



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΛΟΠΟΝΝΗΣΟΥ
ΣΧΟΛΗ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ ΚΑΙ
ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ
ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
Π.Μ.Σ. «ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ»

Διπλωματική Εργασία με θέμα:

«Βέλτιστα χαρτοφυλάκια και διαχείριση κινδύνου»

Ονοματεπώνυμο μεταπτυχιακής φοιτήτριας: Φαμελίτη Σταυρούλα

Επιβλέπων: κ. Αγγελίδης Τιμόθεος

Μέλη συμβουλευτικής επιτροπής: κ. Θωμάκος Δημήτριος

κ. Κοτταρίδη Κωνσταντίνα

Τρίπολη 2012

Πρόλογος - Ευχαριστίες

Στη συγκεκριμένη διπλωματική εργασία εμπεριέχεται η ανάλυση έξι συνολικά χαρτοφυλακίων, εκ των οποίων τα τέσσερα αφορούν την ανάλυση των χαρτοφυλακίων ισάριθμων χωρών, και τα άλλα δύο την ανάλυση δύο σύνθετων χαρτοφυλακίων που αποτελούν συνδυασμό των δεικτών των τεσσάρων αυτών χαρτοφυλακίων και θεωρούνται ως «παγκόσμια». Έτσι, αναλύονται τα χαρακτηριστικά των δεικτών που χρησιμοποιούνται και στη συνέχεια κατασκευάζονται και αξιολογούνται τα βέλτιστα αυτά χαρτοφυλάκια μέσω της διαδικασίας της μεγιστοποίησης της αναμενόμενης απόδοσης σε συνδυασμό με την ελαχιστοποίηση του κινδύνου με στόχο την αύξηση του πλούτου του επενδυτή.

Για την κατασκευή αυτών των χαρτοφυλακίων εφαρμόζεται η θεωρία του μοντέρνου χαρτοφυλακίου, όπως αναπτύχθηκε από τον Markowitz (1952), και ενισχύθηκε από τον Sharpe (1966). Στη συνέχεια εφαρμόζεται μια πιο πρόσφατη θεωρία, στην οποία οι επενδυτές κατανέμουν τον πλούτο τους μεταξύ των χρεογράφων ελαχιστοποιώντας την μέγιστη απώλεια που είναι πιθανό να συμβεί στο χαρτοφυλάκιό τους, μετρώντας την αξία σε κίνδυνο (Value at Risk (VaR)). Η διαδικασία αυτή εφαρμόζεται τόσο για την κατασκευή των χαρτοφυλακίων των χωρών, αλλά και των σύνθετων χαρτοφυλακίων. Τέλος, τα βέλτιστα χαρτοφυλάκια αξιολογούνται με βάση κάποιους σύνθετους δείκτες.

Τίποτε από όλα αυτά, ωστόσο, δεν θα μπορούσε να έχει γίνει δίχως την πολύτιμη βοήθεια που έλαβα από τον επιβλέποντα αυτής της εργασίας, κύριο Τιμόθεο Αγγελίδη, τον οποίο θα ήθελα να ευχαριστήσω για τα εποικοδομητικά του σχόλια, την βοήθεια και την υπομονή που επέδειξε καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της διπλωματικής μου. Θα ήθελα, επίσης, να ευχαριστήσω τον κύριο Δημήτριο Θωμάκο και την κυρία Κωνσταντίνα

Κοτταρίδη για την τιμή που μου κάνουν δεχόμενοι να συμμετάσχουν στην επιτροπή αξιολόγησης της εργασίας μου. Ένα μεγάλο ευχαριστώ θα ήθελα να πω επίσης, στους γονείς μου και τον αδερφό μου που με ανέχτηκαν και με στήριξαν σε όλη αυτή την προσπάθεια. Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους του καθηγητές του Τμήματος για την στήριξη και την ενθάρρυνσή τους στην προσπάθειά μου και όλα όσα μου δίδαξαν, καθώς και τους συμφοιτητές μου για τις όμορφες στιγμές που περάσαμε στον ένα αυτό χρόνο γνωριμίας μας στο μεταπτυχιακό πρόγραμμα σπουδών.

Πίνακας Περιεχομένων

Περίληψη	9
Abstract	10
1.Εισαγωγή	11
2.Βιβλιογραφική Επισκόπηση	15
3. Χρεόγραφα και αγορές	23
3.1 Ανάλυση των χρεογράφων.....	23
3.1.1 Μετοχές και δείκτες μετοχών	23
3.1.2 Ομόλογα και δείκτες ομολόγων.....	25
3.1.3 Το χρεόγραφο μηδενικού κινδύνου	27
3.2 Οι αγορές στις οποίες διαπραγματεύονται τα χρεόγραφα.....	28
4.Η κατασκευή των βέλτιστων χαρτοφυλακίων με βάση την θεωρία Mean- Variance	29
4.1Ορισμός του χαρτοφυλακίου	29
4.2 Τα κύρια χαρακτηριστικά του χαρτοφυλακίου: Αναμενόμενη και πραγματοποιηθείσα απόδοση και κίνδυνος	29
4.3 Διαφοροποίηση χαρτοφυλακίου – Η θεωρία του Markowitz.....	32
4.3.1 Η επένδυση σε περισσότερα χρεόγραφα.....	32
4.3.2 Το σύνορο ελάχιστης διακύμανσης και το αποτελεσματικό σύνορο.....	36
4.4 Τα υποδείγματα αποτίμησης των περιουσιακών στοιχείων.....	41
4.4.1 Το Υπόδειγμα Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων (Capital Asset Price Model – CAPM)	41
4.4.2 Το υπόδειγμα APT (Arbitrage Pricing Theory).....	46
4.4.3 Το υπόδειγμα Τριών Παραγόντων (Three Factor Model)	49
4.5 Αξιολόγηση των χαρτοφυλακίων	51
5. Η κατασκευή των βέλτιστων χαρτοφυλακίων με βάση την Αξία στον Κίνδυνο (Value at Risk) – Η προσέγγιση Mean-VaR.....	54
5.1 Τα αίτια που οδήγησαν στη διαχείριση του κινδύνου – Ερμηνεία του VaR	54

5.2 Οι μεθοδολογίες υπολογισμού της μεταβλητότητας και του VaR.....	57
5.2.1 Η μέθοδος της Ιστορικής Προσομοίωσης (Historical Simulation Approach)	58
5.2.2 Το υπόδειγμα του Εκθετικού Σταθμισμένου Κινούμενου Μέσου (Exponentially Weighted Moving Average Model) – Το υπόδειγμα RiskMetrics	59
5.2.3 Υποδείγματα GARCH (Generalized AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity Models)	61
5.2.3.1 Το υπόδειγμα ARCH(q).....	61
5.2.3.2 Τα υπόδειγμα GARCH (Generalized ARCH models).....	63
5.2.3.3 Προεκτάσεις στα υποδείγματα GARCH (Extensions to the GARCH model) – Το υπόδειγμα GARCH (p,q) και το υπόδειγμα Integrated GARCH (IGARCH).....	66
5.2.3.4 Το πολυμεταβλητό BEKK-GARCH(1,1) υπόδειγμα και το διαγώνιο πολυμεταβλητό BEKK-GARCH(1,1) υπόδειγμα	67
5.2.3.5 Έλεγχοι στα κατάλοιπα των υποδειγμάτων GARCH	70
5.2.3.6 Υπολογισμός του VaR για τα υποδείγματα GARCH με την υπόθεση ότι ακολουθείται κανονική κατανομή.....	72
5.3 Προβλέψεις για την τιμή του VaR.....	74
5.4 Σύγκριση μεταξύ των μεθοδολογιών	77
5.5 Βέλτιστα χαρτοφυλάκια με βάση το VaR – Η ανάλυση Mean-VaR	80
5.6 Αξιολόγηση των χαρτοφυλακίων	82
6. Εμπειρική Ανάλυση	87
6.1 Τα δεδομένα και τα περιγραφικά χαρακτηριστικά τους	88
6.2 Υπολογισμός αναμενόμενης απόδοσης	90
6.3 Κατασκευή και αξιολόγηση των βέλτιστων χαρτοφυλακίων σύμφωνα με τη θεωρία Mean-Variance	91
6.4 Κατασκευή και αξιολόγηση των βέλτιστων χαρτοφυλακίων σύμφωνα με τη θεωρία Mean-VaR	95
7. Συμπεράσματα	106
8. Βιβλιογραφία	108
9. Παράρτημα	114
9.1 Παράρτημα Γραφημάτων.....	114

9.2 Παράρτημα Πινάκων	127
Κατάλογος Διαγραμμμάτων	
Διάγραμμα 1: Αριθμός των χρεογράφων και τυπική απόκλιση.....	34
Διάγραμμα 2: Σύνορο ελάχιστης διακύμανσης και αποτελεσματικό σύνορο.	37
Διάγραμμα 3: Βέλτιστο χαρτοφυλάκιο και γραμμή κατανομής του πλούτου	40
Διάγραμμα 4: Γραμμή των χρεογράφων σε σχέση με την αγορά.....	45
Κατάλογος Γραφημάτων	
Γράφημα 9.1.1: Δείκτες μετοχών και ομολόγων	114
Γράφημα 9.1.2: Αποδόσεις μετοχών και ομολόγων ΗΠΑ.....	114
Γράφημα 9.1.3: Αποδόσεις μετοχών και ομολόγων Γερμανίας	116
Γράφημα 9.1.4: Αποδόσεις μετοχών και ομολόγων Ιαπωνίας.....	116
Γράφημα 9.1.5: Αποδόσεις μετοχών και ομολόγων Ελλάδας	117
Γράφημα 9.1.6: Αποδοτικό σύνορο ΗΠΑ (M-V)	117
Γράφημα 9.1.7: Αποδοτικό σύνορο Γερμανίας (M-V)	118
Γράφημα 9.1.8: Αποδοτικό σύνορο Ιαπωνίας (M-V)	118
Γράφημα 9.1.9: Αποδοτικό σύνορο Ελλάδας (M-V).....	119
Γράφημα 9.1.10: Αποδοτικό σύνορο τριών χωρών (M-V).....	119
Γράφημα 9.1.11: Αποδοτικό σύνορο τεσσάρων χωρών (M-V).....	120
Γράφημα 9.1.12: Αποδοτικό σύνορο ΗΠΑ(Mean-VaR)	120
Γράφημα 9.1.13: Αποδοτικό σύνορο Γερμανίας (Mean-VaR)	121
Γράφημα 9.1.14: Αποδοτικό σύνορο Ιαπωνίας (Mean-VaR)	121
Γράφημα 9.1.15: Αποδοτικό σύνορο Ελλάδας (Mean-VaR).....	122
Γράφημα 9.1.16: Αποδοτικό σύνορο τριών χωρών (Mean-VaR).....	122
Γράφημα 9.1.17: Αποδοτικό σύνορο τεσσάρων χωρών (Mean-VaR).....	123
Γράφημα 9.1.18: Προβλεπόμενο VaR για την περίοδο 1/2002-12/2011 για τα χαρτοφυλάκια των ΗΠΑ	123
Γράφημα 9.1.19: Προβλεπόμενο VaR για την περίοδο 1/2002-12/2011 για τα χαρτοφυλάκια της Γερμανίας.....	124
Γράφημα 9.1.20: Προβλεπόμενο VaR για την περίοδο 1/2002-12/2011 για τα χαρτοφυλάκια της Ιαπωνίας.....	124

Γράφημα 9.1.21: Προβλεπόμενο VaR για την περίοδο 1/2002-12/2011 για τα χαρτοφυλάκια της Ελλάδας	125
Γράφημα 9.1.22: Προβλεπόμενο VaR για την περίοδο 1/2002-12/2011 για τα χαρτοφυλάκια των τριών χωρών.....	125
Γράφημα 9.1.23: Προβλεπόμενο VaR για την περίοδο 1/2002-12/2011 για τα χαρτοφυλάκια των τεσσάρων χωρών.....	126

Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 9.2.1: Περιγραφικά στατιστικά των δεικτών (για όλη την περίοδο)	127
Πίνακας 9.2.2: Περιγραφικά στατιστικά των αποδόσεων των δεικτών (για όλη την περίοδο)	127
Πίνακας 9.2.3: Υπολογισμός αναμενόμενης απόδοσης και beta του κάθε δείκτη	127
Πίνακας 9.2.4: Χαρακτηριστικά των δεικτών για την περίοδο 12/1989-12/2001 και υπολογισμός συνδιακύμανσης μεταξύ των δεικτών μίας χώρας	128
Πίνακας 9.2.5: Βέλτιστα χαρτοφυλάκια χωρών σύμφωνα με τη θεωρία Mean-Variance	128
Πίνακας 9.2.6: Πίνακας διακύμανσης-συνδιακύμανσης του χαρτοφυλακίου των τριών χωρών.....	128
Πίνακας 9.2.7: Πίνακας διακύμανσης-συνδιακύμανσης για του χαρτοφυλακίου των τεσσάρων χωρών.....	129
Πίνακας 9.2.8: Χαρακτηριστικά βέλτιστου χαρτοφυλακίου των τριών χωρών σύμφωνα με τη θεωρία Mean-Variance.....	129
Πίνακας 9.2.9: Χαρακτηριστικά βέλτιστου χαρτοφυλακίου των τεσσάρων χωρών σύμφωνα με τη θεωρία Mean-Variance	129
Πίνακας 9.2.10: Πίνακας αξιολόγησης των βέλτιστων χαρτοφυλακίων των χωρών σε σχέση με τους δείκτες αναφοράς (Mean-Variance)	130
Πίνακας 9.2.11: Πίνακας αξιολόγησης των δύο σύνθετων βέλτιστων χαρτοφυλακίων σε σχέση με τον δείκτη αναφοράς (Mean-Variance).....	130
Πίνακας 9.2.12: Υπολογισμός VaR των δεικτών σύμφωνα με τις μεθοδολογίες HS, RM, GARCH-BEKK(1,1) (επίπεδο 99%).....	130
Πίνακας 9.2.13: Βέλτιστα χαρτοφυλάκια των χωρών σύμφωνα με τις μεθοδολογίες υπολογισμού του VaR (επίπεδο 99%).....	131

Πίνακας 9.2.14: Βέλτιστα χαρτοφυλάκια των τριών χωρών σύμφωνα με τις μεθοδολογίες υπολογισμού του VaR (επίπεδο 99%).....	131
Πίνακας 9.2.15: Βέλτιστα χαρτοφυλάκια των τεσσάρων χωρών σύμφωνα με τις μεθοδολογίες υπολογισμού του VaR (επίπεδο 99%).....	132
Πίνακας 9.2.16: Παράμετροι των μονομεταβλητών υποδειγμάτων GARCH για τα χρεόγραφα και τιμή της στατιστικής ελέγχου τους.....	132
Πίνακας 9.2.17: Παράμετροι του πολυμεταβλητού BEKK-GARCH(1,1) για τα χαρτοφυλάκια των χωρών και τιμή της στατιστικής ελέγχου τους.....	133
Πίνακας 9.2.18: Παράμετροι του πολυμεταβλητού BEKK-GARCH(1,1) για το σύνθετο χαρτοφυλάκιο των τριών χωρών.....	133
Πίνακας 9.2.19: Παράμετροι του πολυμεταβλητού BEKK-GARCH(1,1) για το σύνθετο χαρτοφυλάκιο των τεσσάρων χωρών.....	135
Πίνακας 9.2.20: Πίνακες ελέγχων των καταλοίπων για ύπαρξη ετεροσκεδαστικότητας και αυτοσυσχέτισης.....	136
Πίνακας 9.2.21: Πίνακας αξιολόγησης των βέλτιστων χαρτοφυλακίων των χωρών σε σχέση με τους δείκτες αναφοράς (VaR).....	137
Πίνακας 9.2.22: Πίνακας αξιολόγησης των δύο σύνθετων βέλτιστων χαρτοφυλακίων σε σχέση με τον δείκτη αναφοράς (VaR).....	138
Πίνακας 9.2.23: Τιμές παραμέτρων και ελέγχων για την τιμή του VaR στα βέλτιστα χαρτοφυλάκια των χωρών.....	138
Πίνακας 9.2.24: Τιμές παραμέτρων και ελέγχων για την τιμή του VaR στα βέλτιστα σύνθετα χαρτοφυλάκια.....	138
Πίνακας 9.2.25: Τιμές ελέγχων για την τιμή του VaR των βέλτιστων χαρτοφυλακίων των χωρών.....	139
Πίνακας 9.2.26: Τιμές ελέγχων για την τιμή του VaR των σύνθετων βέλτιστων χαρτοφυλακίων.....	139

Περίληψη

Οι επενδυτές τοποθετούν τα χρήματά τους σε χαρτοφυλάκια αποτελούμενα από ένα ή περισσότερα περιουσιακά στοιχεία. Ωστόσο, κανένα χαρτοφυλάκιο δεν αποφέρει την ίδια απόδοση, ενώ και ο κίνδυνός του είναι διαφορετικός. Προκειμένου, να αντιμετωπιστεί το πρόβλημα της κατανομής μεταξύ των χρεογράφων, χρησιμοποιούμε δύο διαφορετικές προσεγγίσεις για την κατασκευή των βέλτιστων χαρτοφυλακίων, την παλαιότερη Mean-Variance και την πιο πρόσφατη Mean-VaR. Συνεπώς, στόχος μας είναι να βρεθούν τα χαρτοφυλάκια που αυξάνουν τον πλούτο του επενδυτή, ενώ ο κίνδυνος που αντιμετωπίζει είναι ο ελάχιστος. Χρησιμοποιώντας, την προσέγγιση Mean-VaR αναλύονται αρκετά υποδείγματα υπολογισμού της μεταβλητότητας εξετάζοντας και την προβλεπτική τους ικανότητα, ενώ η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου μεγιστοποιείται. Σε αυτή την διπλωματική εργασία, οι δύο προσεγγίσεις αφορούν στην επιλογή έξι βέλτιστων χαρτοφυλακίων, εκ των οποίων τα τέσσερα αφορούν σε επίπεδο χώρας και τα άλλα δύο είναι συνδυαστικά των χωρών. Τέλος, προκειμένου να οδηγηθούμε στην βέλτιστη μεθοδολογία πραγματοποιείται η αξιολόγηση των χαρτοφυλακίων. Όπως, αποδεικνύεται και οι δύο προσεγγίσεις μας οδηγούν σε εξίσου καλά αποτελέσματα.

Abstract

Investors put into their money on portfolios combined from one or more assets. However, there are no portfolios that can yield at the same rate of return, while the risk is different. As a result, in order to confront with this problem and construct our portfolios, we use, at first, the classic Mean-Variance methodology, and then, the recent Mean-VaR methodology. So, our main object is to find out these optimal portfolios that maximize the investor's wealth while the risk is minimized. In the meanwhile, using the Mean-VaR methodology, we analyze several volatility models by examining their ability to forecast it, while the portfolio's expected return is maximized. In this thesis, the two methodologies are used in order to construct six portfolios, where four of them are related to four countries and the rest are a combination of these assets. Finally, in order to choose between the classic Mean-Variance and Mean-VaR approach, a back-testing procedure is implemented. The results indicate that both methodologies were profitable for the examined period.

1.Εισαγωγή

Τα βέλτιστα χαρτοφυλάκια αποτελούν μία από τις παλαιότερες και πιο επίσημες μελέτες του κλάδου των χρηματοοικονομικών. Ο Markowitz (1952) ανέπτυξε την θεωρία των βέλτιστων χαρτοφυλακίων στηριζόμενος στην ανάλυση της διακύμανσης και της συνδιακύμανσης μεταξύ των χρεογράφων προκειμένου να μεγιστοποιήσει την αναμενόμενη απόδοση και να ελαχιστοποιήσει τον κίνδυνο. Στη συνέχεια, ο Sharpe (1966) υπολογίζει την ανταμοιβή που λαμβάνει ένας επενδυτής από μία συγκεκριμένη κατανομή των χρεογράφων μέσω του δείκτη Sharpe, συνδυάζοντας την αναμενόμενη απόδοση και την τυπική απόκλιση των χαρτοφυλακίων σε συνδυασμό με το χρεόγραφο μηδενικού κινδύνου.

Εξαιτίας της έντονης μεταβλητότητας του οικονομικού περιβάλλοντος και της καταστροφής οικονομικών κολοσσών λόγω της υπερέκθεσής τους στον κίνδυνο, αναπτύσσονται μεθοδολογίες υπολογισμού της μεταβλητότητας (volatility) προκειμένου να υπολογιστεί η αξία σε κίνδυνο (Value at Risk (VaR)). Το VaR, πλέον, αποτελεί ένα από τα πιο δημοφιλή μέσα που χρησιμοποιείται από τράπεζες, ασφαλιστικούς οργανισμούς και επιχειρήσεις γενικότερα, με το οποίο μετριέται ο κίνδυνος που αντιμετωπίζεται από τις εταιρείες προκειμένου να αντιμετωπιστεί κατά τη λήψη αποφάσεων. Το VaR χρησιμοποιείται, γενικότερα, για την εκτίμηση των απωλειών των χαρτοφυλακίων μέσω της ανάλυσης των ιστορικών τιμών των χρεογράφων και κυρίως της τάσης και της μεταβλητότητας που εμφανίζεται σε αυτές.

Όπως, καταλαβαίνουμε η διαχείριση του κινδύνου, αποτέλεσε επιτακτική ανάγκη λόγω της παγκοσμιοποίησης των αγορών. Συνεπώς, οι επιπτώσεις της μίας αγοράς στις άλλες είναι άμεσες. Έτσι, η πτώση των τιμών των χρεογράφων που διαπραγματεύονται σε μία χώρα θα μπορούσε να

ακολουθηθεί από την πτώση των τιμών των χρεογράφων μιας άλλης χώρας. Σε αυτό το σημείο αναπτύχθηκε και η μεθοδολογία κατασκευής των βέλτιστων χαρτοφυλακίων που βασίζεται στο VaR, η Mean-VaR. Σύμφωνα με αυτήν την θεωρία οι επενδυτές επιδιώκουν να επιτύχουν τη διαφοροποίηση του χαρτοφυλακίου τους και τη μεγιστοποίηση του πλούτου τους μειώνοντας στο ελάχιστο την πιθανή απώλεια από την επένδυσή τους.

Στη συγκεκριμένη εργασία, χρησιμοποιώντας αυτές τις δύο θεωρίες, αναλύουμε τους δείκτες των μετοχών και των ομολόγων τεσσάρων χωρών, και στη συνέχεια βασιζόμενοι σε αυτές τις αναλύσεις κατασκευάζουμε το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο της κάθε χώρας, ενώ υπολογίζουμε και δύο χαρτοφυλάκια στα οποία συνδυάζονται δείκτες όλων των χωρών. Οι δείκτες που αναλύονται αφορούν στους δείκτες των μετοχών και των ομολόγων των Ηνωμένων Πολιτειών Αμερικής, οι οποίες θεωρούνται και η κεντρική μας αγορά, της Γερμανίας, της Ελλάδας και της Ιαπωνίας. Σε πρώτο στάδιο, αναλύουμε τους δείκτες της κάθε χώρας και κατασκευάζουμε το χαρτοφυλάκιο της σκεπτόμενοι πως θα κατένειμε ο επενδυτής τον πλούτο του μεταξύ των δύο δεικτών (μετοχές και ομόλογα) στη συγκεκριμένη χώρα, χρησιμοποιώντας και τις δύο προσεγγίσεις. Στη συνέχεια κατασκευάζουμε δύο συνδυαστικά χαρτοφυλάκια, όπου το πρώτο αποτελείται από τους δείκτες των μετοχών και των ομολόγων για ΗΠΑ, Γερμανία και Ιαπωνία, ενώ στο δεύτερο προστίθενται και αυτοί της Ελλάδας. Ο λόγος για τον οποίο γίνεται η κατασκευή δύο διαφορετικών χαρτοφυλακίων, οφείλεται στην έλλειψη δεδομένων για την Ελλάδα κατά τα πρώτα χρόνια της ανάλυσής μας. Τα δεδομένα μας έχουν αντληθεί από την Datastream και αφορούν σε μηνιαίες τιμές για την περίοδο 1990-2011, ενώ για την περίπτωση της Ελλάδας αφορούν την περίοδο 1999-2011. Οι βασικές υποθέσεις που χρησιμοποιούμε για την κατασκευή των χαρτοφυλακίων είναι ότι δεν υπάρχουν κόστη συναλλαγών, όλα τα κέρδη, δηλαδή μερίσματα και τόκοι επανεπενδύονται, απαγορεύεται το short-

selling μεταξύ όλων των χρεογράφων και τέλος ότι οι επενδυτές ακολουθούν μία παθητική διαχείριση του χαρτοφυλακίου τους, αφού δεν παρεμβαίνουν και δεν κάνουν καμία αλλαγή στην κατανομή του χαρτοφυλακίου έως το τέλος της περιόδου. Γι' αυτό το λόγο χωρίζουμε το δείγμα μας σε δύο υπο-δείγματα όπου το πρώτο αφορά την περίοδο 1990-2001 (και 1999-2001 για την Ελλάδα), και χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό των αναμενόμενων αποδόσεων των δεικτών καθώς και για την κατασκευή των βέλτιστων χαρτοφυλακίων, ενώ το δεύτερο, που αφορά στην περίοδο 2002-2011, χρησιμοποιείται για την αξιολόγηση τους. Μέσω των ελέγχων που διεξάγουμε οδηγούμαστε στη θεωρία που μας προσφέρει το καταλληλότερο χαρτοφυλάκιο, για την κάθε περίπτωση και συνεπώς μεγιστοποιεί την απόδοση ενώ μειώνει τον κίνδυνο.

Πριν την ανάλυση των δεδομένων μας, όμως, προηγείται η βιβλιογραφική επισκόπηση, ενώ στη συνέχεια, παρουσιάζεται αναλυτικά η μεθοδολογία που χρησιμοποιείται. Πιο συγκεκριμένα, στο δεύτερο κεφάλαιο της παρούσας εργασίας παρατίθεται η βιβλιογραφική επισκόπηση, και στο τρίτο εξηγούμε τα βασικά χαρακτηριστικά των χρεογράφων που αναλύονται στην παρούσα εργασία και κάνουμε μία σύντομη αναφορά στις αγορές στις οποίες διαπραγματεύονται τα χρεόγραφα.

Το τέταρτο κεφάλαιο περιέχει την θεωρία του χαρτοφυλακίου (Mean-Variance Approach) όπως αυτή διαμορφώθηκε από το 1952 έως και σήμερα καθώς και τη μεθοδολογία με την οποία υπολογίζουμε την αναμενόμενη απόδοση του κάθε χρεογράφου όπως και τη διαδικασία κατασκευής και αξιολόγησης των βέλτιστων χαρτοφυλακίων. Στο πέμπτο κεφάλαιο αναλύεται η σημασία της χρήσης του VaR και παρουσιάζονται οι μεθοδολογίες που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό της μεταβλητότητας, ενώ παραθέτουμε και μία σύγκριση μεταξύ τους. Οι μεθοδολογίες που αναλύονται είναι: η Ιστορική Προσομοίωση (Historical Simulation), το υπόδειγμα του Εκθετικού Σταθμισμένου Κινούμενου

Μέσου (Expected Weighted Moving Average) μέσω της RiskMetrics της JP Morgan και τα μονομεταβλητά και πολυμεταβλητά υποδείγματα GARCH. Επίσης, εξετάζουμε πως κατασκευάζουμε τα βέλτιστα χαρτοφυλάκια με βάση το VaR (προσέγγιση Mean-VaR), καθώς και τον τρόπο αξιολόγησής τους.

Το έκτο κεφάλαιο αφορά την εμπειρική ανάλυση και την πρακτική εφαρμογή της μεθοδολογίας που περιγράφεται στα προηγούμενα κεφάλαια. Αρχικά, παρουσιάζονται τα περιγραφικά στατιστικά των δεικτών και των αποδόσεων που αναλύονται και στη συνέχεια ακολουθεί η κατασκευή και η αξιολόγηση των χαρτοφυλακίων. Τέλος, παρατίθενται τα συμπεράσματα της παρούσας εργασίας, όπου φαίνεται πως και οι δύο προσεγγίσεις οδηγούν σε σχετικά καλά αποτελέσματα, επιβεβαιώνοντας ότι οι επενδυτές που χρησιμοποιούν κάποια τακτική βελτιστοποίησης του χαρτοφυλακίου τους μπορούν να επιτύχουν καλύτερες αποδόσεις από αυτούς που τοποθετούν τον πλούτο τους αυθαίρετα μεταξύ των χρεογράφων.

2.Βιβλιογραφική Επισκόπηση

Η κατανομή μεταξύ των χρεογράφων που αποτελούν ένα χαρτοφυλάκιο και η μελέτη της απόδοσης, του κινδύνου καθώς και η αξιολόγησή του, αποτελεί αντικείμενο πολλών ερευνών διεθνώς, των οποίων τα αποτελέσματα είτε συνάδουν είτε όχι με τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την παρούσα εργασία. Συνεπώς, πριν προβούμε στην κατασκευή και την αξιολόγηση των χαρτοφυλακίων που εξετάζονται σε αυτή την περίπτωση κρίνεται σκόπιμο να εξετάσουμε την υπάρχουσα βιβλιογραφία, μέσω των ερευνών που έχουν διεξαχθεί στο θέμα.

Η ανάγκη της διαφοροποίησης του χαρτοφυλακίου αναγνωρίστηκε αρχικά από τον Markowitz (1952), ο οποίος απέδειξε πως η κατανομή ενός χαρτοφυλακίου μεταξύ διαφορετικών χρεογράφων μπορεί να μειώσει τον κίνδυνο που αναλαμβάνει ένας επενδυτής μέσω της επιλογής χρεογράφων που εμφανίζουν διαφορετικές συνδιακυμάνσεις μεταξύ τους και συνεπώς, οι επενδυτές οδηγούνται στην επιλογή ενός χαρτοφυλακίου που είτε ελαχιστοποιεί την διακύμανσή του για δεδομένη αναμενόμενη απόδοση είτε μεγιστοποιεί την αναμενόμενη απόδοσή του για δεδομένη διακύμανση, ενώ αυτό τοποθετείται στο αποτελεσματικό σύνορο. Η θεωρία Mean-Variance φαίνεται να επιβεβαιώνεται και στην παρούσα διπλωματική εργασία, όπου αποδεικνύεται ότι μέσω της επιλογής χρεογράφων με διαφορετικές συνδιακυμάνσεις οδηγούμαστε στην κατασκευή ενός χαρτοφυλακίου με μικρότερη διακύμανση.

Παράλληλα, φαίνεται να επιβεβαιώνεται και η θεωρία του Sharpe (1966), ο οποίος μέτρησε την ανταμοιβή που προκύπτει από την απόφαση του επενδυτή να επενδύσει και σε άλλα χρεόγραφα, εκτός αυτού του μηδενικού κινδύνου συνδυάζοντας την υπερβάλλουσα αναμενόμενη απόδοση και την τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου σε ένα μέτρο, τον δείκτη Sharpe, ο

οποίος μεγιστοποιείται στο σημείο όπου το αποτελεσματικό σύνορο εφάπτεται με την γραμμή κατανομή του πλούτου (capital allocation line-CAL), και μας δίνει το ποσοστό συμμετοχής του κάθε χρεογράφου στο βέλτιστο χαρτοφυλάκιο. Όπως, αποδεικνύεται και στη συγκεκριμένη εργασία για όλα τα υπόλοιπα χαρτοφυλάκια, εκτός του βέλτιστου, η σχέση μεταξύ κινδύνου και απόδοσης δεν θεωρείται βέλτιστη.

