται από τις σχέσεις:

$$\begin{aligned} e^{jn\varphi_1} \bar{\bar{P}}_n^1(\rho_1) &= e^{jn\varphi_1} \begin{bmatrix} \frac{\beta n}{k_{c1}^2 \rho_1} J_n(k_{c1} \rho_1) & \frac{j\omega\mu_1}{k_{c1}} J'_n(k_{c1} \rho_1) \\ \frac{-j\omega\varepsilon_1}{k_{c1}} J'_n(k_{c1} \rho_1) & \frac{\beta n}{k_{c1}^2 \rho_1} J_n(k_{c1} \rho_1) \end{bmatrix} = \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_{n-m}(k_{c1} D_{12}) e^{j(n-m)\varphi_{12}} \begin{bmatrix} \frac{\beta m}{k_{c1}^2 \alpha_2} J_m(k_{c1} \alpha_2) & \frac{j\omega\mu_1}{k_{c1}} J'_m(k_{c1} \alpha_2) \\ \frac{-j\omega\varepsilon_1}{k_{c1}} J'_m(k_{c1} \alpha_2) & \frac{\beta m}{k_{c1}^2 \alpha_2} J_m(k_{c1} \alpha_2) \end{bmatrix} e^{jm\varphi_2} = \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_{n-m}(k_{c1} D_{12}) e^{j(n-m)\varphi_{12}} \bar{\bar{P}}_m^1(\alpha_2) e^{jm\varphi_2} \end{aligned} \quad (5-44)$$

$$\begin{aligned} e^{jn\varphi_3} \bar{\bar{Q}}_n^1(\rho_3) &= e^{jn\varphi_3} \begin{bmatrix} \frac{\beta n}{k_{c1}^2 \rho_3} H_n(k_{c1} \rho_3) & \frac{j\omega\mu_1}{k_{c1}} H'_n(k_{c1} \rho_3) \\ \frac{-j\omega\varepsilon_1}{k_{c1}} H'_n(k_{c1} \rho_3) & \frac{\beta n}{k_{c1}^2 \rho_3} H_n(k_{c1} \rho_3) \end{bmatrix} = \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} H_{n-m}(k_{c1} D_{32}) e^{j(n-m)\varphi_{32}} \begin{bmatrix} \frac{\beta m}{k_{c1}^2 \alpha_2} J_m(k_{c1} \alpha_2) & \frac{j\omega\mu_1}{k_{c1}} J'_m(k_{c1} \alpha_2) \\ \frac{-j\omega\varepsilon_1}{k_{c1}} J'_m(k_{c1} \alpha_2) & \frac{\beta m}{k_{c1}^2 \alpha_2} J_m(k_{c1} \alpha_2) \end{bmatrix} e^{jm\varphi_2} = \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} H_{n-m}(k_{c1} D_{32}) e^{j(n-m)\varphi_{32}} \bar{\bar{P}}_m^1(\alpha_2) e^{jm\varphi_2} \end{aligned} \quad (5-45)$$

οπότε η (5-41) γράφεται ως εξής:

$$\begin{aligned}
 & \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_{n-m}(k_{c1} D_{12}) e^{j(n-m)\varphi_{12}} \bar{P}_m^1(\alpha_2) e^{jm\varphi_2} \begin{bmatrix} a_n^1 \\ b_n^1 \end{bmatrix} - \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{P}_n^2(\alpha_2) e^{jn\varphi_2} \begin{bmatrix} a_n^2 \\ b_n^2 \end{bmatrix} + \\
 & + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{Q}_n^1(\alpha_2) e^{jn\varphi_2} \begin{bmatrix} c_n^2 \\ d_n^2 \end{bmatrix} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} H_{n-m}(k_{c1} D_{32}) e^{j(n-m)\varphi_{32}} \bar{P}_m^1(\alpha_2) e^{jm\varphi_2} \begin{bmatrix} c_n^3 \\ d_n^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \quad (5-46)$$

Πολλαπλασιάζοντας και τα δύο μέλη της (5-46) με $e^{-jm\varphi_2}$, ολοκληρώνοντας ως προς φ_2 από 0 έως 2π , και εφαρμόζοντας τις ιδιότητες ορθογωνιότητας, προκύπτει:

$$\begin{bmatrix}
 \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_{n-M}(k_{c1} D_{12}) e^{j(n-M)\varphi_{12}} \frac{\beta M}{k_{c1}^2 \alpha_2} J_M(k_{c1} \alpha_2) & \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_{n-M}(k_{c1} D_{12}) e^{j(n-M)\varphi_{12}} \frac{j\omega\mu_1}{k_{c1}} J'_M(k_{c1} \alpha_2) \\
 \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_{n-M}(k_{c1} D_{12}) e^{j(n-M)\varphi_{12}} \frac{-j\omega\varepsilon_1}{k_{c1}} J'_M(k_{c1} \alpha_2) & \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_{n-M}(k_{c1} D_{12}) e^{j(n-M)\varphi_{12}} \frac{\beta M}{k_{c1}^2 \alpha_2} J_M(k_{c1} \alpha_2) \\
 0 & 0 \\
 0 & 0 \\
 -\frac{\beta M}{k_{c2}^2 \alpha_2} J_M(k_{c2} \alpha_2) & -\frac{j\omega\mu_2}{k_{c2}} J'_M(k_{c2} \alpha_2) \\
 \frac{j\omega\varepsilon_2}{k_{c2}} J'_M(k_{c2} \alpha_2) & -\frac{\beta M}{k_{c2}^2 \alpha_2} J_M(k_{c2} \alpha_2) \\
 \frac{\beta M}{k_{c1}^2 \alpha_2} H_M(k_{c1} \alpha_2) & \frac{j\omega\mu_1}{k_{c1}} H'_M(k_{c1} \alpha_2) \\
 \frac{-j\omega\varepsilon_1}{k_{c1}} H'_M(k_{c1} \alpha_2) & \frac{\beta M}{k_{c1}^2 \alpha_2} H_M(k_{c1} \alpha_2) \\
 0 & 0 \\
 0 & 0 \\
 \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{n-M}(k_{c1} D_{32}) e^{j(n-M)\varphi_{32}} \frac{\beta M}{k_{c1}^2 \alpha_2} J_M(k_{c1} \alpha_2) & \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{n-M}(k_{c1} D_{32}) e^{j(n-M)\varphi_{32}} \frac{j\omega\mu_1}{k_{c1}} J'_M(k_{c1} \alpha_2) \\
 \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{n-M}(k_{c1} D_{32}) e^{j(n-M)\varphi_{32}} \frac{-j\omega\varepsilon_1}{k_{c1}} J'_M(k_{c1} \alpha_2) & \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{n-M}(k_{c1} D_{32}) e^{j(n-M)\varphi_{32}} \frac{\beta M}{k_{c1}^2 \alpha_2} J_M(k_{c1} \alpha_2)
 \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} a_M^1 \\ b_M^1 \\ c_M^1 \\ d_M^1 \\ a_M^2 \\ b_M^2 \\ c_M^2 \\ d_M^2 \\ a_M^3 \\ b_M^3 \\ c_M^3 \\ d_M^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5-47)$$

5.4.3 Εφαρμογή των οριακών συνθηκών στην κυλινδρική επιφάνεια $\rho_3=\alpha_3$

Αντικαθιστώντας τις (5-13) και (5-15) στην (5-34) προκύπτει:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} E_Z^{1,sc} \\ H_Z^{1,sc} \end{bmatrix}_{\rho_3=\alpha_3} &= \begin{bmatrix} E_Z^{3,sc} \\ H_Z^{3,sc} \end{bmatrix}_{\rho_3=\alpha_3} \Rightarrow \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(k_{c3} \alpha_3) e^{jn\varphi_3} \begin{bmatrix} a_n^3 \\ b_n^3 \end{bmatrix} = \\
 &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(k_{c1} \rho_1) e^{jn\varphi_1} \begin{bmatrix} a_n^1 \\ b_n^1 \end{bmatrix} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_n(k_{c1} \rho_2) e^{jn\varphi_2} \begin{bmatrix} c_n^2 \\ d_n^2 \end{bmatrix} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_n(k_{c1} \alpha_3) e^{jn\varphi_3} \begin{bmatrix} c_n^3 \\ d_n^3 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \quad (5-48)$$

και με κατάλληλη εφαρμογή του προσθετικού θεωρήματος του Graf [1972, M. Abramowitz]:

$$J_n(k_{c1} \rho_1) e^{jn\varphi_1} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_{n-m}(k_{c1} D_{13}) e^{j(n-m)\varphi_{13}} J_m(k_{c1} \alpha_3) e^{jm\varphi_3} \quad (5-49)$$

$$H_n(k_{c1} \rho_2) e^{jn\varphi_2} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} H_{n-m}(k_{c1} D_{23}) e^{j(n-m)\varphi_{23}} J_m(k_{c1} \alpha_3) e^{jm\varphi_3} \quad (5-50)$$

η (5-48) γράφεται ως εξής:

$$\begin{aligned}
 & \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_{n-m}(k_{c1} D_{13}) e^{j(n-m)\varphi_{13}} J_m(k_{c1} \alpha_3) e^{jm\varphi_3} \begin{bmatrix} a_n^1 \\ b_n^1 \end{bmatrix} + \\
 & + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} H_{n-m}(k_{c1} D_{23}) e^{j(n-m)\varphi_{23}} J_m(k_{c1} \alpha_3) e^{jm\varphi_3} \begin{bmatrix} c_n^2 \\ d_n^2 \end{bmatrix} - \\
 & - \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(k_{c3} \alpha_3) e^{jn\varphi_3} \begin{bmatrix} a_n^3 \\ b_n^3 \end{bmatrix} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_n(k_{c1} \alpha_3) e^{jn\varphi_3} \begin{bmatrix} c_n^3 \\ d_n^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{5-51}$$

Πολλαπλασιάζοντας και τα δύο μέλη της (5-51) με $e^{-jM\varphi_3}$, ολοκληρώνοντας ως προς φ_3 από 0 έως 2π , και εφαρμόζοντας τις ιδιότητες ορθογωνιότητας, προκύπτει:

$$\begin{bmatrix} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_{n-M}(k_{c1} D_{13}) e^{j(n-M)\varphi_{13}} J_M(k_{c1} \alpha_3) & 0 \\ 0 & \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_{n-M}(k_{c1} D_{13}) e^{j(n-M)\varphi_{13}} J_M(k_{c1} \alpha_3) \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{n-M}(k_{c1} D_{23}) e^{j(n-M)\varphi_{23}} J_M(k_{c1} \alpha_3) & 0 \\ 0 & \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{n-M}(k_{c1} D_{23}) e^{j(n-M)\varphi_{23}} J_M(k_{c1} \alpha_3) \\ -J_M(k_{c3} \alpha_3) & 0 \\ 0 & -J_M(k_{c3} \alpha_3) \\ H_M(k_{c1} \alpha_3) & 0 \\ 0 & H_M(k_{c1} \alpha_3) \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} a_M^1 \\ b_M^1 \\ c_M^1 \\ d_M^1 \\ a_M^2 \\ b_M^2 \\ c_M^2 \\ d_M^2 \\ a_M^3 \\ b_M^3 \\ c_M^3 \\ d_M^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{5-52}$$

Στη συνέχεια, αντικαθιστώντας στην (5-35) από τις (5-18) και (5-21), προκύπτει:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} E_{\varphi}^{1,sc} \\ H_{\varphi}^{1,sc} \end{bmatrix}_{\rho_3=\alpha_3} = \begin{bmatrix} E_{\varphi}^{3,sc} \\ H_{\varphi}^{3,sc} \end{bmatrix}_{\rho_3=\alpha_3} \Rightarrow \\
 & \Rightarrow \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{\bar{P}}_n^1(\rho_1) e^{jn\varphi_1} \begin{bmatrix} a_n^1 \\ b_n^1 \end{bmatrix} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{\bar{Q}}_n^1(\rho_2) e^{jn\varphi_2} \begin{bmatrix} c_n^2 \\ d_n^2 \end{bmatrix} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{\bar{Q}}_n^1(\alpha_3) e^{jn\varphi_3} \begin{bmatrix} c_n^3 \\ d_n^3 \end{bmatrix} = \\
 & = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{\bar{P}}_n^3(\alpha_3) e^{jn\varphi_3} \begin{bmatrix} a_n^3 \\ b_n^3 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{5-53}$$