Όσο αφορά την κατανομή μεταξύ των διάφορων χρεογράφων, φαίνεται πως και σε αυτή την εργασία επιβεβαιώνονται τα ευρήματα των Rowland και Tesar (2004), Errunza et al. (1999), Li και Sarkar (2002) και Cai και Warnock (2006), αφού αποδεικνύεται ότι οι επενδυτές των ΗΠΑ χρησιμοποιώντας τη θεωρία Mean-Variance για την κατανομή ενός χαρτοφυλακίου, δεν χρειάζεται να επενδύσουν σε χρεόγραφα που διαπραγματεύονται σε ξένες αγορές, αφού τα χαρτοφυλάκια των Αμερικανών θεωρούνται ήδη διαφοροποιημένα. Πιο συγκεκριμένα, οι Rowland και Tesar (2004) εξετάζουν αν οι επενδυτές επτά χωρών μπορούν να επιτύχουν έναν υψηλότερο δείκτη Sharpe και εάν η χρησιμότητα που αποκομίζουν αυξάνεται μέσω της επένδυσης σε διεθνείς χρηματιστηριακούς δείκτες και μετοχές πολυεθνικών εταιρειών, που διαπραγματεύονται στην εγχώρια αγορά, εκτός των υπολοίπων χρεογράφων της χώρας τους, καταλήγοντας πως τα οφέλη είναι στατιστικά σημαντικά για τους επενδυτές της Γερμανίας, Ιαπωνίας, ΗΠΑ, Ηνωμένου Βασιλείου, Καναδά, Γαλλίας και Ιταλίας. Επίσης, οι Li και Sarkar (2002) αποδεικνύουν πως δεν υπάρχουν οφέλη από την διαφοροποίηση των χαρτοφυλακίων των Αμερικανών επενδυτών, μέσω της επένδυσης σε ξένα χρεόγραφα, όταν υπάρχουν περιορισμοί στο short selling, που αποτελεί και μία από τις βασικές υποθέσεις αυτής της εργασίας. Στην ίδια κατάληξη φτάνουν και οι Cai και Warnock (2006) μέσω της ανάλυσης χαρτοφυλακίων αμερικάνικων μετοχών αφού σύμφωνα με την ανάλυσή τους, οι Αμερικάνοι επενδυτές δεν χρειάζεται να διαφοροποιήσουν τα χαρτοφυλάκιά τους από τη στιγμή που οι

πολυεθνικές εταιρείες που διαπραγματεύονται στα αμερικανικά χρηματιστήρια συνδέονται άμεσα με ξένες αγορές, στις οποίες πωλούν τα προϊόντα που παράγουν. Επιπλέον, οι Errunza et al. (1999) αποδεικνύουν πως τα χαρτοφυλάκια που επενδύονται στο εσωτερικό της χώρας, αλλά αφορούν και σε χρεόγραφα του εξωτερικού, που όμως διαπραγματεύονται εγχώρια μπορούν να οδηγήσουν σε αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια. Εμπειρικά, δείχνουν πως οι συσχετίσεις μεταξύ των χρεογράφων που διαπραγματεύονται στην εγχώρια αγορά και στο εξωτερικό μπορεί να είναι πιο έντονες από τις αντίστοιχες μεταξύ των χρεογράφων που διαπραγματεύονται εγχώρια και των δεικτών της εγχώριας αγοράς.

Συμβατά είναι και τα αποτελέσματα των Driessen και Laeven (2007), οι οποίοι εξετάζοντας τις επιπτώσεις της διαφοροποίησης σε 52 χώρες, μεταξύ των οποίων και οι χώρες που αναλύονται σε αυτή την εργασία, καταλήγουν πως οι επενδυτές των αναπτυσσόμενων χωρών μπορούν να επωφεληθούν περισσότερο σε σχέση με τους αντίστοιχους των ανεπτυγμένων χωρών, αφού μέσω της διαφοροποίησης μπορεί να μειωθεί ο κίνδυνος που αντιμετωπίζουν από την επένδυση στην πιο «επιφαλής» χώρα τους. Στα ίδια αποτελέσματα καταλήγουν και οι Wolfgang et al. (2005) αναλύοντας τα οφέλη της διαφοροποίησης στα χαρτοφυλάκια των Γερμανών επενδυτών αφού κατέληξαν πως κρατώντας σταθερό ένα επιθυμητό επίπεδο κινδύνου, μπορούν μέσω της κατασκευής ενός χαρτοφυλακίου ελάχιστης διακύμανσης να επιτύχουν καλύτερες αποδόσεις από το εάν επένδυαν μόνο στην εγχώρια αγορά.

Διαφορετικά εν μέρει είναι, ωστόσο, τα ευρήματα των Eun και Resnick (1991), οι οποίοι ελέγχοντας τα οφέλη από τη διαφοροποίηση για τις ΗΠΑ και την Ιαπωνία και καταλήγουν πως οι επενδυτές των ΗΠΑ μπορούν να επωφεληθούν από τη διαφοροποίηση του χαρτοφυλακίου τους αφού ένα νέο διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο προσφέρει τόσο μεγαλύτερη απόδοση όσο και μικρότερο κίνδυνο, ενώ οι Ιάπωνες επενδυτές επωφελούνται μόνον από

την πλευρά του μικρότερου κινδύνου. Ελέγχοντας και την πορεία αυτών των βέλτιστων χαρτοφυλακίων καταλήγουν ότι οι Αμερικάνοι έχουν μεγαλύτερα συνολικά οφέλη από τη διαφοροποίηση ενώ μπορούν να μειώσουν τον κίνδυνο επενδύοντας και σε ομόλογα ξένων αγορών.

Ωστόσο, η έντονη μεταβλητότητα του οικονομικού περιβάλλοντος και η ταχεία εξέλιξη της παγκοσμιοποίησης, οδηγούν στην ανάγκη της διαχείρισης του κινδύνου και στην κατασκευή των βέλτιστων χαρτοφυλακίων με βάση την αξία στον κίνδυνο (Value at Risk). Στα χαρτοφυλάκια αυτά θεωρείται πως ο κίνδυνος πλέον μετριέται με το VaR και όχι μέσω της διακύμανσης. Μία σειρά ερευνών έχει επίσης διεξαχθεί βασισμένη σε αυτή τη μεθοδολογία, μερικές από τις οποίες αναφέρουμε στη συνέχεια.

Οι Alexander και Baptista (2002) συνδέοντας την θεωρία Mean-Variance με το VaR, κατασκευάζουν το χαρτοφυλάκιο ελάχιστου VaR, αποτελούμενο από αμερικανικά και ξένα χρεόγραφα, συμπεραίνοντας πως όσο το επίπεδο εμπιστοσύνης για τον υπολογισμό του VaR αυξάνεται τότε το χαρτοφυλάκιο ελάχιστου VaR καθώς και το αποτελεσματικό σύνορο συγκλίνουν στα αντίστοιχα της θεωρίας Mean-Variance, ενώ όταν το επίπεδο μικραίνει το αποτελεσματικό σύνορο δεν μπορεί να οριστεί και άρα πως η χρήση της θεωρίας Mean-VaR αντί της Mean-Variance δεν προσφέρει τίποτε παραπάνω. Στην συγκεκριμένη περίπτωση, καταλήγουμε πως η κατανομή μεταξύ των χρεογράφων χρησιμοποιώντας τις δύο διαφορετικές προσεγγίσεις είναι πολύ πιο διαφορετική ενώ για τα χαρτοφυλάκια που κατασκευάζονται με βάση το VaR η αναμενόμενη απόδοση είναι μικρότερη. Οι Parrák και Seidler (2010), όπως και στη συγκεκριμένη εργασία, συγκρίνουν την θεωρία Mean-Variance με την αντίστοιχη Mean-VaR, όπου υπολογίζουν το VaR με βάση τη μέθοδο της Ιστορικής Προσομοίωσης, για χαρτοφυλάκια κατασκευασμένα από μετοχές του χρηματιστηρίου της Τσεχίας, καταλήγοντας πως η χρήση των μεθόδων

βελτιστοποίησης των χαρτοφυλακίων οδηγεί σε καλύτερα αποτελέσματα τους επενδυτές από αυτούς που επενδύουν χωρίς κάποια προηγούμενη ανάλυση στα χρεόγραφα. Πιο συγκεκριμένα, έδειξαν πως για την περίοδο έως και πριν την έναρξη της αστάθειας, το χαρτοφυλάκιο που κατασκευάστηκε με βάση την Mean-Variance, απέδιδε καλύτερα, ενώ για την περίοδο της έντονης μεταβλητότητας συνέβαινε το αντίθετο. Το εύρημα τους αυτό επιβεβαιώνεται και εδώ αφού αποδεικνύεται πως τα βέλτιστα χαρτοφυλάκια αποδίδουν καλύτερα από αυτά που κατασκευάζονται με την υπόθεση ότι όλα τα χρεόγραφα έχουν το ίδιο ποσοστό συμμετοχής στο χαρτοφυλάκιο, ακόμη και εάν δεν διαχωρίζουμε την περίοδο της αστάθειας από αυτήν της σταθερότητας.

Η μεθοδολογία που χρησιμοποιείται σε αυτή την εργασία ακολουθείται και από τους Yu et al. (2011), οι οποίοι κατασκευάζουν ένα χαρτοφυλάκιο αποτελούμενο από δύο μετοχές μόνο χρησιμοποιώντας τόσο την θεωρία Mean-Variance, αλλά και τη θεωρία Mean-CVaR, αντί της θεωρίας Mean-VaR που χρησιμοποιείται εδώ και καταλήγουν στο ότι η θεωρία Mean-CVaR προβλέπει καλύτερα τον κίνδυνο από την Mean-Variance και συνεπώς βοηθά τους επενδυτές να κάνουν πιο προσεκτική τοποθέτηση των χρημάτων τους. Οι Şerban et al. (2011) κατασκευάζουν ένα βέλτιστο χαρτοφυλάκιο στηριζόμενοι τον υπολογισμό του VaR μέσω της μεθόδου της Ιστορικής Προσομοίωσης. Ωστόσο, ο υπολογισμός του χαρτοφυλακίου τους διαφέρει από τον υπολογισμό που ακολουθείται εδώ αφού επιλέγουν ένα χαρτοφυλάκιο πέντε μετοχών επιλέγοντας από πέντε διαφορετικές κατηγορίες τις μετοχές, οι οποίες εμφανίζουν το μικρότερο VaR. Αντίθετα, η μεθοδολογία που ακολουθείται εδώ δεν κατηγοριοποιεί τα χρεόγραφα προκειμένου να επιλεγούν κάποια από αυτά για την κατασκευή ενός χαρτοφυλακίου, αλλά θεωρούνται όλα ισοδύναμα και επιλέγονται αυτά που συνολικά ελαχιστοποιούν το VaR του χαρτοφυλακίου.

Ωστόσο, όταν υπολογίζουμε αντί της διακύμανσης, το VaR ως μέσο μέτρησης του κινδύνου, παρατηρούμε πως η τιμή που λαμβάνουμε για το VaR είναι αρκετά μεγαλύτερη από αυτή που λαμβάνουμε για την διακύμανση. Η Puelz (1999) συγκρίνοντας μία σειρά υποδειγμάτων για ένα δεδομένο επίπεδο VaR, μεταξύ και των οποίων και το κλασικό Mean-Variance, προκειμένου να εξετάσει εάν η χρήση του VaR μπορεί να μας οδηγήσει στα βέλτιστα χαρτοφυλάκια, καταλήγει πως η χρήση του VaR μπορεί κάποιες φορές να οδηγήσει σε μεγαλύτερες απώλειες, αφού συναντώνται αρκετά προβλήματα σε σχέση με την κατανομή που ακολουθείται από τις αποδόσεις. Ωστόσο, στη συγκεκριμένη περίπτωση φαίνεται πως τα χαρτοφυλάκια που κατασκευάζονται με βάση το VaR είναι εξίσου καλά με αυτά της Mean-Variance κατά την αξιολόγησή τους, συγκρίνοντας τις πραγματοποιηθείσες αποδόσεις τους, ενώ ισχύει ότι και ο κίνδυνός τους είναι μικρότερος για την εξεταζόμενη περίοδο σε σχέση με τους δείκτες αναφοράς.

Οι Campbell et al. (2001), πάλι, κατασκευάζουν ένα χαρτοφυλάκιο κατανομημένο σε ομόλογα και μετοχές των ΗΠΑ, μεγιστοποιώντας την αναμενόμενη απόδοσή και χρησιμοποιώντας έναν δείκτη αξιολόγησης ανάλογο του Sharpe. Καταλήγουν, ωστόσο, πως μόνον η χρήση παραμετρικών κατανομών μπορεί να οδηγήσει στην κατασκευή τέτοιων υποδειγμάτων. Αντίθετα, σε αυτή την περίπτωση φαίνεται πως και η χρήση των άλλων μεθοδολογιών μπορούν να οδηγήσουν σε πιο καλά αποτελέσματα.

Ωστόσο, εκτός από την θεωρία Mean-VaR που χρησιμοποιείται για την κατασκευή των βέλτιστων χαρτοφυλακίων, έχει δοθεί έμφαση και στις μεθοδολογίες υπολογισμού και προβλεπτικής ικανότητας του VaR. Η Sheedy (2008, 2009) υπολογίζοντας το VaR σε χαρτοφυλάκια αποτελούμενα από δείκτες μετοχών, μέσω των υποδειγμάτων GARCH, καταλήγει πως αυτά είναι προτιμότερα για τον υπολογισμό της

μεταβλητότητας των χαρτοφυλακίων, έναντι των υποδειγμάτων που χρησιμοποιούν μόνον τις ιστορικές τιμές, και ιδίως της Ιστορικής Προσομοίωσης, ακόμη και κατά την ταραχώδη περίοδο 2007-2008, σε αντίθεση με τις έρευνες που είχαν γίνει έως τότε, κάτι που δεν αποδεικνύεται στην συγκεκριμένη περίπτωση, αφού σύμφωνα με τους ελέγχους που διεξάγουμε φαίνεται πως οι μεθοδολογίες της Ιστορικής Προσομοίωσης και της RiskMetrics υπερिशύουν έναντι των υποδειγμάτων GARCH. Αντίθετα, είναι τα αποτελέσματα και με τα αντίστοιχα του Engle (2001), ο οποίος εξέτασε την ταραχώδη περίοδο του 2000 για ένα χαρτοφυλάκιο που τοποθετούνταν σε αμερικανικούς χρηματιστηριακούς δείκτες, καταλήγοντας πως τα υποδείγματα GARCH ήταν αρκετά ικανά να προβλέψουν το απαιτούμενο κεφάλαιο για την κάλυψη των απωλειών των χαρτοφυλακίων. Παράλληλα, την χρήση των υποδειγμάτων GARCH ενθάρρυναν και οι Angelidis et al. (2004) μελετώντας την χρήση των υποδειγμάτων GARCH μέσω της εφαρμογής των υποδειγμάτων σε χρηματιστηριακούς δείκτες καταλήγουν πως τα υποδείγματα GARCH και κάποιες μορφές των ARCH μας δίνουν ακριβέστερες προβλέψεις για την μεταβλητότητα από τις μη παραμετρικές μεθόδους μέτρησης του VaR. Ωστόσο, τα αποτελέσματά μας πρέπει να αξιολογηθούν με κάποια προσοχή, αφού στις περισσότερες από αυτές τις έρευνες υποστηρίζεται πως η κατάλληλη κατανομή για τον υπολογισμό του VaR είναι είτε η t-student είτε κάποια άλλη και όχι η κανονική που χρησιμοποιείται εδώ. Επίσης, σε αρκετές από αυτές τις έρευνες χρησιμοποιούνται αρκετά διαφορετικά επίπεδα σημαντικότητας προκειμένου να επιλεγεί το καταλληλότερο υπόδειγμα, ενώ εδώ χρησιμοποιούμε μόνο ένα επίπεδο το 99%.

Αντίθετα, τα αποτελέσματά μας είναι συμβατά με αυτά των Jackson et al. (1998), οι οποίοι αποδεικνύουν εμπειρικά ότι τα υποδείγματα VaR που βασίζονται στην Ιστορική Προσομοίωση, υπό την υπόθεση της ύπαρξης κανονικότητας στις αποδόσεις, αποδίδουν καλύτερα από αυτά που

βασίζονται στα παραμετρικά υποδείγματα, ενώ φαίνεται ότι επιβεβαιώνεται και το εύρημά τους ότι όταν εξετάζουμε μικρές χρονικές περιόδους, τα αποτελέσματα για τα παραμετρικά υποδείγματα χειροτερεύουν. Οι Santos και Moura (2012), τέλος, χρησιμοποιώντας ένα πολυμεταβλητό δυναμικό GARCH υπόδειγμα (dynamic factor multivariate GARCH model) για την κατασκευή χαρτοφυλακίων ελάχιστης διακύμανσης για τις μετοχές του S&P 500, σε αντίθεση με το πολυμεταβλητό BEKK-GARCH(1,1), που χρησιμοποιούμε εδώ για την κατασκευή βέλτιστων χαρτοφυλακίων, καταλήγουν πως καθ' όλη την εξεταζόμενη περίοδο το συγκεκριμένο χαρτοφυλάκιο προσέδιδε λιγότερο επικίνδυνα χαρτοφυλάκια σε σχέση με τα υπόλοιπα που κατασκευάζουν. Αντίθετα, θεωρούν πως στο υπόδειγμα BEKK-GARCH(1,1) εξασφαλίζεται με δυσκολία η θετικότητα των παραμέτρων όταν προστίθενται περισσότερα χρεόγραφα. Το εύρημά τους αυτό πρέπει να το αντιμετωπίσουμε με προσοχή, ωστόσο. Πιο συγκεκριμένα, σε αυτή την περίπτωση φαίνεται πως το επιλεγθέν διαγώνιο BEKK-GARCH(1,1) εξασφαλίζει την θετικότητα των παραμέτρων, ενώ κατά την αξιολόγηση των χαρτοφυλακίων με άλλα υποθετικά χαρτοφυλάκια που έχουν κατασκευαστεί ξανά με βάση το BEKK-GARCH(1,1) και κατανέμουν σε ίσα ποσοστά τα χρεόγραφα μεταξύ τους, φαίνεται ότι προσδίδουν λιγότερο επικίνδυνα χαρτοφυλάκια. Ωστόσο, η σύγκριση που διεξάγουμε στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι περιορισμένη από τη στιγμή που αξιολογούμε το χαρτοφυλάκιο που κατασκευάστηκε με βάση το VaR με ένα χαρτοφυλάκιο που κατασκευάζεται ξανά με τη χρήση του ίδιου υποδείγματος.

3. Χρεόγραφα και αγορές

3.1 Ανάλυση των χρεογράφων

Πριν αναλύσουμε την μεθοδολογία με την οποία εξετάζουμε τους δείκτες που αναφέραμε παραπάνω και τα χαρτοφυλάκια που κατασκευάζονται μέσω αυτών, αφιερώνουμε λίγο χρόνο σε κάποια από τα βασικά στοιχεία που χαρακτηρίζουν τους προς ανάλυση δείκτες, χωρίς ωστόσο, να αναφερθούμε στα περιγραφικά στατιστικά των δεικτών αυτών σε αυτό το στάδιο. Αντίθετα, δίνουμε μια πιο θεωρητική προσέγγιση, αναφέροντας τα βασικά χαρακτηριστικά των μετοχών, των ομολόγων και των αντίστοιχων δεικτών αλλά και του χρεογράφου μηδενικού κινδύνου. Οι επεξηγήσεις που ακολουθούν στηρίζονται κυρίως στο πως ανέλυσαν αυτά τα χρεόγραφα οι Bodie et al. (2008).

3.1.1 Μετοχές και δείκτες μετοχών

Οι μετοχές αποτελούν το μερίδιο ιδιοκτησίας ενός επενδυτή σε μία επιχείρηση και στην ουσία το σύνολο τους αποτελεί τα ίδια κεφάλαια της εταιρείας, που αντιστοιχούν στο εναπομείναν δικαίωμα των μετόχων μετά την αφαίρεση των υποχρεώσεων. Το κύριο χαρακτηριστικό των μετοχών είναι ότι κάθε μία αντιστοιχεί σε ίσο μερίδιο ιδιοκτησίας, ενώ οι κάτοχοι τους έχουν δικαίωμα να λάβουν μερίδιο από τα κέρδη της εταιρείας μέσω μερισμάτων, χωρίς την υποχρέωση της συμμετοχής τους στην διοίκηση της εταιρείας, η οποία πραγματοποιείται από το διοικητικό συμβούλιο. Τέλος, όπως συμπεραίνουμε, οι μετοχές δεν αποτελούν χρεόγραφα τα οποία μεταβιβάζονται, αντίθετα, αγοράζονται και πωλούνται στις δευτερογενείς αγορές και η τρέχουσα τιμή τους καθορίζεται από τις δυνάμεις της προσφοράς και της ζήτησης.

Οι μετοχές, ωστόσο, χωρίζονται σε κοινές (common) και προνομιούχες (preferred). Οι κοινές μετοχές αντιπροσωπεύουν το μερίδιο ιδιοκτησίας του κατόχου τους σε έναν οργανισμό, ενώ κάθε κοινή μετοχή δίνει το δικαίωμα μίας ψήφου στον κάτοχό της, καθώς και το δικαίωμα στο αντίστοιχο μερίδιο των διανεμηθέντων κερδών. Ωστόσο, αν μία εταιρεία χρεοκοπήσει τότε οι κάτοχοι κοινών μετοχών είναι οι τελευταίοι που έχουν δικαίωμα να διεκδικήσουν μερίδιο από τα περιουσιακά στοιχεία της εταιρείας. Αυτό σημαίνει πως αφού εξοφληθούν όλες οι υποχρεώσεις της εταιρείας, τότε και μόνον τότε, μπορούν οι κοινοί μέτοχοι να διεκδικήσουν κάποιο μερίδιο. Παρόλα αυτά, η επικινδυνότητα είναι περιορισμένη αφού το περισσότερο που μπορούν να χάσουν οι κοινοί μέτοχοι είναι η αρχική τους επένδυση, δηλαδή το κόστος αγοράς των μετοχών, δίχως να θέσουν σε κίνδυνο τα προσωπικά περιουσιακά τους στοιχεία.

Οι προνομιούχες μετοχές, αντίθετα, θυμίζουν πιο πολύ την μορφή ενός ομολόγου και πληρώνουν στους κατόχους τους κάποιο μέρος ετησίως. Είναι πολύ πιθανό, ωστόσο, τα μερίσματα να μην δοθούν για κάποια χρόνια, αλλά να δοθούν σωρευτικά στο μέλλον και οπωσδήποτε πριν τα μερίσματα των κοινών μετοχών. Σε σχέση με την πιθανότητα χρεοκοπίας μίας εταιρείας, οι προνομιούχοι μέτοχοι, σε αντίθεση με τους κοινούς, έχουν το δικαίωμα διεκδίκησης μεριδίου από τα περιουσιακά της στοιχεία. Ωστόσο, οι προνομιούχες μετοχές μπορούν να ανακληθούν (callable), αν είναι τέτοια η μορφή τους, από την εκδότρια εταιρεία επιστρέφοντας την αρχική επένδυση στους κατόχους ή δίνοντάς τους την δυνατότητα μετατροπής σε κοινές.

Γίνεται άμεσα αντιληπτό ότι η επένδυση σε μεμονωμένες μετοχές ενέχει κίνδυνο και πολλές φορές προκειμένου να αποφευχθεί το κόστος για της ανάλυσης της κάθε μετοχής, πολλοί επενδυτές τοποθετούν τα χρήματά τους σε δείκτες μετοχών (Stock Market Indexes). Ένας δείκτης μετοχών αντιπροσωπεύει, στην ουσία, το σύνολο των αγοραπωλησιών που

πραγματοποιούνται σε μία αγορά. Μεταξύ των πιο γνωστών δεικτών μετοχών είναι ο Dow Jones και ο Nikkei 225, που υπολογίζονται με βάση το μερίδιο που κατέχει η κάθε μετοχή σε σχέση με την τιμή της (price-weighted average) στο σύνολο της αγοράς, αυτός ο τρόπος υπολογισμού αντιστοιχεί στον τρόπο που υπολογίζονται και οι περισσότεροι δείκτες. Αντίθετα, ο δείκτης Standard & Poor's Composite 500 (S&P 500) υπολογίζεται με βάση το ποσοστό που αντιπροσωπεύει η κάθε εταιρεία στο σύνολο της αγοράς (market-value-weighted index). Στην ουσία υπολογίζεται αρχικά η τιμή της κάθε μετοχής, από την οποία προκύπτει η τρέχουσα αξία της εταιρείας και στη συνέχεια διαιρείται με την συνολική αξία όλων των εταιρειών. Έτσι, ο επενδυτής αγοράζει το ίδιο μερίδιο από κάθε εταιρεία με βάση την αξία της στην αγορά.

3.1.2 Ομόλογα και δείκτες ομολόγων

Τα ομόλογα αποτελούν άμεσο μακροπρόθεσμο τρόπο δανεισμού από τους οργανισμούς του δημοσίου και του ιδιωτικού τομέα, τα οποία αποδίδουν στον κάτοχο σταθερές εισροές (κουπόνια) ανά τακτά χρονικά διαστήματα (συνήθως ανά έξι μήνες). Συνεπώς, αποτελούν μία συμφωνία δανεισμού ανάμεσα στον εκδότη και τον αγοραστή, κατά την οποία ο εκδότης οφείλει να κάνει συγκεκριμένες πληρωμές (coupon payments) σε συγκεκριμένες ημερομηνίες. Τα ομόλογα ανάλογα με τον τρόπο που εκδίδονται και κάνουν πληρωμές μπορούν να καταταξιωθούν ως: ομόλογα μηδενικού επιτοκίου (zero-coupon), μετατρέψιμα (convertible), με δικαίωμα επιστροφής (puttable), κυμαινόμενου επιτοκίου (floating rate), με δικαίωμα ανάκλησης (callable).

Οι πληρωμές, που κάνει ένα ομόλογο, ορίζονται στο «συμβόλαιο» με το οποίο ένας επενδυτής αγοράζει το ομόλογο (Bond indenture), στο οποίο περιλαμβάνονται επίσης η ημερομηνία λήξης του (maturity date), καθώς και η παρούσα αξία του (face value). Η αξία του ομολόγου μπορεί να προκύψει μέσω της προεξόφλησης όλων των μελλοντικών πληρωμών,

συμπεριλαμβανόμενης και της τωρινής του αξίας (face value), ενώ το επιτόκιο (yield to maturity-YTM) με το οποίο προεξοφλείται η αξία του ομολόγου μοιάζει με τον εσωτερικό βαθμό απόδοσης μίας επένδυσης, αφού εξισώνει την παρούσα αξία των πληρωμών με την τιμή του ομολόγου.

Όπως γίνεται άμεσα αντιληπτό από τη στιγμή που η τιμή των ομολόγων έχει άμεση σχέση με το επιτόκιο της αγοράς, η κύρια πηγή κινδύνου τους είναι η μεταβολή των επιτοκίων. Συνεπώς, εάν εξετάζαμε την τιμή ενός βραχυχρόνιου και ενός μακροχρόνιου ομολόγου, τότε θα παρατηρούσαμε πως αυτό με τη μεγαλύτερη χρονική διάρκεια παρουσιάζει μεγαλύτερη ευαισθησία ως προς την τιμή του σε σχέση με το μικρότερης διάρκειας.

Η επικινδυνότητα της επένδυσης σε ομόλογα, ωστόσο, είναι σαφέστατα μικρότερη της αντίστοιχης σε μετοχές, αφού τα ομόλογα προσφέρουν σταθερές πληρωμές. Ακόμα πιο ακίνδυνη θεωρείται η επένδυση σε κρατικά ομόλογα, αφού είναι πολύ πιθανό ακόμη και σε περίπτωση χρεοκοπίας της χώρας να δοθεί έστω ένα μικρό μέρος της αξίας στους επενδυτές. Αντίθετα, πιο επικίνδυνη θεωρείται η επένδυση σε ομόλογα εταιρειών αφού εάν χρεοκοπήσουν υπάρχει η πιθανότητα να μην δοθεί καμία αποζημίωση στους επενδυτές. Συνεπώς, οι επενδυτές οφείλουν να προβούν σε λεπτομερή εξέταση της εταιρείας σε σχέση με τη ρευστότητα, την κερδοφορία, την δυνατότητα κάλυψης των υποχρεώσεών της και την μόχλευση της πριν την απόφαση της επένδυσης σε ομόλογα.

Όπως και στην περίπτωση των μετοχών, υπάρχει η δυνατότητα της επένδυσης σε δείκτες ομολόγων (Bond Market Indexes). Οι δείκτες αυτοί λειτουργούν ακριβώς όπως και αυτοί των μετοχών, με τη διαφορά ότι εδώ οι δείκτες είναι κατασκευασμένοι από διάφορες κατηγορίες ομολόγων. Δηλαδή, στους δείκτες αυτούς εμπεριέχονται τόσο τα ομόλογα του δημοσίου όσο τα ομόλογα των εταιριών αλλά και οι υποθήκες των δανείων. Ωστόσο, αυτοί οι δείκτες παρουσιάζουν κάποιες ιδιαιτερότητες, αφού στην

απόδοσή τους περιλαμβάνονται, εκτός της μεταβολής των τιμών, και οι πληρωμές τόκων υπό την υπόθεση ότι όλα τα κεφάλαια επανεπενδύονται. Ένα σημαντικό πρόβλημα που αντιμετωπίζεται κατά τον υπολογισμό της απόδοσης των ομολογιακών δεικτών, πάραυτα, είναι ότι πολλές φορές οι τιμές των ομολόγων εκτιμώνται μέσω των μοντέλων προεξόφλησης των μελλοντικών ροών, εξαιτίας της μη τακτικής διαπραγμάτευσης τους στις αγορές. Μεταξύ των πιο γνωστών ομολογιακών δεικτών συμπεριλαμβάνονται αυτοί των Merrill Lynch και Citigroup.

3.1.3 Το χρεόγραφο μηδενικού κινδύνου

Το χρεόγραφο μηδενικού κινδύνου, αντιστοιχεί στην επένδυση που δεν ενέχει κίνδυνο και συνεπώς θεωρείται ασφαλής αφού δεν υπάρχει κίνδυνος ο επενδυτής να χάσει τα χρήματά του. Στην πραγματικότητα, μόνο οι κυβερνήσεις έχουν τη δυνατότητα να εκδώσουν χρεόγραφα μηδενικού κινδύνου, με τη μορφή ομολόγων, λόγω της δυνατότητας τους να επηρεάζουν τη φορολογία και την προσφορά του χρήματος. Ωστόσο, και τα συγκεκριμένα ομόλογα δεν θεωρούνται στην πραγματικότητα μηδενικού κινδύνου, αφού οι τιμές τους επηρεάζονται από την μεταβολή των επιτοκίων, αφού τα πραγματικά επιτόκια δεν μπορούν να προβλεφθούν με σιγουριά στο μέλλον (Bodie et al., 2008).

Πάραυτα, τα έντοκα γραμμάτια του δημοσίου τρίμηνης (συνήθως) διάρκειας θεωρούνται ότι αποτελούν το χρεόγραφο μηδενικού κινδύνου. Η βραχυπρόθεσμη διάρκειά τους τα κάνει να είναι λιγότερο ευαίσθητα στις μεταβολές των επιτοκίων καθώς και στις μεταβολές του πληθωρισμού. Έτσι, ακόμη και εάν θεωρήσουμε πως τα χρεόγραφα μηδενικού κινδύνου επηρεάζονται από αυτές τις μεταβολές, η επιρροή είναι μηδαμινή αν τα συγκρίνουμε με τις επιπτώσεις σε μετοχές και ομόλογα. Στην συγκεκριμένη εργασία θα θεωρήσουμε πως το ομόλογο μηδενικού κινδύνου αντιστοιχεί στο Treasury Bill των ΗΠΑ. Εναλλακτικά, θα μπορούσαμε να θεωρήσουμε

ως χρεόγραφα μηδενικού κινδύνου τα CDs (bank certificates of deposits) ή τα CP (commercial paper).

3.2 Οι αγορές στις οποίες διαπραγματεύονται τα χρεόγραφα

Ο διαχωρισμός των αγορών στις οποίες διαπραγματεύονται τα χρεόγραφα μπορεί να γίνει με πολλούς τρόπους. Οι Elton et al. (2003) διαχώρισαν τις αγορές ανάλογα με το εάν η διαπραγμάτευση των χρεογράφων είναι συνεχής ή μη, εάν η εκτέλεση των συναλλαγών γίνεται μέσω της φυσικής ή μη παρουσίας των επενδυτών και ανάλογα με το εάν αποφασίζει ο αναλυτής ή ο επενδυτής σε ποια χρεόγραφα θα επενδύσει.

Ένας τελευταίος διαχωρισμός, ο οποίος είναι και ο πιο κοινός και αναφέρεται και από τους Elton et al. (2003) είναι και ο διαχωρισμός των αγορών σε πρωτογενείς και δευτερογενείς. Οι πρωτογενείς αγορές είναι οι αγορές στις οποίες τα χρεόγραφα εκδίδονται και πωλούνται για πρώτη φορά. Συνεπώς, περιλαμβάνεται η έκδοση νέων χρεογράφων και απαιτείται η άμεση εκροή και εισροή μετρητών για τη διενέργεια μίας αγοραπωλησίας σε συγκεκριμένη τιμή. Σε αυτές τις αγορές μπορούν να πουληθούν τόσο κυβερνητικά ομόλογα, όσο και ομόλογα και μετοχές εταιρειών. Στη δεύτερη περίπτωση, βέβαια, τη διενέργεια αυτών των αγοραπωλησιών την αναλαμβάνει συνήθως μία τράπεζα επενδύσεων. Αντίθετα, οι δευτερογενείς αγορές αφορούν στις αγορές όπου τα χρεόγραφα μεταπωλούνται. Έτσι, η τιμή των χρεογράφων δεν θεωρείται δεδομένη, αλλά καθορίζεται από τις δυνάμεις της προσφοράς και της ζήτησης. Χαρακτηριστικό παράδειγμα δευτερογενούς αγοράς είναι το χρηματιστήριο.

4.Η κατασκευή των βέλτιστων χαρτοφυλακίων με βάση την θεωρία Mean-Variance

4.1 Ορισμός του χαρτοφυλακίου

Ως χαρτοφυλάκιο νοείται το σύνολο των περιουσιακών στοιχείων (assets) που έχει στη διάθεση του ένα άτομο ή μία επιχείρηση και συνεπώς η αξία του προκύπτει από την πρόσθεση της αξίας αυτών των περιουσιακών στοιχείων. Ωστόσο, η αξία αυτή δεν είναι προκαθορισμένη αλλά προκύπτει από την καθημερινή παρουσία τους στην αγορά. Συνεπώς, ένα αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο δεν αποτελείται μόνον από μία λίστα «καλών» χρεογράφων, αντίθετα, αποτελεί ένα σύνολο χρεογράφων, τα οποία έχουν επιλεγεί με τέτοιο τρόπο ώστε να ικανοποιούν τις ανάγκες του εκάστοτε επενδυτή.

Στη συνέχεια αναλύουμε τις τεχνικές με βάση τις οποίες καταλήγουμε σε αυτό το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο. Η ανάλυσή μας αποτελείται τόσο από την ανάλυση του κάθε χρεογράφου χωριστά όσο και από το χαρτοφυλάκιο στο οποίο κατασκευάζεται.

4.2 Τα κύρια χαρακτηριστικά του χαρτοφυλακίου: Αναμενόμενη και πραγματοποιηθείσα απόδοση και κίνδυνος

Προκειμένου να αποφασίσουμε αν θα αναλάβουμε ή όχι μία επένδυση πρέπει να εκτιμήσουμε τον αναμενόμενο βαθμό απόδοσής της καθώς και τον κίνδυνο που ενέχει. Με τον όρο αναμενόμενη απόδοση εννοούμε την απόδοση που αναμένουμε να λάβουμε από μία επένδυση στο τέλος της περιόδου, τη στιγμή που αναλαμβάνουμε την επένδυση. Στην πραγματικότητα, η αναμενόμενη απόδοση ενός χρεογράφου αποτελεί το σταθμισμένο άθροισμα όλων των πιθανών αποδόσεων που μπορούν να πραγματοποιηθούν στο τέλος της περιόδου. Εάν θεωρήσουμε ως $Pr(s)$ την

πιθανότητα να συμβεί ένα σενάριο s και $r(s)$ την αντίστοιχη απόδοση, τότε η αναμενόμενη απόδοση γράφεται:

$$E(r) = \sum_s \text{Pr}(s) r(s) \quad (1)$$

Εξαιτίας της αβεβαιότητας της πορείας μιας επένδυσης προσδιορίζουμε την απόκλιση όλων των πιθανών αποδόσεων (διαφορετικά σενάρια) από την αναμενόμενη απόδοση. Το μέτρο που χρησιμοποιείται είναι αυτό της τυπικής απόκλισης, η οποία αποτελεί τη ρίζα της διακύμανσης που ορίζεται ως:

$$\sigma^2 = \sum_s \text{Pr}(s) [r(s) - E(r)]^2 \quad (2)$$

Και συνεπώς η τυπική απόκλιση γράφεται ως:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \quad (3)$$

Με ανάλογο τρόπο προσδιορίζεται και η αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου ως η σταθμισμένη αναμενόμενη απόδοση του κάθε χρεογράφου που απαρτίζει το χαρτοφυλάκιο. Άρα:

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^n w_i E(r_i) \quad (4)$$

Όπου $\sum_{i=1}^n w_i = 1$ και $E(r_i)$ η αναμενόμενη απόδοση του κάθε χρεογράφου. Αντίστοιχα και ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου προσδιορίζεται από τον κίνδυνο των επιμέρους χρεογράφων, καθώς και από την συσχέτιση των χρεογράφων μεταξύ τους, όπως αυτή μετριέται μέσω του συντελεστή συσχέτισης ή της συνδιακύμανσής τους. Τα δύο αυτά μέτρα, υπολογίζουν το βαθμό στον οποίο οι αποδόσεις των χρεογράφων αλληλοεξαρτώνται. Η θετική τιμή τους σημαίνει ότι όταν οι τιμές των χρεογράφων ακολουθούν την ίδια πορεία, ενώ η αρνητική τους τιμή σημαίνει πως τα δύο χρεόγραφα ακολουθούν αντίθετη πορεία. Συνεπώς, η διακύμανση ενός χαρτοφυλακίου για n χρεόγραφα εκφράζεται ως:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} \quad (5)$$

Όπου σ_{ij} είναι η συνδιακύμανση μεταξύ των χρεογράφων, w_i το ποσοστό συμμετοχής του χρεογράφου i και w_j το ποσοστό συμμετοχής του χρεογράφου j .

Η αναμενόμενη απόδοση αντιστοιχεί, όπως είπαμε στην απόδοση που προσδοκούμε να λάβουμε και διαφέρει από την πραγματοποιηθείσα απόδοση που αντιστοιχεί στην απόδοση που παρατηρήθηκε. Ο λόγος που εξετάζουμε την πραγματοποιηθείσα και την αναμενόμενη απόδοση είναι για να εξετάσουμε εάν η αναμενόμενη απόδοση που υπολογίστηκε είναι και αυτή που πραγματοποιήθηκε. Η πραγματοποιηθείσα απόδοση υπολογίζεται ως η ποσοστιαία μεταβολή της τιμής ανάμεσα στο χρόνο t και $t-1$ και γράφεται ως:

$$r_t = \ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right) \approx \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \quad (6)$$

Όπου P_t η τιμή του χρεογράφου σήμερα και P_{t-1} η τιμή του χρεογράφου την προηγούμενη περίοδο. Ένα από τα προβλήματα που συναντάμε όταν αναλύουμε τέτοια δεδομένα είναι η κατανομή που ακολουθούν οι αποδόσεις μας. Σε σχετικά σύντομες χρονικές περιόδους, όπως σε ημερήσια βάση, υποθέτουμε πως οι αποδόσεις ακολουθούν την κανονική κατανομή. Αν θεωρήσουμε ως z_t τις νέες επιδράσεις-νέα πληροφόρηση στην τιμή των χρεογράφων, και θεωρώντας πως αυτή η νέα πληροφόρηση ενσωματώνεται στην καθημερινή απόδοση, η απόδοση ισούται με:

$$r_t = \sigma_t z_t \quad (7)$$

Και επιπλέον θεωρούμε πως για θεωρούμε πως η z_t ακολουθεί την τυποποιημένη κανονική κατανομή, δηλαδή ισχύει: $z_t \sim iid N(0,1)$.

Έχοντας υπολογίσει τις πραγματοποιηθείσες αποδόσεις των χρεογράφων μας υπολογίζουμε τη συνολική απόδοση του χαρτοφυλακίου και την διακύμανση του χαρτοφυλακίου ως:

$$r_t^p = \sum_{i=1}^n w_i r_{it} \quad (8)$$

$$\sigma_{p,t}^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{i,t} w_{j,t} \sigma_{ij,t} \quad (9)$$

Οι τύποι (8)-(9) υπολογίζονται συνεπώς ακριβώς όπως οι (4)-(5), με τη διαφορά ότι τώρα δεν υπολογίζονται με βάση το τι αναμένουμε αλλά με βάση τι παρατηρήθηκε.

4.3 Διαφοροποίηση χαρτοφυλακίου – Η θεωρία του Markowitz

4.3.1 Η επένδυση σε περισσότερα χρεόγραφα

Ένα χαρτοφυλάκιο μπορεί να αποτελείται από ένα ή περισσότερα, ίδια ή διαφορετικά μεταξύ τους χρεόγραφα. Λόγω της αβεβαιότητας του οικονομικού περιβάλλοντος οι επενδυτές αντιμετωπίζουν το πρόβλημα της σύνθεσης ενός χαρτοφυλακίου, αφού έχοντας την τάση να αποστρέφονται τον κίνδυνο, επιδιώκουν να μεγιστοποιήσουν την απόδοσή τους, ενώ ελαχιστοποιούν τον κίνδυνο που αντιμετωπίζουν μέσω της διαφοροποίησης.

Η θεωρία της διαφοροποίησης του χαρτοφυλακίου αναπτύχθηκε αρχικά από τον Markowitz (1952), και παρουσιάζεται στη βιβλιογραφία ως Mean-Variance Analysis. Ο Markowitz έδωσε ιδιαίτερη έμφαση στο πως μπορεί να μειωθεί η τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου μέσω της επιλογής χρεογράφων, των οποίων οι αποδόσεις δεν κινούνται παράλληλα. Πολλές από τις διαπιστώσεις του αποτελούν έως και σήμερα την κύρια θεωρία του χαρτοφυλακίου και τη σχέση μεταξύ απόδοσης και κινδύνου. Μία από τις βασικές υποθέσεις στις οποίες στηρίχθηκε το υπόδειγμά του ήταν ότι οι επενδυτές κρατούν αυτό το χαρτοφυλάκιο για μία περίοδο, ωστόσο, οι Li

και Ng (2000) πρότειναν μία αναλυτική λύση για την κατασκευή του βέλτιστου χαρτοφυλακίου σε πολλαπλές χρονικές περιόδους.

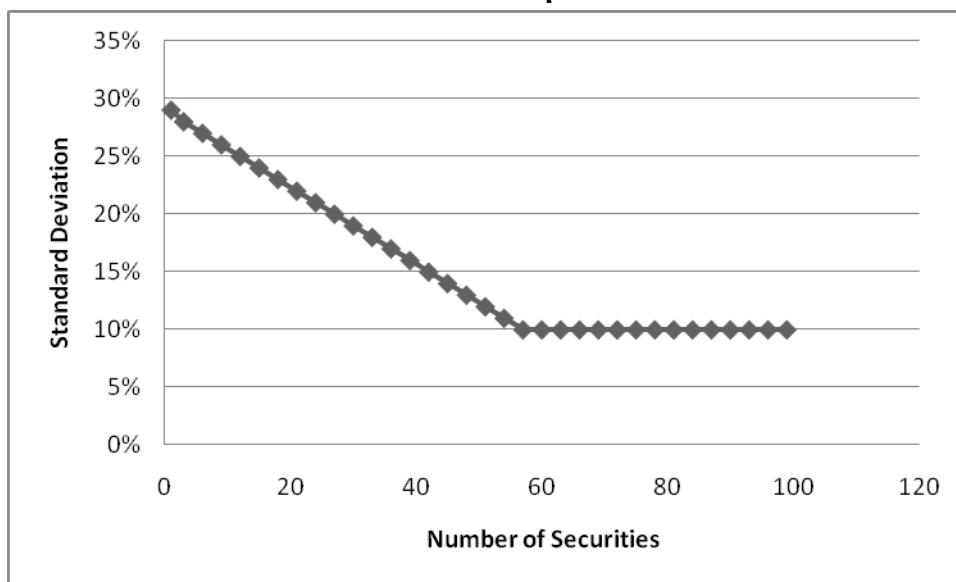
Ο Markowitz (1952) θεώρησε πως η βέλτιστη κατανομή των χρεογράφων που αποτελούν ένα χαρτοφυλάκιο επέρχεται μέσω του κατάλληλου συνδυασμού μεταξύ της αναμενόμενης απόδοσης και της διακύμανσης του χαρτοφυλακίου. Απέδειξε πως μπορούμε να οδηγηθούμε στο επιθυμητό χαρτοφυλάκιο είτε πετυχαίνοντας τη μέγιστη απόδοση ενώ κρατάμε την διακύμανση του χαρτοφυλακίου σταθερή είτε πετυχαίνοντας την μικρότερη διακύμανση ενώ κρατάμε την απόδοση του χαρτοφυλακίου σταθερή. Με αυτή την λογική ο επενδυτής θα διαλέξει τον βέλτιστο συνδυασμό μεταξύ των χρεογράφων του που θα του αποφέρουν το μεγαλύτερο κέρδος. Συνεπώς, ελέγχοντας τους διάφορους συνδυασμούς μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου οδηγούμαστε στην κατασκευή ενός αποτελεσματικού συνόρου, στο οποίο αποτυπώνεται η θεωρία αυτή.

Προκειμένου να γίνει πιο κατανοητή η θεωρία Mean-Variance, θα χρησιμοποιήσουμε ένα υποθετικό χαρτοφυλάκιο, το οποίο αποτελείται από δύο χρεόγραφα, στα οποία δεν συμπεριλαμβάνεται κάποιο χρεόγραφο μηδενικού κινδύνου. Ο στόχος μας είναι να αποδείξουμε ότι η διαφοροποίηση μπορεί να οδηγήσει σε μείωση του κινδύνου που αντιμετωπίζει ένας επενδυτής ακόμη και χωρίς την επένδυση σε ένα χρεόγραφο δίχως κίνδυνο, ενώ η αναμενόμενη απόδοση του αυξάνεται. Προφανώς, η θεωρία που αναπτύσσουμε παρακάτω μπορεί να γενικευτεί και για τα χαρτοφυλάκια που αποτελούνται από περισσότερα χρεόγραφα.

Αρχικά, θεωρούμε πως το χαρτοφυλάκιο αυτό αποτελείται από ένα μόνο χρεόγραφο, το οποίο έστω ότι είναι η επένδυση σε έναν δείκτη μετοχών. Η επένδυση αυτή έχει σαν αποτέλεσμα την έκθεση του επενδυτή σε δύο κύριους παράγοντες κινδύνου, τον συστηματικό και τον μη συστηματικό κίνδυνο. Ο συστηματικός κίνδυνος ή κίνδυνος της αγοράς επηρεάζεται από

την πορεία της οικονομίας ως σύνολο, δηλαδή από μακροοικονομικούς παράγοντες, όπως ο πληθωρισμός, ο οικονομικός κύκλος, τα επιτόκια και οι συναλλαγματικές ισοτιμίες και συνεπώς δεν μπορεί να εξαλειφθεί μέσω της διαφοροποίησης. Αντίθετα, ο μη συστηματικός κίνδυνος σχετίζεται με την κάθε επιχείρηση ως μονάδα και δεν επηρεάζει τη λειτουργία των υπολοίπων, και συνεπώς, μπορεί να εξαλειφθεί μέσω της διαφοροποίησης. Αυτό γίνεται πιο εμφανές παρατηρώντας και το διάγραμμα 1. Έτσι, παρατηρούμε πως όσο αυξάνεται ο αριθμός των χρεογράφων που αποτελούν ένα χαρτοφυλάκιο, τόσο μειώνεται η τυπική απόκλιση (κίνδυνος του χαρτοφυλακίου) ενώ εξαλείφεται ο κίνδυνος που προέρχεται από το κάθε χρεόγραφο χωριστά και ο επενδυτής αντιμετωπίζει πλέον μόνο τον κίνδυνο της αγοράς, δηλαδή μη συστηματικός κίνδυνος εξαλείφεται όταν η καμπύλη μας αρχίζει να γίνεται πιο επίπεδη.

Διάγραμμα 1: Αριθμός των χρεογράφων και τυπική απόκλιση



Συνεπώς, ας θεωρήσουμε πως ο επενδυτής επιθυμώντας να μειώσει τον κίνδυνο που έχει αναλάβει προσθέτει ένα ακόμη χρεόγραφο στο χαρτοφυλάκιο του, και έστω ότι είναι ένας δείκτης ομολόγων. Έχοντας προσδιορίσει αρχικά την αναμενόμενη απόδοση του κάθε χρεογράφου, η

αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου για οποιονδήποτε συνδυασμό των δύο χρεογράφων μπορεί υπολογίζεται ως:

$$E(r_p) = w_d E(r_d) + w_e E(r_e) \quad (10)$$

Επειδή εκτός της αναμενόμενης απόδοσης ενδιαφερόμαστε και για τον κίνδυνο που αναλαμβάνουμε υπολογίζουμε και τη διακύμανση του χαρτοφυλακίου. Προκειμένου να υπολογίσουμε την διακύμανση, αρχικά ορίζουμε τον πίνακα διακύμανσης-συνδιακύμανσης μεταξύ των χρεογράφων μέσω της χρήσης των ιστορικών τιμών. Συνεπώς, ο επενδυτής, έχοντας ορίσει τις αναμενόμενες τιμές, τις διακυμάνσεις και τις συνδιακυμάνσεις των χρεογράφων, έχει στη διάθεσή του n εκτιμήσεις για την αναμενόμενη τιμή και $n \times n$ εκτιμήσεις για τον πίνακα διακύμανσης-συνδιακύμανσης, όπου n θα είναι ο αριθμός των διακυμάνσεων και $(n^2 - n)/2$ ο αριθμός των συνδιακυμάνσεων. Για το υποθετικό αυτό χαρτοφυλάκιο η διακύμανση υπολογίζεται ως:

$$\begin{aligned} \sigma_p^2 &= w_d^2 \sigma_d^2 + w_e^2 \sigma_e^2 + 2w_d w_e \text{cov}(r_d, r_e) = \\ &w_d^2 \sigma_d^2 + w_e^2 \sigma_e^2 + 2w_d w_e \rho_{de} \sigma_d \sigma_e \end{aligned} \quad (11)$$

Όπου ρ_{de} είναι ο συντελεστής συσχέτισης, ο οποίος λαμβάνει τιμές μεταξύ του εύρους -1 έως 1 , και εάν ισούται με 1 , τότε τα χρεόγραφα είναι τέλεια συσχετισμένα και συνεπώς η πτώση στην αξία του ενός θα οδηγήσει και στην πτώση του άλλου, ενώ αν είναι αρνητικός (-1), τότε τα χρεόγραφα είναι αρνητικά συσχετισμένα και η πτώση της τιμής του ενός οδηγεί στην αύξηση του άλλου. Επειδή, όπως καταλαβαίνουμε οι συσχετίσεις μεταξύ των χρεογράφων ενός χαρτοφυλακίου ποτέ δεν είναι ίδιες, έχουμε τη δυνατότητα να μειώσουμε τον κίνδυνό του μέσω της επιλογής χρεογράφων που δεν κινούνται παράλληλα.

4.3.2 Το σύνορο ελάχιστης διακύμανσης και το αποτελεσματικό σύνορο

Ας υποθέσουμε πως τα στοιχεία του χαρτοφυλακίου που κατασκευάσαμε παραπάνω έχουν τέλεια αρνητική συσχέτιση μεταξύ τους. Συνεπώς, η κίνηση στις τιμές των δύο χρεογράφων είναι αντίστροφη και άρα η διακύμανσή του γράφεται ως:

$$\sigma_p^2 = (w_d\sigma_d - w_e\sigma_e)^2 \quad (12)$$

Θέτοντας την (12) ίση με το μηδέν οδηγούμαστε στην εύρεση των ποσοστών μεταξύ των χρεογράφων που συνθέτουν το χαρτοφυλάκιο ελάχιστης διακύμανσης, δηλαδή το χαρτοφυλάκιο που έχει τον μικρότερο κίνδυνο. Με τον περιορισμό ότι τα ποσοστά πρέπει να αθροίζονται στο 100%, τα ποσοστά αυτά ισούνται με:

$$w_d = \frac{\sigma_e}{\sigma_d + \sigma_e} \quad (13) \quad \text{και} \quad w_e = 1 - w_d \quad (14)$$

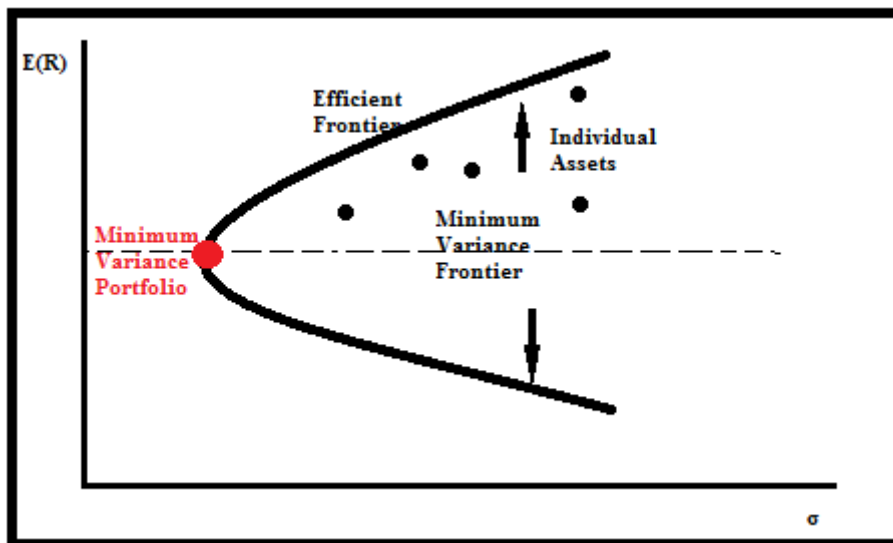
Όπου w_d , το ποσοστό που θα επενδυθεί στο δείκτη ομολόγων και w_e , το ποσοστό που θα επενδυθεί στο δείκτη μετοχών.

Μέσω αυτού του χαρτοφυλακίου οδηγούμαστε στο σύνορο ελάχιστης διακύμανσης. Συνεπώς, αυτό που κάνουμε είναι να κατασκευάσουμε ένα σύνορο, το οποίο απεικονίζει τις μικρότερες πιθανές διακυμάνσεις για μια δεδομένη απόδοση. Σε αυτό το σύνορο τοποθετείται και το χαρτοφυλάκιο ελάχιστης διακύμανσης. Το νέο χαρτοφυλάκιο, το οποίο θα ελαχιστοποιεί τον κίνδυνο, θα πρέπει να έχει μικρότερη διακύμανση από αυτή που έχει το κάθε χρεόγραφο χωριστά, ενώ και η αναμενόμενη απόδοση του θα πρέπει να είναι μεγαλύτερη από αυτήν που προσφέρει το κάθε χρεόγραφο χωριστά.

Μέσω του διαγράμματος 2, μπορούμε να δούμε ότι το χαρτοφυλάκιο της ελάχιστης διακύμανσης αποτελεί και το χαρτοφυλάκιο ορόσημο πάνω από το οποίο το σύνορο ελάχιστης διακύμανσης αποτελεί και το αποτελεσματικό σύνορο. Συνεπώς, για κάθε χαρτοφυλάκιο το οποίο

τοποθετείται στο σύνορο των χαρτοφυλακίων της ελάχιστης διακύμανσης και βρίσκεται κάτω από το χαρτοφυλάκιο ελάχιστης διακύμανσης, υπάρχει πάντα κάποιο χαρτοφυλάκιο, το οποίο προσφέρει με τον ίδιο κίνδυνο μεγαλύτερη απόδοση. Συνεπώς, μπορούμε να διαπιστώσουμε πως η βασική

Διάγραμμα 2: Σύνορο ελάχιστης διακύμανσης και αποτελεσματικό σύνορο



ιδέα πίσω από την κατασκευή του αποτελεσματικού συνόρου για τα επικίνδυνα χαρτοφυλάκια είναι ότι για ένα δεδομένο επίπεδο κινδύνου οι επενδυτές ενδιαφέρονται μόνο για τα χαρτοφυλάκια εκείνα που προσφέρουν την μεγαλύτερη απόδοση και εκτείνονται στο αποτελεσματικό σύνορο.

Το ερώτημα που προκύπτει σε αυτό το σημείο είναι το ποιο από όλα τα χαρτοφυλάκια που εκτείνονται στο αποτελεσματικό σύνορο είναι το βέλτιστο. Εάν θεωρήσουμε πως οι προτιμήσεις του επενδυτή αποτυπώνονται σε μία συνάρτηση κατανάλωσης, τότε η μεγιστοποίηση αυτής της εξίσωσης με δεδομένη την αποστροφή στον κίνδυνο μπορεί να μας οδηγήσει στην εύρεση των βέλτιστων ποσοστών του χαρτοφυλακίου. Εάν, όμως, θεωρήσουμε πως μία συνάρτηση κατανάλωσης δεν αποτυπώνει

τις προτιμήσεις του επενδυτή, η διαδικασία που ακολουθείται είναι λίγο διαφορετική.

Ο Sharpe (1966) θέλοντας να μετρήσει την ανταμοιβή που προκύπτει από την απόφαση του επενδυτή να επενδύσει και σε άλλα χρεόγραφα, εκτός αυτού του μηδενικού κινδύνου συνδύασε την υπερβάλλουσα αναμενόμενη απόδοση και την τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου σε ένα μέτρο. Το μέτρο αυτό γράφεται ως:

$$\text{Sharpe ratio} = \frac{E(r_p) - r_f}{\sigma_p} \quad (15)$$

Ο αριθμητής του κλάσματος αποτελεί την υπερβάλλουσα αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου, η οποία μπορεί να οριστεί και η αποζημίωση που λαμβάνει ένας επενδυτής από την ανάληψη μιας περισσότερο επικίνδυνης επένδυσης, ενώ ο παρονομαστής αποτελεί την τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου. Σε αυτό το σημείο κρίνεται σκόπιμο να εξηγήσουμε πως η αποζημίωση αυτή λαμβάνει τη μορφή ενός ασφαλίστρου κινδύνου (risk premium), το οποίο υπολογίζεται ως η διαφορά μεταξύ της αναμενόμενης απόδοσης του χρεογράφου και της εναλλακτικής επένδυσης σε ένα χρεόγραφο χωρίς κίνδυνο (risk free) ως:

$$\text{Risk premium} = E(r) - r_f \quad (16)$$

Ας υποθέσουμε, τώρα, πως το υποθετικό μας χαρτοφυλάκιο διακρατάται για ένα δεδομένο χρονικό διάστημα χωρίς την πραγματοποίηση καμίας αγοραπωλησίας χρεογράφων, ενώ υποθέτουμε, πως και οι ημερήσιες αποδόσεις των χρεογράφων μας έχουν σταθερό μέσο, διακύμανση και συνδιακύμανση.

Χρησιμοποιώντας τον δείκτη Sharpe μπορούμε να βρούμε την άριστη κατανομή μεταξύ των επικίνδυνων στοιχείων μας στο χαρτοφυλάκιο. Έτσι, βρίσκουμε τα ποσοστά μεταξύ των χρεογράφων μας, που μεγιστοποιούν

την κλίση της γραμμής κατανομής του πλούτου μας (capital allocation line-CAL), στο σημείο με το οποίο εφάπτεται με το αποτελεσματικό σύνορο, μεγιστοποιώντας τον δείκτη Sharpe. Ο λόγος για τον οποίο χρησιμοποιούμε τον δείκτη Sharpe για να βρούμε τα βέλτιστα ποσοστά για το χαρτοφυλάκιό μας είναι ότι η CAL απεικονίζει στην ουσία όλους τους πιθανούς συνδυασμούς κινδύνου και απόδοσης που είναι διαθέσιμοι στους επενδυτές, όταν επιλέγουν να κατανεύμουν τον πλούτο τους μεταξύ ενός επικίνδυνου χαρτοφυλακίου και του χρεογράφου μηδενικού κινδύνου και άρα θεωρείται πως η κλίση της CAL, η οποία μετριέται μέσω του δείκτη Sharpe, εκφράζει την αύξηση στην αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου για κάθε επιπλέον μονάδα κινδύνου που αναλαμβάνει ένας επενδυτής. Θεωρώντας πως έχουμε το ίδιο υποθετικό χαρτοφυλάκιο, που χρησιμοποιήσαμε στην προηγούμενη υπο-ενότητα, η λύση που προκύπτει από τη μεγιστοποίηση του δείκτη είναι:

$$w_d = \frac{[E(r_d) - r_f] \sigma_e^2 - [E(r_e) - r_f] \text{Cov}(r_d, r_e)}{[E(r_d) - r_f] \sigma_e^2 + [E(r_e) - r_f] \sigma_d^2 - [E(r_d) - r_f + E(r_e) - r_f] \text{Cov}(r_d, r_e)} \quad (17)$$

$$w_e = 1 - w_d \quad (18)$$

Στην περίπτωση, που έχουμε περισσότερα χρεόγραφα η λύση είναι πιο σύνθετη και προφανώς είναι προτιμότερο να χρησιμοποιούμε υπολογιστικά προγράμματα, αφού η λύση είναι πολύ πιο πολύπλοκη.

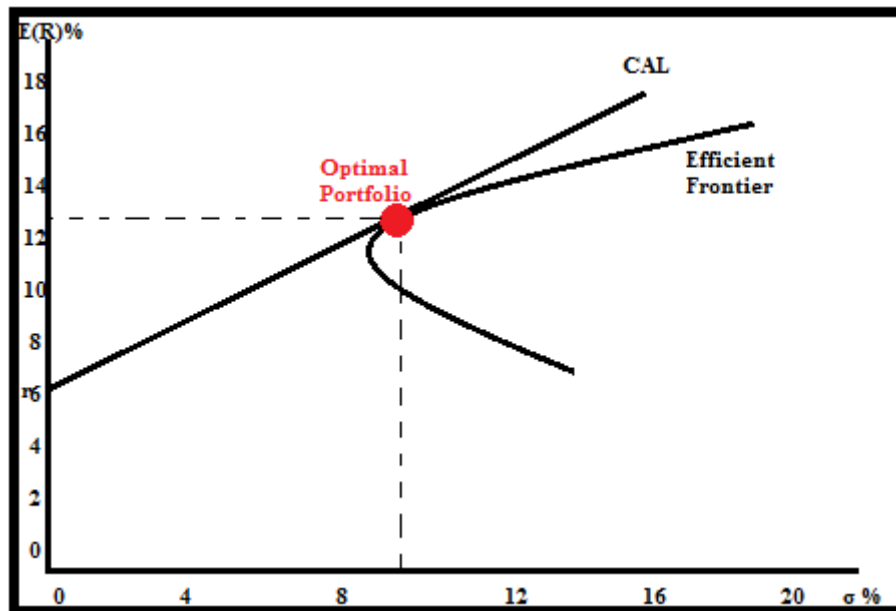
Εκτός από την εύρεση των ποσοστών μεταξύ των χρεογράφων του βέλτιστου χαρτοφυλακίου μας μέσω του δείκτη Sharpe, το οποίο εφάπτεται στην γραμμή κατανομής πλούτου (Διάγραμμα 3), μπορούμε να προβούμε και στην αξιολόγηση του χαρτοφυλακίου μας μέσω της σύγκρισης του με τα υπόλοιπα χαρτοφυλάκια που τοποθετούνται στο αποδοτικό σύνορο. Για όλα τα υπόλοιπα χαρτοφυλάκια, ο δείκτης θα είναι μικρότερος ενώ και η σχέση μεταξύ κινδύνου και απόδοσης δεν θα είναι η βέλτιστη.

Συνεπώς το πρόβλημα της εύρεσης του βέλτιστου χαρτοφυλακίου για την περίπτωση όπου απαγορεύεται η διαδικασία του short selling μπορεί να γραφεί ως:

$$\max S_p = \frac{E(r_p) - r_f}{\sigma_p} \quad (19)$$

υπό τους περιορισμούς ότι: $1 > w_i \geq 0$ (20) και $\sum_{i=1}^n w_i = 1$ (21)

Διάγραμμα 3: Βέλτιστο χαρτοφυλάκιο και γραμμή κατανομής του πλούτου



Από την πρώτη φορά που χρησιμοποιήθηκε ο δείκτης Sharpe πολλές τροποποιήσεις του προτάθηκαν κατά καιρούς στην διεθνή βιβλιογραφία. Οι Koekebakker και Zakamouline (2007), για παράδειγμα, πρότειναν μία διαφορετική μορφή του δείκτη Sharpe, στην οποία υπολόγιζαν τόσο την ασυμμετρία την οποία εμφάνιζε η κατανομή αλλά και την αποστροφή στον κίνδυνο του κάθε επενδυτή, ενώ ο δείκτης διατηρούσε τις βασικές του ιδιότητες. Οι Elton και Gruber (1997), νωρίτερα, παρουσιάζουν μία σειρά από άλλες μεθοδολογίες για την αξιολόγηση των επενδύσεων, όπως ο δείκτης Treynor και το alpha του Jensen, καταλήγοντας πως τελικά ο

δείκτης Sharpe είναι το πιο συνηθισμένο και πιο έγκυρο μέτρο παρά τα όποια μειονεκτήματά του έναντι των υπολοίπων. Τέλος πρέπει αναφέρουμε πως ο ίδιος ο Sharpe (1994) επαναξιολογεί το μέτρο αυτό και αποδεικνύει για μια ακόμα φορά πως ο επενδυτής μπορεί να επιτύχει καλύτερες αποδόσεις για τον ίδιο κίνδυνο κατανέμοντας τον πλούτο του με αυτό τον τρόπο, ακόμη και όταν χρησιμοποιεί παρελθοντικά στοιχεία για την κατασκευή των χαρτοφυλακίων.