όπου οι μήτρες $\bar{\bar{P}}_n^3(\alpha_3)$ και $\bar{\bar{Q}}_n^1(\alpha_3)$ δίνονται από τις σχέσεις:

$$\bar{\bar{P}}_n^3(\alpha_3) = \begin{bmatrix} \frac{\beta n}{k_{c3}^2 \alpha_3} J_n(k_{c3} \alpha_3) & \frac{j\omega\mu_3}{k_{c3}} J_n'(k_{c3} \alpha_3) \\ -\frac{j\omega\varepsilon_3}{k_{c3}} J_n'(k_{c3} \alpha_3) & \frac{\beta n}{k_{c3}^2 \alpha_3} J_n(k_{c3} \alpha_3) \end{bmatrix} \tag{5-54}$$

$$\bar{\bar{Q}}_n^1(\alpha_3) = \begin{bmatrix} \frac{\beta n}{k_{c1}^2 \alpha_3} H_n(k_{c1} \alpha_3) & \frac{j\omega\mu_1}{k_{c1}} H'_n(k_{c1} \alpha_3) \\ \frac{-j\omega\varepsilon_1}{k_{c1}} H'_n(k_{c1} \alpha_3) & \frac{\beta n}{k_{c1}^2 \alpha_3} H_n(k_{c1} \alpha_3) \end{bmatrix} \quad (5-55)$$

ενώ οι μήτρες $\bar{\bar{P}}_n^1(\rho_1)$ και $\bar{\bar{Q}}_n^1(\rho_2)$, λαμβάνοντας υπόψη και το Graf's addition theorem, δίνονται από τις σχέσεις:

$$\begin{aligned} e^{jn\varphi_1} \bar{\bar{P}}_n^1(\rho_1) &= e^{jn\varphi_1} \begin{bmatrix} \frac{\beta n}{k_{c1}^2 \rho_1} J_n(k_{c1} \rho_1) & \frac{j\omega\mu_1}{k_{c1}} J'_n(k_{c1} \rho_1) \\ \frac{-j\omega\varepsilon_1}{k_{c1}} J'_n(k_{c1} \rho_1) & \frac{\beta n}{k_{c1}^2 \rho_1} J_n(k_{c1} \rho_1) \end{bmatrix} = \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_{n-m}(k_{c1} D_{13}) e^{j(n-m)\varphi_{13}} \begin{bmatrix} \frac{\beta m}{k_{c1}^2 \alpha_3} J_m(k_{c1} \alpha_3) & \frac{j\omega\mu_1}{k_{c1}} J'_m(k_{c1} \alpha_3) \\ \frac{-j\omega\varepsilon_1}{k_{c1}} J'_m(k_{c1} \alpha_3) & \frac{\beta m}{k_{c1}^2 \alpha_3} J_m(k_{c1} \alpha_3) \end{bmatrix} e^{jm\varphi_3} = \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_{n-m}(k_{c1} D_{13}) e^{j(n-m)\varphi_{13}} \bar{\bar{P}}_m^1(\alpha_3) e^{jm\varphi_3} \end{aligned} \quad (5-56)$$

$$\begin{aligned} e^{jn\varphi_2} \bar{\bar{Q}}_n^1(\rho_2) &= e^{jn\varphi_2} \begin{bmatrix} \frac{\beta n}{k_{c1}^2 \rho_2} H_n(k_{c1} \rho_2) & \frac{j\omega\mu_1}{k_{c1}} H'_n(k_{c1} \rho_2) \\ \frac{-j\omega\varepsilon_1}{k_{c1}} H'_n(k_{c1} \rho_2) & \frac{\beta n}{k_{c1}^2 \rho_2} H_n(k_{c1} \rho_2) \end{bmatrix} = \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} H_{n-m}(k_{c1} D_{23}) e^{j(n-m)\varphi_{23}} \begin{bmatrix} \frac{\beta m}{k_{c1}^2 \alpha_3} J_m(k_{c1} \alpha_3) & \frac{j\omega\mu_1}{k_{c1}} J'_m(k_{c1} \alpha_3) \\ \frac{-j\omega\varepsilon_1}{k_{c1}} J'_m(k_{c1} \alpha_3) & \frac{\beta m}{k_{c1}^2 \alpha_3} J_m(k_{c1} \alpha_3) \end{bmatrix} e^{jm\varphi_3} = \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} H_{n-m}(k_{c1} D_{23}) e^{j(n-m)\varphi_{23}} \bar{\bar{P}}_m^1(\alpha_3) e^{jm\varphi_3} \end{aligned} \quad (5-57)$$

οπότε η (5-53) γράφεται ως εξής:

$$\begin{aligned} &\sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_{n-m}(k_{c1} D_{13}) e^{j(n-m)\varphi_{13}} \bar{\bar{P}}_m^1(\alpha_3) e^{jm\varphi_3} \begin{bmatrix} a_n^1 \\ b_n^1 \end{bmatrix} - \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{\bar{P}}_n^3(\alpha_3) e^{jn\varphi_3} \begin{bmatrix} a_n^3 \\ b_n^3 \end{bmatrix} + \\ &+ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} H_{n-m}(k_{c1} D_{23}) e^{j(n-m)\varphi_{23}} \bar{\bar{P}}_m^1(\alpha_3) e^{jm\varphi_3} \begin{bmatrix} c_n^2 \\ d_n^2 \end{bmatrix} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{\bar{Q}}_n^1(\alpha_3) e^{jn\varphi_3} \begin{bmatrix} c_n^3 \\ d_n^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5-58)$$

Πολλαπλασιάζοντας και τα δύο μέλη της (5-58) με $e^{-jm\varphi_3}$, ολοκληρώνοντας ως προς φ_3 από 0 έως 2π , και εφαρμόζοντας τις ιδιότητες ορθογωνιότητας, προκύπτει:

$$\begin{bmatrix}
 \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_{n-M}(k_{c1} D_{13}) e^{j(n-M)\varphi_{13}} \frac{\beta M}{k_{c1}^2 \alpha_3} J_M(k_{c1} \alpha_3) & \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_{n-M}(k_{c1} D_{13}) e^{j(n-M)\varphi_{13}} \frac{j\omega\mu_1}{k_{c1}} J'_M(k_{c1} \alpha_3) \\
 \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_{n-M}(k_{c1} D_{13}) e^{j(n-M)\varphi_{13}} \frac{-j\omega\varepsilon_1}{k_{c1}} J'_M(k_{c1} \alpha_3) & \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_{n-M}(k_{c1} D_{13}) e^{j(n-M)\varphi_{13}} \frac{\beta M}{k_{c1}^2 \alpha_3} J_M(k_{c1} \alpha_3) \\
 0 & 0 \\
 0 & 0 \\
 0 & 0 \\
 0 & 0 \\
 \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{n-M}(k_{c1} D_{23}) e^{j(n-M)\varphi_{23}} \frac{\beta M}{k_{c1}^2 \alpha_3} J_M(k_{c1} \alpha_3) & \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{n-M}(k_{c1} D_{23}) e^{j(n-M)\varphi_{23}} \frac{j\omega\mu_1}{k_{c1}} J'_M(k_{c1} \alpha_3) \\
 \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{n-M}(k_{c1} D_{23}) e^{j(n-M)\varphi_{23}} \frac{-j\omega\varepsilon_1}{k_{c1}} J'_M(k_{c1} \alpha_3) & \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{n-M}(k_{c1} D_{23}) e^{j(n-M)\varphi_{23}} \frac{\beta M}{k_{c1}^2 \alpha_3} J_M(k_{c1} \alpha_3) \\
 \frac{-\beta M}{k_{c3}^2 \alpha_3} J_M(k_{c3} \alpha_3) & \frac{-j\omega\mu_3}{k_{c3}} J'_M(k_{c3} \alpha_3) \\
 \frac{j\omega\varepsilon_3}{k_{c3}} J'_M(k_{c3} \alpha_3) & \frac{-\beta M}{k_{c3}^2 \alpha_3} J_M(k_{c3} \alpha_3) \\
 \frac{\beta M}{k_{c1}^2 \alpha_3} H_M(k_{c1} \alpha_3) & \frac{j\omega\mu_1}{k_{c1}} H'_M(k_{c1} \alpha_3) \\
 \frac{-j\omega\varepsilon_1}{k_{c1}} H'_M(k_{c1} \alpha_3) & \frac{\beta M}{k_{c1}^2 \alpha_3} H_M(k_{c1} \alpha_3)
 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_M^1 \\ b_M^1 \\ c_M^1 \\ d_M^1 \\ a_M^2 \\ b_M^2 \\ c_M^2 \\ d_M^2 \\ a_M^3 \\ b_M^3 \\ c_M^3 \\ d_M^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5-59)$$

5.4.4 Εφαρμογή των οριακών συνθηκών στην κυλινδρική επιφάνεια $\rho_1=\alpha_1$

Αντικαθιστώντας στην (5-30), από τις (5-8a), (5-12) και (5-13), προκύπτει:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_Z^{\text{inc}} + \mathbf{E}_Z^{0,\text{sc}} \\ \mathbf{H}_Z^{\text{inc}} + \mathbf{H}_Z^{0,\text{sc}} \end{bmatrix}_{\rho_1=\alpha_1} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_Z^{1,\text{sc}} \\ \mathbf{H}_Z^{1,\text{sc}} \end{bmatrix}_{\rho_1=\alpha_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(k_{c1} \alpha_1) e^{jn\varphi_1} \begin{bmatrix} a_n^1 \\ b_n^1 \end{bmatrix} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_n(k_{c1} \rho_2) e^{jn\varphi_2} \begin{bmatrix} c_n^2 \\ d_n^2 \end{bmatrix} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_n(k_{c1} \rho_3) e^{jn\varphi_3} \begin{bmatrix} c_n^3 \\ d_n^3 \end{bmatrix} -$$

$$- \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_n(k_{c0} \alpha_1) e^{jn\varphi_1} \begin{bmatrix} c_n^1 \\ d_n^1 \end{bmatrix} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} j^n e^{-jn\varphi'} J_n(k_0 \alpha_1) e^{jn\varphi_1} \begin{bmatrix} E_0 \\ H_0 \end{bmatrix} \quad (5-60)$$

η οποία με κατάλληλη εφαρμογή του προσθετικού θεωρήματος του Graf [1972, M. Abramowitz]:

$$H_n(k_{c1} \rho_2) e^{jn\varphi_2} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} H_{n-m}(k_{c1} D_{21}) e^{j(n-m)\varphi_{21}} J_m(k_{c1} \alpha_1) e^{jm\varphi_1} \quad (5-61)$$

$$H_n(k_{c1} \rho_3) e^{jn\varphi_3} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} H_{n-m}(k_{c1} D_{31}) e^{j(n-m)\varphi_{31}} J_m(k_{c1} \alpha_1) e^{jm\varphi_1} \quad (5-62)$$

γράφεται ως εξής:

$$\begin{aligned}
 & \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(k_{c1} \alpha_1) e^{jn\varphi_1} \begin{bmatrix} a_n^1 \\ b_n^1 \end{bmatrix} - \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_n(k_{c0} \alpha_1) e^{jn\varphi_1} \begin{bmatrix} c_n^1 \\ d_n^1 \end{bmatrix} + \\
 & + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} H_{n-m}(k_{c1} D_{21}) e^{j(n-m)\varphi_{21}} J_m(k_{c1} \alpha_1) e^{jm\varphi_1} \begin{bmatrix} c_n^2 \\ d_n^2 \end{bmatrix} + \\
 & + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} H_{n-m}(k_{c1} D_{31}) e^{j(n-m)\varphi_{31}} J_m(k_{c1} \alpha_1) e^{jm\varphi_1} \begin{bmatrix} c_n^3 \\ d_n^3 \end{bmatrix} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} j^n J_n(k_0 \alpha_1) e^{-jn\varphi'} e^{jn\varphi_1} \begin{bmatrix} E_0 \\ H_0 \end{bmatrix} \quad (5-63)
 \end{aligned}$$

Πολλαπλασιάζοντας και τα δύο μέλη της (5-63) με $e^{-jM\phi_1}$, ολοκληρώνοντας ως προς ϕ_1 από 0 έως 2π , και εφαρμόζοντας τις ιδιότητες ορθογωνιότητας, προκύπτει:

$$\begin{bmatrix} J_M(k_{c1} \alpha_1) & 0 \\ 0 & J_M(k_{c1} \alpha_1) \\ -H_M(k_{c0} \alpha_1) & 0 \\ 0 & -H_M(k_{c0} \alpha_1) \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{n-M}(k_{c1} D_{21}) e^{j(n-M)\phi_{21}} J_M(k_{c1} \alpha_1) & 0 \\ 0 & \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{n-M}(k_{c1} D_{21}) e^{j(n-M)\phi_{21}} J_M(k_{c1} \alpha_1) \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{n-M}(k_{c1} D_{31}) e^{j(n-M)\phi_{31}} J_M(k_{c1} \alpha_1) & 0 \\ 0 & \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{n-M}(k_{c1} D_{31}) e^{j(n-M)\phi_{31}} J_M(k_{c1} \alpha_1) \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} a_M^1 \\ b_M^1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} c_M^1 \\ d_M^1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} a_M^2 \\ b_M^2 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} c_M^2 \\ d_M^2 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} a_M^3 \\ b_M^3 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} c_M^3 \\ d_M^3 \end{bmatrix} \end{bmatrix} = j^M J_M(k_0 \alpha_1) e^{-jM\phi'} \begin{bmatrix} E_0 \\ H_0 \end{bmatrix} \quad (5-64)$$