4.4 Τα υποδείγματα αποτίμησης των περιουσιακών στοιχείων

Όπως δείξαμε στις προηγούμενες ενότητες, προκειμένου να προβούμε στον υπολογισμό της αναμενόμενης απόδοσης ενός χαρτοφυλακίου, πρέπει αρχικά να υπολογίσουμε ποια είναι η αναμενόμενη απόδοση των χρεογράφων που το αποτελούν. Εκτός της χρήσης των σεναρίων που δείξαμε παραπάνω, ένας πιο συνηθισμένος τρόπος είναι η μελέτη της απόδοσης του χαρτοφυλακίου σε σχέση με την αγορά ή και άλλους παράγοντες. Προκειμένου να υπολογιστεί αυτή η απόδοση έχουν αναπτυχθεί τρία βασικά υποδείγματα, τα οποία αναλύονται στη συνέχεια. Αν και στην συγκεκριμένη περίπτωση θα χρησιμοποιήσουμε το υπόδειγμα του CAPM, που αποτελεί και το απλούστερο, κρίνεται σκόπιμο να αναφέρουμε τα βασικά χαρακτηριστικά και των υπολοίπων.

4.4.1 Το Υπόδειγμα Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων (Capital Asset Price Model – CAPM)

Το πιο συνηθισμένο υπόδειγμα που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της αναμενόμενης απόδοσης των περιουσιακών στοιχείων ενός χαρτοφυλακίου είναι αυτό του Capital Asset Price Model (CAPM). Το CAPM αναπτύχθηκε περίπου δέκα χρόνια μετά τη θεωρία του μοντέρνου χαρτοφυλακίου, από τον Sharpe(1964) και τους Litner(1965) και Mossin (1966). Το μεγαλύτερο πλεονέκτημα του CAPM είναι το γεγονός ότι προσφέρει δυναμικές και σχετικά καλές προβλέψεις για την μέτρηση του κινδύνου και τη σχέση μεταξύ κινδύνου και αναμενόμενης απόδοσης. Στα μειονεκτήματα του

υποδείγματος, ωστόσο, συγκαταλέγονται οι απλουστευτικές του υποθέσεις, οι οποίες είναι:

- Υπάρχει ένας μεγάλος αριθμός επενδυτών, ο οποίος κατέχει ένα πολύ μικρό μερίδιο του συνολικού πλούτου και οι τιμές των χρεογράφων είναι δεδομένες, δηλαδή δεν μπορούν να επηρεαστούν μέσω αλόγιστων αγοραπωλησιών και άρα μιλάμε για καθεστώς τέλειου ανταγωνισμού.
- Οι επενδυτές τοποθετούν τα χρήματά τους σε συγκεκριμένα χρεόγραφα για μία χρονική περίοδο, όντας «μυωπικοί» για τα οφέλη που μπορεί να προκύψουν από την διακράτηση των χρεογράφων για μεγαλύτερο χρονικό διάστημα. Δηλαδή, οι επενδυτές επιλέγουν ένα χαρτοφυλάκιο στον χρόνο $t-1$ με σκοπό να το κρατήσουν μέχρι το χρόνο t .
- Οι επενδύσεις αφορούν μόνο στα δημόσια διαπραγματεύσιμα χρεόγραφα, δηλαδή τις μετοχές και τα ομόλογα.
- Οι επενδυτές μπορούν να δανείσουν και να δανειστούν οποιοδήποτε ποσό στο επιτόκιο του χρεογράφου μηδενικού κινδύνου.
- Δεν υπάρχει φορολογία και μεταφορικά κόστη στις συναλλαγές.
- Όλοι οι επενδυτές χρησιμοποιούν την θεωρία Mean-Variance για την βέλτιστη κατανομή μεταξύ των χρεογράφων.
- Όλοι οι επενδυτές έχουν τις ίδιες προσδοκίες για την τιμή των χρεογράφων στο μέλλον, αφού χρησιμοποιούν την ίδια τεχνική ανάλυσης των χρεογράφων.

Έτσι, βασιζόμενοι στις υποθέσεις του CAPM, καταλήγουμε σε ένα βασικό συμπέρασμα, ότι όλοι οι επενδυτές χρησιμοποιώντας την ίδια πληροφόρηση και έχοντας τις ίδιες προσδοκίες θα επιλέξουν ένα χαρτοφυλάκιο, το χαρτοφυλάκιο της αγοράς (M), το οποίο αποτελείται από όλα τα διαπραγματεύσιμα χρεόγραφα. Η αναλογία αυτών των χρεογράφων βρίσκεται διαιρώντας την αξία του κάθε χρεογράφου με την συνολική αξία

όλων των χρεογράφων που διαπραγματεύονται στην αγορά. Πιο απλά, από τη στιγμή που ο κάθε επενδυτής επιδιώκει να βελτιστοποιήσει το χαρτοφυλάκιό του και όλοι οι επενδυτές χρησιμοποιούν την ίδια μεθοδολογία, όλοι οι επενδυτές οδηγούνται στο ίδιο χαρτοφυλάκιο. Συνεπώς, το χαρτοφυλάκιο της αγοράς θα τοποθετείται όχι μόνο στο αποτελεσματικό σύνορο, αλλά θα είναι και το χαρτοφυλάκιο που θα εφάπτεται στη γραμμή κατανομής του πλούτου (CAL) (Διάγραμμα 3) και άρα η γραμμή που θα ενώνει το επίπεδο του επιτοκίου χωρίς κίνδυνο με το χαρτοφυλάκιο της αγοράς, η γραμμή κεφαλαιαγοράς (Capital Market Line) θα αποτυπώνει τους βέλτιστους συνδυασμούς της γραμμής κατανομής του πλούτου. Τα χαρτοφυλάκια που τοποθετούνται πάνω στην γραμμή αυτή θεωρούνται αποτελεσματικά, ενώ όσα τοποθετούνται κάτω από τη γραμμή αυτή είναι μη αποτελεσματικά. Συνεπώς, ο κάθε επενδυτής μπορεί να επιλέξει οποιοδήποτε από αυτά τα αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια ανάλογα με το πόσο κίνδυνο επιθυμεί να αναλάβει.

Ωστόσο, όπως καταλαβαίνουμε και από τον τίτλο της ενότητας, το CAPM χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της αναμενόμενης απόδοσης του κάθε χρεογράφου χωριστά και όχι μόνον του χαρτοφυλακίου. Η σύνδεση μεταξύ του κάθε χρεογράφου και της αγοράς επέρχεται μέσω του συντελεστή beta, ο οποίος επί της ουσίας εκφράζει τον κίνδυνο ενός χρεογράφου μέσω της συνδιακύμανσής του με το χαρτοφυλάκιο της αγοράς ως προς τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου της αγοράς. Συνεπώς, το beta μπορεί να υπολογιστεί ως:

$$\beta_{im} = \frac{\text{cov}(r_i, r_m)}{\sigma_m^2} \quad (22)$$

Όπου $\text{cov}(r_i, r_m)$ είναι η συνδιακύμανση μεταξύ του χρεογράφου i και του χαρτοφυλακίου της αγοράς και σ_m^2 είναι η διακύμανση του χαρτοφυλακίου της αγοράς. Το beta, δηλαδή εκφράζει την ευαισθησία των αποδόσεων του

χρεογράφου σε σχέση με τον κίνδυνο της αγοράς και υπολογίζεται μέσω της παλινδρόμησης των υπερβαλλουσών αποδόσεων του χρεογράφου σε σχέση με τις υπερβάλλουσες αποδόσεις της αγοράς.

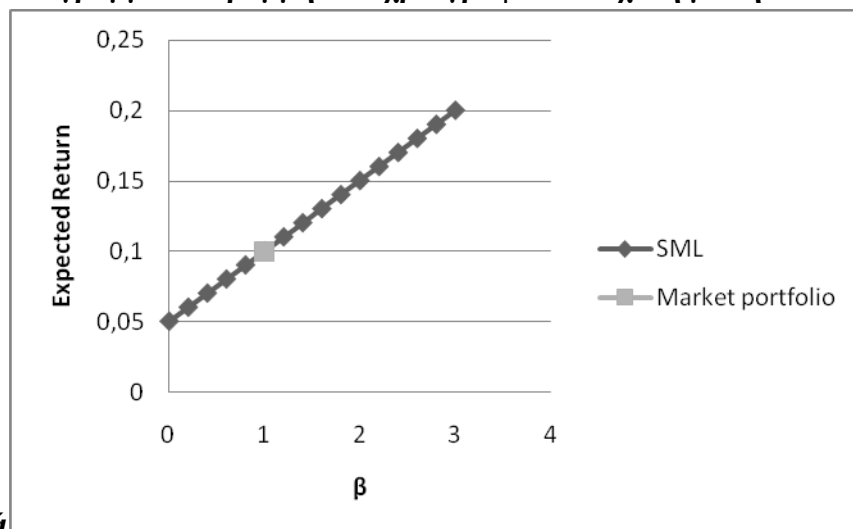
Υπολογίζουμε, δηλαδή, την αναμενόμενη απόδοση του κάθε χρεογράφου μας, υπολογίζοντας το κατά πόσο αυτό το χρεόγραφο κινείται παράλληλα ή όχι με την αγορά και άρα η αναμενόμενη-απαιτούμενη απόδοση υπολογίζεται ως:

$$E(r_i) = r_f + [E(r_m) - r_f]\beta_{im} \quad (23)$$

όπου, r_f είναι η απόδοση του χρεογράφου μηδενικού κινδύνου, και το $E(r_m) - r_f$ αντιστοιχεί στο ασφάλιστρο κινδύνου, δηλαδή στην ανταμοιβή που απαιτεί ο επενδυτής για να αναλάβει πρόσθετο κίνδυνο. Όπως καταλαβαίνουμε ο κίνδυνος, που στο υπόδειγμα αυτό μετριέται από το beta συνδέεται άμεσα με την αναμενόμενη απόδοση του χρεογράφου. Η σχέση αυτή αποτυπώνεται μέσω της γραμμής των χρεογράφων σε σχέση με την αγορά (Security Market Line). Με βάση το διάγραμμα 4, στο οποίο αποτυπώνεται η SML, το χαρτοφυλάκιο της αγοράς έχει beta ίσο με τη μονάδα, ενώ για τιμές που είναι μεγαλύτερες από τη μονάδα (επιθετικά χρεόγραφα), θα πρέπει να ισχύει ότι η αναμενόμενη απόδοση θα πρέπει να είναι μεγαλύτερη αφού και ο κίνδυνος θα είναι μεγαλύτερος. Ωστόσο, θα πρέπει να επισημάνουμε μία σημαντική διαφορά μεταξύ της SML και της CML. Πιο συγκεκριμένα, η CML αντιπροσωπεύει το ασφάλιστρο κινδύνου των αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων έτσι όπως αυτά υπολογίστηκαν με βάση την τυπική απόκλιση. Αντίθετα, η SML εκφράζει το ασφάλιστρο κινδύνου για κάθε χρεόγραφο χωριστά, όπως και του χαρτοφυλακίου μέσω του beta, δηλαδή της σύνδεσης του κάθε χρεογράφου με το χαρτοφυλάκιο της αγοράς. Συνεπώς, θεωρείται πως τα χρεόγραφα που τοποθετούνται στην SML είναι δίκαια τιμολογημένα, από τη στιγμή που η αναμενόμενη τιμή

τους εξαρτάται από τον κίνδυνο και άρα ισχύει ότι υπάρχει ισορροπία στην αγορά. Ωστόσο, είναι πολύ πιθανό πολλές φορές η αναμενόμενη αυτή τιμή να είναι διαφορετική από την πραγματοποιούμενη. Η διαφορά αυτή μετριέται μέσω του alpha, η οποία εκφράζεται ως η διαφορά μεταξύ της δίκαιης και της πραγματοποιούμενης απόδοσης.

Διάγραμμα 4: Γραμμή των χρεογράφων σε σχέση με την



Όπως είπαμε το beta εκτός από ένα χρεόγραφο μπορεί να χαρακτηρίσει και ένα χαρτοφυλάκιο, που αποτελείται από πολλαπλά χρεόγραφα. Το beta αυτό υπολογίζεται ως μέσος σταθμικός όρος όλων των beta των μεμονωμένων στοιχείων και ισούται με:

$$\beta_p = \sum_{i=1}^n w_i \beta_i \quad (24)$$

Αντίστοιχα, η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου ισούται με:

$$E(r_p) = r_f + [E(r_m) - r_f] \beta_{pm} \quad (25)$$

Το CAPM είναι ένα από τα υποδείγματα που έχει δεχτεί τόσο θετικές όσο και αρνητικές κριτικές, τις οποίες θα εξετάσουμε στη συνέχεια αναλύοντας και τα υπόλοιπα υποδείγματα. Ωστόσο, πολλοί ήταν οι ερευνητές που πρότειναν διάφορες προεκτάσεις στο υπόδειγμα προκειμένου να επιλύσουν

διάφορες από τις αδυναμίες τους. Οι De Santis και Gerard (1997), για παράδειγμα, πρότειναν μία υπό συνθήκη μορφή του CAPM (conditional CAPM), χρησιμοποιώντας τα πολυμεταβλητά υποδείγματα GARCH για τη μελέτη των χρηματιστηριακών δεικτών οχτώ χωρών. Σε αυτή τη μορφή του CAPM η αναμενόμενη απόδοση ενός χρεογράφου εξαρτάται από την δεσμευμένη διακύμανση μεταξύ της κάθε αγοράς και του παγκόσμιου χαρτοφυλακίου και από μία σταθερά η οποία μετρά τις διαφορές που υπάρχουν μεταξύ των αγορών. Αντίθετα, οι Fama και French (2004) ελέγχοντας την εγκυρότητα του CAPM, κατέληξαν πως το υπόδειγμα έχει την τάση να υποεκτιμά τις αποδόσεις των χρεογράφων που έχουν μικρό beta, ενώ υπερεκτιμά τις αποδόσεις των χρεογράφων με υψηλό beta.

4.4.2 Το υπόδειγμα APT (Arbitrage Pricing Theory)

Δέκα χρόνια μετά την ανάπτυξη του υποδείματος CAPM, ο Ross (1976) αναπτύσσει ένα νέο υπόδειγμα, το APT. Όπως και το CAPM, το APT συνδέει την αναμενόμενη απόδοση με τον κίνδυνο μέσω της γραμμής των χρεογράφων σε σχέση με την αγορά (SML). Ωστόσο, στο APT θεωρείται πως οι αποδόσεις του χρεογράφου συνδέονται με περισσότερους του ενός παράγοντες κινδύνου και άρα δεν έχουμε μόνον έναν συντελεστή beta αλλά περισσότερους. Ο Ross (1976) στήριξε το APT στο νόμο της μίας τιμής (Law of One Price), σύμφωνα με τον οποίο, εάν η τιμή μίας μετοχής είναι μικρότερη σε ένα χρηματιστήριο από την τιμή που διαπραγματεύεται η ίδια μετοχή σε ένα άλλο χρηματιστήριο τότε δημιουργούνται ευκαιρίες για arbitrage και οι επενδυτές αγοράζουν την μετοχή από εκεί όπου πωλείται φθηνότερα και την πωλούν εκεί που είναι ακριβότερη, κι έτσι επέρχεται ξανά ισορροπία στην αγορά σιγά-σιγά, αφού η τιμή της μετοχής εξισώνεται. Όσο αφορά τις υποθέσεις του υποδείματος, θεώρησε ότι η υπόθεση των ομογενών προτιμήσεων μεταξύ των επενδυτών εξακολουθεί να υπάρχει, ενώ δεν υπάρχει η υπόθεση σύμφωνα με την οποία όλοι οι επενδυτές εφαρμόζουν την θεωρία Mean-Variance για την απόφαση της κατανομής

του πλούτου τους. Αντίθετα, θεωρείται πως οι αποδόσεις κάθε χρεογράφου εξαρτώνται άμεσα από διάφορους δείκτες:

$$r_i = \alpha_i + \beta_{i1}F_1 + \beta_{i2}F_2 + \dots + \beta_{in}F_{in} + e_i \quad (25)$$

Όπου α_i είναι η αναμενόμενη απόδοση του χρεογράφου εάν όλοι οι δείκτες έχουν μηδενική αξία, β_{ij} είναι η ευαισθησία που παρουσιάζει η απόδοση του χρεογράφου ως προς τον παράγοντα j , F_j είναι ο παράγοντας j και e_i το κατάλοιπο, για το οποίο ισχύουν οι υποθέσεις του κλασικού υποδείγματος. Συνεπώς, οι παράγοντες αυτοί μπορεί να είναι οποιοδήποτε μακροοικονομικοί και μη παράγοντες που θεωρείται ότι επηρεάζουν την αναμενόμενη απόδοση, ενώ όπως γίνεται άμεσα αντιληπτό δεν επηρεάζουν όλοι οι παράγοντες με τον ίδιο τρόπο όλα τα χρεόγραφα. Έτσι, το APT θεωρεί ότι στην ουσία η αναμενόμενη απόδοση ενός χρεογράφου δεν εξαρτάται από τον μη συστηματικό κίνδυνο αλλά από τον κίνδυνο της αγοράς και άρα η αναμενόμενη απόδοση ενός χρεογράφου ισούται με:

$$E(r_i) = r_f + \beta_{i1}(F_1 - r_f) + \beta_{i2}(F_2 - r_f) + \dots + \beta_{in}(F_n - r_f) \quad (26)$$

Έτσι, καταλαβαίνουμε πως εάν το χρεόγραφο έχει μηδενική ευαισθησία προς όλους τους παράγοντες κινδύνου, δηλαδή όλοι οι συντελεστές beta είναι μηδενικοί, τότε θα πρέπει να μας αποδίδει την απόδοση του χρεογράφου μηδενικού κινδύνου και άρα θα μιλάμε για το χρεόγραφο μηδενικού κινδύνου. Εάν, ωστόσο, η αναμενόμενη απόδοση είναι υψηλότερη από αυτή που υπολογίσαμε τότε οι επενδυτές έχουν την ευκαιρία για arbitrage μέσω του δανεισμού στο επιτόκιο μηδενικού κινδύνου αγοράζοντας το χρεόγραφο αυτό σε αυτή την τιμή με την προσδοκία ότι θα τους αποφέρει μεγαλύτερη απόδοση. Έτσι, μέσω της εκτίμησης αυτών των πολλαπλών beta, είμαστε σε θέση να κατασκευάσουμε την SML για κάθε χρεόγραφο αλλά και για το χαρτοφυλάκιο συνολικά, όπως ακριβώς και στο CAPM. Δηλαδή, εάν

θεωρήσουμε πως η θεωρία αυτή ερμηνεύει τις αποδόσεις όλων των μεμονωμένων χρεογράφων που αποτελούν ένα χαρτοφυλάκιο και το χαρτοφυλάκιο αυτό είναι διαφοροποιημένο, τότε θα πρέπει να ισχύει και για το χαρτοφυλάκιο αυτό. Άρα η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου θα ισούται με:

$$E(r_p) = r_f + \beta_{i1}(F_1 - r_f) + \beta_{i2}(F_2 - r_f) + \dots + \beta_{in}(F_n - r_f) \quad (27)$$

Είναι κατανοητό πως το APT σε αντίθεση με το CAPM θεωρεί πως οι αναμενόμενες αποδόσεις των χρεογράφων περιγράφονται από τους διάφορους μακροοικονομικούς παράγοντες, χωρίς, όμως να προσδιορίζει ποιοι είναι αυτοί, ενώ το CAPM θεωρεί πως οι αναμενόμενες αποδόσεις εξαρτώνται μόνον από την συσχέτισή τους με την αγορά. Επιπλέον, στο APT θεωρείται πως η αγορά επέρχεται πάντα σε ισορροπία, δηλαδή, ακόμη και όταν παρουσιάζονται ευκαιρίες για arbitrage, τότε οι επενδυτές που θα τις αντιληφθούν θα κάνουν τις απαραίτητες κινήσεις προκειμένου η αγορά να έρθει ξανά σε επίπεδο ισορροπίας. Πάραυτα, το CAPM, λόγω των απλουστευτικών του υποθέσεων και της μη ανάγκης εύρεσης κάθε φορά των παραγόντων που επηρεάζουν την αναμενόμενη απόδοση ενός χρεογράφου, είναι πιο διαδεδομένο.

Οι Chen et al. (1986) θέλοντας να ενισχύσουν το APT προέβησαν στον έλεγχο διαφόρων μακροοικονομικών παραγόντων που θεώρησαν πως επηρέαζαν την αναμενόμενη απόδοση των μετοχών, μεταξύ των οποίων ο ρυθμός αύξησης της βιομηχανικής παραγωγής, η διαφορά στον αναμενόμενο πληθωρισμό, η αλλαγή των επιτοκίων, το ασφάλιστρο κινδύνου μεταξύ των ομολόγων που βαθμολογούνταν ως BAA και των ομολόγων της αμερικανικής κυβέρνησης. Μέσω των ελέγχων που διεξήγαγαν συμπέραναν πως ο ρυθμός αύξησης της βιομηχανικής παραγωγής, η διαφορά στον πληθωρισμό, η διαφορά στο ασφάλιστρο κινδύνου και οι αλλαγές των επιτοκίων εξηγούσαν σημαντικά τις

αναμενόμενες αποδόσεις των μετοχών σε αντίθεση με τους δείκτες των χρηματιστηρίων οι οποίοι βρέθηκαν στατιστικά ασήμαντοι, ενισχύοντας τη θεωρία ότι οι αποδόσεις των μετοχών εξαρτώνται άμεσα από τον συστηματικό κίνδυνο, που αφορά στο γενικότερο οικονομικό περιβάλλον.

4.4.3 Το υπόδειγμα Τριών Παραγόντων (Three Factor Model)

Οι Fama και French (1992) ανέπτυξαν ένα διαφορετικό υπόδειγμα για τον υπολογισμό της αναμενόμενης απόδοσης των χρεογράφων, το οποίο αναφέρεται στη βιβλιογραφία ως Υπόδειγμα των Τριών Παραγόντων (Three Factor Model). Το υπόδειγμα αυτό όπως θα δούμε στη συνέχεια συνδυάζει στοιχεία τόσο από το CAPM όσο και από το APT με έναν πιο διαφορετικό τρόπο. Πιο συγκεκριμένα, θεωρείται ξανά πως η αναμενόμενη απόδοση των χρεογράφων επηρεάζεται από την κίνηση που έχουν αυτά σε σχέση με την αγορά, αλλά και από άλλους δύο παράγοντες. Έτσι, απέδειξαν πως υπάρχει στατιστικά σημαντική επίδραση στην απόδοση μιας μετοχής όταν λαμβάνεται υπόψη και το μέγεθος των εταιρειών, όταν εξέτασαν την απόδοση των μετοχών σε σχέση με αυτή τη μεταβλητή. Επιπλέον, στην ίδια έρευνα απέδειξαν πως υπάρχει στατιστικά σημαντική επίδραση από το εάν μιλάμε για μετοχή μικρής ή μεγάλης κεφαλαιοποίησης. Τη σχέση αυτή τη μέτρησαν μέσω του λόγου της λογιστικής αξίας της μετοχής ως προς την χρηματιστηριακή (Book-to-Market Value, BV/MV). Σύμφωνα με τα αποτελέσματά τους η σχέση που υπάρχει ανάμεσα στις αποδόσεις και το λόγο BV/MV είναι ισχυρότερη από αυτή του μεγέθους.

Ένα χρόνο αργότερα, έχοντας θεμελιώσει τα αποτελέσματά τους οι Fama και French (1993) γενικεύουν τα συμπεράσματα αυτά σε ένα υπόδειγμα, το οποίο μπορεί να εξηγήσει και τις αποδόσεις των ομολόγων. Πιο συγκεκριμένα, θεωρούν πως οι αποδόσεις των μετοχών εξηγούνται από τους παράγοντες που αναφέρθηκαν παραπάνω και οι αποδόσεις των ομολόγων από την κίνησή τους σε σχέση με την αγορά, την ωρίμανση (maturity) του ομολόγου και τον πιστωτικό κίνδυνο (default). Απέδειξαν,

πως όλοι αυτοί οι παράγοντες περιέγραφαν ικανοποιητικά τις αναμενόμενες αποδόσεις των χρεογράφων. Το υπόδειγμα που πρότειναν έλαβε την εξής μορφή για τις μετοχές:

$$r_i - r_f = \alpha + \beta(r_m - r_f) + sSMB + hHML + e_i \quad (28)$$

Και άρα η αναμενόμενη απόδοση γράφεται ως:

$$r_i = r_f + \beta E(r_m - r_f) + sE(SMB) + hE(HML) \quad (29)$$

Όπου **SMB** είναι η διαφορά ανάμεσα στις μικρές και μεγάλες εταιρείες και εκφράζει το μέγεθος (small minus big) και **HML** η διαφορά ανάμεσα στους μικρούς και μεγάλους δείκτες των BV/MV (high minus low), **s** και **h** ο βαθμός ευαισθησίας της μετοχής *i* ως προς τους παράγοντες αυτούς και $E(\dots)$ οι αναμενόμενες τιμές τους. Αντίστοιχη ήταν και η μορφή για τα ομόλογα:

$$r_i - r_f = \alpha + \beta(r_m - r_f) + tTERM + dDEF + e_i \quad (30)$$

$$r_i = r_f + \beta E(r_m - r_f) + tE(TERM) + dE(DEF) \quad (31)$$

Όπου **TERM** είναι η χρονική διάρκεια του ομολόγου έως τη λήξη του, **DEF** ο παράγοντας του πιστωτικού κινδύνου και **t** και **d** ο βαθμός ευαισθησίας του ομολόγου ως προς τους παράγοντες αυτούς. Θέλοντας, ωστόσο, να εξετάσουν εάν η προσθήκη περισσότερων παραγόντων θα προσέδιδε ή όχι ερμηνευτικότητα στην εξήγηση των αποδόσεων, πρόσθεσαν τους παράγοντες που επηρεάζουν τα ομόλογα σε αυτούς των μετοχών και το αντίστροφο καταλήγοντας πως η αλλαγή στην κλίση ήταν μηδαμινή.

Είναι φανερό πως το υπόδειγμα των Fama-French συνδυάζει στοιχεία τόσο από το CAPM όσο και από το APT με τη διαφορά ότι σε σχέση με το APT οι παράγοντες που προσδιορίζουν την αναμενόμενη απόδοση είναι

δεδομένοι. Όπως, αναφέραμε και παραπάνω οι Fama και French (2004) ενίσχυσαν το υπόδειγμά τους μέσω του ελέγχου του CAPM, καταλήγοντας πως το CAPM υποεκτιμά τις αποδόσεις των χρεογράφων που έχουν μικρό beta και υπερεκτιμά τις αποδόσεις των χρεογράφων με υψηλό beta.

4.5 Αξιολόγηση των χαρτοφυλακίων

Ελέγχοντας την διεθνή βιβλιογραφία συμπεραίνουμε πως η αξιολόγηση των βέλτιστων χαρτοφυλακίων γίνεται μέσω της σύγκρισής τους με κάποιον άλλον δείκτη. Ο δείκτης αυτός ορίζεται ως ένας χρηματιστηριακός ή ομολογιακός δείκτης ή αποτελεί έναν υποθετικό δείκτη, ο οποίος κατασκευάζεται ανάλογα με τις απαιτήσεις της κάθε έρευνας.

Οι Wolfgang et al. (2005) χρησιμοποιούν για την αξιολόγηση του χαρτοφυλακίου που κατασκευάζουν δύο διεθνείς χρηματιστηριακούς δείκτες υπολογισμένους από την Morgan Stanley Capital Investment (MSCI), τους World Index (WOR) και Europe Index (EU). Οι Parrák και Seidler (2010) χρησιμοποιούν τον χρηματιστηριακό δείκτη PX που ενσωματώνει όλη την δραστηριότητα του χρηματιστηρίου της Τσεχίας. Οι Bugar και Maurer (1997) συγκρίνουν το χαρτοφυλάκιο που κατασκευάζουν και αποτελείται από τα χρεόγραφα μιας χώρας με ένα διεθνές χαρτοφυλάκιο που έχει κατασκευαστεί σύμφωνα με τη θεωρία Mean-Variance. Αντίθετα, οι Goetzmann και Kumar (2008) προκειμένου να αποδείξουν πως οι Αμερικάνοι διακρατούν μη διαφοροποιημένα χαρτοφυλάκια συγκρίνουν τα χαρτοφυλάκια που κατασκευάζουν με το χαρτοφυλάκιο της αγοράς που αποτελείται από τον δείκτη S&P 500 και κάποια τυχαία καταναμημένα χαρτοφυλάκια, τα οποία κατασκευάζονται με την τυχαία επιλογή μετοχών.

Στην παρούσα εργασία δεν χρησιμοποιούμε κάποιον δημόσιο δείκτη όπως αυτούς που αναφέρθηκαν παραπάνω. Αντίθετα, κατασκευάζουμε κάποιους δείκτες. Πιο συγκεκριμένα, σε σχέση με την περίπτωση των μεμονωμένων χωρών δημιουργούμε, σε πρώτο στάδιο, ένα υποθετικό χαρτοφυλάκιο, το

οποίο αποτελείται από τους δείκτες της εκάστοτε χώρας αλλά τώρα είναι σε ίσα ποσοστά υπό την υπόθεση ότι οι επενδυτές δεν μπορούν να επενδύσουν εκτός των συνόρων της χώρας τους και άρα συγκρίνουμε το πώς θα άλλαζε ο πλούτος του επενδυτή εάν άλλαζε η κατανομή μεταξύ των χρεογράφων. Με αυτή την επιλογή, θέλουμε να αποδείξουμε πως η τυχαία και αυθαίρετη κατανομή μεταξύ των δύο χρεογράφων δεν μπορεί να οδηγήσει στα βέλτιστα αποτελέσματα και άρα προκειμένου να τοποθετηθούν με σωστό τρόπο τα χρήματα των επενδυτών στον ένα ή στον άλλο δείκτη απαιτείται κάποια τακτική βελτιστοποίησης. Στη συνέχεια θεωρώντας πως οι επενδυτές μπορούν να τοποθετήσουν τα χρήματά τους και στα χρεόγραφα των άλλων χωρών, συγκρίνουμε το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο της κάθε χώρας με το χαρτοφυλάκιο που αποτελείται και από τους οχτώ δείκτες, δηλαδή τους δείκτες των μετοχών και των ομολόγων για όλες τις χώρες, προκειμένου να εξετάσουμε εάν μπορεί να μειωθεί ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου μέσω της επένδυσης σε περισσότερα χρεόγραφα. Στο νέο αυτό χαρτοφυλάκιο θεωρούμε πως όλα τα χρεόγραφα συμμετέχουν με το ίδιο ακριβώς ποσοστό, δηλαδή 12,5%.

Όσο αφορά τα δύο σύνθετα χαρτοφυλάκια, όπως καταλαβαίνουμε η υπόθεση της μη επένδυσης σε χρεόγραφα άλλων χωρών δεν ισχύει και άρα δεν ελέγχουμε εάν θα υπάρξει αλλαγή από τη διαφοροποίηση του χαρτοφυλακίου τους. Έτσι, θέλοντας να αποδείξουμε ότι μέσω της βελτιστοποίησης μπορούμε να επιτύχουμε καλύτερες αποδόσεις για το χαρτοφυλάκιο μας και ταυτόχρονα μικρότερο κίνδυνο, συγκρίνουμε το πρώτο μας χαρτοφυλάκιο των τριών χωρών με ένα χαρτοφυλάκιο που κατασκευάζεται με τα χρεόγραφα των τριών χωρών, για τα οποία θεωρούμε πως ισχύουν τα ίδια ποσοστά. Αντίστοιχη είναι και η διαδικασία που ακολουθείται και για το δεύτερο χαρτοφυλάκιο των τεσσάρων χωρών.

Η σύγκριση αυτή αφορά στο εάν η πραγματοποιηθείσα απόδοση του βέλτιστου χαρτοφυλακίου, η τυπική απόκλιση και ο δείκτης Sharpe ήταν

καλύτερα από τα αντίστοιχα των δεικτών ή του δείκτη ανάλογα με την περίπτωση. Εάν τα μεγέθη αυτά είναι τις περισσότερες φορές καλύτερα από τα αντίστοιχα του δείκτη μας, τότε θεωρούμε πως το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο έχει επιτύχει τον σκοπό του, δηλαδή τη μέγιστη απόδοση με τον μικρότερο δυνατό κίνδυνο.

5. Η κατασκευή των βέλτιστων χαρτοφυλακίων με βάση την Αξία στον Κίνδυνο (Value at Risk) – Η προσέγγιση Mean-VaR

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζονται οι μεθοδολογίες υπολογισμού της μεταβλητότητας και του VaR, που θα χρησιμοποιηθούν σε αυτή την εργασία καθώς και η διαδικασία πρόβλεψης των τιμών που λαμβάνουμε για αυτές σε μελλοντικές χρονικές περιόδους. Τέλος, δείχνουμε τον τρόπο κατασκευής των βέλτιστων χαρτοφυλακίων με βάση το VaR, δηλαδή την θεωρία Mean-VaR, καθώς και την διαδικασία αξιολόγησης των χαρτοφυλακίων που κατασκευάζονται με βάση αυτή την θεωρία, αλλά και τη διαδικασία αξιολόγησης των προβλέψεων για τις τιμές του VaR.

5.1 Τα αίτια που οδήγησαν στη διαχείριση του κινδύνου – Ερμηνεία του VaR

Η γενικότερη μεταβλητότητα του οικονομικού περιβάλλοντος κατά τα τελευταία χρόνια οδήγησε στην ανάγκη διερεύνησης των κινδύνων που αντιμετωπίζει μία εταιρεία και ακόμη περισσότερο στην ανάγκη της διαχείρισης αυτών των κινδύνων.

Μία εταιρεία έρχεται αντιμέτωπη καθημερινά με μία σειρά κινδύνων, οι οποίοι μπορούν να κατηγοριοποιηθούν, σύμφωνα με τον Jorion (2007) ως: ο λειτουργικός κίνδυνος, ο πιστωτικός κίνδυνος, ο νομικός κίνδυνος, ο κίνδυνος της αγοράς. Οι κίνδυνοι αυτοί μπορούν να αφορούν τόσο μόνο την ίδια την επιχείρηση και συνεπώς συνδέονται με τον ανθρώπινο παράγοντα, αλλά και κινδύνους που συνδέονται με το μακροοικονομικό και χρηματοοικονομικό περιβάλλον.

Η πρώτη φορά που έγινε αισθητή η ανάγκη για τη διαχείριση του κινδύνου εντοπίζεται στην κατάρρευση του συστήματος των σταθερών συναλλαγματικών ισοτιμιών του Bretton-Woods το 1971, η οποία οδήγησε

χιλιάδες επενδυτές σε χάσιμο εκατομμυρίων δολαρίων, λόγω της μετάβασης στο καθεστώς των κυμαινόμενων ισοτιμιών. Η πιο μεγάλη, ωστόσο, καταστροφή μέχρι και σήμερα λόγω της αδυναμίας διαχείρισης του κινδύνου αφορά την Barings Bank. Ο Nick Leeson, (ένα και μόνο άτομο ήταν αρκετό), επένδυσε το μεγαλύτερο μέρος του χαρτοφυλακίου της τράπεζας σε συγκεκριμένους χρηματιστηριακούς δείκτες του ιαπωνικού χρηματιστηρίου μέσω futures και options. Η τράπεζα βρέθηκε να χάνει \$1,3 δις τον Φεβρουάριο του 1995, με αποτέλεσμα να οδηγηθεί σε χρεοκοπία. Παρόμοια είναι και η περίπτωση της Metallgesellschaft. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, ο όμιλος της Γερμανίας υπέστη τεράστιες απώλειες και έφτασε κοντά στην χρεοκοπία λόγω της επιλογής της αμερικάνικης θυγατρικής της MG Refining & Marketing (MRGM), να προσφέρει μακροχρόνια συμβόλαια για αγορά πετρελαίου μέσω της χρήσης των futures, από τη στιγμή που μπορούσε να εξασφαλίζει κέρδη μέσω της συγκεκριμένης διαδικασίας. Ωστόσο, η MRGM δεν ήταν σε θέση να προβλέψει την πτώση της τιμής του πετρελαίου που οδήγησε και σε πτώση της τιμής των συμβολαίων που προσέφερε και επίσης στην απαίτηση εξυπηρέτησης συμβολαίων σε τιμή που δεν ήταν συμφέρουσα για την εταιρεία. Η απάντηση της μητρικής ήταν η άμεση απόλυση του διοικητικού συμβουλίου και η σύσταση νέας διοίκησης, η οποία ανέλαβε να ρευστοποιήσει άμεσα τα εναπομείναντα συμβόλαια οδηγώντας την εταιρεία σε απώλειες ύψους \$1,3 δις. Η μητρική δανείστηκε προκειμένου να σώσει την εταιρεία \$2,4 δις από την Deutsche Bank, αλλά τα χρήματα αυτά δεν ήταν αρκετά για να κεφαλαιοποιηθεί η εταιρεία από τη στιγμή που η τιμή της μετοχής της κατρακύλησε.

Τα τρία αυτά παραδείγματα είναι μόνο μερικές από τις περιπτώσεις αδυναμίας της διαχείρισης του κινδύνου που οδήγησαν κοντά ή ακόμη και στη χρεοκοπία ορισμένες επιχειρήσεις. Όπως γίνεται αντιληπτό αυτές και άλλες ανάλογες καταστάσεις οδήγησαν στην ανάγκη της διαχείρισης του

κινδύνου που αντιμετωπίζουν οι εταιρείες, αλλά και στην ανάγκη της πρόβλεψης των χρημάτων που πρέπει μία εταιρεία να έχει άμεσα στη διάθεσή της για να αποφύγει την χρεοκοπία. Η διαχείριση του κινδύνου αφορά στον υπολογισμό της αξίας σε κίνδυνο, δηλαδή στον υπολογισμό του Value at Risk (VaR). Ο υπολογισμός του VaR επιβλήθηκε για πρώτη φορά από την Basle Committee στις τράπεζες, ως ένα μέτρο υπολογισμού των αναγκαίων κεφαλαιακών απαιτήσεών τους. Το VaR, πιο απλά, ορίζεται ως η μέγιστη απώλεια ενός χαρτοφυλακίου, που είναι πιθανό να συμβεί μέσα σε μία προκαθορισμένη χρονική περίοδο για ένα δεδομένο επίπεδο εμπιστοσύνης.

Το πρώτο που εξετάζεται, συνεπώς, για τον υπολογισμό του VaR είναι η μεταβλητότητα. Η μεταβλητότητα γίνεται πιο εμφανής από τη εικόνα που παρουσιάζουν οι αποδόσεις των χρεογράφων, οι οποίες και χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό του VaR, για τις οποίες συνήθως υποθέτουμε ότι ακολουθούν την κανονική κατανομή. Ο λόγος για τον οποίο επιλέγεται η κανονικότητα είναι ότι: α) ο κίνδυνος των αποδόσεων μίας επένδυσης που κατανέμονται κανονικά περιγράφεται αποκλειστικά από την τυπική απόκλιση, β) από τη στιγμή που οι αποδόσεις των χρεογράφων ακολουθούν την κανονική κατανομή, τότε και το χαρτοφυλάκιο που κατασκευάζεται από αυτά τα χρεόγραφα θα ακολουθεί την κανονική κατανομή. Συνεπώς, για τον υπολογισμό του VaR μπορεί να χρησιμοποιηθεί μόνο το αριστερό μέρος της καμπύλης της κανονικής κατανομής (left tail). Έτσι, δίνεται μεγαλύτερη έμφαση στις ασυνήθιστα μεγάλες αρνητικές αποδόσεις των χρεογράφων, που προσδιορίζουν και τις μεγαλύτερες απώλειες. Ωστόσο, σε κάποιες περιπτώσεις χρησιμοποιείται η κατανομή t-student ως καταλληλότερη.

Ένα ακόμη σημαντικό στοιχείο για τον υπολογισμό του VaR είναι η επιλογή του επιπέδου εμπιστοσύνης που χρησιμοποιείται. Το επίπεδο, που συνήθως χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό του VaR είναι αυτό του 5% ή

του 1%, προκειμένου να εξασφαλίσουμε μεγαλύτερη ακρίβεια, και προσδιορίζει την μέγιστη πιθανότητα να χάσει ένας επενδυτής χρήματα περισσότερα από την αξία του VaR. Εάν για παράδειγμα χρησιμοποιήσουμε επίπεδο 1% και υπολογίσουμε το ημερήσιο VaR ίσο με 5%, τότε αυτό σημαίνει πως υπάρχει πιθανότητα 1% το χαρτοφυλάκιό μας να χάσει περισσότερο από το 5% της αξίας του μέσα σε μία ημέρα.

Στη συνέχεια, παρουσιάζουμε κάποιες μεθοδολογίες υπολογισμού της μεταβλητότητας και του VaR, καθώς και το πώς μπορούμε μέσω της χρήσης αυτών των μεθοδολογιών να κατασκευάσουμε τα βέλτιστα χαρτοφυλάκια, στηριζόμενοι στο ότι το VaR είναι το μόνο μέτρο μέτρησης του κινδύνου.

5.2 Οι μεθοδολογίες υπολογισμού της μεταβλητότητας και του VaR

Σε αυτήν την ενότητα παρουσιάζουμε τις μεθόδους υπολογισμού της μεταβλητότητας και κατ' επέκταση του VaR, που χρησιμοποιούνται σε αυτή την εργασία και πιο συγκεκριμένα, την μέθοδο της Ιστορικής Προσομοίωσης (Historical Simulation), την μέθοδο του Εκθετικού Σταθμισμένου Κινούμενου Μέσου (Exponentially Weighted Moving Average), όπως παρουσιάζεται μέσα από τη μέθοδο Risk Metrics που έχει αναπτύξει η JP Morgan και τέλος τον υπολογισμό του VaR με τη χρήση των μονομεταβλητών και πολυμεταβλητών υποδειγμάτων GARCH. Είναι αντιληπτό, ωστόσο, ότι οι μεθοδολογίες που εφαρμόζονται εδώ είναι πολύ λίγες και η σύγκριση αφορά μόνο αυτές τις τρεις. Οι Poon και Granger (2003), για παράδειγμα συγκρίνουν μία σειρά μεθοδολογιών υπολογισμού του VaR, μεταξύ των οποίων και αυτές που χρησιμοποιούνται εδώ παρουσιάζοντας τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα της κάθε μιας.

5.2.1 Η μέθοδος της Ιστορικής Προσομοίωσης (Historical Simulation Approach)

Η μέθοδος της Ιστορικής Προσομοίωσης είναι η πρώτη μεθοδολογία που αναπτύχθηκε για να προβλεφθεί η μεταβλητότητα των αγορών. Στη συγκεκριμένη μεθοδολογία η πληροφορία που αντλείται για να υπολογίσουμε αυτή τη μέγιστη απώλεια προέρχεται από την μελέτη των παρελθοντικών τιμών των χρεογράφων που αναλύουμε.

Προκειμένου να υπολογίσουμε το VaR αρχικά υπολογίζουμε την πραγματοποιηθείσα απόδοση του χαρτοφυλακίου μας, είτε βρίσκοντας αρχικά τις αποδόσεις των μεμονωμένων χρεογράφων και στη συνέχεια με βάση το ποσοστό με το οποίο συμμετέχει κάθε χρεόγραφο σε αυτό υπολογίζουμε την συνολική πραγματοποιηθείσα απόδοσή του είτε βρίσκοντας κατευθείαν την συνολική απόδοση του χαρτοφυλακίου. Στη συνέχεια, με βάση τις ιστορικές αποδόσεις των χρεογράφων μας υπολογίζουμε τον κίνδυνο (την διακύμανση) του χαρτοφυλακίου μας. Μέχρι αυτό το σημείο, θα μπορούσαμε να πούμε πως ακολουθούμε επακριβώς την ανάλυση Mean-Variance και συνεπώς το VaR ορίζεται ως:

$$VaR_{t+1}^p = -\sigma_{p,t+1} F_p^{-1} \quad (32)$$

Όπου F_p^{-1} είναι το τεταρτημόριο στο οποίο τοποθετούνται οι χειρότερες αποδόσεις που πραγματοποιήθηκαν κατά την περίοδο που αναλύουμε.

Ωστόσο, στην μεθοδολογία της Ιστορικής Προσομοίωσης εντοπίζουμε μία σημαντική διαφορά. Η απόδοση, διακύμανση και η τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου υπολογίζονται με βάση τις προηγούμενες αποδόσεις των χρεογράφων, αλλά όχι και με τα ποσοστά που συμμετείχαν τα χρεόγραφα στο συνολικό χαρτοφυλάκιο την κάθε χρονική περίοδο. Αντίθετα, χρησιμοποιούνται τα ποσοστά που ίσχυαν στο τέλος της τελευταίας χρονικής περιόδου, που υπολογίζουμε το VaR. Δηλαδή, αυτό που κάνουμε

είναι να κατασκευάζουμε ένα νέο χαρτοφυλάκιο, το οποίο βασίζεται στην κατανομή των χρεογράφων που έχουμε κατά την τελευταία περίοδο.

Επίσης, υποθέτουμε πως η κατανομή των αποδόσεων που θα ακολουθηθεί την επόμενη περίοδο στο χαρτοφυλάκιο μας ερμηνεύεται απόλυτα από την κατανομή που ακολουθούσαν οι προηγούμενες m παρατηρήσεις μας. Δηλαδή, η απόδοση του χαρτοφυλακίου ορίζεται ως:

$$\{r_{p,t+1-\tau}\}_{\tau=1}^m = \left\{ \sum_{i=1}^n w_i r_{i,t+1-\tau} \right\}_{\tau=1}^m \quad (33)$$

Στηριζόμενοι σε αυτές τις υποθέσεις υπολογίζουμε το VaR του χαρτοφυλακίου με βάση τις αποδόσεις που έχουν πραγματοποιηθεί έως και την τελευταία περίοδο για ένα δεδομένο επίπεδο σημαντικότητας ως:

$$\text{VaR}_{p,t+1}^p = -\text{percentile} \{r_{p,t+1-\tau}\}_{\tau=1}^m, 100p \quad (34)$$

Όπου p είναι το ποσοστημόριο στο οποίο τοποθετούνται οι πολύ αρνητικές αποδόσεις μας. Με αυτόν τον τρόπο πολύ απλά τοποθετούμε τις αποδόσεις μας με αύξουσα σειρά και επιλέγουμε το VaR ως τον αριθμό που ισχύει για τις παρατηρήσεις που τοποθετούνται στο επίπεδο που έχουμε επιλέξει και είναι μικρότερες από το VaR που υπολογίσαμε. Συνεπώς, όσο μειώνεται ο αριθμός των παρατηρήσεων μπορούμε να υπολογίσουμε ακριβώς το νούμερο που αντιστοιχεί στο VaR. Η διαδικασία φαίνεται να είναι αρκετά περίπλοκη, αλλά μπορεί να απλοποιηθεί εάν γίνει με τη χρήση κατάλληλων προγραμμάτων, όπου το τελευταίο βήμα πραγματοποιείται αυτόματα.

5.2.2 Το υπόδειγμα του Εκθετικού Σταθμισμένου Κινούμενου Μέσου (Exponentially Weighted Moving Average Model) – Το υπόδειγμα RiskMetrics

Το υπόδειγμα του Εκθετικού Σταθμισμένου Κινούμενου Μέσου (EWMA) αποτελεί μία προέκταση του υποδείγματος της Ιστορική Προσομοίωσης, αφού τα υποδείγματα EWMA βασίζονται στις ιστορικές αποδόσεις, οι

οποίες υποθέτουμε πως ακολουθούν την κανονική κατανομή, με τη διαφορά, όμως, ότι, εδώ οι πιο πρόσφατες παρατηρήσεις έχουν μεγαλύτερη επίδραση στον υπολογισμό της διακύμανσης, σε σχέση με τις παλαιότερες παρατηρήσεις. Σύμφωνα με τα υποδείγματα EWMA η τελευταία παρατήρηση έχει το μεγαλύτερο βάρος, ενώ τα ποσοστά των προηγούμενων παρατηρήσεων έχουν την τάση να μειώνονται όσο μετακινούμαστε πίσω στο χρόνο.

Το υπόδειγμα EWMA γίνεται πιο εύκολα κατανοητό μέσω μίας απλής μεθοδολογίας για τον υπολογισμό του VaR που ανέπτυξε η JP Morgan (1995), της RiskMetrics, προκειμένου να υπολογίσει τη μέγιστη δυνατή απώλεια που μπορεί να επακολουθήσει σε ένα χαρτοφυλάκιο. Προκειμένου να υπολογιστεί η διακύμανση της επόμενης ημέρας χρησιμοποιείται η τελευταία πραγματοποιηθείσα διακύμανση του χαρτοφυλακίου και η τελευταία πραγματοποιηθείσα απόδοσή του. Δηλαδή, η πρόβλεψη αποτελεί έναν σταθμισμένο μέσο όρο μεταξύ της τελευταίας διακύμανσης του χαρτοφυλακίου και της τελευταίας απόδοσής του υψωμένης στο τετράγωνο. Εάν χρησιμοποιηθούν περισσότερες παρατηρήσεις, τότε αυτές εμφανίζονται με μειούμενα βάρη καθώς οι πιο πρόσφατες παρατηρήσεις επηρεάζουν περισσότερο την διακύμανση της επόμενης περιόδου. Άρα, η διακύμανση υπολογίζεται ως:

$$\begin{aligned} \sigma_{t+1}^2 &= (1 - \lambda) * \sum_{T=1}^{\infty} \lambda^{T-1} r_{t+1-T}^2 = (1 - \lambda) * \sum_{T=2}^{\infty} \lambda^{T-1} r_{t+1-T}^2 + \\ &(1 - \lambda) * r_t^2 = \lambda \sigma_t^2 + (1 - \lambda) * r_t^2 \end{aligned} \quad (35)$$

Όπου σ_{t+1}^2 είναι η πρόβλεψη για τη διακύμανση της επόμενης περιόδου με βάση τα σημερινά δεδομένα, ενώ το λ είναι ο παράγοντας (decay factor), ο οποίος προσδιορίζει το βάρος που θα έχει η κάθε παρατήρηση στον υπολογισμό της διακύμανσης και θα πρέπει να ισχύει ότι είναι μικρότερος της μονάδας. Η JP Morgan έχει θέσει το λ ίσο με 0,94 για ημερήσιες

προβλέψεις της διακύμανσης, ενώ σε κάποιες περιπτώσεις το λ τίθεται ίσο με 0,97.

Έχοντας υπολογίσει την διακύμανση, υπολογίζουμε το VaR, το οποίο προέρχεται από το ποσοστό των χειρότερων αποδόσεων που έχουν παρατηρηθεί:

$$VaR_{t+1} = -\sigma_{t+1} \Phi_p^{-1} \quad (36)$$

Δυστυχώς, παρά την ευκολία υπολογισμού που παρουσιάζουν τα υποδείγματα EWMA υπάρχει μία σειρά από σημαντικών μειονεκτημάτων, τα οποία παρουσιάζονται κατά τη σύγκριση των μεθοδολογιών.

5.2.3 Υποδείγματα GARCH (Generalized AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity Models)

Η τελευταία μεθοδολογία που αναλύουμε για τον υπολογισμό της μεταβλητότητας και του VaR είναι η χρήση των υποδειγμάτων GARCH. Το κύριο χαρακτηριστικό των υποδειγμάτων αυτών είναι ότι δεν χρειάζεται να υποθέσουμε πως η διακύμανση των καταλοίπων είναι σταθερή στο χρόνο (ομοσκεδαστικότητα), αντίθετα υποθέτουμε πως μεταβάλλεται στο χρόνο (ετεροσκεδαστικότητα). Η ύπαρξη της ετεροσκεδαστικότητας είναι συμβατή για τη μελέτη δεδομένων χρονοσειρών, αφού προκειμένου να εξεταστούν οι μεταβολές που συμβαίνουν στον χρόνο θεωρείται πως η διακύμανση μεταβάλλεται. Στη συγκεκριμένη ενότητα εξετάζουμε κάποια υποδείγματα αυτής της κατηγορίας, για τα οποία παρουσιάζονται τα κύρια χαρακτηριστικά τους.

5.2.3.1 Το υπόδειγμα ARCH(q)

Το πρώτο υπόδειγμα της κατηγορίας αυτής, το ARCH(q), προτάθηκε από τον Engle (1982). Το υπόδειγμα ARCH(q) στηρίχθηκε στην αντίληψη ότι ένα σοκ στην απόδοση ενός χρεογράφου μπορεί να είναι ασυσχέτιστο με τα άλλα σοκ που πραγματοποιούνται αλλά ταυτόχρονα παρουσιάζει εξάρτηση

με τα προηγούμενα σοκ. Συνεπώς η γενική μορφή του ARCH(q) μπορεί να γραφεί ως:

$$\varepsilon_t = \sigma_t z_t \quad (37), \quad z_t \sim iid N(0,1) \quad (38)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_n \varepsilon_{t-n}^2 \quad (39)$$

όπου προκειμένου να εξασφαλιστεί η θετικότητα της διακύμανσης θα πρέπει να ισχύει ότι $\omega > 0$ και $\alpha_i \geq 0$ για $i > 0$ και ε_{t-n}^2 είναι η διαφορά της εξίσωσης του μέσου από το τετράγωνο του καταλοίπου.

Το πρώτο υπόδειγμα που αναπτύχθηκε ήταν το ARCH(1), το οποίο γράφεται ως:

$$\varepsilon_t = \sigma_t z_t \quad (40)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 \quad (41)$$

για $\omega > 0$ και $\alpha_1 \geq 0$. Για τον μέσο του ε_t θα πρέπει να ισχύει ότι η αναμενόμενη τιμή του ισούται με μηδέν, δηλαδή ότι:

$$E(\varepsilon_t) = E[E(\varepsilon_t / F_{t-1})] = E[\sigma_t E(\varepsilon_t)] = 0 \quad (42)$$

Και για την διακύμανσή του ισχύει ότι:

$$Var(\varepsilon_t) = E(\varepsilon_t^2) = E[E(\varepsilon_t^2 / F_{t-1})] = E(\omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2) = \omega + \alpha_1 E(\varepsilon_{t-1}^2) \quad (43)$$

Συνεπώς, η διακύμανση του χρεογράφου μας μπορεί να αναλυθεί σε δύο κομμάτια. Το πρώτο αφορά στη δεσμευμένη διακύμανση, η οποία εξαρτάται από τα καθημερινά σοκ, ενώ το δεύτερο αφορά στη μη δεσμευμένη ή μακροχρόνια διακύμανση, δηλαδή την τιμή που επανέρχεται σε μακροχρόνιο επίπεδο η διακύμανσή μας και η οποία υπολογίζεται ως:

$$\sigma^2 = \frac{\omega}{(1-\alpha_1)} \quad (43)$$

Όπου προκειμένου να εξασφαλιστεί η μη αρνητικότητα της διακύμανσης θα πρέπει να ισχύει ότι $0 \leq \alpha_1 < 1$.

Αν και το συγκεκριμένο υπόδειγμα αποτέλεσε την βάση για την εξέλιξη των υπολοίπων υποδειγμάτων μελέτης χρονοσειρών, δεν αποτελεί πλέον το βασικό υπόδειγμα με το οποίο αναλύουμε τις χρονοσειρές εξαιτίας μιας σειράς μειονεκτημάτων. Το πρώτο βασικό μειονέκτημα του υποδείγματος έχει να κάνει με την επιλογή του q , δηλαδή των αριθμό των υστερήσεων των καταλοίπων που πρέπει να χρησιμοποιήσουμε. Πολλοί ερευνητές θεωρούν πως αυτό το πρόβλημα μπορεί να ξεπεραστεί μέσω της χρήσης ενός ελέγχου πιθανοφάνειας (Brooks, 2008). Το δεύτερο μειονέκτημα αφορά στο ότι η αξία των q που απαιτούνται για να εξηγηθεί η δεσμευμένη διακύμανση μπορεί να είναι τόσο μεγάλη και να μας οδηγήσει σε ένα υπόδειγμα του οποίου η διακύμανση μπορεί να είναι είτε πάρα πολύ μεγάλη ή ακόμη και αρνητική. Ο Engle (1982) αναγνωρίζοντας την συγκεκριμένη αδυναμία του υποδείγματος, προσδιόρισε μία μειούμενη σειρά του ARCH(4), στην οποία μόνο δύο παράμετροι πρέπει να εκτιμηθούν σε αντίθεση με τις πέντε παραμέτρους που έπρεπε να εκτιμηθούν εάν χρησιμοποιούσαμε ένα απλό ARCH(4) υπόδειγμα. Τέλος το υπόδειγμα υποθέτει πως οι αρνητικές και θετικές επιδράσεις έχουν ακριβώς την ίδια επιρροή στο υπόδειγμα, ενώ όπως αποδείχθηκε από τη μετεξέλιξη του υποδείγματος, οι αρνητικές επιδράσεις φαίνεται να επηρεάζουν περισσότερο την διακύμανση.

5.2.3.2 Τα υπόδειγμα GARCH (Generalized ARCH models)

Προκειμένου να ξεπεραστούν τα προβλήματα που παρουσίαζε το υπόδειγμα ARCH(q) κυρίως λόγω του μεγάλου αριθμού των παραμέτρων που απαιτούνται για να περιγραφεί η μεταβλητότητα στις αποδόσεις των χρεογράφων, αναπτύχθηκαν τα γενικευμένα ARCH (GARCH)

υποδείγματα. Το πρώτο υπόδειγμα των GARCH υποδειγμάτων αναπτύχθηκε από τον Bollerslev (1986). Σε αυτά τα υποδείγματα η δεσμευμένη διακύμανση δεν εξαρτάται μόνο από τις προηγούμενες τιμές των διαφορών μεταξύ καταλοίπων και σταθεράς του μέσου (ARCH term), αλλά και από την προηγούμενη τιμή της διακύμανσης (GARCH term). Το πιο απλό από τα υποδείγματα αυτά είναι το GARCH(1,1), για το οποίο η εξίσωση της δεσμευμένης διακύμανσης γράφεται ως:

$$\sigma_{t+1}^2 = \omega + \alpha \varepsilon_t^2 + \beta \sigma_t^2 \quad (45)$$

Όπου σ_t^2 είναι η προηγούμενη τιμή της διακύμανσης, ενώ για τις αποδόσεις θα πρέπει να ισχύει όπως και στην περίπτωση του ARCH(q) ότι: $\varepsilon_t = \sigma_t z_t$ και $z_t \sim N(0,1)$ και ω , α , β είναι οι παράμετροι του υποδείγματος, οι οποίες πρέπει να είναι θετικές και το άθροισμα των α και β να είναι μικρότερο της μονάδας. Το άθροισμα των α και β δείχνει την εμμονή που έχουν τα δεδομένα μας να κρατούν ένα σοκ που συμβαίνει στην μεταβλητή που εξετάζουμε. Εάν, ωστόσο, θέσουμε ότι τα ω , α και β ισούνται με $\alpha = 1 - \lambda$, $\beta = \lambda$ και $\omega = 0$, τότε τα α και β αθροίζουν στη μονάδα τότε οδηγούμαστε στο υπόδειγμα RiskMetrics.

Όπως είπαμε και παραπάνω, η διακύμανση σε αυτά τα υποδείγματα χωρίζεται σε δεσμευμένη και μη. Η μη δεσμευμένη μπορεί υπολογίζεται ως:

$$\sigma^2 = E[\sigma_{t+1}^2] = \omega + \alpha E[\varepsilon_t^2] + \beta E[\sigma_t^2] = \omega + \alpha \sigma^2 + \beta \sigma^2 = \omega / (1 - \alpha - \beta) \quad (46)$$

Δηλαδή, η διακύμανση εξαρτάται μόνον από τους συντελεστές του υποδείγματος και όχι από τα σοκ που συμβαίνουν στην καθημερινή πορεία των χρεογράφων. Για να υπολογιστεί η μη δεσμευμένη διακύμανση θα πρέπει να ισχύει ότι $\alpha + \beta < 1$, αφού εάν το άθροισμα είναι μεγαλύτερο της μονάδας δεν θα μπορεί να οριστεί αφού θα παραβιάζεται η υπόθεση της στασιμότητας της μακροχρόνιας διακύμανσης. Δηλαδή, η μακροχρόνια

διακύμανση στην ουσία δεν θα υπάρχει και ο κίνδυνος θα ορίζεται αποκλειστικά και μόνο από τις τιμές της δεσμευμένης διακύμανσης. Σε αυτή την κατηγορία υπόκειται και το υπόδειγμα IGARCH (Integrated GARCH), του οποίου οι παράμετροι α και β θα πρέπει να αθροίζονται στη μονάδα ($\alpha + \beta = 1$). Σύμφωνα με τον Brooks (2008) δεν υπάρχει κάποιο θεωρητικό υπόβαθρο που να στηρίζει την υπόθεση της μη στασιμότητας της διακύμανσης σε αυτά τα υποδείγματα. Αντίθετα, εάν το υπόδειγμά μας έχει αυτή την ανεπιθύμητη ιδιότητα, τότε θα έχουμε σημαντικά προβλήματα στη πρόβλεψη για τη διακύμανση. Έτσι αν οι παράμετροι αθροίζονται σε αριθμό μεγαλύτερο της μονάδας, τότε η δεσμευμένη διακύμανση θα τείνει να αυξάνεται όσο περισσότερο αυξάνεται ο χρονικός ορίζοντας, ενώ εάν αθροίζονται στη μονάδα, τότε η διακύμανση δεν θα φτάσει ποτέ τη μακροχρόνια τιμή της. Αντίθετα, εάν οι παράμετροι μας αθροίζονται σε νούμερο μικρότερο της μονάδας, τότε η τιμή της δεσμευμένης διακύμανσης θα προσεγγίζει αυτή της μη δεσμευμένης όσο ο χρονικός ορίζοντας αυξάνεται.

Εάν τώρα, υποθέσουμε πως οι παράμετροι μας έχουν τις επιθυμητές ιδιότητες, μπορούμε να εξετάσουμε πως επηρεάζεται η συνολική διακύμανση εισάγοντας την μακροχρόνια-μη δεσμευμένη διακύμανση στην δεσμευμένη διακύμανση:

$$\sigma_{t+1}^2 = (1 - \alpha - \beta)\sigma^2 + \alpha\varepsilon_t^2 + \beta\sigma_t^2 = \sigma^2 + \alpha(\varepsilon_t^2 - \sigma^2) + \beta(\sigma_t^2 - \sigma^2) \quad (47)$$

Άρα, η διακύμανση της αυριανής ημέρα εξαρτάται από τη συνολική διακύμανση, τη σημερινή διακύμανση και τις σημερινές επιδράσεις.

Συνεπώς, έχοντας εκτιμήσει τις παραμέτρους της εξίσωσης της δεσμευμένης διακύμανσης, υπολογίζουμε την διακύμανση της επόμενης περιόδου. Μία από τις κύριες ιδιαιτερότητες, ωστόσο, αυτών των υποδειγμάτων είναι πως οι παράμετροι εκτιμώνται με τη μέθοδο της

μεγίστης πιθανοφάνειας και όχι με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων, την οποία χρησιμοποιούμε για την εκτίμηση των περισσότερων χρηματοοικονομικών-οικονομετρικών υποδειγμάτων. Έτσι, αφού υπολογίσουμε την τιμή της διακύμανσης υπολογίζουμε την τιμή του VaR. Ωστόσο, ο υπολογισμός του VaR δεν παρουσιάζεται σε αυτό το σημείο. Αντίθετα, θα παρουσιαστεί αφού παρουσιαστούν όλα τα υποδείγματα αυτής της κατηγορίας.