Στη συνέχεια, αντικαθιστώντας στην (5-31) από τις (5-8b), (5-16) και (5-18), προκύπτει:

$$\begin{bmatrix} E_\phi^{inc} + E_\phi^{0,sc} \\ H_\phi^{inc} + H_\phi^{0,sc} \end{bmatrix}_{\rho_1=\alpha_1} = \begin{bmatrix} E_\phi^{1,sc} \\ H_\phi^{1,sc} \end{bmatrix}_{\rho_1=\alpha_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{P}_n^1(\alpha_1) e^{jn\phi_1} \begin{bmatrix} a_n^1 \\ b_n^1 \end{bmatrix} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{Q}_n^1(\rho_2) e^{jn\phi_2} \begin{bmatrix} c_n^2 \\ d_n^2 \end{bmatrix} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{Q}_n^1(\rho_3) e^{jn\phi_3} \begin{bmatrix} c_n^3 \\ d_n^3 \end{bmatrix} - \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{Q}_n^0(\alpha_1) e^{jn\phi_1} \begin{bmatrix} c_n^1 \\ d_n^1 \end{bmatrix} = \quad (5-65)$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} j^n e^{-jn\phi'} \bar{P}_n^1(\alpha_1) e^{jn\phi_1} \begin{bmatrix} E_0 \\ H_0 \end{bmatrix}$$

όπου οι μήτρες $\bar{P}_n^1(\alpha_1)$ και $\bar{Q}_n^0(\alpha_1)$ δίνονται από τις σχέσεις:

$$\bar{P}_n^1(\alpha_1) = \begin{bmatrix} \frac{\beta n}{k_{c1}^2 \alpha_1} J_n(k_{c1} \alpha_1) & \frac{j\omega\mu_1}{k_{c1}} J'_n(k_{c1} \alpha_1) \\ \frac{-j\omega\varepsilon_1}{k_{c1}} J'_n(k_{c1} \alpha_1) & \frac{\beta n}{k_{c1}^2 \alpha_1} J_n(k_{c1} \alpha_1) \end{bmatrix} \quad (5-66)$$

$$\bar{Q}_n^0(\alpha_1) = \begin{bmatrix} \frac{\beta n}{k_{c0}^2 \alpha_1} H_n(k_{c0} \alpha_1) & \frac{j\omega\mu_0}{k_{c0}} H'_n(k_{c0} \alpha_1) \\ \frac{-j\omega\varepsilon_0}{k_{c0}} H'_n(k_{c0} \alpha_1) & \frac{\beta n}{k_{c0}^2 \alpha_1} H_n(k_{c0} \alpha_1) \end{bmatrix} \quad (5-67)$$

ενώ οι μήτρες $\bar{Q}_n^1(\rho_2)$ και $\bar{Q}_n^1(\rho_3)$, λαμβάνοντας υπόψη και το Graf's addition theorem, δίνονται από τις σχέσεις:

$$e^{jn\phi_2} \bar{Q}_n^1(\rho_2) = e^{jn\phi_2} \begin{bmatrix} \frac{\beta n}{k_{c1}^2 \rho_2} H_n(k_{c1} \rho_2) & \frac{j\omega\mu_1}{k_{c1}} H'_n(k_{c1} \rho_2) \\ \frac{-j\omega\varepsilon_1}{k_{c1}} H'_n(k_{c1} \rho_2) & \frac{\beta n}{k_{c1}^2 \rho_2} H_n(k_{c1} \rho_2) \end{bmatrix} = \quad (5-68)$$

$$\begin{aligned}
 &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} H_{n-m}(k_{c1} D_{21}) e^{j(n-m)\varphi_{21}} \begin{bmatrix} \frac{\beta m}{k_{c1}^2 \alpha_1} J_m(k_{c1} \alpha_1) & \frac{j\omega\mu_1}{k_{c1}} J'_m(k_{c1} \alpha_1) \\ -\frac{j\omega\varepsilon_1}{k_{c1}} J'_m(k_{c1} \alpha_1) & \frac{\beta m}{k_{c1}^2 \alpha_1} J_m(k_{c1} \alpha_1) \end{bmatrix} e^{jm\varphi_1} = \\
 &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} H_{n-m}(k_{c1} D_{21}) e^{j(n-m)\varphi_{21}} \bar{\bar{P}}_m^1(\alpha_1) e^{jm\varphi_1} \\
 e^{jn\varphi_3} \bar{\bar{Q}}_n^1(\rho_3) &= e^{jn\varphi_3} \begin{bmatrix} \frac{\beta n}{k_{c1}^2 \rho_3} H_n(k_{c1} \rho_3) & \frac{j\omega\mu_1}{k_{c1}} H'_n(k_{c1} \rho_3) \\ -\frac{j\omega\varepsilon_1}{k_{c1}} H'_n(k_{c1} \rho_3) & \frac{\beta n}{k_{c1}^2 \rho_3} H_n(k_{c1} \rho_3) \end{bmatrix} = \\
 &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} H_{n-m}(k_{c1} D_{31}) e^{j(n-m)\varphi_{31}} \begin{bmatrix} \frac{\beta m}{k_{c1}^2 \alpha_1} J_m(k_{c1} \alpha_1) & \frac{j\omega\mu_1}{k_{c1}} J'_m(k_{c1} \alpha_1) \\ -\frac{j\omega\varepsilon_1}{k_{c1}} J'_m(k_{c1} \alpha_1) & \frac{\beta m}{k_{c1}^2 \alpha_1} J_m(k_{c1} \alpha_1) \end{bmatrix} e^{jm\varphi_1} = \\
 &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} H_{n-m}(k_{c1} D_{31}) e^{j(n-m)\varphi_{31}} \bar{\bar{P}}_m^1(\alpha_1) e^{jm\varphi_1} \tag{5-69}
 \end{aligned}$$

οπότε η (5-65) γράφεται ως εξής:

$$\begin{aligned}
 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{\bar{P}}_n^1(\alpha_1) e^{jn\varphi_1} \begin{bmatrix} a_n^1 \\ b_n^1 \end{bmatrix} - \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{\bar{Q}}_n^0(\alpha_1) e^{jn\varphi_1} \begin{bmatrix} c_n^1 \\ d_n^1 \end{bmatrix} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} H_{n-m}(k_{c1} D_{21}) e^{j(n-m)\varphi_{21}} \bar{\bar{P}}_m^1(\alpha_1) e^{jm\varphi_1} \begin{bmatrix} c_n^2 \\ d_n^2 \end{bmatrix} + \\
 + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} H_{n-m}(k_{c1} D_{31}) e^{j(n-m)\varphi_{31}} \bar{\bar{P}}_m^1(\alpha_1) e^{jm\varphi_1} \begin{bmatrix} c_n^3 \\ d_n^3 \end{bmatrix} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} j^n e^{-jn\varphi'} \bar{\bar{P}}_n^1(\alpha_1) e^{jn\varphi_1} \begin{bmatrix} E_0 \\ H_0 \end{bmatrix} \tag{5-70}
 \end{aligned}$$

Πολλαπλασιάζοντας και τα δύο μέλη της (5-70) με $e^{-jM\varphi_1}$, ολοκληρώνοντας ως προς φ_1 από 0 έως 2π , και εφαρμόζοντας τις ιδιότητες ορθογωνιότητας, προκύπτει:

$$\begin{bmatrix} \frac{\beta M}{k_{c1}^2 \alpha_1} J_M(k_{c1} \alpha_1) & \frac{j\omega\mu_1}{k_{c1}} J'_M(k_{c1} \alpha_1) \\ -\frac{j\omega\varepsilon_1}{k_{c1}} J'_M(k_{c1} \alpha_1) & \frac{\beta M}{k_{c1}^2 \alpha_1} J_M(k_{c1} \alpha_1) \\ \frac{-\beta M}{k_{c0}^2 \alpha_1} H_M(k_{c0} \alpha_1) & -\frac{j\omega\mu_0}{k_{c0}} H'_M(k_{c0} \alpha_1) \\ \frac{j\omega\varepsilon_0}{k_{c0}} H'_M(k_{c0} \alpha_1) & \frac{-\beta M}{k_{c0}^2 \alpha_1} H_M(k_{c0} \alpha_1) \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{n-M}(k_{c1} D_{21}) e^{j(n-M)\varphi_{21}} \frac{\beta M}{k_{c1}^2 \alpha_1} J_M(k_{c1} \alpha_1) & \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{n-M}(k_{c1} D_{21}) e^{j(n-M)\varphi_{21}} \frac{j\omega\mu_1}{k_{c1}} J'_M(k_{c1} \alpha_1) \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{n-M}(k_{c1} D_{21}) e^{j(n-M)\varphi_{21}} \frac{-j\omega\varepsilon_1}{k_{c1}} J'_M(k_{c1} \alpha_1) & \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{n-M}(k_{c1} D_{21}) e^{j(n-M)\varphi_{21}} \frac{\beta M}{k_{c1}^2 \alpha_1} J_M(k_{c1} \alpha_1) \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{n-M}(k_{c1} D_{31}) e^{j(n-M)\varphi_{31}} \frac{\beta M}{k_{c1}^2 \alpha_1} J_M(k_{c1} \alpha_1) & \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{n-M}(k_{c1} D_{31}) e^{j(n-M)\varphi_{31}} \frac{j\omega\mu_1}{k_{c1}} J'_M(k_{c1} \alpha_1) \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{n-M}(k_{c1} D_{31}) e^{j(n-M)\varphi_{31}} \frac{-j\omega\varepsilon_1}{k_{c1}} J'_M(k_{c1} \alpha_1) & \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{n-M}(k_{c1} D_{31}) e^{j(n-M)\varphi_{31}} \frac{\beta M}{k_{c1}^2 \alpha_1} J_M(k_{c1} \alpha_1) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_M^1 \\ b_M^1 \\ c_M^1 \\ d_M^1 \\ a_M^2 \\ b_M^2 \\ c_M^2 \\ d_M^2 \\ a_M^3 \\ b_M^3 \\ c_M^3 \\ d_M^3 \end{bmatrix} = j^M e^{-jM\varphi'} \bar{\bar{P}}_M^1(\alpha_1) \begin{bmatrix} E_0 \\ H_0 \end{bmatrix} \tag{5-71}$$

$$\begin{bmatrix}
 J_M(k_{c1} \alpha_1) & 0 & -H_M(k_{c0} \alpha_1) & 0 & 0 & 0 \\
 0 & J_M(k_{c1} \alpha_1) & 0 & -H_M(k_{c0} \alpha_1) & 0 & 0 \\
 \frac{\beta M}{k_{c1}^2} J_M(k_{c1} \alpha_1) & \frac{-j\omega \epsilon_1}{k_{c1}} J'_M(k_{c1} \alpha_1) & \frac{-\beta M}{k_{c0}^2} H_M(k_{c0} \alpha_1) & \frac{j\omega \epsilon_0}{k_{c0}} H'_M(k_{c0} \alpha_1) & 0 & 0 \\
 \frac{j\omega \mu_1}{k_{c1}} J'_M(k_{c1} \alpha_1) & \frac{\beta M}{k_{c1}^2} J_M(k_{c1} \alpha_1) & \frac{-j\omega \mu_0}{k_{c0}} H'_M(k_{c0} \alpha_1) & \frac{-\beta M}{k_{c0}^2} H_M(k_{c0} \alpha_1) & 0 & 0 \\
 \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_{n-M}(k_{c1} D_{12}) e^{j(n-M)\varphi_{12}} J_M(k_{c1} \alpha_2) & 0 & 0 & 0 & -J_M(k_{c2} \alpha_2) & 0 \\
 0 & \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_{n-M}(k_{c1} D_{12}) e^{j(n-M)\varphi_{12}} J_M(k_{c1} \alpha_2) & 0 & 0 & 0 & -J_M(k_{c2} \alpha_2) \dots
 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}
 \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{n-M}(k_{c1} D_{21}) e^{j(n-M)\varphi_{21}} J_M(k_{c1} \alpha_1) & 0 & 0 & 0 & \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{n-M}(k_{c1} D_{31}) e^{j(n-M)\varphi_{31}} J_M(k_{c1} \alpha_1) & 0 \\
 0 & \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{n-M}(k_{c1} D_{21}) e^{j(n-M)\varphi_{21}} J_M(k_{c1} \alpha_1) & 0 & 0 & 0 & \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{n-M}(k_{c1} D_{31}) e^{j(n-M)\varphi_{31}} J_M(k_{c1} \alpha_1) \\
 \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{n-M}(k_{c1} D_{21}) e^{j(n-M)\varphi_{21}} \frac{\beta M}{k_{c1}^2} J_M(k_{c1} \alpha_1) & \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{n-M}(k_{c1} D_{21}) e^{j(n-M)\varphi_{21}} \frac{-j\omega \epsilon_1}{k_{c1}} J'_M(k_{c1} \alpha_1) & 0 & 0 & \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{n-M}(k_{c1} D_{31}) e^{j(n-M)\varphi_{31}} \frac{\beta M}{k_{c1}^2} J_M(k_{c1} \alpha_1) & \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{n-M}(k_{c1} D_{31}) e^{j(n-M)\varphi_{31}} \frac{-j\omega \epsilon_1}{k_{c1}} J'_M(k_{c1} \alpha_1) \\
 \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{n-M}(k_{c1} D_{21}) e^{j(n-M)\varphi_{21}} \frac{j\omega \mu_1}{k_{c1}} J'_M(k_{c1} \alpha_1) & \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{n-M}(k_{c1} D_{21}) e^{j(n-M)\varphi_{21}} \frac{\beta M}{k_{c1}^2} J_M(k_{c1} \alpha_1) & 0 & 0 & \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{n-M}(k_{c1} D_{31}) e^{j(n-M)\varphi_{31}} \frac{j\omega \mu_1}{k_{c1}} J'_M(k_{c1} \alpha_1) & \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{n-M}(k_{c1} D_{31}) e^{j(n-M)\varphi_{31}} \frac{\beta M}{k_{c1}^2} J_M(k_{c1} \alpha_1) \\
 \dots & H_M(k_{c1} \alpha_2) & 0 & 0 & \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{n-M}(k_{c1} D_{32}) e^{j(n-M)\varphi_{32}} J_M(k_{c1} \alpha_2) & 0 \\
 0 & 0 & H_M(k_{c1} \alpha_2) & 0 & 0 & \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{n-M}(k_{c1} D_{32}) e^{j(n-M)\varphi_{32}} J_M(k_{c1} \alpha_2)
 \end{bmatrix}
 \cdot
 \begin{bmatrix}
 a_M^1 \\
 b_M^1 \\
 c_M^1 \\
 d_M^1 \\
 a_M^2 \\
 b_M^2 \\
 c_M^2 \\
 d_M^2 \\
 a_M^3 \\
 b_M^3 \\
 c_M^3 \\
 d_M^3
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 j^M e^{-jM\varphi'} J_M(k_0 \alpha_1) \begin{bmatrix} E_0 \\ H_0 \end{bmatrix} \\
 j^M e^{-jM\varphi'} \bar{P}_M^1(\alpha_1) \begin{bmatrix} E_0 \\ H_0 \end{bmatrix} \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0
 \end{bmatrix}
 \tag{5-72}$$

5.5 Αποτελέσματα

Με επισκόπηση του αντίστοιχου κάθε φορά γραμμικού αλγεβρικού συστήματος (5-72) γίνεται φανερό ότι οι φυσικές, γεωμετρικές και ηλεκτρικές παράμετροι που επηρεάζουν το σκεδαζόμενο ηλεκτρομαγνητικό πεδίο και κατά συνέπεια την ενεργό διατομή σκέδασης ραντάρ $k_{0\sigma_t}$, είναι η διεύθυνση του προσπίπτοντος κύματος (θ' , φ') (ή ισοδύναμα η θέση του ηλεκτρικού διπόλου ή του κυκλικού βρόχου που ακτινοβολεί το πεδίο διέγερσης), το μήκος κύματος λ_0 , οι ακτίνες a_i , οι διηλεκτρικές σταθερές ϵ_i , οι διηλεκτρικές απώλειες σ_i , και οι σχετικές θέσεις (όπως εκφράζονται από τις μεταξύ τους αποστάσεις D_{ij}) όλων των κυκλικών κυλινδρικών ράβδων.

Το σχήμα 5-2 απεικονίζει τη z-συνιστώσα του μακράν σκεδαζόμενου ηλεκτρικού πεδίου $|E_z^{sc}|$ για όλες τις τιμές της γωνίας φ (0° - 360°) του παρατηρητή, στην περίπτωση διάταξης, με 2 όμοιες κυλινδρικές ράβδους, που διεγείρεται από την πρόσπτωση επίπεδου κύματος με $E_0=1$ και $H_0=0$. Είναι εμφανής η επιρροή της γωνίας πρόσπτωσης θ' , τόσο στο πλάτος της πεδιακής συνιστώσας, όσο και στη μορφή του διαγράμματος πεδίου, καθώς για $\theta'=90^\circ$ υπάρχει δραστική αλλαγή με την εμφάνιση ισχυρού οπίσθιου και επιπλέον λοβών. Ειδικά στην περίπτωση $\theta'=90^\circ$ παρατηρούμε την πλήρη ταύτιση με την [1992, A.Z. Elsherbeni] για όλες τις γωνίες φ .

Όμοια το σχήμα 5-3 απεικονίζει τη z-συνιστώσα του μακράν σκεδαζόμενου ηλεκτρικού πεδίου $|E_z^{sc}|$ για όλες τις τιμές της γωνίας φ (0° - 360°) του παρατηρητή, στην περίπτωση διάταξης, με 2 κυλινδρικές ράβδους διαφορετικών ακτίνων, που διεγείρεται από την πρόσπτωση επίπεδου κύματος με $E_0=1$ και $H_0=0$. Είναι εμφανής η επιρροή της γωνίας πρόσπτωσης θ' , κυρίως στο πλάτος της πεδιακής συνιστώσας αλλά και στη μορφή του διαγράμματος πεδίου, καθώς για $\theta'=90^\circ$ υπάρχει σημαντική αλλαγή με την εμφάνιση ισχυρού οπίσθιου λοβού. Ειδικά στην περίπτωση $\theta'=90^\circ$ παρατηρούμε την πλήρη ταύτιση με την [1976, A.Z. Chang] για όλες τις γωνίες φ .

Αντίστοιχα το σχήμα 5-4 απεικονίζει τη z-συνιστώσα του μακράν σκεδαζόμενου μαγνητικού πεδίου $|H_z^{sc}|$ για όλες τις τιμές της γωνίας φ (0° - 360°) του παρατηρητή, στην περίπτωση διάταξης, με 2 κυλινδρικές ράβδους διαφορετικών ακτίνων, που διεγείρεται από την πρόσπτωση επίπεδου κύματος με $E_0=0$ και $H_0=1$. Είναι εμφανής η επιρροή της γωνίας πρόσπτωσης θ' κυρίως στο πλάτος της πεδιακής συνιστώσας και πολύ λιγότερο στη μορφή του διαγράμματος πεδίου. Ειδικά στην περίπτωση $\theta'=90^\circ$ παρατηρούμε την πλήρη ταύτιση με την [1992, A.Z. Elsherbeni].

Το σχήμα 5-5 απεικονίζει τη z-συνιστώσα του μακράν σκεδαζόμενου ηλεκτρικού πεδίου $|E_z^{sc}|$ για όλες τις τιμές της γωνίας φ (0° - 360°) του παρατηρητή, στην περίπτωση διάταξης, με 2 κυλινδρικές ράβδους 2 στρωμάτων (πυρήνα και περιβλήματος), που διεγείρεται από ηλεκτρικό δίπολο που προκαλεί ισοδύναμο προσπίπτον ΗΜ κύμα υπό γωνία $\theta'=60^\circ$ και $\varphi'=45^\circ$. Είναι εμφανής η επίδραση του υλικού του περιβλήματος ($\epsilon_2=\epsilon_4$) στον τρόπο που το πεδίο σκεδαάζεται, αν και στις 3 περιπτώσεις το μέγιστο του λοβού εμφανίζεται στη διεύθυνση $\varphi=230^\circ$.

Στην περίπτωση 2 κυλινδρικών ράβδων με 2 στρώματα (πυρήνα και περίβλημα), που

διεγείρονται από ηλεκτρικό δίπολο που προκαλεί ισοδύναμο προσπίπτον ΗΜ κύμα υπό γωνία $\theta'=70^\circ$ και $\varphi'=45^\circ$, το σχήμα 5-6 απεικονίζει τη z-συνιστώσα του μακράν σκεδαζόμενου ηλεκτρικού πεδίου $|E_z^{sc}|$ για όλες τις τιμές της γωνίας φ (0° - 360°) του παρατηρητή. Στην περίπτωση αυτή προστίθεται και η παράμετρος των διηλεκτρικών απωλειών των ράβδων του περιβλήματος μέσω της μιγαδικής διηλεκτρικής επιτρεπτότητας του υλικού τους. Είναι εμφανές ότι η αύξηση των απωλειών του περιβλήματος προκαλεί δραστική μείωση του πλάτους του σκεδαζόμενου ηλεκτρικού πεδίου, ενώ δεν παρατηρείται δραστική αλλαγή στην γωνία παρατήρησης όπου εμφανίζεται το μέγιστο πλάτος της πεδιακής συνιστώσας για τα διαφορετικά υλικά περιβλήματος.

Στην περίπτωση 4 όμοιων κυκλικών κυλινδρικών ράβδων, που διεγείρονται από ηλεκτρικό δίπολο που προκαλεί ισοδύναμο προσπίπτον ΗΜ κύμα υπό γωνία θ' και $\varphi'=45^\circ$, το σχήμα 5-7 απεικονίζει τη z-συνιστώσα του μακράν σκεδαζόμενου ηλεκτρικού πεδίου $|E_z^{sc}|$ για όλες τις τιμές της γωνίας φ (0° - 360°) του παρατηρητή. Είναι εμφανής η επιρροή της γωνίας πρόσπτωσης θ' τόσο στο πλάτος όσο και στη μορφή του διαγράμματος πεδίου, καθώς στην περίπτωση της κάθετης πρόσπτωσης ($\theta'=90^\circ$) υπάρχει δραστική αλλαγή με την εμφάνιση ισχυρότερων πλευρικών λοβών.

Αντίστοιχα, στην περίπτωση 4 όμοιων κυκλικών κυλινδρικών ράβδων, που διεγείρονται από μαγνητικό δίπολο (κυκλική βροχοκεραία) που προκαλεί ισοδύναμο προσπίπτον ΗΜ κύμα υπό γωνία $\theta'=45^\circ$ και φ' , το σχήμα 5-8 απεικονίζει τη z-συνιστώσα του μακράν σκεδαζόμενου μαγνητικού πεδίου $|H_z^{sc}|$ για όλες τις τιμές της γωνίας φ (0° - 360°) του παρατηρητή. Είναι εμφανής η επιρροή της γωνίας πρόσπτωσης φ' τόσο στο πλάτος όσο και στη μορφή του διαγράμματος πεδίου, καθώς όσο περισσότερο αυξάνει η γωνία πρόσπτωσης φ' τόσο μεγαλύτερη μετατόπιση του μεγίστου προκαλείται.

Αντικαθιστώντας στην (5-12) την ασυμπτωτική έκφραση της $H_n()$ για $\rho_1 \rightarrow \infty$, προκύπτει:

$$\begin{bmatrix} E_z^{0,sc} \\ H_z^{0,sc} \end{bmatrix} = e^{-j(k_{c0} \rho_1 - \pi/4)} \sqrt{\frac{2}{\pi k_{c0} \rho_1}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{jn(\varphi_1 + \pi/2)} \begin{bmatrix} c_n^1 \\ d_n^1 \end{bmatrix} \quad (5-73)$$

Στη συνέχεια ολοκληρώνουμε την ακτινική συνιστώσα του διανύσματος Poynting:

$$S_\rho^{sc}(\bar{\rho}) = \frac{1}{2Z_0 \sin \theta'} \left[|E_z^{0,sc}(\bar{\rho})|^2 + Z_0^2 |H_z^{0,sc}(\bar{\rho})|^2 \right] \quad (5-74)$$

στην επιφάνεια κυλίνδρου άπειρης ακτίνας $\alpha_1 \rightarrow \infty$ και πεπερασμένου μήκους dz για να βρούμε την ακτινικά σκεδαζόμενη ισχύ P_ρ^{sc} και τη διατομή σκέδασης ραντάρ [1995, J.L. Tsalamengas] (RCS) σ_t της κυλινδρικής διάταξης:

$$\sigma_t = \frac{P_\rho^{sc}}{|S^{inc}(\bar{\rho})| dz} \Rightarrow \sigma_t = \frac{1}{k_0} \left[\frac{2}{\sin \theta'} \right]^2 \frac{1}{E_0^2 + Z_0^2 H_0^2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(|c_n^1|^2 + |Z_0 d_n^1|^2 \right) \quad (5-75)$$

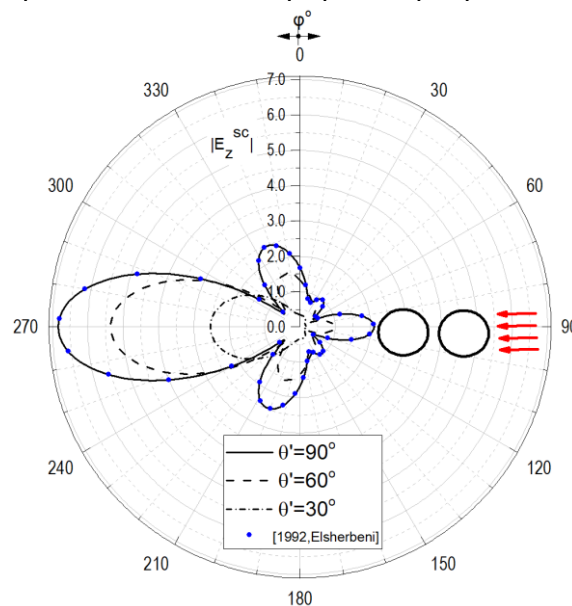
όπου $Z_0 = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0}$ και $S^{inc}(\bar{\rho})$ το διάνυσμα Poynting του προσπίπτοντος κύματος.