5.2.3.3 Προεκτάσεις στα υποδείγματα GARCH (Extensions to the GARCH model) – Το υπόδειγμα GARCH (p,q) και το υπόδειγμα Integrated GARCH (IGARCH)

Ένα από τα κύρια χαρακτηριστικά των υποδειγμάτων του GARCH είναι η μεγάλη προσαρμοστικότητα που παρουσιάζουν. Οι περισσότερες προεκτάσεις που έχουν γίνει στα υποδείγματα αυτά έχουν να κάνουν με την αύξηση των υστερήσεων που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό της διακύμανσης, δηλαδή των p και q . Η δεσμευμένη διακύμανση γι' αυτά τα υποδείγματα γράφεται ως:

$$\sigma_{t+1}^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t+1-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t+1-j}^2 \quad (48)$$

Και σε αυτά τα υποδείγματα πρέπει να ισχύουν οι ίδιες υποθέσεις που ισχύουν και για το απλό GARCH(1,1) υπόδειγμα. Δηλαδή, πρέπει το άθροισμα των α_i και β_j να είναι μικρότερο της μονάδας, ενώ όλες οι παράμετροι πρέπει να είναι θετικές. Η μη δεσμευμένη-μακροχρόνια διακύμανση υπολογίζεται ξανά μέσω των παραμέτρων του υποδείγματος με τη διαφορά ότι τώρα η αυτοσυσχέτιση που παρατηρείται μεταξύ των διακυμάνσεων έχει την τάση να βαίνει με μειούμενο βαθμό στο χρόνο απ' ότι συμβαίνει στο απλό GARCH(1,1), όπου έχουμε την υπόθεση ότι η μακροχρόνια διακύμανση είναι σταθερή στο χρόνο.

Ωστόσο, είναι πολύ πιθανό στα υποδείγματα μεγαλύτερης τάξης να παραβιάζονται οι βασικές υποθέσεις του GARCH. Γι' αυτό το λόγο οι Bollerslev et al. (1992) πρότειναν μια πιο ευρεία κατηγορία υποδειγμάτων του GARCH, από τα οποία, όμως, στην συγκεκριμένη εργασία θα παρουσιαστεί μόνο το Integrated GARCH (IGARCH) υπόδειγμα. Το υπόδειγμα αυτό παρουσιάστηκε, αρχικά από τους Engle and Bollerslev (1986), και υποθέτει ότι ο σταθερός όρος ισούται με το μηδέν και τα α και β αθροίζουν πάντα στη μονάδα, ενώ είναι μη αρνητικά. Στο υπόδειγμα, αυτό δηλαδή ισχύει ότι η διακύμανση εξαρτάται μόνον από τη δεσμευμένη:

$$\sigma_{t+1}^2 = \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t+1-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t+1-j}^2 \quad (49)$$

$$\sum_{i=1}^p \alpha_i + \sum_{j=1}^q \beta_j = 1 \quad (50)$$

Προφανώς το IGARCH δεν είναι το υπόδειγμα που προτείνεται για την ανάλυση των χρονολογικών σειρών αλλά σε ορισμένες περιπτώσεις, στις οποίες παρατηρείται πολύ μεγάλη μεταβλητότητα είναι πολύ πιθανό να απαιτείται η χρήση του για να αποφευχθούν οι αρνητικές τιμές των παραμέτρων.

5.2.3.4 Το πολυμεταβλητό BEKK-GARCH(1,1) υπόδειγμα και το διαγώνιο πολυμεταβλητό BEKK-GARCH(1,1) υπόδειγμα

Όπως αναφέραμε και παραπάνω λόγω της άμεσης διασύνδεσης μεταξύ των χρηματοοικονομικών αγορών, από τη στιγμή που η πτώση στην τιμή ενός δείκτη μπορεί να οδηγήσει στην πτώση της τιμής ενός άλλου δείκτη που διαπραγματεύεται σε άλλη αγορά, είναι απαραίτητο να μελετήσουμε την αγορά ως σύνολο. Δηλαδή, αναλύουμε πως τα χρεόγραφα κινούνται από κοινού σε μία αγορά.

Τα πολυμεταβλητά GARCH υποδείγματα κατασκευάστηκαν ακριβώς γι' αυτόν τον λόγο, αφού οι διακυμάνσεις και οι συνδιακυμάνσεις των διαφόρων χρεογράφων εξαρτώνται τόσο από την τρέχουσα πορεία της

αγοράς όσο και από την κίνηση του κάθε χρεογράφου χωριστά. Γενικότερα, λειτουργούν ακριβώς όπως και τα μονομεταβλητά υποδείγματα του GARCH με τη διαφορά ότι μέσω αυτών είμαστε σε θέση να μελετήσουμε την μεταβλητότητα σε χαρτοφυλάκια τα οποία αποτελούνται από δύο ή περισσότερα περιουσιακά στοιχεία. Όπως και στα μονομεταβλητά GARCH υπολογίζουμε την διακύμανση για το κάθε χρεόγραφο με τη διαφορά ότι στη συγκεκριμένη περίπτωση υπολογίζουμε και την συνδιακύμανση μεταξύ των χρεογράφων. Στη συνέχεια θα παρουσιάσουμε το πολυμεταβλητό BEKK-GARCH(1,1) υπόδειγμα αλλά και το διαγώνιο πολυμεταβλητό BEKK-GARCH(1,1) υπόδειγμα.

Το BEKK-GARCH(1,1) υπόδειγμα προτάθηκε αρχικά από τους Baba, Engle, Kraft και Kroner (Engle and Kroner, 1995) και η γενικότερη λογική του στηρίζεται σε αυτή του GARCH (p,q) υποδείγματος. Η κύρια ενασχόληση με τα πολυμεταβλητά αυτά υποδείγματα αφορά στο εάν τα χρεόγραφα, που απαρτίζουν το χαρτοφυλάκιο κινούνται ή όχι προς την ίδια κατεύθυνση και άρα το πρώτο που μας ενδιαφέρει να προσδιορίσουμε είναι η συνδιακύμανση μεταξύ τους. Ταυτόχρονα, οι παράμετροι του υποδείγματος θα πρέπει να εξασφαλίζουν τη θετικότητα του πίνακα διακύμανσης-συνδιακύμανσης. Η συνδιακύμανση συνεπώς για το συγκεκριμένο υπόδειγμα γράφεται ως:

$$H_t = \Omega\Omega' + \sum_{i=1}^p (A_i \varepsilon_{t-i} \varepsilon_{t-i}' A_i') + \sum_{j=1}^q (B_j H_{t-j} B_j') \quad (51)$$

Όπου Ω είναι ένας τριγωνικός πίνακας και οι πίνακες A_i και B_j είναι οι πίνακες των παραμέτρων και για το ε_t ισχύει ότι $\varepsilon_t \sim N(0, H_t)$. Το αρχικό BEKK-GARCH(1,1) υπόδειγμα εξασφάλιζε την θετικότητα των συντελεστών και κατ' επέκταση των πινάκων όπως ισχυρίστηκαν και Engle και Kroner (1995), υπό πολύ αδύναμες υποθέσεις αφού όσο αυξάνεται ο αριθμός των παραμέτρων και των χρεογράφων τόσο πιο πιθανό είναι να

έχουμε αρνητικά στοιχεία στους πίνακές μας και κατ' επέκταση αρνητική διακύμανση.

Εάν θεωρήσουμε πως το υπόδειγμά μας αποτελείται από δύο χρεόγραφα τότε το υπόδειγμά μας γράφεται με μορφή πινάκων ως:

$$\begin{bmatrix} h_{ii,t+1} & h_{ij,t+1} \\ h_{ij,t+1} & h_{jj,t+1} \end{bmatrix} = \Omega\Omega' + \begin{bmatrix} \alpha_{ii} & \alpha_{ij} \\ \alpha_{ji} & \alpha_{jj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{i,t}^2 & \varepsilon_{i,t}\varepsilon_{j,t} \\ \varepsilon_{i,t}\varepsilon_{j,t} & \varepsilon_{j,t}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{ii} & \alpha_{ij} \\ \alpha_{ji} & \alpha_{jj} \end{bmatrix}' + \begin{bmatrix} \beta_{ii} & \beta_{ij} \\ \beta_{ij} & \beta_{jj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{ii,t} & h_{ij,t} \\ h_{ij,t} & h_{jj,t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{ii} & \beta_{ij} \\ \beta_{ij} & \beta_{jj} \end{bmatrix}' \quad (52)$$

Έτσι, η δεσμευμένη διακύμανση για το χρεόγραφο i ισούται με:

$$h_{ii,t+1} = \omega_{ii} + \alpha_{ii}^2 \varepsilon_{i,t}^2 + 2\alpha_{ii}\alpha_{ij}\varepsilon_{i,t}\varepsilon_{j,t} + \alpha_{ij}^2 \varepsilon_{j,t}^2 \quad (53)$$

Αντίστοιχα για το χρεόγραφο j :

$$h_{jj,t+1} = \omega_{jj} + \alpha_{jj}^2 \varepsilon_{j,t}^2 + 2\alpha_{jj}\alpha_{ji}\varepsilon_{i,t}\varepsilon_{j,t} + \alpha_{ji}^2 \varepsilon_{i,t}^2 \quad (54)$$

Με αντίστοιχο τρόπο δίνεται και η συνδιακύμανση μεταξύ των i και j :

$$h_{ij,t+1} = \omega_{ij} + \alpha_{ii}\alpha_{ij}\varepsilon_{i,t}^2 + (\alpha_{ji}\alpha_{ij} + \alpha_{ii}\alpha_{jj})\varepsilon_{i,t}\varepsilon_{j,t} + \alpha_{ji}\alpha_{jj}\varepsilon_{j,t}^2 \quad (55)$$

Το κύριο πλεονέκτημα του BEKK-GARCH(1,1) υποδείγματος είναι ότι σε σχέση με τα υπόλοιπα πολυμεταβλητά GARCH υποδείγματα έχει αρκετά λιγότερες παραμέτρους προς εκτίμηση, αυτό θα μπορούσαμε να το δούμε πιο αναλυτικά εάν εξετάζαμε και ένα VEC-GARCH(1,1) υπόδειγμα. Ωστόσο, σύμφωνα με τους Santos και Moura (2012) το υπόδειγμα απαιτεί όλο και περισσότερες παραμέτρους προς εκτίμηση όταν προστίθενται επιπλέον χρεόγραφα και είναι πολύ πιθανό να οδηγηθούμε σε αρνητικές τιμές της διακύμανσης.

Στη συνέχεια παρουσιάζουμε το διαγώνιο BEKK-GARCH(1,1) υπόδειγμα (Diagonal BEKK-GARCH(1,1) model). Όπως, είπαμε νωρίτερα όσο αυξάνονται τα χρεόγραφα του χαρτοφυλακίου μας οδηγούμαστε σε παραβιάσεις της μη αρνητικότητας του πίνακα διακύμανσης-συνδιακύμανσης. Γι' αυτό το λόγο θεωρούμε πως οι πίνακες A και B πλέον είναι διαγώνιοι και συνεπώς η συνδιακύμανση μεταξύ των χρεογράφων επηρεάζεται από αυτούς. Η εξίσωση της διακύμανσης γράφεται ακριβώς όπως και στο BEKK-GARCH(1,1) υπόδειγμα με τη διαφορά που σημειώσαμε πιο πριν. Συνεπώς, η συνδιακύμανση του στοιχείου i σε σχέση με το στοιχείο j ισούται με:

$$h_{ij,t+1} = \omega_{ij} + \alpha_i \alpha_j \varepsilon_{i,t} \varepsilon_{j,t} + \beta_i \beta_j h_{ij,t} \quad (56)$$

Στη συνέχεια, μέσω των στοιχείων των διαγωνίων μπορούμε να προβούμε στην εκτίμηση της δεσμευμένης διακύμανσης για κάθε χρεόγραφο, όπως και στην περίπτωση του απλού BEKK-GARCH(1,1) υποδείγματος. Η κύρια διαφορά εντοπίζεται στο ότι το διαγώνιο BEKK-GARCH(1,1) υπόδειγμα εξασφαλίζει πιο εύκολα την μη αρνητικότητα των παραμέτρων των πινάκων, ενώ και οι προς εκτίμηση παράμετροι είναι λιγότεροι. Ωστόσο, υπάρχει η δυνατότητα να θεωρήσουμε πως ο τριγωνικός πίνακας αποτελείται από ένα μόνο στοιχείο (scalar) και άρα κατά τη διαδικασία υπολογισμού της συνδιακύμανσης και της διακύμανσης θεωρούμε πως ο συντελεστής αυτός είναι ίδιος για όλα μας τα χρεόγραφα.

5.2.3.5 Έλεγχοι στα κατάλοιπα των υποδειγμάτων GARCH

Όπως είπαμε και παραπάνω, τα υποδείγματα του GARCH προϋποθέτουν την ύπαρξη ετεροσκεδαστικότητας, που σημαίνει πως θεωρούμε πως η δεσμευμένη διακύμανση μεταβάλλεται διαχρονικά και δεν μένει σταθερή. Ο Engle (1982) πρότεινε έναν έλεγχο μέσω του πολλαπλασιαστή Lagrange προκειμένου να ελέγξει τη μηδενική υπόθεση ότι δεν υπάρχουν επιπτώσεις ARCH στα κατάλοιπα του υποδείγματος έναντι της εναλλακτικής ότι

υπάρχουν. Αυτό που πρότεινε ήταν η εκτίμηση μιας βοηθητικής παλινδρόμησης μέσω της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων, η οποία θα αποτελούταν από μία σταθερά και i υστερήσεις των τετραγώνων των καταλοίπων. Η βοηθητική παλινδρόμηση λαμβάνει την μορφή:

$$\hat{\varepsilon}_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + \alpha_2 \hat{\varepsilon}_{t-2}^2 + \dots + \alpha_i \hat{\varepsilon}_{t-i}^2 + \varepsilon_t^* \quad (57)$$

και για τα ε_t^* ισχύει $\varepsilon_t^* \sim N(0, \sigma_{\varepsilon}^2)$. Η μηδενική υπόθεση σε αυτή την βοηθητική παλινδρόμηση είναι ότι όλοι οι παράμετροι ισούνται με μηδέν ($H_0: \alpha_1 = \dots = \alpha_i = 0$) έναντι της εναλλακτικής ότι τουλάχιστον μία παράμετρος είναι διαφορετική του μηδενός ($H_1: \alpha_1 \neq 0$ ή $\alpha_2 \neq 0$ ή ... $\alpha_i \neq 0$). Η ύπαρξη ή μη ARCH επιδράσεων στα κατάλοιπά μας, συνεπώς, μπορεί να υπολογιστεί ως:

$$LM = nR^2 \sim \chi_i^2 \quad (58)$$

όπου R^2 ο συντελεστής προσδιορισμού της βοηθητικής παλινδρόμησης και n το μέγεθος του δείγματος και εάν η τιμή που λαμβάνουμε είναι μεγαλύτερη από την κριτική τιμή τότε απορρίπτουμε τη μηδενική υπόθεση και συνεπώς υπάρχουν επιδράσεις ARCH στα κατάλοιπά μας. Οι Hacker και Hatemi-J (2004) πρότειναν επίσης μία προέκταση του ελέγχου LM, προκειμένου να ελεγχθεί η ύπαρξη ή μη στοιχείων ARCH στα κατάλοιπα του υποδείγματος για τα πολυμεταβλητά υποδείγματα VAR. Ο έλεγχος αυτός, όπως απέδειξαν ήταν πιο κατάλληλος για μικρά δείγματα.

Ο δεύτερος έλεγχος που διεξάγουμε στα κατάλοιπα του υποδείματός μας αφορά στην ύπαρξη ή μη αυτοσυσχέτισης μεταξύ τους. Οι Box και Pierce (1970) πρότειναν μία στατιστική έλεγχου (Q), για να ελέγξουν την ύπαρξη ή μη αυτοσυσχέτισης μεταξύ των καταλοίπων ενός υποδείγματος, εξετάζοντας εάν υπάρχει αυτοσυσχέτιση μεταξύ των καταλοίπων έως την τάξη i :

$$Q = T \sum_{j=1}^i \bar{r}_j^2 \sim \chi_i^2 \quad (59)$$

Όπου T είναι το μέγεθος του δείγματος, r_j^2 είναι η τιμή της αυτοσυσχέτισης έως την τάξη j και i ο αριθμός των υστερήσεων που χρησιμοποιούμε. Η στατιστική ακολουθεί την κατανομή χ^2 με i βαθμούς ελευθερίας. Ο έλεγχος, ωστόσο, μετεξελήχθη από τους Ljung και Box (1978), οι οποίοι εξέτασαν ξανά τη μηδενική υπόθεση ότι τα τετράγωνα των καταλοίπων δεν είναι συσχετισμένα έναντι της εναλλακτικής ότι υπάρχει συσχέτιση έως την τάξη i . Η στατιστική ελέγχου υπολογίζεται ως:

$$Q = T(T+2) \sum_{j=1}^i \frac{r_j^2}{T-j} \quad (60)$$

όπου:

$$r_j = \frac{T}{T-j} \frac{\sum_{t=j+1}^T (\hat{\varepsilon}_t^2 - \bar{\varepsilon})(\hat{\varepsilon}_{t-j}^2 - \bar{\varepsilon})}{\sum_{t=1}^T (\hat{\varepsilon}_t^2 - \bar{\varepsilon})} \quad (61) \text{ και } \bar{\varepsilon} = T^{-1} \sum_{t=1}^T \varepsilon_t^2 \quad (62)$$

Η κατανομή που ακολουθείται είναι η χ_i^2 με βαθμούς ελευθερίας που ισούνται με τον αριθμό των αυτοσυσχετίσεων. Σε αυτή την περίπτωση εξετάζουμε ξανά τη μηδενική υπόθεση ότι τα κατάλοιπα δεν παρουσιάζουν αυτοσυσχέτιση έως την τάξη j , έναντι της εναλλακτικής ότι υπάρχει αυτοσυσχέτιση.

5.2.3.6 Υπολογισμός του VaR για τα υποδείγματα GARCH με την υπόθεση ότι ακολουθείται κανονική κατανομή

Ο υπολογισμός της διακύμανσης, και γενικότερα της μεταβλητότητας των αποδόσεων ενός χρεογράφου είναι η αρχή για τον υπολογισμό του VaR. Αφού υπολογίσουμε την διακύμανση του κάθε χρεογράφου θα πρέπει να εξετάσουμε ποια κατανομή θα ακολουθηθεί. Συνήθως, οι περισσότεροι αναλυτές θεωρούν πως η κατανομή αυτή είναι η κανονική, λόγω των προτερημάτων που μας προσφέρει. Στη συνέχεια θα δείξουμε τον υπολογισμό του VaR υπό την υπόθεση της κανονικότητας.

Όπως, είπαμε και παραπάνω το VaR ορίζεται για ένα δεδομένο επίπεδο $(1-p)$ ως η προβλεπόμενη απώλεια ενός χαρτοφυλακίου για μια δεδομένη χρονική περίοδο. Εάν θεωρήσουμε πως η αξία του χαρτοφυλακίου μας στο χρόνο t είναι ίση με P_t , τότε η απόδοση του χαρτοφυλακίου μεταξύ του χρόνου t και $t-1$ είναι ίση με $r_t = \log(P_t/P_{t-1})$. Εάν υποθέσουμε πως αυτές οι αποδόσεις κατανέμονται με βάση την κανονική κατανομή, τότε το VaR υπολογίζεται ως:

$$p = P(r_t \leq \text{VaR}_t^{(1-p)}) = \int_{-\infty}^{\text{VaR}_t^{(1-p)}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}r_t^2\right) dr_t \quad (63)$$

και συνεπώς το VaR είναι ίσο με:

$$\text{VaR}_t^{(1-p)} = \zeta_p \quad (64)$$

όπου το ζ_p είναι το ποσοστημόριο της κανονικής κατανομής για το οποίο θεωρούμε ότι ισχύει $\zeta_p \sim N(\mu_t, \sigma_t^2)$ και άρα η (63) μπορεί να γραφεί ως:

$$p = P\left(\zeta_t \leq \text{VaR}_t^{(1-p)}\right) = \frac{1}{\sigma_t \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\text{VaR}_t^{(1-p)}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\zeta_t - \mu_t}{\sigma_t}\right)^2\right) d\zeta_t \quad (65)$$

και συνεπώς το VaR ισούται με:

$$\text{VaR}_t^{(1-p)} = \mu_t + \zeta_p \sigma_t \quad (66)$$

Με δεδομένη την υπόθεση για κανονικότητα στην κατανομή των αποδόσεων, το VaR για $p=5\%$ θα είναι ίσο με: $\text{VaR}_t^{(1-0,05)} = -1,645$. Δηλαδή, εάν το χαρτοφυλάκιό μας έχει αξία ίση με \$1.000.000, τότε το VaR του θα ισούται με $1,645 * \$1.000.000 = \16.450 . Αυτό σημαίνει πως υπάρχουν μόνο πέντε πιθανές περιπτώσεις στις εκατό που το χαρτοφυλάκιό μας μπορεί να χάσει περισσότερο από \$16.450. Με αυτή τη λογική μπορούμε να υπολογίσουμε το VaR του χαρτοφυλακίου μας για οποιοδήποτε επίπεδο σημαντικότητας.

5.3 Προβλέψεις για την τιμή του VaR

Επειδή η μεταβλητότητα των χρεογράφων δεν είναι στάσιμη και η διακύμανση μεταβάλλεται διαχρονικά, δεν ενδιαφερόμαστε μόνο να υπολογίσουμε την τιμή για τη διακύμανση και το VaR μόνο σε μία συγκεκριμένη ημερομηνία. Αντίθετα, μας ενδιαφέρει να μπορούμε να διεξάγουμε προβλέψεις για το πώς κινούνται αυτές οι τιμές διαχρονικά. Αυτός είναι και ο σκοπός αυτού της υποενότητας.

Σε σχέση με τις πρώτες δύο μεθοδολογίες μας, δηλαδή αυτή της Ιστορικής Προσομοίωσης και της RiskMetrics η πρόβλεψη μπορεί να διεξαχθεί πιο εύκολα, ενώ για τα υποδείγματα του GARCH η κατάσταση είναι λίγο πιο περίπλοκη. Ο γενικός κανόνας που χρησιμοποιείται είναι ότι το δείγμα μας χωρίζεται σε δύο κομμάτια, εκ των οποίων το πρώτο (in-sample) αφορά στον υπολογισμό της μεταβλητότητας και του VaR σε μία ημερομηνία, και το δεύτερο (out-of-sample) χρησιμοποιείται προκειμένου να ελέγξουμε εάν οι τιμές που υπολογίστηκαν ανταποκρίνονται και στις απώλειες που πραγματοποιήθηκαν.

Σύμφωνα με τη μέθοδο της Ιστορικής Προσομοίωσης υπολογίζουμε μέσω της διακύμανσης τη μεταβλητότητα της επόμενης περιόδου (t) και στη συνέχεια την τιμή του VaR, μέσω της επιλογής του κατάλληλου διαστήματος εμπιστοσύνης και της κατανομής που ακολουθείται. Προκειμένου να υπολογίσουμε, τώρα, το VaR για $t+1$ περιόδους μπροστά θα πρέπει να υπολογίσουμε ξανά την μεταβλητότητα που θα παρατηρηθεί έως την περίοδο t και στη συνέχεια την τιμή που λαμβάνει το VaR. Δηλαδή, υποθέτοντας πως υπολογίζουμε το VaR σε ημερήσια βάση τότε η τακτική που χρησιμοποιούμε είναι να προσθέτουμε στις παρατηρήσεις μας την τελευταία πραγματοποιηθείσα απόδοση, αφαιρώντας την πρώτη απόδοση. Συνεπώς, κρατάμε ένα σταθερό δείγμα για τον υπολογισμό του VaR ημερησίως, βγάζοντας, όμως, εκτός του δείγματος μας τις παλαιότερες παρατηρήσεις οι οποίες είναι πολύ πιθανό να μην επηρεάζουν τα δεδομένα

μας τόσο πολύ. Για παράδειγμα, εάν χρησιμοποιήσαμε 3000 παρατηρήσεις για να υπολογίσουμε το VaR την ημέρα t , τότε για να υπολογίσουμε το VaR την ημέρα $t+1$, θα συμπεριλάβουμε στα δεδομένα μας την τελευταία παρατήρηση, δηλαδή την απόδοση που πραγματοποιήθηκε την ημέρα x και θα βγάλουμε εκτός της πρώτη παρατήρηση των δεδομένων μας, καθώς μπορούμε να θεωρήσουμε πως οι παλαιότερες παρατηρήσεις δεν έχουν τόσο μεγάλη επίδραση στα δεδομένα μας.

Λίγο πιο διαφορετικός είναι ο τρόπος υπολογισμού για τις μελλοντικές τιμές του VaR με τη μέθοδο RiskMetrics. Η κύρια διαφορά, σε σχέση με τη μέθοδο της Ιστορικής Προσομοίωσης, έγκειται στο ότι δεν αναπροσαρμόζεται το δείγμα μας, αλλά, αντίθετα, χρησιμοποιείται η τιμή της μεταβλητότητας στο χρόνο t για τον υπολογισμό της μεταβλητότητας στο χρόνο $t+1$ και η τιμή της μεταβλητότητας του χρόνου $t+1$ για τον υπολογισμό στο χρόνο $t+2$. Δηλαδή, θεωρούμε πως όλη η πληροφόρηση για την πορεία της διακύμανσης συνοψίζεται σε έναν αριθμό. Πιο συγκεκριμένα αν ο υπολογισμός της διακύμανσης μπορεί να περιγραφεί από την εξίσωση (35), τότε ο υπολογισμός της για το χρόνο $t+2$ ισούται με:

$$\sigma_{t+2}^2 = \lambda \sigma_{t+1}^2 + (1 - \lambda) * r_{t+1}^2 \quad (67)$$

Ανάλογος είναι και ο υπολογισμός της διακύμανσης για τις επόμενες περιόδους. Συνεπώς, αφού υπολογιστεί η διακύμανση, μπορεί να προκύψει ο υπολογισμός του VaR με τον τρόπο που δείξαμε παραπάνω. Ένα από τα βασικά μειονεκτήματα, ωστόσο, για την διεξαγωγή προβλέψεων με βάση αυτή τη μεθοδολογία είναι ότι οι παράμετροι που χρησιμοποιούνται είναι σταθεροί διαχρονικά και συνεπώς μπορεί να οδηγηθούμε σε λανθασμένα αποτελέσματα.

Προκειμένου να εξηγήσουμε τη διαδικασία διεξαγωγής προβλέψεων με βάση τα υποδείγματα GARCH θα χρησιμοποιήσουμε ένα παράδειγμα μέσω

του μονομεταβλητού GARCH(1,1). Τα συμπεράσματα μπορούν να γενικευτούν για οποιαδήποτε άλλα GARCH υποδείγματα, όπως και τα πολυμεταβλητά. Έστω, ότι λοιπόν έχουμε το μονομεταβλητό GARCH(1,1), του οποίου η δεσμευμένη διακύμανση υπολογίζεται σύμφωνα με την (45). Συνεπώς, η πρόβλεψη για τη διακύμανση της επόμενης περιόδου ισούται με:

$$E[\sigma_{t+1}^2] = E[\omega + \alpha\varepsilon_t^2 + \beta\sigma_t^2] = \omega + \alpha\varepsilon_t^2 + \beta\sigma_t^2 \quad (68)$$

Διεξάγοντας πρόβλεψη για δύο περιόδους μπροστά, τότε η διακύμανση ισούται με:

$$\begin{aligned} E[\sigma_{t+2}^2] &= E[\omega + \alpha\varepsilon_{t+1}^2 + \beta\sigma_{t+1}^2] = \omega + \alpha E[\varepsilon_{t+1}^2] + \beta E[\sigma_{t+1}^2] = \omega + \\ &\alpha E[\varepsilon_{t+1}^2 \sigma_{t+1}^2] + \beta E[\sigma_{t+1}^2] = \omega + \alpha E[\varepsilon_{t+1}^2] E[\sigma_{t+1}^2] + \beta E[\sigma_{t+1}^2] \end{aligned} \quad (69)$$

Αντίστοιχα, υπολογίζεται η τιμή της δεσμευμένης διακύμανσης για n χρονικές περιόδους. Σύμφωνα, ωστόσο, με τις (68)-(69) ο υπολογισμός της δεσμευμένης διακύμανσης βρίσκεται μέσω της απλής αντικατάστασης των συγκεκριμένων εξισώσεων. Δηλαδή, δεν εκτιμώνται εκ νέου οι παράμετροι των εξισώσεων. Αυτή η τακτική είναι πολύ πιθανό να μας οδηγήσει σε σφάλματα κατά τον υπολογισμό της δεσμευμένης διακύμανσης, αφού οι παράμετροι έχουν υπολογιστεί με βάση προηγούμενες παρατηρήσεις που είναι πιθανό να μην επηρεάζουν πλέον την μεταβλητότητα. Έτσι, οι περισσότεροι αναλυτές φαίνεται ότι προτιμούν τη διεξαγωγή δυναμικών αντί των στατικών προβλέψεων, προκειμένου να ενσωματωθεί όλη η νέα πληροφόρηση και να αφαιρεθεί αυτή που δεν επηρεάζει τα δεδομένα. Συνήθως η τακτική που εφαρμόζεται είναι αυτή που εφαρμόζεται και στη μέθοδο της Ιστορικής Προσομοίωσης, δηλαδή έχοντας ένα σταθερό δείγμα, το οποίο αναπροσαρμόζουμε μέσω της αφαίρεσης της πρώτης παρατήρησης και της προσθήκης της τελευταίας, εκτιμούμε εκ νέου καθημερινά τις

παραμέτρους και στη συνέχεια υπολογίζουμε τη διακύμανση και το VaR για κάθε επόμενη περίοδο.

Πριν να κλείσουμε την ενότητα θα κάνουμε και μια σύντομη αναφορά στον υπολογισμό του VaR για μεγαλύτερο χρονικό ορίζοντα. Έστω, λοιπόν, ότι έχουμε υπολογίσει το ημερήσιο VaR χρησιμοποιώντας τις ημερήσιες αποδόσεις μας και θέλουμε να υπολογίσουμε ποια είναι η τιμή που θα λάβει το VaR για $n=20$ ημέρες μπροστά. Ο υπολογισμός αυτού του VaR προκύπτει μέσω του πολλαπλασιασμού της τελευταίας τιμής, που έχουμε υπολογίσει για το VaR, με την τετραγωνική ρίζα του αριθμού των ημερών που θέλουμε να υπολογίσουμε μπροστά. Έτσι, στη συγκεκριμένη περίπτωση το VaR ισούται με: $VaR(20) = VaR(1) * \sqrt{20}$. Αν και ο υπολογισμός του VaR με αυτόν τον τρόπο δεν είναι δύσκολος, δεν είμαστε σε θέση να γνωρίζουμε ποια θα είναι η μελλοντική μεταβλητότητα στην αγορά και γι' αυτό το εάν ο υπολογισμός του VaR σε μακροχρόνιο επίπεδο αποτελεί ή όχι ένα κατάλληλο μέσο μέτρησης του κινδύνου είναι αμφίβολο.

5.4 Σύγκριση μεταξύ των μεθοδολογιών

Έχοντας αναλύσει τις μεθοδολογίες που θα χρησιμοποιηθούν στην παρούσα εργασία για τον υπολογισμό της μεταβλητότητας και του VaR, προβαίνουμε σε μία σύντομη σύγκριση μεταξύ τους. Όπως θα δούμε στη συνέχεια δεν υπάρχει καμία τέλεια μεθοδολογία αφού όλες έχουν κάποια σημαντικά μειονεκτήματα. Ωστόσο, υπάρχουν κάποιες μεθοδολογίες οι οποίες φαίνεται ότι παρουσιάζουν περισσότερα πλεονεκτήματα σε σχέση με τις υπόλοιπες.

Η μέθοδος της Ιστορικής Προσομοίωσης παρουσιάζει κάποια σημαντικά πλεονεκτήματα, τα οποία αφορούν στο ότι τα στοιχεία που απαιτούνται προκειμένου να υπολογίσουμε το VaR είναι προσβάσιμα σε πηγές εύκολα προσπελάσιμες από τον καθένα, όπως το διαδίκτυο. Επιπλέον, δεν απαιτείται από τους αναλυτές να ορίσουν την κατανομή που θα ακολουθούν

οι αποδόσεις. Έτσι, οι αποδόσεις μας μπορούν να ακολουθούν οποιαδήποτε κατανομή, αν και στην πράξη συνήθως υποθέτουμε την ύπαρξη κανονικότητας.

Το κυριότερο μειονέκτημα της Ιστορικής Προσομοίωσης αφορά στο ότι υπολογίζουμε το VaR σε ένα υποθετικό χαρτοφυλάκιο, αφού τα ποσοστά συμμετοχής του κάθε χρεογράφου θεωρούνται ότι είναι αυτά που ισχύουν την συγκεκριμένη ημέρα που το υπολογίζουμε και οι παρελθοντικές αποδόσεις του χαρτοφυλακίου υπολογίζονται ξανά με βάση αυτά τα ποσοστά. Δηλαδή, επαναδομούμε ένα παρελθοντικό χαρτοφυλάκιο με βάση το τι ισχύει σε μία μεταγενέστερη χρονική περίοδο. Επιπλέον, επειδή όλες μας οι προβλέψεις στηρίζονται αποκλειστικά και μόνο στις παρελθοντικές αποδόσεις των χρεογράφων είναι πολύ πιθανό κάποια παρελθοντικά γεγονότα να επηρεάζουν τα δεδομένα μας για μεγαλύτερο χρονικό διάστημα και έτσι να οδηγούμαστε σε πολύ μεγάλες ή μικρές τιμές για το VaR, οι οποίες δεν αντιπροσωπεύουν την πραγματικότητα.