Στην περίπτωση 2 κυλινδρικών ράβδων με 2 στρώματα (πυρήνα και περίβλημα), που διεγείρονται από ηλεκτρικό δίπολο που προκαλεί ισοδύναμο προσπίπτον ΗΜ κύμα υπό γωνία $\theta'=45^\circ$ και φ' , το σχήμα 5-9 απεικονίζει την ενεργό διατομή σκέδασης ραντάρ $k_0 \sigma_t$ για όλες τις τιμές της γωνίας πρόσπτωσης φ' (0° - 180°). Καθώς αυξάνεται η απόσταση D_{23}/λ_0 μεταξύ των ράβδων

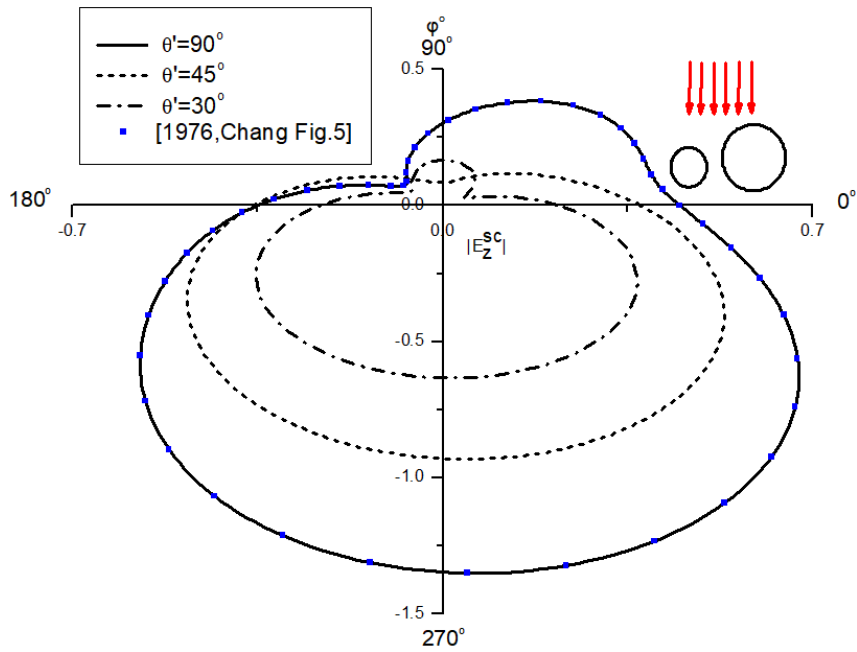
παρατηρείται σημαντική αύξηση της ενεργού διατομής σκέδασης στη διεύθυνση $\varphi=\varphi'=90^\circ$.

Αντίστοιχα, στην περίπτωση 2 κυλινδρικών ράβδων με 2 στρώματα (πυρήνα και περίβλημα), που διεγείρονται από μαγνητικό δίπολο (κυκλική βροχοκεραία) που προκαλεί ισοδύναμο προσπίπτον ΗΜ κύμα υπό γωνία $\theta'=75^\circ$ και φ' , το σχήμα 5-10 απεικονίζει την ενεργό διατομή σκέδασης ραντάρ $k_0\sigma_t$ για όλες τις τιμές της γωνίας πρόσπτωσης φ' (0° - 180°) και για διάφορες τιμές της ακτίνας των περιβλημάτων των ράβδων. Είναι φανερό ότι η αλλαγή της ακτίνας του περιβλήματος επιδρά δραστικά στη διατομή σκέδασης ραντάρ του σκεδαστή-στόχου.

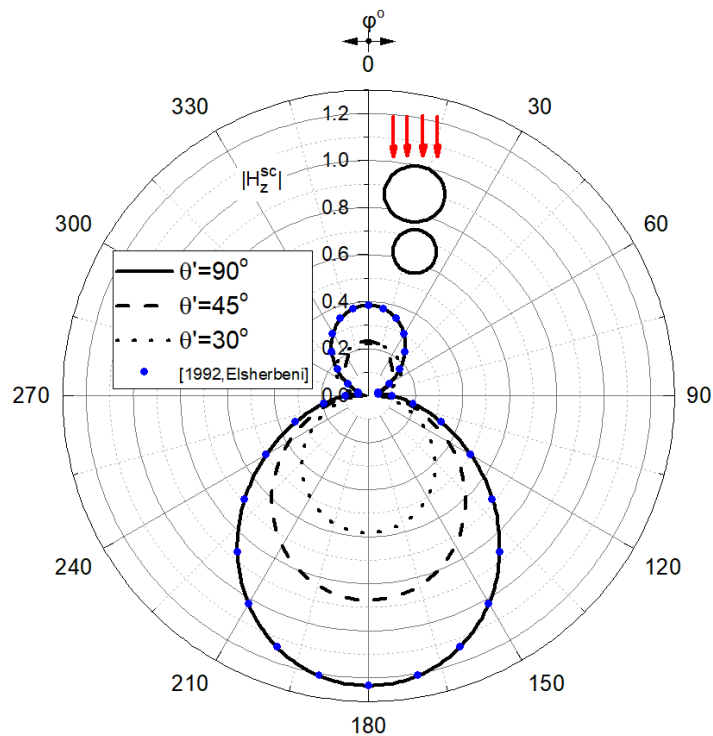
Στην περίπτωση 2 όμοιων κυλινδρικών ράβδων, που διεγείρονται από επίπεδο ΗΜ κύμα με E_0 και H_0 που προσπίπτει στη διάταξη υπό γωνία $\theta'=90^\circ$ και $\varphi'=90^\circ$, το σχήμα 5-11 απεικονίζει την ενεργό διατομή σκέδασης ραντάρ $k_0\sigma_t$ για πολλές τιμές της απόστασης D_{23}/α_2 μεταξύ των ράβδων. Όταν $E_0=1$ και $H_0=0$ (ισοδύναμη διέγερση από ηλεκτρικό δίπολο), καθώς αυξάνει η απόσταση D_{23}/α_2 μεγαλώνει η συνολική διάσταση του σκεδαστή, οπότε απαιτούνται περισσότερες συναρτήσεις βάσης για τα αναπτύγματα των εξισώσεων (5-12)-(5-21) για τον σωστό υπολογισμό της ενεργού διατομής σκέδασης της διάταξης. Εντύπωση προκαλεί η πολύ μικρή επίδραση του πλήθους των συναρτήσεων βάσης στον υπολογισμό της διατομής σκέδασης του σκεδαστή, στην περίπτωση $E_0=0$ και $H_0=1$ της ισοδύναμης διέγερσης από κυκλική βροχοκεραία (μαγνητικό δίπολο). Το σχήμα 5-11, σε συνδυασμό με τον Πίνακα 5-1, αναδεικνύει την καλή σύγκλιση και την μεγάλη ακρίβεια του χρησιμοποιούμενου αλγορίθμου κατά τον υπολογισμό του μακρινού πεδίου.



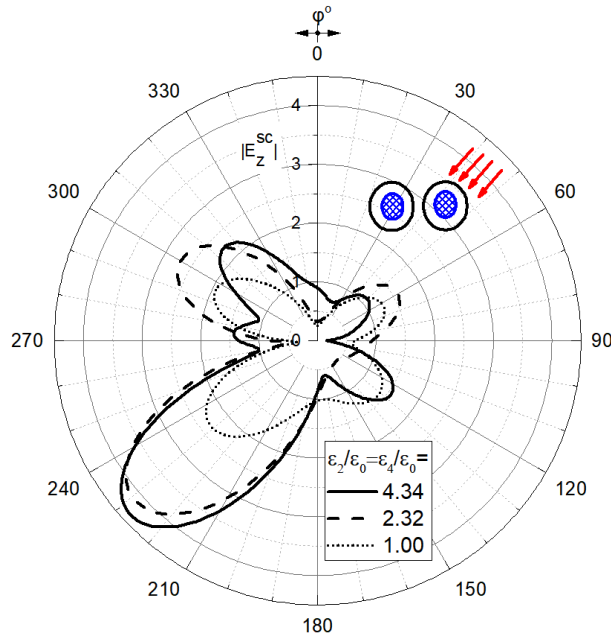
Σχήμα 5-2: Διάγραμμα πεδίου της z-συνιστώσας του σκεδαζόμενου, από την ένθετη κυλινδρική διάταξη, ηλεκτρικού πεδίου $|E_z^{sc}|$, για τη γεωμετρία του σχήματος 5-1 με $\epsilon_1=\epsilon_0$, $\alpha_2=\alpha_3=0.2\lambda_0$, $D_{23}=0.8\lambda_0$, $\epsilon_2=\epsilon_3=4\epsilon_0$, όταν η διέγερση είναι επίπεδο ΗΜ κύμα με $E_0=1$, $H_0=0$ που προσπίπτει στη διάταξη υπό γωνία θ' ($=30^\circ$ ή 60° ή 90°) και $\varphi'=90^\circ$. Στην ειδική περίπτωση της κάθετης πρόσπτωσης ($\theta'=90^\circ$) γίνεται σύγκριση με την αντίστοιχη περίπτωση της [1992, A.Z. Elsherbeni] και παρατηρείται πλήρης ταύτιση.



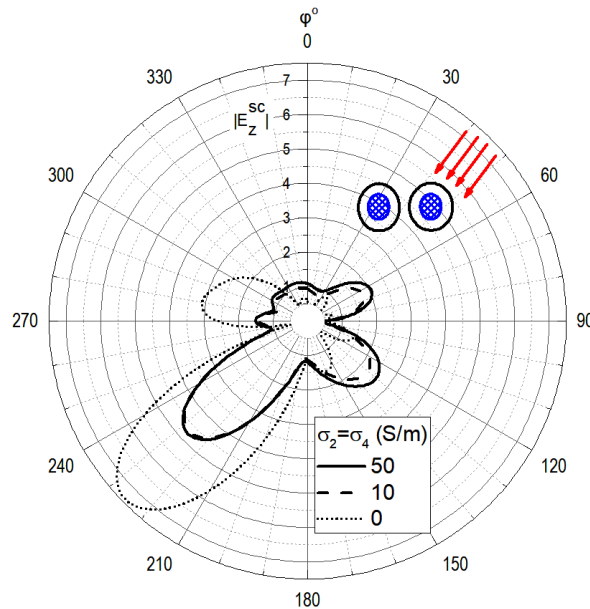
Σχήμα 5-3: Διάγραμμα πεδίου της z-συνιστώσας του σκεδαζόμενου, από την ένθετη κυλινδρική διάταξη, ηλεκτρικού πεδίου $|E_z^{sc}|$, για τη γεωμετρία του σχήματος 5-1 με $\epsilon_1=\epsilon_0$, $\alpha_2=0.1\lambda_0$, $\alpha_3=0.2\lambda_0$, $D_{23}=0.4\lambda_0$, $\epsilon_2=\epsilon_3=2\epsilon_0$, όταν η διέγερση είναι επίπεδο ΗΜ κύμα με $E_0=1$, $H_0=0$ που προσπίπτει στη διάταξη υπό γωνία θ' ($=30^\circ$ ή 45° ή 90°) και $\phi'=90^\circ$. Στην ειδική περίπτωση της κάθετης πρόσπτωσης ($\theta'=90^\circ$) γίνεται σύγκριση με το Fig. 5 της [1976, S.K. Chang] και παρατηρείται πλήρης ταύτιση.



Σχήμα 5-4: Διάγραμμα πεδίου της z-συνιστώσας του σκεδαζόμενου, από την ένθετη κυλινδρική διάταξη, μαγνητικού πεδίου $|H_z^{sc}|$, για τη γεωμετρία του σχήματος 5-1 με $\epsilon_1=\epsilon_0$, $\alpha_2=0.1\lambda_0$, $\alpha_3=0.2\lambda_0$, $D_{23}=0.4\lambda_0$, $\epsilon_2=\epsilon_3=2\epsilon_0$, όταν η διέγερση είναι επίπεδο ΗΜ κύμα με $E_0=0$, $H_0=1$ που προσπίπτει στη διάταξη υπό γωνία θ' ($=30^\circ$ ή 45° ή 90°) και $\phi'=0^\circ$. Στην ειδική περίπτωση της κάθετης πρόσπτωσης ($\theta'=90^\circ$) γίνεται σύγκριση με το Fig. 3 της [1992, A.Z. Elsherbeni] και παρατηρείται πλήρης ταύτιση.

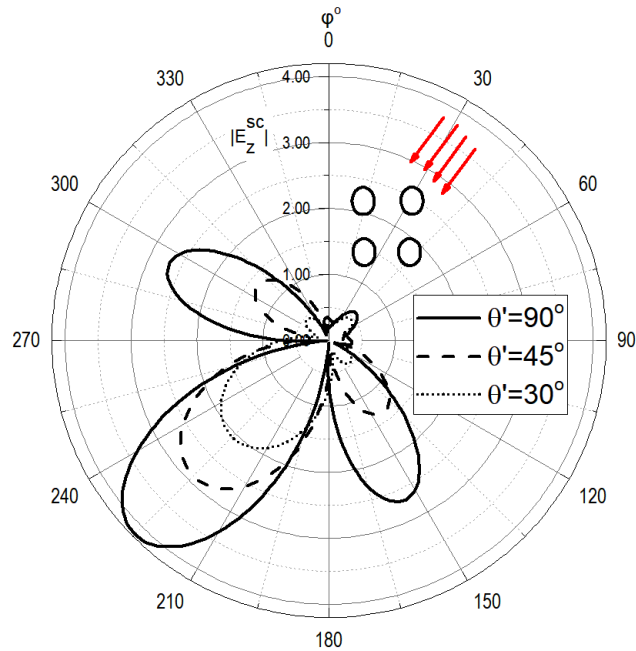


Σχήμα 5-5: Διάγραμμα πεδίου της z-συνιστώσας του σκεδαζόμενου, από την ένθετη κυλινδρική διάταξη, ηλεκτρικού πεδίου $|E_z^{sc}|$, για τη γενικευμένη γεωμετρία του σχήματος 5-1 [με τη διαφοροποίηση ότι οι ένθετες διηλεκτρικές ράβδοι έχουν 2 στρώματα (δηλαδή πυρήνα και περίβλημα)] με $\epsilon_1=\epsilon_0$, $\alpha_2=\alpha_4=0.3\lambda_0$ (για το περίβλημα των ράβδων), $\alpha_3=\alpha_5=0.1\lambda_0$ (για τον πυρήνα των ράβδων), $D_{23}=\lambda_0$, $\epsilon_2=\epsilon_4$ ($=\epsilon_0$ ή $2.32\epsilon_0$ ή $4.34\epsilon_0$) (για το περίβλημα των ράβδων), $\epsilon_3=\epsilon_5=9.6\epsilon_0$ (για τον πυρήνα των ράβδων), όταν η διέγερση είναι ισοδύναμο ηλεκτρικό δίπολο που προκαλεί προσπίπτον ΗΜ κύμα με γωνίες πρόσπτωσης $\theta'=60^\circ$ και $\varphi'=45^\circ$.

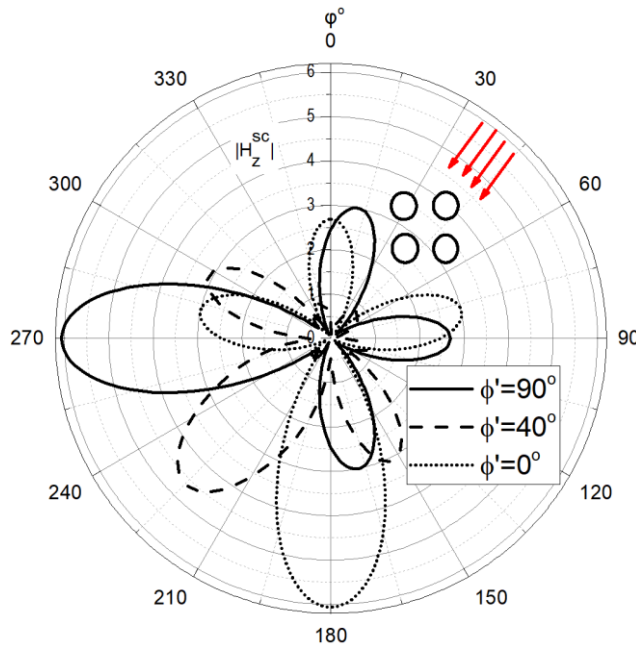


Σχήμα 5-6: Διάγραμμα πεδίου της z-συνιστώσας του σκεδαζόμενου, από την ένθετη κυλινδρική διάταξη, ηλεκτρικού πεδίου $|E_z^{sc}|$, για τη γενικευμένη γεωμετρία του σχήματος 5-1 [με τη διαφοροποίηση ότι οι ένθετες διηλεκτρικές ράβδοι έχουν 2 διηλεκτρικά στρώματα με απώλειες (δηλαδή πυρήνα και περίβλημα)] με $\epsilon_1=\epsilon_0$, $\alpha_2=\alpha_4=0.4\lambda_0$ (για το περίβλημα των ράβδων), $\alpha_3=\alpha_5=0.2\lambda_0$ (για τον πυρήνα των ράβδων), $D_{23}=\lambda_0$, $\epsilon_2-j\sigma_2=\epsilon_4-j\sigma_4=2.32\epsilon_0-j\sigma$ ($\sigma=0\text{S/m}$ ή 10S/m ή 50S/m) (για τη μιγαδική διηλεκτρική επιτρεπτότητα του περιβλήματος των

ράβδων), $\epsilon_3=\epsilon_5=4.34\epsilon_0$ (για τον πυρήνα των ράβδων), όταν η διέγερση είναι ισοδύναμο ηλεκτρικό δίπολο που προκαλεί προσπίπτον ΗΜ κύμα με γωνίες πρόσπτωσης $\theta'=70^\circ$ και $\phi'=45^\circ$.

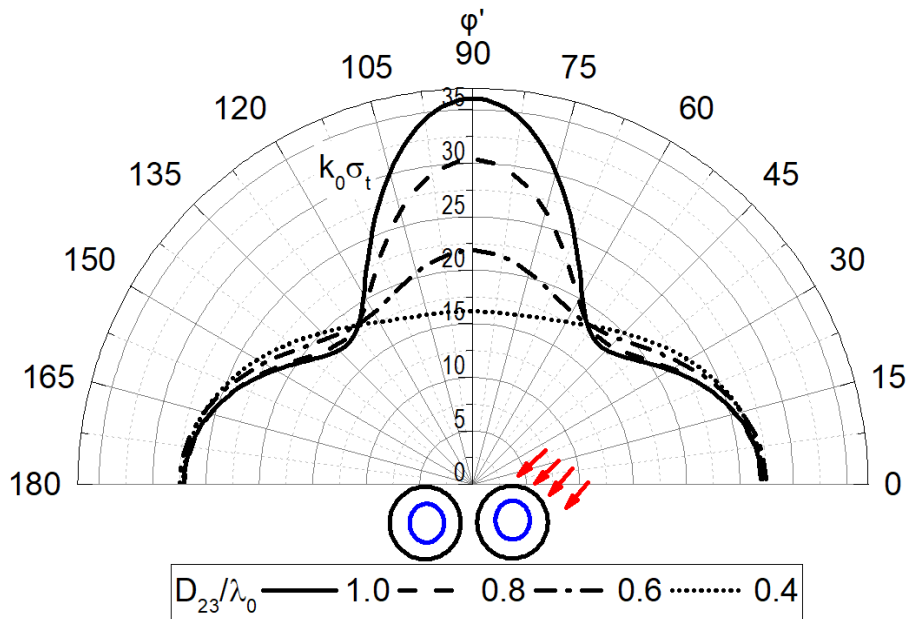


Σχήμα 5-7: Διάγραμμα πεδίου της z-συνιστώσας του σκεδαζόμενου, από την ένθετη κυλινδρική διάταξη, ηλεκτρικού πεδίου $|E_z^{sc}|$, για τη γενικευμένη γεωμετρία του σχήματος 5-1 (με τη διαφοροποίηση ότι οι ένθετες διηλεκτρικές ράβδοι είναι 4) με $\epsilon_1=\epsilon_0$, $\alpha_2=\alpha_4=\alpha_5=\alpha_6=0.2\lambda_0$, $D_{23}=D_{34}=D_{45}=D_{25}=0.8\lambda_0$, $D_{24} = D_{35} = 0.8\sqrt{2}\lambda_0$, $\epsilon_2=\epsilon_3=\epsilon_4=\epsilon_5=2.32\epsilon_0$, όταν η διέγερση είναι ισοδύναμο ηλεκτρικό δίπολο που προκαλεί προσπίπτον ΗΜ κύμα με γωνίες πρόσπτωσης θ' ($=30^\circ$ ή 45° ή 90°) και $\phi'=45^\circ$.

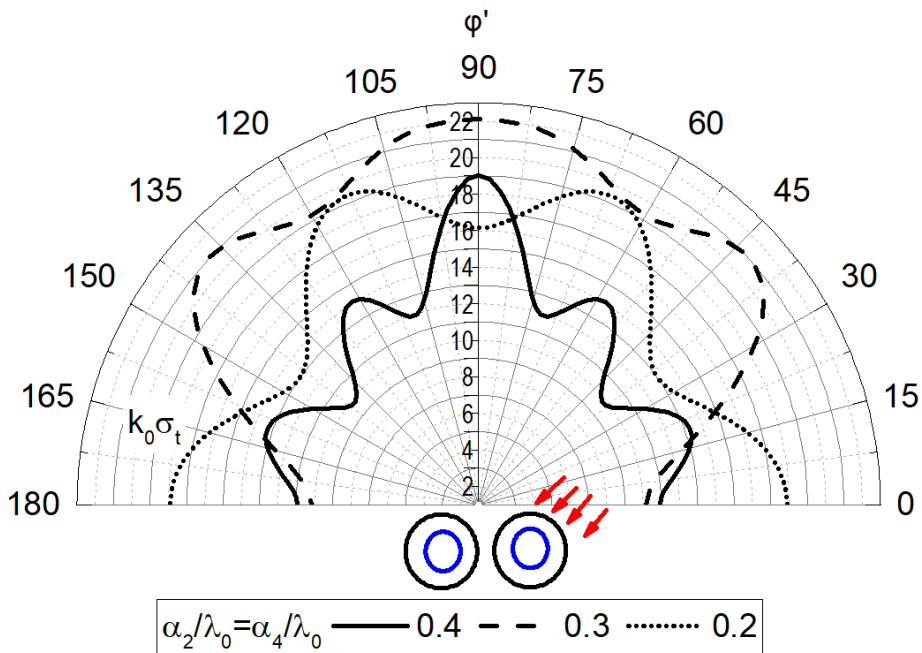


Σχήμα 5-8: Διάγραμμα πεδίου της z-συνιστώσας του σκεδαζόμενου, από την ένθετη κυλινδρική διάταξη, μαγνητικού πεδίου $|H_z^{sc}|$, για τη γενικευμένη γεωμετρία του σχήματος 5-1 (με τη διαφοροποίηση ότι οι ένθετες διηλεκτρικές ράβδοι είναι 4) με $\epsilon_1=\epsilon_0$, $\alpha_2=\alpha_4=\alpha_5=\alpha_6=0.2\lambda_0$, $D_{23}=D_{34}=D_{45}=D_{25}=0.8\lambda_0$,

$D_{24} = D_{35} = 0.8\sqrt{2}\lambda_0$, $\epsilon_2 = \epsilon_3 = \epsilon_4 = \epsilon_5 = 4.34\epsilon_0$, όταν η διέγερση είναι ισοδύναμο μαγνητικό δίπολο (κυκλική βροχοκεραία) που προκαλεί προσπίπτον ΗΜ κύμα με γωνίες πρόσπτωσης $\theta' = 45^\circ$ και $\phi' (= 0^\circ \text{ ή } 40^\circ \text{ ή } 90^\circ)$.