Στην ίδια περίπτωση κατηγορία εντοπίζονται και τα υποδείγματα EWMA και κυρίως, το υπόδειγμα RiskMetrics. Το σημαντικότερο πλεονέκτημα που επισημαίνουμε για την RiskMetrics είναι η ευκολία υπολογισμού της αφού έχουμε μόνο έναν άγνωστο παράγοντα, το λ , το οποίο η JP Morgan έχει θέσει ίσο με 0,94 και συνεπώς δεν είμαστε υποχρεωμένοι να διεξάγουμε κάποια εκτίμηση για τον παράγοντα αυτό. Επιπλέον, το γεγονός ότι σταθμίζει με μεγαλύτερο βάρος τις πιο πρόσφατες παρατηρήσεις μπορεί να λειτουργήσει θετικά στην πρόβλεψη της διακύμανσης, αφού είναι λογικό η σημερινή πραγματοποιηθείσα απόδοση να επηρεάζει περισσότερο την αυριανή διακύμανση από την απόδοση που παρατηρήθηκε σε ένα μήνα πριν, για παράδειγμα. Επίσης, από τη στιγμή που θα αποφασίσουμε να υπολογίσουμε τη διακύμανση με αυτή τη μέθοδο δεν απαιτείται η συλλογή μεγάλου αριθμού αποδόσεων για τα χρεόγραφα μας, συγκεκριμένα από τη στιγμή που θα αποφασίσουμε πιο θα είναι το σημείο εκκίνησης το μόνο που

χρειαζόμαστε για να υπολογίσουμε την αυριανή διακύμανση είναι η σημερινή διακύμανση και η σημερινή απόδοση.

Όπως, επισημάναμε και στην ανάλυση της μεθοδολογίας αυτής, το υπόδειγμα RiskMetrics μπορεί να μας οδηγήσει σε λάθος εκτιμήσεις από τη στιγμή που όλη η πληροφόρηση συνοψίζεται σε έναν μόνο αριθμό και συγκεκριμένα στην τελευταία παρατήρηση. Επίσης, εξαιτίας του ότι οι παράμετροι του υποδείματος είναι σταθεροί είναι πολύ πιθανό μεγάλες τιμές της διακύμανσης την χρονική περίοδο t να μας οδηγήσουν και σε μεγάλες τιμές της εκτιμώμενης διακύμανσης την χρονική περίοδο $t+1$. Σε αυτό το σημείο επισημαίνουμε μία βασική ομοιότητα μεταξύ της RiskMetrics και των υποδειγμάτων GARCH, αφού σύμφωνα με τα τελευταία όταν παρατηρείται αυξημένη μεταβλητότητα στα δεδομένα μας στον χρόνο t , τότε είναι πολύ πιθανό να παρατηρηθούν αυξημένες τιμές της διακύμανσης και στο χρόνο $t+1$. Ένα από τα κύρια επίσης μειονεκτήματα της RiskMetrics είναι ότι ακόμη και όταν υπολογίζουμε τη διακύμανση και το VaR για χαρτοφυλάκια, χρησιμοποιούμε μόνο μία παράμετρο, το λ , του οποίου η τιμή είναι προκαθορισμένη. Αντίθετα, όταν μιλάμε για τα πολυμεταβλητά υποδείγματα GARCH, έχουμε διαφορετικές εκτιμήσεις για τις παραμέτρους μας για κάθε χρεόγραφο.

Τέλος, επισημαίνουμε μία σημαντική ομοιότητα μεταξύ της RiskMetrics και του GARCH(1,1). Πιο συγκεκριμένα, όταν οι τιμές των παραμέτρων α και β του GARCH(1,1) είναι κοντά στη μονάδα τότε το υπόδειγμα αυτό και η RiskMetrics μας δίνουν παρόμοια αποτελέσματα για την τιμή της διακύμανσης που αφορά για σύντομο χρονικό διάστημα, δηλαδή προβλέψεις για την διακύμανση που αφορούν την επόμενη ή μεθεπόμενη ημέρα. Διαχρονικά, όμως, τα δύο υποδείγματα θα μας δίνουν αρκετά διαφορετικά αποτελέσματα αφού η διακύμανση με βάση τα GARCH υποδείγματα θα προσεγγίσει την μακροχρόνια τιμή της, μετά την επίδραση ενός σοκ. Αντίθετα, όταν υπολογίζουμε τη διακύμανση με τα υποδείγματα

EWMA τότε ένα αρνητικό ή ένα θετικό γεγονός θα επηρεάσει τη διακύμανση συνολικά κι έτσι υπολογίζουμε για όλες τις μελλοντικές περιόδους αυξημένη ή μειωμένη διακύμανση.

Όπως, μπορούμε να καταλάβουμε τα υποδείγματα GARCH έχουν την ιδιότητα λόγω των υποθέσεων με τις οποίες έχουν κατασκευαστεί να υπολογίζουν αρκετά καλά τη διακύμανση των χρεογράφων μας, γεγονός που έχει αποδειχθεί εμπειρικά από τους Sheedy (2008, 2009), Engle(2001) και Angelidis et al. (2004). Γενικότερα θα μπορούσαμε να πούμε πως τα υποδείγματα GARCH έχουν την ιδιότητα να ταιριάζουν αρκετά καλά στα δεδομένα μας, ενώ έχουν λίγες παραμέτρους που πρέπει να εκτιμηθούν. Ωστόσο, το μειονέκτημά τους έγκειται στην μη γραμμικότητά τους που μας αναγκάζει να εκτιμήσουμε τις παραμέτρους με την μέθοδο της μεγίστης πιθανοφάνειας. Όσο αφορά την κατανομή που ακολουθείται τότε έχουμε την επιλογή μεταξύ της student-t και της κανονικής, αν και πολλοί ερευνητές υποθέτουν ότι ακολουθείται κανονική κατανομή.

Καταλήγουμε, λοιπόν, στο συμπέρασμα ότι καμία μέθοδος υπολογισμού του VaR δεν είναι τέλεια καθώς η κάθε μία έχει τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματά της. Ωστόσο, θα μπορούσαμε να πούμε πως τα υποδείγματα του GARCH φαίνεται να έχουν μία σχετική υπεροχή σε σχέση με τις υπόλοιπες μεθοδολογίες σε σχέση με τον υπολογισμό της μεταβλητότητας.

5.5 Βέλτιστα χαρτοφυλάκια με βάση το VaR – Η ανάλυση Mean-VaR

Λόγω της έντονης μεταβλητότητας του οικονομικού περιβάλλοντος, πολλοί ερευνητές (μεταξύ των οποίων και οι Campbell et al, 2001; Alexander and Baptista, 2002; Parrák and Seidler, 2010), επεδίωξαν να κατασκευάσουν με έναν αποτελεσματικότερο τρόπο τα βέλτιστα χαρτοφυλάκια, χρησιμοποιώντας αντί της τυπικής απόκλισης την αξία σε κίνδυνο ως μέσο μέτρησης του κινδύνου ενός χαρτοφυλακίου. Η ανάλυση αυτή εμφανίζεται στη βιβλιογραφία ως Mean-VaR.

Η λογική με την οποία υπολογίζουμε τα χαρτοφυλάκια αυτά δεν διαφέρει από την αντίστοιχη του Markowitz (1952). Δηλαδή, ο επενδυτής ξανά επιδιώκει να μεγιστοποιήσει την αναμενόμενη απόδοση που θα λάβει από μία επένδυση ελαχιστοποιώντας τον κίνδυνο που αναλαμβάνει. Οι Gaijvoronski και Pflug (1999) πρότειναν αυτή τη διαδικασία θεωρώντας πως οι επενδυτές αρχικά μεγιστοποιούν την αναμενόμενη απόδοσή τους και στη συνέχεια με δεδομένη αυτή την απόδοση ελαχιστοποιούν το VaR προκειμένου να μειώσουν στο ελάχιστο την ενδεχόμενη απώλειά τους. Ωστόσο, στη συγκεκριμένη εργασία θεωρούμε πως οι επενδυτές επιδιώκουν να μεγιστοποιήσουν την απόδοση που αναμένεται ότι θα λάβουν αφού ελαχιστοποιήσουν πρώτα την ενδεχόμενη απώλειά τους (VaR). Συνεπώς το πρόβλημα της βελτιστοποίησης του χαρτοφυλακίου γράφεται ως:

$$\min VaR_t^{(1-p)} \quad (70)$$

υπό τους περιορισμούς:

$$1 > w_i \geq 0 \quad (71) \quad \sum_i^n w_i = 1 \quad (72)$$

και στη συνέχεια, το πρόβλημα γίνεται:

$$\max E(r_p) = \sum_i^n w_i E(r)_i \quad (73)$$

υπό τους περιορισμούς:

$$1 > w_i \geq 0 \quad (74) \quad \sum_i^n w_i = 1 \quad (75) \quad VaR_t^{(1-p)} = c \quad (76)$$

όπου ως c ορίζεται η τιμή που έχει λάβει το VaR κατά το πρώτο στάδιο της εύρεσης του βέλτιστου χαρτοφυλακίου. Όσο αφορά, τον υπολογισμό της αναμενόμενης απόδοσης των χρεογράφων, η χρήση των υποδειγμάτων του CAPM, APT και του Υποδείγματος των Τριών Παραγόντων εξακολουθεί να χρησιμοποιείται.

5.6 Αξιολόγηση των χαρτοφυλακίων

Η αξιολόγηση των χαρτοφυλακίων που κατασκευάστηκαν με βάση το VaR δεν διαφέρει πολύ από την αντίστοιχη των χαρτοφυλακίων που κατασκευάστηκαν με βάση τη Mean-Variance. Ωστόσο, για την αξιολόγηση του VaR χρησιμοποιούμε δύο μεθόδους αξιολόγησης. Πιο συγκεκριμένα, όπως και στην προηγούμενη περίπτωση, κατασκευάζουμε τα ίδια υποθετικά χαρτοφυλάκια, για τα οποία ελέγχουμε την αναμενόμενη απόδοση και το VaR. Ωστόσο, προβαίνουμε σε έναν ακόμη έλεγχο. Πιο συγκεκριμένα, εξετάζουμε εάν η τιμή που υπολογίσαμε για το VaR για τα βέλτιστα χαρτοφυλάκια είναι και αυτή που πραγματοποιήθηκε. Συνεπώς, έχοντας κάνει τις κατάλληλες προβλέψεις και υπολογίσει το VaR θα πραγματοποιήσουμε τρεις ελέγχους. Ο πρώτος αφορά στο εάν ο αναμενόμενος αριθμός των παραβιάσεων ισούται με τον πραγματοποιούμενο αριθμό (Kupiec, 1995), ο δεύτερος στο εάν οι παραβιάσεις είναι ανεξάρτητες διαχρονικά και ο τρίτος εξετάζει τους δύο προηγούμενους ελέγχους ταυτόχρονα (Christoffersen, 2002).

Πριν αναλύσουμε αυτούς τους ελέγχους προσδιορίζουμε το επίπεδο εμπιστοσύνης και τη διάρκεια της εξεταζόμενης περιόδου. Το επίπεδο που χρησιμοποιείται συνήθως είναι αυτό του 95% ή 99%, προκειμένου να αυξηθεί όσο είναι δυνατό η ακρίβεια των ελέγχων.

Το πρώτο βήμα για τον υπολογισμό των ελέγχων είναι να καταγράψουμε τον αριθμό των παραβιάσεων, δηλαδή το πόσες φορές η πραγματοποιηθείσα απώλεια υπερβαίνει την προβλεπόμενη. Αυτό που επιθυμούμε είναι ο αριθμός αυτός να είναι ο μικρότερος δυνατός και ταυτόχρονα να είναι ο αναμενόμενος προκειμένου το υπόδειγμά μας να είναι κατάλληλο για να προβλέψει την μεταβλητότητα.

Για να ελέγξουμε τις παραβιάσεις θεωρούμε ότι ο αριθμός των ημερών αυτών είναι ίσος με $N = \sum_{t=1}^T I_t$ και εν συνεχεία εξετάζουμε αν η απώλεια

του χαρτοφυλακίου μας είναι μεγαλύτερη ή όχι μέσω μίας ψευδομεταβλητής που λαμβάνει τις τιμές 0 και 1 ως:

$$I_{t+1} = 1, \text{ εάλν } r_{PF,t+1} < -\text{VaR}_{t+1}^P \quad (77)$$

$$I_{t+1} = 0, \text{ εάλν } r_{PF,t+1} > -\text{VaR}_{t+1}^P \quad (78)$$

όπου I_{t+1} η πιθανότητα να συμβεί ή όχι κάποια παραβίαση, $r_{PF,t+1}$ η απόδοση του χαρτοφυλακίου και VaR_{t+1}^P η τιμή του VaR. Η μεταβλητή μας λαμβάνει την τιμή 1 εάν η απώλεια είναι μεγαλύτερη από την πραγματοποιηθείσα και την τιμή 0 εάν είναι μικρότερη.

Ο πρώτος έλεγχος αφορά στο εάν ο αριθμός των παραβιάσεων (π) είναι σημαντικά διαφορετικός από τον αναμενόμενο (p) (Unconditional Coverage Test) (Kupiec, 1995). Δηλαδή, εξετάζουμε τη μηδενική υπόθεση ότι ο πραγματοποιούμενος αριθμός των παραβιάσεων ισούται με τον αναμενόμενο ($H_0: \pi = p$) έναντι της εναλλακτικής ότι ο αριθμός αυτός είναι σημαντικά διαφορετικός ($H_1: \pi \neq p$).

Προκειμένου να ελέγξουμε την υπόθεση αυτή θεωρούμε την πιθανότητα της π ίση με:

$$L(\pi) = \prod_{t=1}^T (1 - \pi)^{1-I_{t+1}} * \pi^{I_{t+1}} = (1 - \pi)^{T_0} * \pi^{T_1} \quad (79)$$

όπου π είναι ο συνολικός αριθμός των παραβιάσεων, T_0 είναι ο αριθμός των ημερών που δεν έχει παρατηρηθεί παραβίαση και T_1 ο αριθμός των ημερών που έχει υπάρξει παραβίαση. Έστω ότι ο εκτιμητής του π ισούται με $\hat{\pi} = T_1/T$, όπου T είναι ο συνολικός αριθμός των εξεταζόμενων ημερών. Άρα η (79) μετασχηματίζεται σε:

$$L(\hat{\pi}) = (1 - T_1/T)^{T_0} * (T_1/T)^{T_1} \quad (80)$$

Αντίστοιχα, για τον αναμενόμενο αριθμό των παραβιάσεων ισχύει:

$$L(\mathbf{p}) = \prod_{t=1}^T (1-p)^{1-I_{t+1}} * p^{I_{t+1}} = (1-p)^{T_0} * p^{T_1} \quad (81)$$

Συνεπώς, ο μη δεσμευμένος έλεγχος σύγκλισης υπολογίζεται ως ο λόγος των (80) και (81) ως:

$$LR_{uc} = -2\ln[L(\mathbf{p})/L(\hat{\pi})] \sim \chi_1^2 \quad (82)$$

Το υπόδειγμα απορρίπτεται εάν η τιμή του ελέγχου είναι μεγαλύτερη από την κριτική τιμή.

Ο δεύτερος έλεγχος αφορά στο εάν οι παραβιάσεις που παρατηρούνται είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους χρονικά ή εάν έχουν την τάση να συγκεντρώνονται σε συγκεκριμένα χρονικά διαστήματα (Independence Test) (Christoffersen, 2002). Ελέγχουμε, δηλαδή, εάν οι παραβιάσεις παρουσιάζουν εξάρτηση με τον χρόνο ελέγχοντας εάν μία παραβίαση ακολουθήθηκε από μία επόμενη ή όχι. Ο σκοπός του ελέγχου είναι να απορρίψει υποδείγματα στα οποία παρουσιάζεται εξάρτηση μεταξύ των παραβιάσεων και του χρόνου, αφού έτσι οδηγούμαστε σε πολύ υψηλές τιμές του VaR. Έτσι, μπορούμε να θεωρήσουμε πως η πιθανότητα που εμφανίζει η ψευδομεταβλητή μας να λάβει την τιμή 1 ή 0, μπορεί να γραφεί μέσω μιας πρώτης τάξης ακολουθίας του Markov, η οποία ακολουθεί την υπόθεση ότι το αυριανό αποτέλεσμα εξαρτάται άμεσα από το σημερινό, ως:

$$\Pi_1 = \begin{bmatrix} 1 - \pi_{01} & \pi_{01} \\ 1 - \pi_{11} & \pi_{11} \end{bmatrix} \quad (83)$$

όπου $\pi_{01} = \Pr(I_t = 0 \text{ and } I_{t+1} = 1)$ και αποτελεί τον αριθμό των ημερών που είχαμε παραβίαση στο χρόνο 1 και όχι στο χρόνο 0 και $\pi_{11} = \Pr(I_t = 1 \text{ and } I_{t+1} = 1)$ ο αριθμός των ημερών που είχαμε διαδοχικές παραβιάσεις.

Έτσι, για έναν αριθμό παρατηρήσεων ίσο με T , η πιθανοφάνεια της ακολουθίας του Markov ισούται με:

$$L(\Pi_1) = (1 - \pi_{01})^{T_{00}} * \pi_{01}^{T_{01}} * (1 - \pi_{11})^{T_{10}} * \pi_{11}^{T_{11}} \quad (84)$$

όπου T_{ij} με $i, j=0, 1$, είναι ο αριθμός των παρατηρήσεων όπου η περίπτωση j διαδέχθηκε την i . Υπολογίζοντας τις πρώτες παραγώγους της (83) ως προς π_{01} και π_{11} και στη συνέχεια θέτοντάς τες ίσες με το μηδέν, λαμβάνουμε τους εκτιμητές:

$$\hat{\pi}_{01} = \frac{T_{01}}{T_{00} + T_{01}} \quad (85) \quad \text{και} \quad \hat{\pi}_{11} = \frac{T_{11}}{T_{10} + T_{11}} \quad (86)$$

Συνεπώς θα πρέπει να ισχύει ότι:

$$\hat{\pi}_{00} = 1 - \hat{\pi}_{01} \quad (87) \quad \text{και} \quad \hat{\pi}_{10} = 1 - \hat{\pi}_{11} \quad (88)$$

Άρα, η (83) λαμβάνει τη μορφή:

$$\hat{\Pi}_1 \equiv \begin{bmatrix} \hat{\pi}_{00} & \hat{\pi}_{01} \\ \hat{\pi}_{10} & \hat{\pi}_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \hat{\pi}_{01} & \hat{\pi}_{01} \\ 1 - \hat{\pi}_{11} & \hat{\pi}_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{T_{00}}{T_{00} + T_{01}} & \frac{T_{01}}{T_{00} + T_{01}} \\ \frac{T_{10}}{T_{10} + T_{11}} & \frac{T_{11}}{T_{10} + T_{11}} \end{bmatrix} \quad (89)$$

Συμπεραίνουμε, λοιπόν, πως προκειμένου να υπάρχει εξάρτηση μεταξύ των παραβιάσεων το π_{01} θα πρέπει να είναι διαφορετικό του π_{11} . Συνήθως, αναμένουμε μία παραβίαση να ακολουθείται από μία επόμενη και άρα η τιμή του π_{11} να είναι μεγαλύτερη από αυτή του π_{01} . Εάν, αποδειχθεί, όμως, ότι οι παραβιάσεις δεν εξαρτώνται από τον χρόνο, τότε η πιθανότητα να παρατηρηθεί παραβίαση στο χρόνο 1 είναι ανεξάρτητη από το εάν είχαμε παραβίαση ή όχι στο χρόνο 0 και άρα θα ισχύει: $\pi_{01} = \pi_{11} = \pi$ (90).

Άρα, ο πίνακάς μας σε αυτή την περίπτωση διαμορφώνεται ως:

$$\hat{\Pi} = \begin{bmatrix} 1 - \hat{\pi} & \hat{\pi} \\ 1 - \hat{\pi} & \hat{\pi} \end{bmatrix} \quad (91)$$

Συνεπώς ελέγχουμε την υπόθεση της ανεξαρτησίας μεταξύ των παραβιάσεων ($\pi_{01} = \pi_{11}$) μέσω του λόγου:

$$LR_{ind} = -2\ln[L(\hat{\pi})/L(\hat{\Pi})] \sim \chi_1^2 \quad (92)$$

Στις περιπτώσεις, ωστόσο, που υπάρχει η πιθανότητα $T_{11} = 0$ επειδή δεν μπορούμε να εφαρμόσουμε τον έλεγχο ανεξαρτησίας στο σύνολο υπολογίζουμε απλά την κατανομή πιθανότητας ως:

$$L(\hat{\Pi}_1) = (1 - \hat{\pi}_{01})^{T_{00}} \hat{\pi}_{01}^{T_{01}} \quad (93)$$

Το ιδανικό σενάριο βέβαια για να θεωρήσουμε πως ένα υπόδειγμα είναι επαρκές για τον υπολογισμό του VaR είναι ο αριθμός των παραβιάσεων να είναι ο αναμενόμενος και ταυτόχρονα αυτές οι παραβιάσεις να μην σχετίζονται μεταξύ τους χρονικά. Συνδυάζοντας τους δύο παραπάνω ελέγχους, ο δεσμευμένος έλεγχος σύγκλισης (Conditional Coverage Test) ισούται με:

$$LR_{cc} = -2\ln[L(p)/L(\hat{\Pi}_1)] \sim \chi_2^2 \quad (94)$$

που αντιστοιχεί στην υπόθεση ότι $\pi_{01} = \pi_{11} = p$. Παρατηρούμε, ωστόσο, ότι ο δεσμευμένος έλεγχος σύγκλισης είναι μία σύνθεση της μηδενικής υπόθεσης του μη δεσμευμένου ελέγχου και της εναλλακτικής υπόθεσης του ελέγχου ανεξαρτησίας. Συνεπώς, ο έλεγχος μπορεί να γραφεί και ως η πρόσθεση των δύο προηγούμενων ελέγχων ως:

$$LR_{cc} = LR_{uc} + LR_{ind} \quad (95)$$

Όπως και στην περίπτωση των προηγούμενων ελέγχων, το υπόδειγμά μας απορρίπτεται όταν η τιμή του ελέγχου είναι μεγαλύτερη από την τιμή της στατιστικής ελέγχου.

6. Εμπειρική Ανάλυση

Ο στόχος του παρόντος κεφαλαίου είναι η πρακτική εφαρμογή της θεωρίας που αναλύσαμε στα προηγούμενα κεφάλαια και η παρουσίαση των αποτελεσμάτων που προκύπτει από αυτήν. Τα δεδομένα μας αντλήθηκαν από τη βάση Datastream και αφορούν τις μηνιαίες τιμές των δεικτών των μετοχών και των ομολόγων των Ηνωμένων Πολιτειών Αμερικής, της Γερμανίας, της Ιαπωνίας για το χρονικό διάστημα 1/1990-12/2011 και της Ελλάδας για το χρονικό διάστημα 3/1999-12/2011. Για την επεξεργασία των δεδομένων μας χρησιμοποιήσαμε το Microsoft Excel του Office και το οικονομετρικό πρόγραμμα E-views 7.

Αρχικά, εξετάζουμε τα βασικά περιγραφικά στοιχεία των δεδομένων μας, ενώ στη συνέχεια υπολογίζουμε με τη χρήση του υποδείγματος CAPM την αναμενόμενη απόδοση του κάθε χρεογράφου. Στη συνέχεια κατασκευάζουμε τα βέλτιστα χαρτοφυλάκια χρησιμοποιώντας, αρχικά, την θεωρία Mean-Variance και στη συνέχεια την Mean-VaR. Σε πρώτο επίπεδο, χρησιμοποιώντας την χρονική περίοδο 1/1990-12/2001, κατασκευάζουμε έξι συνολικά χαρτοφυλάκια, εκ των οποίων το πρώτο αποτελείται από τους δείκτες των ΗΠΑ, το δεύτερο από τους δείκτες της Γερμανίας, το τρίτο από τους δείκτες της Ιαπωνίας, το τέταρτο από τους δείκτες της Ελλάδας, το πέμπτο από τους δείκτες των ΗΠΑ, Γερμανίας και Ιαπωνίας και το έκτο συμπεριλαμβάνει και αυτούς της Ελλάδας. Συνεπώς, ελέγχουμε αρχικά πώς κατανέμει τον πλούτο του μεταξύ των δύο δεικτών, ένας επενδυτής στις ΗΠΑ, στη Γερμανία, στην Ιαπωνία και στην Ελλάδα, χωρίς να επενδύει σε άλλα χρεόγραφα και στη συνέχεια με βάση τα δύο σύνθετα χαρτοφυλάκια, ελέγχουμε πώς κατανέμεται ο πλούτος μεταξύ περισσότερων χρεογράφων.

Τέλος, αξιολογούμε τα χαρτοφυλάκια αυτά για την χρονική περίοδο 1/2002-12/2011. Για την αξιολόγηση των χαρτοφυλακίων χρησιμοποιούμε

κάποιους υποθετικούς δείκτες. Για τα χαρτοφυλάκια των χωρών δημιουργούμε, σε πρώτο στάδιο, ένα υποθετικό χαρτοφυλάκιο, το οποίο αποτελείται από τα χρεόγραφα της εκάστοτε χώρας σε ίσα μεταξύ τους ποσοστά υπό την υπόθεση ότι οι επενδυτές δεν επενδύουν εκτός της χώρας τους, ενώ διεξάγουμε κι έναν δεύτερο έλεγχο με τη χρήση ενός υποθετικού χαρτοφυλακίου που αποτελείται από τα χρεόγραφα όλων των χωρών σε ίσα ποσοστά.

Το σύνθετο χαρτοφυλάκιο των τριών χωρών το αξιολογούμε με βάση ένα χαρτοφυλάκιο που κατασκευάζεται με τα χρεόγραφα των τριών χωρών σε ίσα ποσοστά. Αντίστοιχη είναι και η διαδικασία που ακολουθείται και για το χαρτοφυλάκιο των τεσσάρων χωρών.

6.1 Τα δεδομένα και τα περιγραφικά χαρακτηριστικά τους

Οι δείκτες που αναλύουμε, ανήκουν σε τέσσερις φαινομενικά διαφορετικές μεταξύ τους χώρες, οι οποίες απασχολούν τα διεθνή οικονομικά σήμερα. Σε πρώτο επίπεδο θα δούμε την εξέλιξη των μεμονωμένων δεικτών για την κάθε χώρα, η οποία παρουσιάζεται στο γράφημα 9.1.1. Όπως, παρατηρούμε οι τιμές των ομολόγων εκτός της Ελλάδος, έχουν την τάση να αυξάνονται διαχρονικά, ενώ για τους δείκτες των μετοχών η ανοδική πορεία σταματά το 2008, αν και φαίνεται ότι μέσα στο 2011, επανέρχεται για όλες τις χώρες εκτός της Ελλάδας. Πρέπει να αναφέρουμε, ωστόσο, ότι επειδή, η κλίμακα που χρησιμοποιείται για την μέτρηση των δεικτών της Ιαπωνίας είναι διαφορετική από αυτή των υπολοίπων χωρών, η πορεία των δεικτών φαίνεται με δυσκολία στο γράφημα αφού σχεδόν εφάπτεται στο μηδέν, αλλά η πορεία τους δεν διαφέρει από τις αντίστοιχες των άλλων δεικτών. Τα περιγραφικά χαρακτηριστικά του κάθε δείκτη παρουσιάζονται στον πίνακα 9.2.1.

Στη συνέχεια, παρουσιάζουμε τα βασικά περιγραφικά στοιχεία των αποδόσεων των δεικτών που χρησιμοποιούμε. Ο λόγος που εξετάζουμε τις

αποδόσεις είναι ότι προκειμένου να υπολογίσουμε τα βέλτιστα χαρτοφυλάκιά μας, χρησιμοποιούμε τις αποδόσεις και όχι τις τιμές που λαμβάνουν οι δείκτες μας κάθε μήνα. Η διαδικασία αυτή ακολουθείται γιατί η τιμή ενός δείκτη δεν είναι αρκετή για να μας εξηγήσει τη μεταβλητότητα που παρουσιάζεται στην αγορά, αντίθετα, οι αποδόσεις του μας δείχνουν τη γενική τάση του δείκτη. Τα γραφήματα 9.1.2-9.1.5 παρουσιάζουν τις αποδόσεις των δεικτών, ενώ ο πίνακας 9.2.2 τα βασικά περιγραφικά τους. Επισημαίνουμε ότι υπάρχουν περίοδοι έντονης μεταβλητότητας, που βλέπουμε ότι οι αποδόσεις του δείκτη φτάνουν σε ακραίες θετικές ή αρνητικές τιμές, χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί ο δείκτης των ομολόγων της Ελλάδας που τα τελευταία χρόνια η μία αρνητική απόδοση ακολουθεί την άλλη. Γενικότερα, παρατηρούμε πως οι αποδόσεις των μετοχών είναι πιο έντονες από τις αντίστοιχες των ομολόγων, ενώ τα ομόλογα ακόμη και σε περιόδους έντονης μεταβλητότητας παρουσιάζουν πιο σταθερές αποδόσεις.

Επίσης, σύμφωνα με τα αποτελέσματα του πίνακα 9.2.2, κανένας από τους δείκτες μας δεν παρουσιάζει συμμετρία στην κατανομή του, αφού στους έξι από τους οκτώ δείκτες ο συντελεστής λαμβάνει τιμές μικρότερες του μηδενός και άρα το διάγραμμα της κατανομής μας θα παρουσιάζε ουρά προς τα αριστερά, ενώ για την περίπτωση των δεικτών της Ιαπωνίας η ουρά θα ήταν προς τα δεξιά. Αντίστοιχα, παρατηρούμε πως σύμφωνα με την τιμή του συντελεστή κύρτωσης, κανένας από τους δείκτες μας δεν ακολουθεί την κανονική κατανομή, αφού η τιμή που λαμβάνουμε για τα δεδομένα μας είναι ή πολύ μικρότερη ή πολύ μεγαλύτερη του τρία, τιμή που υπονοεί την κανονικότητα. Επίσης, λόγω της έντονα μεταβαλλόμενης χρονικής περιόδου που εξετάζουμε, παρατηρούμε ότι ο μέσος είναι αρνητικός σε αρκετές περιπτώσεις και επιπλέον, υπάρχει μία αρκετά μεγάλη απόκλιση μεταξύ των μέγιστων και ελάχιστων τιμών. Τέλος, αναφέρουμε πως δεν εξετάζουμε στη συγκεκριμένη ενότητα τις συνδιακυμάνσεις μεταξύ των

δεικτών, καθώς αυτές αναλύονται κατά την κατασκευή των χαρτοφυλακίων.

6.2 Υπολογισμός αναμενόμενης απόδοσης

Το πρώτο βήμα πριν την κατασκευή των χαρτοφυλακίων είναι ο υπολογισμός της αναμενόμενης απόδοσης των δεικτών που αποτελούν τα χαρτοφυλάκια μέσω της ανάλυσης των αποδόσεων των δεδομένων μας. Θεωρούμε πως η αγορά των ΗΠΑ αποτελεί την κεντρική μας αγορά και συνεπώς οι άλλες αγορές επηρεάζονται από αυτήν. Στηριζόμενοι στα στοιχεία των Dimson et al. (2002), θεωρούμε πως η αναμενόμενη απόδοση των μετοχών και των ομολόγων των ΗΠΑ ισούται με 0,84% και 0,40% μηνιαία (η ετήσια απόδοσή τους ισούται με 10,1% και 4,8%, αντίστοιχα). Επίσης, ως χρεόγραφο μηδενικού κινδύνου (risk free asset) νοούνται τα Treasury bills των ΗΠΑ, με ετήσια απόδοση ίση με 4,1% και συνεπώς 0,34% μηνιαία (Dimson et al., 2002). Συνεπώς, τα ασφάλιστρα κινδύνου για την επένδυση σε μετοχές και ομόλογα ισούνται με:

$$\text{Risk premium}_{eq} = 0,84\% - 0,34\% = 0,50\%$$

$$\text{Risk premium}_{bn} = 0,40\% - 0,34\% = 0,06\%$$

Όπως φαίνεται και από την τιμή που λαμβάνουν τα ασφάλιστρα κινδύνου η επένδυση σε μετοχές χαρακτηρίζεται από μεγαλύτερη επικινδυνότητα και άρα οι επενδυτές επιθυμούν να λάβουν μία μεγαλύτερη απόδοση προκειμένου να επενδύσουν στις μετοχές.