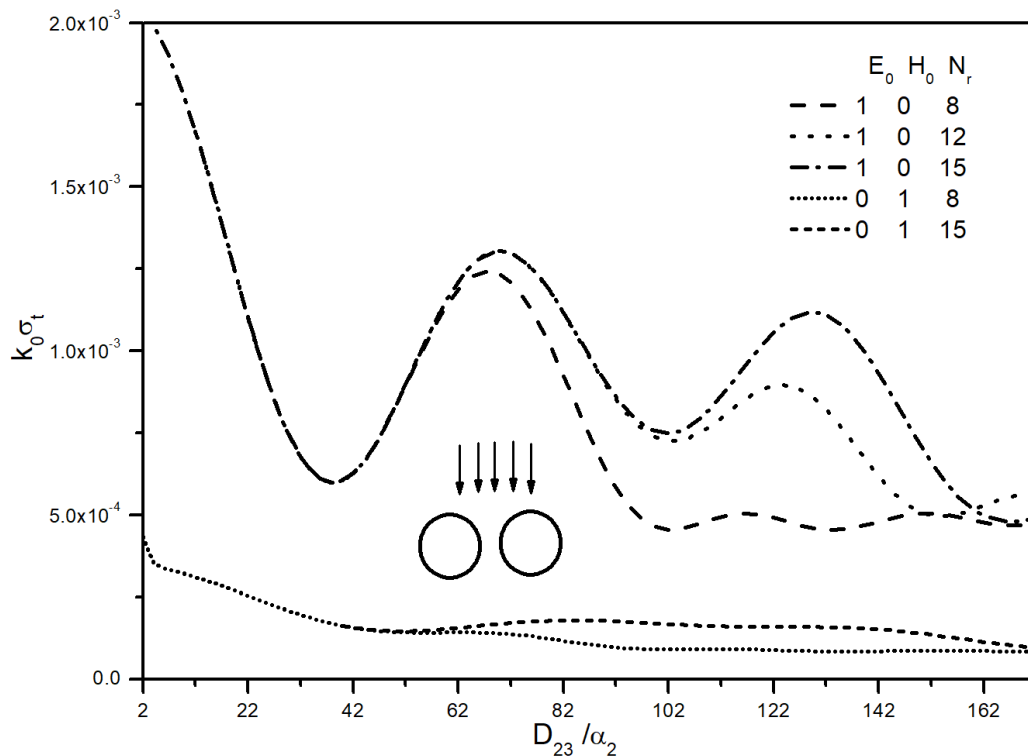


Σχήμα 5-9: Ενεργός διατομή σκέδασης ραντάρ $k_0\sigma_t$, από την ένθετη κυλινδρική διάταξη, για τη γενικευμένη γεωμετρία του σχήματος 5-1 [με τη διαφοροποίηση ότι οι ένθετες διηλεκτρικές ράβδοι έχουν 2 στρώματα (δηλαδή πυρήνα και περίβλημα)] με $\epsilon_1 = \epsilon_0$, $\alpha_2 = \alpha_4 = 0.2\lambda_0$ (για το περίβλημα των ράβδων), $\alpha_3 = \alpha_5 = 0.1\lambda_0$ (για τον πυρήνα των ράβδων), $D_{23} (= 0.4\lambda_0 \text{ ή } 0.6\lambda_0 \text{ ή } 0.8\lambda_0 \text{ ή } \lambda_0)$, $\epsilon_2 = \epsilon_4 = 2.32\epsilon_0$ (για το περίβλημα των ράβδων), $\epsilon_3 = \epsilon_5 = 4.34\epsilon_0$ (για τον πυρήνα των ράβδων), όταν η διέγερση είναι ισοδύναμο ηλεκτρικό δίπολο που προκαλεί προσπίπτον ΗΜ κύμα με γωνίες πρόσπτωσης $\theta' = 45^\circ$ και ϕ' .



Σχήμα 5-10: Ενεργός διατομή σκέδασης ραντάρ $k_0\sigma_t$, από την ένθετη κυλινδρική διάταξη, για τη γενικευμένη γεωμετρία του σχήματος 5-1 (με τη διαφοροποίηση ότι οι ένθετες διηλεκτρικές ράβδοι έχουν 2 στρώματα (δηλαδή πυρήνα και περίβλημα)) με $\epsilon_1 = \epsilon_0$, $\alpha_2 = \alpha_4 (= 0.2\lambda_0 \text{ ή } 0.3\lambda_0 \text{ ή } 0.4\lambda_0)$ (για το περίβλημα των

ράβδων), $\alpha_3=\alpha_5=0.1\lambda_0$ (για τον πυρήνα των ράβδων), $\epsilon_2=\epsilon_4=4.34\epsilon_0$ (για το περίβλημα των ράβδων), $\epsilon_3=\epsilon_5=9.6\epsilon_0$ (για τον πυρήνα των ράβδων), όταν η διέγερση είναι ισοδύναμο μαγνητικό δίπολο (κυκλική βροχοκεραία) που προκαλεί προσπίπτον ΗΜ κύμα με γωνίες πρόσπτωσης $\theta'=75^\circ$ και ϕ' .



Σχήμα 5-11: Ενεργός διατομή σκέδασης ραντάρ $k_0\sigma_t$ από την ένθετη κυλινδρική διάταξη, για τη γεωμετρία του σχήματος 5-1 με $\epsilon_1=\epsilon_0$, $\alpha_2=\alpha_4=0.1\lambda_0$, $\epsilon_2=\epsilon_4=\epsilon_3=\epsilon_5=2.4\epsilon_0$, όταν η διέγερση είναι επίπεδο ΗΜ κύμα με E_0 και H_0 που προσπίπτει στη διάταξη υπό γωνία $\theta'=90^\circ$ και $\phi'=90^\circ$, για διάφορες τιμές της απόστασης D_{23}/α_2 μεταξύ των κυλίνδρων και του πλήθους N_r των συναρτήσεων βάσης που χρησιμοποιήθηκαν στα αναπτύγματα των εξισώσεων (5-12)-(5-21).

5.5.1 Σύγκλιση του αλγορίθμου

Στον Πίνακα 5-1 παρουσιάζονται ενδεικτικά τα χαρακτηριστικά σύγκλισης του αλγορίθμου που χρησιμοποιήθηκε για την επίλυση του προβλήματος, στην περίπτωση της γενικευμένης γεωμετρίας του σχήματος 5-1 με τις 2 ένθετες κυκλικές κυλινδρικές ράβδους να έχουν 2 στρώματα (πυρήνα και περίβλημα) όπως στην ένθετη διάταξη του σχήματος 5-5.

Πίνακας 5-1: Μελέτη σύγκλισης και ακρίβειας του αλγορίθμου κατά τον υπολογισμό του μακρινού πεδίου.

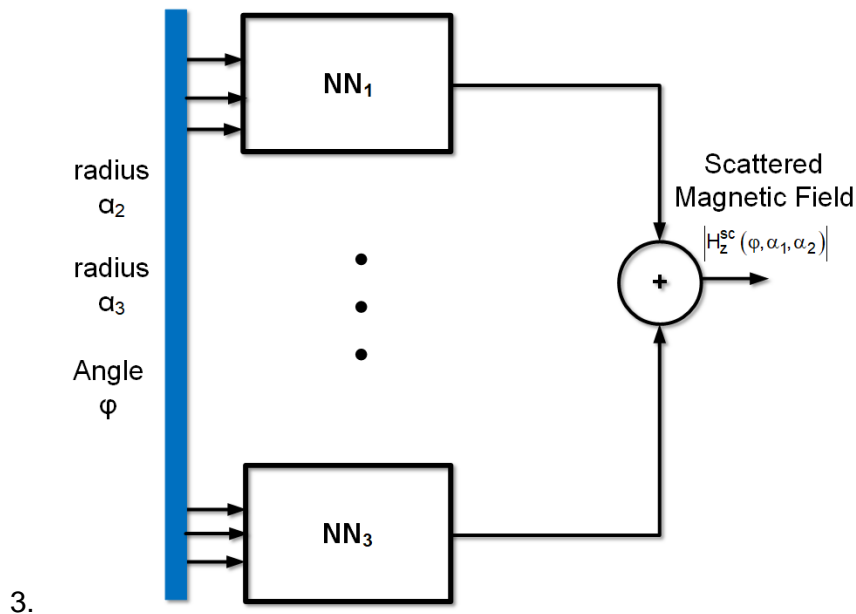
N_r	$ E_z^{sc}(\rho_1 \rightarrow \infty) $
7	56.99990
8	57.30295
9	57.24285
10	57.24623
11	57.23580
12	57.23515

13	57.23517
14	57.23517
15	57.23517

Στην 1η στήλη εμφανίζεται το πλήθος N_r των συναρτήσεων βάσης που χρησιμοποιήθηκαν στα αναπτύγματα του γραμμικού αλγεβρικού συστήματος και στη 2η στήλη οι τιμές της z-συνιστώσας του μακράν σκεδαζόμενου ηλεκτρικού πεδίου $|E_z^{sc}(\rho_1 \rightarrow \infty)|$. Η σύγκλιση του αλγορίθμου είναι ταχεία και σταθερή καθώς αρκούν $N_r=12$ συναρτήσεις βάσεις ώστε να υπολογιστεί το μακρινό πεδίο με ακρίβεια 6 δεκαδικών ψηφίων.

5.6 Εφαρμογή νευρωνικών δικτύων.

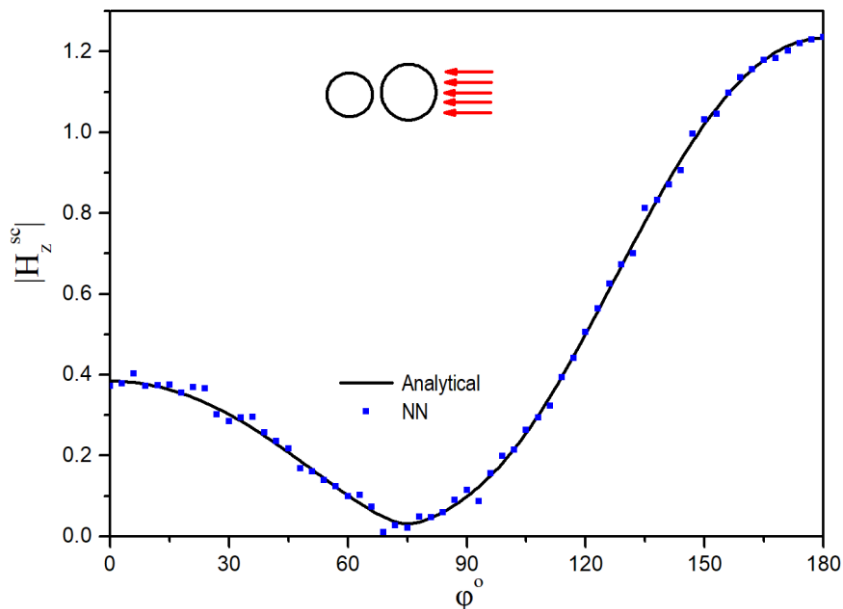
Ακολουθώντας τα στάδια μοντελοποίησης ενός τεχνητού νευρωνικού δικτύου όπως αυτά παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο 3 και στο σχήμα 3-2. Είναι εφικτή η μοντελοποίηση νευρωνικού δικτύου βασισμένου στα αποτελέσματα της ημιαναλυτικής λύσης του προβλήματος της ακτινοβολίας κυκλικού βρόχου με ακτίνα a και ρεύμα $I(\varphi)$, όταν στο μακρινό πεδίο ακτινοβολίας του υπάρχει κυλινδρική δομή όπως ενδεικτικά φαίνεται στο σχήμα 5-1. Το μοντέλο στο ευθύ πρόβλημα ακτινοβολίας θα πρέπει να είναι σε θέση δίνοντας τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της διάταξης να υπολογίζει το σκεδαζόμενο πεδίο σε οποιοδήποτε σημείο του χώρου με το μπλοκ διάγραμμα να απεικονίζεται στο σχήμα 5-12.



Σχήμα 5-12: Μπλοκ διάγραμμα δικτύωματος για την επίλυση του προβλήματος 2 μονοστρωματικών κυλίνδρων.

Αναλυτικότερα για την περίπτωση των 2 μονοστρωματικών κυκλικών κυλινδρικών ράβδων διαφορετικής ακτίνας όταν η διέγερση είναι ισοδύναμο μαγνητικό δίπολο (κυκλική βροχοκεραία) που προκαλεί προσπίπτον ΗΜ με γωνίες $\theta'=90^\circ$ και $\varphi'=0^\circ$ θα πρέπει να είναι σε θέση το μοντέλο να

υπολογίζει το σκεδαζόμενο μαγνητικό πεδίο $|H_z^{sc}|$ έχοντας σαν εισόδους τις ακτίνες α_2 και α_3 των ράβδων (βλέπε σχήμα 5-1) στο εύρος τιμών $[0.1\lambda_0, 3\lambda_0]$ και την γωνία παρατήρησης φ (0° - 180°). Το μοντέλο του σχήματος 5-12 αποτελείται από $i=3$ MLP νευρωνικά δίκτυα με κάθε ένα να έχει τις ίδιες εισόδους. Για κάθε νευρωνικό δίκτυο η γωνία φ διαιρείται σε 3 ίσα τμήματα, με εύρος $[0^\circ, 60^\circ]$, $[60^\circ, 120^\circ]$, και $[120^\circ, 180^\circ]$. Ενώ όλα τα νευρωνικά δίκτυα έχουν μια έξοδο το πλάτος του σκεδαζόμενου μαγνητικού πεδίου $|H_z^{sc}(\varphi, \alpha)|$. Το συνολικό πλήθος των δεδομένων εκπαίδευσης, εγκυρότητας και δοκιμής αποτελείται από $M = 600$, $L = 300$, και $P = 300$ τριπλέτες τιμών. Ενώ κάθε νευρωνικό δίκτυο αποτελείται από δύο κρυφά στρώματα καθένα των 30 νευρώνων και η συνάρτηση υπερβολικής εφασπτομένης επιλέχθηκε ως συνάρτηση ενεργοποίησης. Εισάγοντας τα δεδομένα δοκιμής σαν στατιστικό μέτρο σύγκρισης υπολογίστηκε το μέσο απόλυτο σφάλμα (MAE) σύμφωνα με την (3-39) και βρέθηκε 7.475×10^{-3} .



Σχήμα 5-13. Διάγραμμα της z-συνιστώσας του σκεδαζόμενου, από την ένθετη κυλινδρική διάταξη, μαγνητικού πεδίου $|H_z^{sc}|$, για την γεωμετρία του σχήματος 5-1 με $\epsilon_1 = \epsilon_0$, $\alpha_2 = 0.1\lambda_0$, $\alpha_3 = 0.2\lambda_0$, $D_{23} = 0.4\lambda_0$, $\epsilon_2 = \epsilon_3 = 2\epsilon_0$, όταν η διέγερση είναι ισοδύναμο μαγνητικό δίπολο (κυκλική βροχοκεραία) που προκαλεί προσπίπτον ΗΜ κύμα με γωνίες πρόσπτωσης θ' και $\varphi' = 0^\circ$ με συνεχή γραμμή το $|H_z^{sc}|$ όπως

Στο σχήμα 5-13 απεικονίζεται το διάγραμμα έντασης του σκεδαζόμενου μαγνητικού πεδίου $|H_z^{sc}|$ σαν συνάρτηση της γωνίας παρατήρησης του φ . Με συνεχή γραμμή αναπαριστώνται οι τιμές που εξήχθησαν από την αναλυτική επίλυση και με κουκίδες οι τιμές που προβλέφθηκαν από το μοντέλο των NNs. Είναι εμφανές ότι το μοντέλο είναι σε θέση να υπολογίσει με ικανοποιητική ακρίβεια το σκεδαζόμενο πεδίο για διάφορες γωνίες παρατήρησης.

5.7 Βιβλιογραφία

- [1966, G.N. Watson] G.N. Watson, "A Treatise on the Theory of Bessel Functions, 2nd Ed", Cambridge University Press, 1966.
- [1968, R.F. Harrington] R.F.Harrington, Time Harmonic Electromagnetic Fields. New York: McGraw-Hill, 1968.
- [1972, M. Abramowitz] M.Abramowitz , I.A.Stegun, "Handbook of Mathematical Functions", New York: Dover, 1972.
- [1976, S.K. Chang]]S.K. Chang and K.K. Mei, "Application of the unimoment method to electromagnetic scattering of dielectric cylinders", IEEE Trans. Antennas Propagat. 24, pp. 35-42, 1976.
- [1979, N.K. Uzunoglu] N.K. Uzunoglu and J.G. Fikioris, "Scattering from an infinite dielectric cylinder embedded into another", J. Phys. A: Math. Gen. 12, pp. 825-834, 1979.
- [1985, H.A. Ragheb] H.A. Ragheb and M. Hamid, "Scattering by N parallel conducting circular cylinders", Int. J. Electron. 59, pp. 407-421, 1985.
- [1987, A.Z. Elsherbeni] A.Z. Elsherbeni and M. Hamid, "Scattering by parallel conducting circular cylinders", IEEE Trans. Antennas Propagat. 35, pp.355-358, 1987.
- [1988, A. Yousif] A. Yousif and S. Kohler, "Scattering by two penetrable cylinders at oblique incidence: I. The analytical solution & II. Numerical exambles", J. Opt. Soc. Am., vol.5, pp.1085-1096 & 1097-1103, 1988.
- [1991, A. Ishimaru,] A. Ishimaru, Electromagnetic Wave Propagation, Radiation, and Scattering, Englewood Cliffs: Prentice Hall Inc., 1991.
- [1991, A. Ishimaru] A.Ishimaru, "Electromagnetic Wave Propagation, Radiation, and Scattering", Prentice-Hall, 1991.
- [1992, A.A. Kishk] A.A. Kishk, R.P. Parricar and A.Z. Elsherbeni, "Electromagnetic scattering from an eccentric multilayered circular cylinder", IEEE Trans. Antennas Propagat. 40, pp. 295-303, 1992.
- [1992, A.Z. Elsherbeni] A.Z. Elsherbeni and A.A. Kishk, "Modeling of cylindrical objects by circular dielectric and conducting cylinders", IEEE Trans. Antennas Propagat. 40, pp. 96-99, 1992.
- [1993, J. L. Tsalamengas] J. L. Tsalamengas, I. O. Vardiambasis and J. G. Fikioris, "TE and TM modes in circularly shielded slot waveguides," in IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 41, no. 6, pp. 966-973, June-July 1993.
- [1993, J.L.Tsalamengas] J.L.Tsalamengas, I.O.Vardiambasis, and J.G.Fikioris, "TE and TM modes in circularly shielded slot waveguides," IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol.41, no.6/7, pp.966-973, 1993.
- [1995, I.O. Vardiambasis] I. O. Vardiambasis, J. L. Tsalamengas and J. G. Fikioris, "Hybrid wave propagation in circularly shielded microslot lines," in IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 43, no. 8, pp. 1960-1966, Aug. 1995.

- [1995, I.O.Vardiambasis] I.O.Vardiambasis, J.L.Tsalamengas, and J.G.Fikioris, "Hybrid wave propagation in circularly shielded microslot lines," IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol.43, no.8, pp. 1960-1966, Aug.1995.
- [1995, J. L. Tsalamengas] J. L. Tsalamengas, I. O. Vardiambasis and J. G. Fikioris, "Plane-wave scattering by strip-loaded circular dielectric cylinders in the case of oblique incidence and arbitrary polarization," in IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 43, no. 10, pp. 1099-1108, Oct. 1995.
- [1995, J.L. Tsalamengas] J.L. Tsalamengas, I.O. Vardiambasis and J.G. Fikioris, "Plane-wave scattering by strip-loaded circular dielectric cylinders in the case of oblique incidence and arbitrary polarization", IEEE Trans. Antennas Propagat. 43, pp. 1099-1108, 1995
- [1995, J.L.Tsalamengas] J.L.Tsalamengas, I.O.Vardiambasis, and J.G.Fikioris, "Plane wave scattering by strip, loaded circular dielectric cylinders in case of oblique incidence and arbitrary polarization," IEEE Trans. Antennas Propag., vol.43 (10), pp.1099-1108, Oct. 1995.
- [1996, N. C. Skaropoulos] N. C. Skaropoulos, M. P. Ioannidou and D. P. Chrissoulidis, "Induced EM field in a layered eccentric spheres model of the head: plane-wave and localized source exposure," in IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 44, no. 10, pp. 1963-1973, Oct. 1996.
- [1997, I.O. Vardiambasis] I. O. Vardiambasis, J. L. Tsalamengas and J. G. Fikioris, "Hybrid wave propagation in generalised Goubau-type striplines," in IEE Proceedings - Microwaves, Antennas and Propagation, vol. 144, no. 3, pp. 167-171, June 1997.
- [1997, K. Konistis] K. Konistis and J.L. Tsalamengas, "Plane wave scattering by an array of bianisotropic cylinders enclosed by another one in an unbounded bianisotropic space: oblique incidence", J. Elect. Waves Appl. 11, pp. 1073-1090, 1997.
- [1998, I.O. Vardiambasis] I. O. Vardiambasis, J. L. Tsalamengas and J. G. Fikioris, "Plane wave scattering by slots on a ground plane loaded with semicircular dielectric cylinders in case of oblique incidence and arbitrary polarization," in IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 46, no. 10, pp. 1571-1579, Oct. 1998.
- [2003, I.O. Vardiambasis] I. O. Vardiambasis, J. L. Tsalamengas and K. Kostogiannis, "Propagation of EM waves in composite bianisotropic cylindrical structures," in IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 51, no. 3, pp. 761-766, March 2003.
- [2004, I.O. Vardiambasis] I.O. Vardiambasis, Classnotes in Propagation, Radiation, and Scattering of Electromagnetic Waves (in Greek), Chania Crete: Technological Educational Institute of Crete, 2004.
- [2010, J.L.Tsalamengas] J.L.Tsalamengas, J.A. Roumeliotis, "Electromagnetic Fields Vol. A," Tziolas Publications, 2010.
- [2011, I.O. Vardiambasis] I. O. Vardiambasis, T. N. Kapetanakis and M. P. Ioannidou, "Pulse dispersion in layered cylindrical dielectric waveguides," 2011 IEEE International Conference on Microwaves, Communications, Antennas and Electronic Systems (COMCAS 2011), pp. 1-2, Tel Aviv, 2011.

- [2011, M. P. Ioannidou] M. P. Ioannidou, I. O. Vardiambasis and A. P. Moneda, "TM-polarized plane wave scattering by an eccentrically loaded slit PEC cylinder," 2011 International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications, pp. 481-484, Torino, 2011.
- [2012, C. Balanis] C. Balanis, "Advanced Engineering Electromagnetics", 2nd Ed., John Wiley & Son, 2012.
- [2012, J. L. Tsalamengas] J. L. Tsalamengas and I. O. Vardiambasis, "Oblique Diffraction of Arbitrarily Polarized Waves by an Array of Coplanar Slots Loaded by Dielectric Semi-Cylinders," in IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 60, no. 2, pp. 1171-1176, Feb. 2012.
- [2012, M. P. Ioannidou] M. P. Ioannidou, A. P. Moneda and I. O. Vardiambasis, "Dual-Series solution to EM-Wave scattering by a circular slit PEC cylinder enclosing multiple dielectric cylindrical rods," in IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 60, no. 10, pp. 4822-4829, Oct. 2012

ΕΠΙΛΟΓΟΣ

Συμβολή της διατριβής στην προαγωγή της επιστήμης

Η παρούσα διατριβή έχει σαν αντικείμενο τη μελέτη της ακτινοβολίας κυκλικής βροχοκεραίας παρουσία ή μη κυλινδρικής δομής αποτελούμενης από ένθετες διηλεκτρικές κυλινδρικές ράβδους. Για την επίλυση του προβλήματος εφαρμόστηκαν ημιαναλυτικές τεχνικές ή/ και μέθοδοι τεχνητής νοημοσύνης.

Μερικά από τα σημεία τα οποία αποτελούν την κύρια συμβολή της παρούσας διατριβής στην προαγωγή της επιστήμης είναι τα εξής:

- Η επίλυση του ευθέως προβλήματος ακτινοβολίας κυκλικής βροχοκεραίας, με τη χρήση μεθόδων τεχνητής νοημοσύνης, όπως τα προσαρμοστικά νευρο-ασαφή συστήματα και τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα.
- Η επίλυση του αντίστροφου προβλήματος ακτινοβολίας κυκλικής βροχοκεραίας με τη χρήση μεθόδων τεχνητής νοημοσύνης. Για την εφαρμοσιμότητα των μεθόδων χρησιμοποιήθηκαν διάφορες αρχιτεκτονικές τεχνητών νευρωνικών δικτύων όπως τα MLP και RBF. Η διερεύνηση που έγινε οδήγησε στην εξαγωγή του κατάλληλου αριθμού παρατηρητών και του πλήθους δεδομένων εκπαίδευσης για κάθε μια από τις προαναφερθείσες αρχιτεκτονικές.
- Η επίλυση του προβλήματος ακτινοβολίας κυκλικής βροχοκεραίας παρουσία κυλινδρικής δομής αποτελούμενης από αυθαίρετο πλήθος ένθετων κυλινδρικών διηλεκτρικών ράβδων με τη χρήση ημιαναλυτικών τεχνικών και τεχνητών νευρωνικών δικτύων.
- Η εφαρμογή προηγμένων μαθηματικών και υπολογιστικών τεχνικών για την επιτυχή αντιμετώπιση (από άποψη ταχύτητας, ευστάθειας και οικονομίας των υπολογισμών) των παραπάνω προβλημάτων οριακών συνθηκών.

Αναλυτικότερη επισήμανση αυτών των συμβολών γίνεται στην προηγούμενη ανά κεφάλαιο ανάλυση

Μελλοντικές προεκτάσεις της διατριβής

Η παρούσα διατριβή μπορεί να επεκταθεί σε δύο άξονες ή σε συνδυασμό αυτών. Ο πρώτος αφορά στην εφαρμογή διαφορετικών τεχνικών τεχνητής νοημοσύνης, και ο δεύτερος αφορά στην εφαρμογή της ημιαναλυτικής τεχνικής σε διαφορετικές κυλινδρικές διατάξεις. Πιο συγκεκριμένα πιθανές μελλοντικές προεκτάσεις της παρούσας μπορεί να είναι:

- η μελέτη της ακτινοβολίας της κυκλικής βροχοκεραίας υπο την παρουσία στο εγγύς πεδίο κυλινδρικών δομών,
- η επέκταση της ημιαναλυτικής τεχνικής όταν οι διάφορες κυλινδρικές δομές αποτελούνται από σύνθετα υλικά (ανισοτροπικά, δισανισοτροπικά, chiral, κτλ) και μεταϊλικά,
- η μελέτη της ακτινοβολίας στοιχειοκεραίας αποτελούμενης από N , κυκλικούς βρόχους υπο την παρουσία στο εγγύς ή στο μακρινό πεδίο κυλινδρικών δομών και η διερεύνηση για πιθανή εφαρμογή της διάταξης σε MIMO εφαρμογές,
- η επίλυση του αντιστρόφου προβλήματος ακτινοβολίας κυκλικής βροχοκεραίας υπο την παρουσία κυλινδρικών δομών, με την χρήση τεχνικών τεχνητής νοημοσύνης,
- η επίλυση του αντίστροφου προβλήματος ακτινοβολίας στοιχειοκεραίας αποτελούμενης από κυλινδρικές δομές σύνθετων υλικών με την χρήση soft-computing τεχνικών.