Μέσω της παλινδρόμησης των υπερβαλλουσών αποδόσεων των δεικτών της κάθε χώρας με τις υπερβάλλουσες αποδόσεις των αντίστοιχων δεικτών της κεντρικής αγοράς (ΗΠΑ) υπολογίζουμε την ευαισθησία που παρουσιάζει ο κάθε δείκτης με τον αντίστοιχο των ΗΠΑ μέσω του beta (οι ΗΠΑ έχουν beta ίσο με τη μονάδα από τη στιγμή που αποτελούν την κεντρική αγορά). Στη συνέχεια μέσω του υποδείγματος CAPM υπολογίζουμε την

αναμενόμενη απόδοση του κάθε δείκτη. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον πίνακα 9.2.3., όπου παρατηρούμε πως η υψηλότερη τιμή για το beta εμφανίζεται στα ομόλογα της Ελλάδας (1,08), ενώ η χαμηλότερη τιμή εμφανίζεται ξανά για τις μετοχές της Ελλάδας. Συνεπώς, φαίνεται πως τα ομόλογα της Ελλάδας επηρεάζονται περισσότερο από τα αντίστοιχα των ΗΠΑ, ενώ οι μετοχές φαίνεται να μην επηρεάζονται τόσο από την κεντρική αγορά. Αντίθετα, οι μετοχές της Γερμανίας φαίνεται να είναι πιο άμεσα συνδεδεμένες με αυτές των ΗΠΑ.

6.3 Κατασκευή και αξιολόγηση των βέλτιστων χαρτοφυλακίων σύμφωνα με τη θεωρία Mean-Variance

Έχοντας υπολογίσει την αναμενόμενη απόδοση του κάθε χρεογράφου, προχωράμε στην κατασκευή των χαρτοφυλακίων και στην αξιολόγησή τους.

Το πρώτο στάδιο αφορά στον έλεγχο της συνδιακύμανσης μεταξύ των δύο δεικτών που συνθέτουν το κάθε ένα από τα χαρτοφυλάκια των χωρών. Παρατηρούμε πως η συνδιακύμανση μεταξύ των δύο δεικτών είναι θετική και για τις τέσσερις χώρες που σημαίνει ότι οι εξελίξεις στο εσωτερικό μιας χώρας επηρεάζουν όλα τα χρεόγραφα που διαπραγματεύονται στην εγχώρια αγορά της.

Στη συνέχεια υπολογίζουμε τον κίνδυνο του κάθε δείκτη μέσω της τυπικής απόκλισης, όπου παρατηρούμε ότι η τυπική απόκλιση των μετοχών είναι πολύ μεγαλύτερη από αυτή των ομολόγων (πίνακας 9.2.4). Υπολογίζοντας, επίσης, τον δείκτη Sharpe για τον κάθε δείκτη, διαπιστώνουμε πως σε όλες τις χώρες εκτός της Ελλάδος, ο δείκτης των μετοχών είναι υψηλότερος από τον αντίστοιχο των ομολόγων, και άρα η μεγαλύτερη επικινδυνότητα της επένδυσης σε μετοχές οδηγεί σε μια μεγαλύτερη ανταμοιβή προς αυτούς που αποφασίζουν να επενδύσουν σε αυτές, ενώ για την Ελλάδα φαίνεται ότι είναι πιο επικερδής η επένδυση σε ομόλογα.

Υπολογίζοντας τώρα την συνδιακύμανση μεταξύ των δεικτών που συνθέτουν τα δύο σύνθετα χαρτοφυλάκια, παρατηρούμε πως στην περίπτωση των τριών χωρών υπάρχει άμεση διασύνδεση μεταξύ τους, αφού έχουμε μόνον θετικές συνδιακυμάνσεις και συνεπώς η θετική ή αρνητική κίνηση του ενός «προκαλεί» την αντίστοιχη κίνηση και του άλλου (πίνακας 9.2.6). Αντίθετα, στην περίπτωση των τεσσάρων χωρών παρατηρούνται και αρνητικές συνδιακυμάνσεις μεταξύ των δεικτών (πίνακας 9.2.7), που υποδεικνύουν την αντίθετη κίνηση μεταξύ τους. Ενδεικτικά αναφέρουμε την περίπτωση μεταξύ των ομολόγων και των μετοχών των ΗΠΑ, όπου στη μία περίπτωση η συνδιακύμανση είναι θετική ενώ στην άλλη είναι αρνητική. Το γεγονός μπορεί να αποδοθεί στο ότι στη δεύτερη περίπτωση χρησιμοποιούμε πολύ λιγότερα δεδομένα για τον υπολογισμό των συνδιακυμάνσεων.

Το επόμενο μας βήμα, αφορά στην κατασκευή των βέλτιστων χαρτοφυλακίων, τα οποία προκύπτουν στο σημείο όπου μεγιστοποιείται ο δείκτης Sharpe. Παρατηρούμε πως στις ΗΠΑ και στην Ελλάδα, οι επενδυτές κατανέμουν τον πλούτο τους μεταξύ και των δύο δεικτών, ενώ για τη Γερμανία και την Ιαπωνία, οι επενδυτές επιλέγουν μόνον τις μετοχές. Παρατηρούμε (πίνακας 9.2.5) πως για τις δύο χώρες, που ο πλούτος κατανέμεται μεταξύ και των δύο δεικτών, ο δείκτης Sharpe είναι μεγαλύτερος από τους επιμέρους δείκτες Sharpe των μετοχών και των ομολόγων, ενώ για τις δύο άλλες χώρες ο δείκτης ισούται με τον αντίστοιχο δείκτη των μετοχών.

Όταν, όμως, κατασκευάζουμε τα δύο σύνθετα χαρτοφυλάκια, η δομή τους όπως παρουσιάζεται και στους πίνακες 9.2.8-9.2.9 είναι διαφορετική. Και στα δύο χαρτοφυλάκια το μεγαλύτερο μέρος της επένδυσης τοποθετείται στα χρεόγραφα των ΗΠΑ. Αυτό το αποτέλεσμα ενισχύει τα ευρήματα των Rowland και Tesar (2004), Errunza et al. (1999), Li και Sarkar (2002) και Cai και Warnock (2006) ότι οι Αμερικάνοι επενδυτές δεν χρειάζεται να

διαφοροποιήσουν το χαρτοφυλάκιό τους από τη στιγμή που η επένδυση σε εγχώρια χρεόγραφα τους προσφέρει μεγαλύτερο κέρδος, αφού οι εταιρείες που διαπραγματεύονται στις αμερικανικές αγορές είναι ήδη διαφοροποιημένες, από τη στιγμή που οι περισσότερες έχουν την μορφή πολυεθνικών εταιρειών και συνεπώς δραστηριοποιούνται παγκοσμίως. Στο πρώτο χαρτοφυλάκιο (τρεις χώρες) η όποια διαφοροποίηση επέρχεται στο χαρτοφυλάκιό μας είναι από την επένδυση στα ομόλογα της Γερμανίας, ενώ στη δεύτερη περίπτωση η διαφοροποίηση επέρχεται από ένα πολύ μικρό κομμάτι της επένδυσής μας στις μετοχές της Ελλάδας. Με βάση το πρώτο σύνθετο χαρτοφυλάκιό μας, αλλά και το δεύτερο επιβεβαιώνονται και τα ευρήματα των Wolfgang et al. (2005), οι οποίοι υποστηρίζουν πως μπορούν να προέλθουν οφέλη για τους Γερμανούς επενδυτές από τη διαφοροποίηση των χαρτοφυλακίων τους, όπως και αυτά των Driessen και Laeven (2007) για την ανάγκη διαφοροποίησης των υπολοίπων χαρτοφυλακίων. Συγκριτικά, παρατηρούμε πως για τα δύο αυτά χαρτοφυλάκια ο κίνδυνος τους είναι μικρότερος από τον αντίστοιχο των χαρτοφυλακίων των χωρών, ενώ και η απόδοση του χαρτοφυλακίου των τριών χωρών είναι εξίσου καλή με αυτή του αμερικάνικου χαρτοφυλακίου.

Συγκρίνοντας, τώρα, τα δύο σύνθετα χαρτοφυλάκια, παρατηρούμε ότι η τυπική απόκλιση του δεύτερου είναι αρκετά μικρότερη, αν και η αναμενόμενη απόδοση και ο δείκτης Sharpe μειώνονται. Συμπεραίνουμε, λοιπόν, πως η μεγαλύτερη ασφάλεια που προσφέρει το δεύτερο χαρτοφυλάκιο (μικρή τυπική απόκλιση) τιμωρείται με την μικρότερη συγκριτικά αναμενόμενη απόδοση.

Έχοντας κατασκευάσει τα βέλτιστα χαρτοφυλάκιά μας, είμαστε σε θέση να χαράξουμε το αποτελεσματικό σύνορο για την κάθε περίπτωση, πάνω στο οποίο τοποθετούμε και το βέλτιστο χαρτοφυλάκιό μας, στο οποίο αποτυπώνονται τα ευρήματά μας. Το αποτελεσματικό σύνορο για το κάθε χαρτοφυλάκιο αποτυπώνεται στα γραφήματα 9.1.6-9.1.11, και έχει

υπολογιστεί μέσω των διαφόρων συνδυασμών των ποσοστών του κάθε δείκτη στο χαρτοφυλάκιο, έχοντας υπολογίσει την αναμενόμενη απόδοση και την τυπική απόκλιση του κάθε συνδυασμού. Παρατηρούμε πως στις τρεις από τις τέσσερις χώρες οι επενδυτές προτιμούν να τοποθετήσουν μεγαλύτερο μέρος του πλούτου τους στην αγορά μετοχών αντί των ομολόγων, ενώ για την Ελλάδα, θεωρούν πιο κερδοφόρα και πιο ασφαλή την επένδυση σε ομόλογα. Συνεπώς, μπορούμε να πούμε πως οι επενδυτές αποστρέφονται τον κίνδυνο και γι' αυτό επιλέγουν λιγότερο επικίνδυνους συνδυασμούς αν και λαμβάνουν μικρότερες αποδόσεις.

Τέλος, προβαίνουμε στην αξιολόγηση των χαρτοφυλακίων. Στον πίνακα 9.2.10 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για την περίπτωση των χαρτοφυλακίων των χωρών. Για τις ΗΠΑ επιβεβαιώνονται ξανά τα αποτελέσματα για την μη ανάγκη διαφοροποίησης των χαρτοφυλακίων των Αμερικάνων. Πιο συγκεκριμένα, βλέπουμε ότι στην περίπτωση που το χαρτοφυλάκιο συγκρίνεται με το παγκόσμιο χαρτοφυλάκιο ο δείκτης Sharpe, που εκφράζει και την ανταμοιβή του επενδυτή είναι υψηλότερος τις περισσότερες φορές από τον αντίστοιχο του παγκόσμιου χαρτοφυλακίου, ενώ και ο κίνδυνός του είναι ορισμένες φορές μικρότερος. Όσο αφορά την πραγματοποιηθείσα απόδοση, παρατηρούμε πως οι Αμερικάνοι επενδυτές δεν θα κέρδιζαν κάτι παραπάνω εάν αποφάσιζαν να επενδύσουν στο παγκόσμιο χαρτοφυλάκιο αντί του εγχώριου. Αντίστοιχα είναι και τα αποτελέσματα για τους Γερμανούς επενδυτές με τη διαφορά, ωστόσο, ότι η ανταμοιβή που λαμβάνεται για κάθε επιπλέον μονάδα κινδύνου που αναλαμβάνει ένας Γερμανός επενδυτής είναι μεγαλύτερη όταν αποφασίζει να επενδύσει στο παγκόσμιο χαρτοφυλάκιο, αν και η απόδοση του βέλτιστου χαρτοφυλακίου είναι καλύτερη και για τους δύο ελέγχους, ενώ ο κίνδυνος του είναι μόνιμα υψηλότερος και συνεπώς επενδύοντας σε ξένα χρεόγραφα, οι Γερμανοί επενδυτές μπορούν να μειώσουν τον κίνδυνο που αντιμετωπίζουν.

Για την Ελλάδα, πάλι, φαίνεται πως το υποθετικό χαρτοφυλάκιο της χώρας σε σχέση με το βέλτιστο αποτελεί καλύτερη επιλογή αφού προσέφερε καλύτερες αποδόσεις και υψηλότερη ανταμοιβή στους επενδυτές, αν και το δεύτερο προσέφερε σχεδόν μόνιμα μικρότερο κίνδυνο. Αντίθετα, όταν εξετάζουμε την πιθανότητα οι επενδυτές να τοποθετούν τα χρήματά τους και στους άλλους δείκτες καταλήγουμε στα ίδια αποτελέσματα με αυτά της Γερμανίας. Την ίδια στιγμή, η κατανομή που προτείναμε για το χαρτοφυλάκιο της Ιαπωνίας φαίνεται να επιβεβαιώνεται, όταν αξιολογούμε μία διαφορετική κατανομή στο εσωτερικό της χώρας, ενώ στην περίπτωση του διεθνούς χαρτοφυλακίου οι Ιάπωνες φαίνεται να είναι σε θέση να εξασφαλίσουν καλύτερες ή παρόμοιες αποδόσεις διαχρονικά, ενώ και ο δείκτης Sharpe του βέλτιστου είναι υψηλότερος. Συνεπώς επιβεβαιώνονται τα αποτελέσματα των Eun και Resnick (1991) που ισχυρίστηκαν ότι οι Ιάπωνες κερδίζουν από τη διαφοροποίηση του χαρτοφυλακίου τους μέσω της μικρότερης ανάληψης κινδύνου.

Ελέγχοντας, τώρα τα δύο σύνθετα χαρτοφυλάκια (πίνακας 9.2.11), παρατηρούμε πως και τα δύο βέλτιστα χαρτοφυλάκια φαίνεται να προσφέρουν σχετικά καλύτερες αποδόσεις και ανταμοιβή ως προς τον κίνδυνο που αναλαμβάνει ο κάθε επενδυτής και συνεπώς η τακτική της βελτιστοποίησης του χαρτοφυλακίου είναι επικερδέστερη της τυχαίας επιλογής μεταξύ των στοιχείων που το συνθέτουν. Ωστόσο, το χαρτοφυλάκιο των τεσσάρων χωρών υπερτερεί έναντι αυτού των τριών, αφού η τυπική του απόκλιση είναι μικρότερη σε όλες τις περιπτώσεις, υποδεικνύοντας τα οφέλη από την διαφοροποίηση.

6.4 Κατασκευή και αξιολόγηση των βέλτιστων χαρτοφυλακίων σύμφωνα με τη θεωρία Mean-VaR

Πριν υπολογίσουμε τα βέλτιστα χαρτοφυλάκια με βάση το VaR, υπολογίζουμε το μηνιαίο VaR του κάθε χρεογράφου για επίπεδο σημαντικότητας ίσο με 99% (πίνακας 9.2.12) υπό την υπόθεση της

κανονικότητας για τις αποδόσεις των χρεογράφων μας. Οι υψηλότερες τιμές του VaR παρατηρούνται στους δείκτες των μετοχών ανεξάρτητα από το ποια μεθοδολογία χρησιμοποιείται. Ο λόγος για τον οποίο παρατηρούνται αυτές οι πολύ υψηλές τιμές, θεωρούμε πως είναι η μεγαλύτερη επικινδυνότητα που τις χαρακτηρίζει. Συγκριτικά, επισημαίνουμε πως η χαμηλότερη τιμή για το VaR σημειώνεται στους δείκτες των ΗΠΑ, ενώ η υψηλότερη τιμή αφορά τις μετοχές της Ελλάδας, όπου παρατηρείται η πολύ υψηλή τιμή του 22,27% μηνιαίως σύμφωνα με τη μεθοδολογία RiskMetrics. Ωστόσο, η πολύ μεγάλη αυτή τιμή μπορεί να εξηγηθεί μέσω της κύριας αδυναμίας του υποδείγματος, αφού για τον υπολογισμό του VaR χρησιμοποιείται μόνο η τελευταία διακύμανση και η τελευταία απόδοση του χρεογράφου. Συνεπώς, η αρκετά μεγάλη αρνητική απόδοση στο τέλος του 2001, επηρέασε την τιμή του VaR. Επίσης, παρατηρούμε πως οι τιμές για το VaR αλλάζουν αρκετά ανάλογα με τη μεθοδολογία που χρησιμοποιούμε. Για παράδειγμα ενώ οι μετοχές της Γερμανίας εμφανίζουν VaR ίσο με 16,99% σύμφωνα με τη μέθοδο της Ιστορικής Προσομοίωσης, με τη χρήση των δύο άλλων μεθόδων το VaR είναι αρκετά μικρότερο. Όσο αφορά τα υποδείγματα GARCH, επισημαίνουμε πως για τον υπολογισμό της μεταβλητότητας δεν χρησιμοποιούμε μόνο ένα υπόδειγμα, αλλά περισσότερα του ενός, αφού καταλήξαμε σε αυτό που μπορεί να υπολογίσει καλύτερα το VaR με βάση το πληροφοριακό κριτήριο Akaike. Ο πίνακας 9.2.16, παρουσιάζει το υπόδειγμα που χρησιμοποιήθηκε για τον κάθε δείκτη, τις παραμέτρους του κάθε υποδείγματος που χρησιμοποιήθηκε, κατά την ημερομηνία υπολογισμού του VaR, ενώ παρουσιάζεται και η τιμή της στατιστικής ελέγχου σύμφωνα με την οποία ελέγχουμε εάν οι παράμετροι μας είναι στατιστικά σημαντικοί ή όχι. Επισημαίνουμε ότι ενώ σε όλες τις περιπτώσεις καταλήξαμε σε διάφορες προεκτάσεις του GARCH για τον υπολογισμό της μεταβλητότητας, στην περίπτωση των ομολόγων της Ελλάδας, το μόνο υπόδειγμα που ήταν εφικτό να χρησιμοποιήσουμε, αφού ήταν και το μόνο που εξασφάλιζε τη θετικότητα της διακύμανσης

ήταν το IGARCH. Αυτό σημαίνει πως η μεταβλητότητα των ελληνικών ομολόγων μπορεί να εξηγηθεί μόνο από την δεσμευμένη διακύμανση, ενώ μέσω της επιλογής αυτού του υποδείγματος υποδεικνύεται η αστάθεια του οικονομικού περιβάλλοντος.

Αφού υπολογίσαμε το VaR για το κάθε χρεόγραφο προβαίνουμε στην κατασκευή των βέλτιστων χαρτοφυλακίων με τη χρήση του VaR ως μέσο μέτρησης του κινδύνου αντί της τυπικής απόκλισης. Τα χαρτοφυλάκια αυτά υπολογίζονται με βάση την υπόθεση ότι οι επενδυτές έχοντας υπολογίσει ποια είναι η μέγιστη απώλεια από την επένδυση μεταξύ των δύο, έξι, οχτώ δεικτών, επιλέγουν να μεγιστοποιήσουν την απόδοση που αναμένουν ότι θα λάβουν από αυτή την κατανομή που προκύπτει τελικά. Η κατανομή μεταξύ των χρεογράφων παρουσιάζεται στους πίνακες 9.2.13-9.2.15, ενώ πλέον όσο αφορά τα υποδείγματα GARCH δεν εφαρμόζονται τα μονομεταβλητά αλλά το πολυμεταβλητό BEKK- GARCH(1,1).

Στην περίπτωση των χαρτοφυλακίων των χωρών φαίνεται πως οι επενδυτές κατανέμουν τον πλούτο τους υπέρ των ομολόγων με οποιαδήποτε μεθοδολογία και εάν χρησιμοποιείται. Στην περίπτωση των ΗΠΑ και της Ελλάδας, παρατηρούμε πως η μέθοδος της Ιστορικής Προσομοίωσης και η RiskMetrics, μας δίνουν παρόμοια αποτελέσματα, αν και με τη δεύτερη το VaR είναι αρκετά υψηλότερο. Αντίθετα, όταν χρησιμοποιούμε τα υποδείγματα GARCH, τα αποτελέσματα που λαμβάνουμε για την κατασκευή του βέλτιστου χαρτοφυλακίου είναι πολύ πιο διαφορετικά, αφού για τις ΗΠΑ έχουμε αρκετά υψηλότερη απόδοση, αν και αυξάνεται και το VaR, ενώ για την Ελλάδα η απόδοση είναι ίδια με αυτήν που μας δίνει και το υπόδειγμα της Ιστορικής Προσομοίωσης. Για την Γερμανία και την Ιαπωνία, αντίθετα, παρατηρούμε πως η RiskMetrics και το πολυμεταβλητό GARCH μας δίνει παρόμοια αποτελέσματα, με τη διαφορά ότι το υπόδειγμα GARCH μας εξασφαλίζει μικρότερη τιμή του VaR για την ίδια απόδοση.

Ελέγχοντας και τα αποτελεσματικά σύνορα που κατασκευάζονται για την κάθε περίπτωση συμπεραίνουμε ότι σύμφωνα με το γράφημα 9.1.12, το αποτελεσματικό σύνορο για τις ΗΠΑ είναι περίπου ίδιο για οποιαδήποτε μεθοδολογία και αν χρησιμοποιείται, με τη διαφορά ότι χρησιμοποιώντας το BEKK-GARCH(1,1) σημειώνεται μεγαλύτερη τιμή τόσο για την αναμενόμενη απόδοση όσο και για το VaR. Για την Ελλάδα, πάλι, της οποίας τα αποτελεσματικά σύνορα παρουσιάζονται στο γράφημα 9.1.15 είναι αρκετά πιο επίπεδα, και παρατηρούμε ότι για οποιαδήποτε κατανομή μεταξύ των δύο δεικτών η αναμενόμενη απόδοση δεν αλλάζει ιδιαίτερα, ενώ το VaR αυξάνεται, υπονοώντας και την μεγαλύτερη επικινδυνότητα της επένδυσης στη χώρα. Για τη Γερμανία, (γράφημα 9.1.13), το αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο που υπολογίζεται με βάση την Ιστορική Προσομοίωση προσφέρει αρκετά καλύτερη απόδοση και μικρότερο κίνδυνο σε σχέση με τα άλλα δύο. Τέλος, για την Ιαπωνία (γράφημα 9.1.14) παρατηρούμε ότι ενώ τα χαρτοφυλάκια που κατασκευάζονται με βάση την RiskMetrics και το BEKK-GARCH(1,1), προσφέρουν την ίδια αναμενόμενη απόδοση, ενώ ο κίνδυνος του πρώτου είναι πολύ υψηλότερος.

Σε σχέση με τα χαρτοφυλάκια που συνδυάζουν δείκτες από όλες τις χώρες, παρατηρούμε πως ανεξάρτητα από τη μεθοδολογία που χρησιμοποιείται το μεγαλύτερο μέρος του χαρτοφυλακίου κατανέμεται στις ΗΠΑ με όλες τις μεθοδολογίες που χρησιμοποιούνται, αν και το ποσοστό αυτό είναι αρκετά μικρότερο όταν χρησιμοποιούμε το πολυμεταβλητό GARCH. Το αποτέλεσμα αυτό έρχεται σε άμεση αντιστοιχία με τα αποτελέσματα που λάβαμε και κατά την κατασκευή του χαρτοφυλακίου με βάση τη θεωρία Mean-Variance. Επίσης, παρατηρούμε ότι για τα χαρτοφυλάκια αυτά, έχουμε μικρότερες τιμές για το VaR σε σχέση με αυτές που λάβαμε όταν το υπολογίσαμε για το χαρτοφυλάκιο της κάθε χώρας. Επιπλέον, συγκρίνοντας τα δύο αυτά χαρτοφυλάκια μεταξύ τους παρατηρούμε ξανά ότι το χαρτοφυλάκιο των τεσσάρων χωρών μας δίνει μικρότερο κίνδυνο, ενώ η

απόδοσή του είναι ταυτόχρονα καλύτερη από το αντίστοιχο των τριών χωρών. Παρατηρούμε, συνεπώς, πως όπως και στην περίπτωση που χρησιμοποιήσαμε την Mean-Variance, ο κίνδυνος μειώνεται όσο προσθέτουμε χρεόγραφα, αλλά όταν χρησιμοποιούμε την Mean-VaR μπορούμε να επιτύχουμε ταυτόχρονα και καλύτερες αποδόσεις μέσω της προσθήκης χρεογράφων. Αυτά τα αποτελέσματα αποτυπώνονται και στα αποτελεσματικά σύνορα των δύο αυτών χαρτοφυλακίων, τα οποία παρουσιάζονται στα γραφήματα 9.1.16-9.1.17.

Επιλέγοντας, ωστόσο, να χρησιμοποιήσουμε τα υποδείγματα GARCH για τον υπολογισμό του VaR, οφείλουμε να ελέγξουμε εάν για τα κατάλοιπα ισχύουν οι υποθέσεις της αυτοσυσχέτισης και της ετεροσκεδαστικότητας. Σε σχέση με τον έλεγχο της αυτοσυσχέτισης παρατηρούμε ότι όταν εξετάζουμε τα μονομεταβλητά GARCH υποδείγματα, δεν μπορούμε να απορρίψουμε τη μηδενική υπόθεση, ενώ εξετάζοντας τα πολυμεταβλητά υποδείγματα η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται για τις περισσότερες χώρες όσο αυξάνεται ο αριθμός των υστερήσεων εκτός της Ελλάδας. Στη συνέχεια, ελέγχοντας εάν υπάρχουν επιδράσεις ARCH στα κατάλοιπά μας συμπεραίνουμε ότι σε όλες τις περιπτώσεις η τιμή του ελέγχου είναι μικρότερη από την κριτική τιμή και άρα δεν μπορούμε να απορρίψουμε την μηδενική υπόθεση. Επιπλέον, η τιμή της στατιστικής (p) που λαμβάνουμε από το E-views είναι τέτοια που δεν μας επιτρέπει να απορρίψουμε ξανά τη μηδενική υπόθεση. Όλα αυτά συνοψίζονται στον πίνακα 9.2.20.

Στη συνέχεια, έχοντας υπολογίσει τα βέλτιστα χαρτοφυλάκια, προβαίνουμε στο πρώτο στάδιο της αξιολόγησής τους, χρησιμοποιώντας τους ίδιους υποθετικούς δείκτες που χρησιμοποιήσαμε και για την αξιολόγηση των χαρτοφυλακίων που κατασκευάστηκαν με βάση τη Mean-Variance.

Συγκρίνοντας αρχικά τα χαρτοφυλάκια των χωρών με αυτά που κατασκευάστηκαν υπό την υπόθεση ότι οι επενδυτές δεν μπορούν να

επενδύσουν σε χρεόγραφα άλλων χωρών αλλά κατανέμουν τον πλούτο τους σε ίσα ποσοστά μεταξύ των δεικτών της χώρας τους, παρατηρούμε πως τα αποτελέσματα ως προς την απόδοση δεν διαφέρουν και πάρα πολύ αφού οι καλύτερες αποδόσεις των βέλτιστων χαρτοφυλακίων είναι περίπου οι μισές από τις αντίστοιχες των υποθετικών (πίνακας 9.2.21). Ταυτόχρονα, για όλες τις περιπτώσεις τα βέλτιστα χαρτοφυλάκια παρουσιάζουν μικρότερο VaR από το υποθετικό. Παρόμοια είναι και τα αποτελέσματα που λαμβάνουμε όταν αξιολογούμε και τα δύο σύνθετα χαρτοφυλάκια, των οποίων τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον πίνακα 9.2.22. Πιο συγκεκριμένα, παρατηρούμε ότι τα βέλτιστα χαρτοφυλάκια αποφέρουν περίπου τις αντίστοιχες αποδόσεις των υποθετικών, ενώ το VaR τους είναι μικρότερο για τις περισσότερες out-of-sample παρατηρήσεις μας.

Συγκρίνοντας, όμως τα χαρτοφυλάκια των χωρών με το υποθετικό παγκόσμιο χαρτοφυλάκιο συμπεραίνουμε πως για τις ΗΠΑ, το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο φαίνεται να αποδίδει ακριβώς το ίδιο με τον δείκτη αναφοράς, ενώ το VaR του είναι μικρότερο για όποια μεθοδολογία και εάν χρησιμοποιείται εκτός του GARCH. Για την Γερμανία και την Ελλάδα, πάλι παρατηρούμε πως το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο της χώρας προσφέρει καλύτερες αποδόσεις σε σχέση με τον δείκτη αναφοράς, αλλά ο κίνδυνος που αντιμετωπίζει ο επενδυτής των χωρών αυτών είναι για τις περισσότερες παρατηρήσεις μας μεγαλύτερος. Αντίθετα, για την Ιαπωνία φαίνεται ότι το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο δεν αποτελεί την καλύτερη επιλογή, αφού όταν το VaR των χαρτοφυλακίων υπολογίζεται με βάση την RiskMetrics και το BEKK-GARCH(1,1) οι πραγματοποιηθείσες καλύτερες αποδόσεις είναι λιγότερες από του υποθετικού παγκόσμιου, ενώ και ο κίνδυνός του είναι υψηλότερος για τις 82 από τις 120 παρατηρήσεις μας.

Το τελευταίο στάδιο της αξιολόγησης των χαρτοφυλακίων που κατασκευάστηκαν με βάση τη θεωρία Mean-VaR αφορά στο εάν τα υποδείγματα που χρησιμοποιήθηκαν για τον υπολογισμό της

μεταβλητότητας και κατ' επέκταση την πρόβλεψή της είναι τα κατάλληλα μέσω της εφαρμογής τους στην εναπομείνσα χρονική περίοδο. Έτσι, στην περίπτωση αυτή εξετάζουμε την κάθε χώρα χωριστά, προκειμένου να δούμε εάν τα βέλτιστα χαρτοφυλάκια, τα οποία υποθέσαμε πως είναι σταθερά και δεν υπάρχει καμία μεταβολή καθ' όλη την χρονική περίοδο ήταν και αυτά που μέσω του VaR απέφεραν τα καλύτερα αποτελέσματα και οι απώλειές τους δεν ήταν μεγαλύτερες από αυτές που υπολογίστηκαν με βάση το VaR. Για την αξιολόγηση αυτών των μέτρων χρησιμοποιούμε τα αποτελέσματα των πινάκων 9.2.23-9.2.26, ενώ η προβλεπόμενη τιμή του VaR παρουσιάζεται στα γραφήματα 9.1.18-9.1.23.

Αρχικά, ελέγχουμε τις μεθοδολογίες της Ιστορικής Προσομοίωσης και της RiskMetrics, ενώ εξετάζουμε στο τέλος την περίπτωση του BEKK-GARCH(1,1). Οφείλουμε να αναφέρουμε πως για την διεξαγωγή των προβλέψεων των τιμών της μεταβλητότητας και του VaR για το BEKK-GARCH(1,1) χρησιμοποιήθηκε το E-views 7, του οποίου οι απαραίτητοι κώδικες γράφτηκαν με βάση το help του προγράμματος και σύμφωνα με τους Degiannakis και Xekalaki (2010).

Εξετάζοντας την περίπτωση των χαρτοφυλακίων των ΗΠΑ, Γερμανίας και Ιαπωνίας συμπεραίνουμε πως οι μεθοδολογίες που χρησιμοποιήθηκαν είναι οι πλέον κατάλληλες, αφού οι παραβιάσεις που εμφανίζονται δεν φαίνεται να ακολουθούν η μία την άλλη σύμφωνα με τον μη δεσμευμένο έλεγχο σύγκλισης. Ενώ και τα αποτελέσματα των άλλων δύο ελέγχων φαίνεται να είναι τα πλέον κατάλληλα, για την μη απόρριψη του υποδείγματος. Ωστόσο, τα αποτελέσματα για τους άλλους δύο ελέγχους δεν είναι δυνατό να υπολογιστούν σε όλες τις περιπτώσεις, αφού η τιμή του T_{11} είναι ίση με το 0, γεγονός που σημαίνει ότι οι παραβιάσεις δεν ήταν εξαρτημένες μεταξύ τους. Συνεπώς, γι' αυτά τις μεθοδολογίες αρκούμαστε μόνον στα αποτελέσματα του μη δεσμευμένου ελέγχου σύγκλισης. Εάν ωστόσο, υπολογίσουμε απλά τον λόγο (93), όπως πρότεινε ο Christoffersen (2002),

οι τιμές που λαμβάνουμε για τον δεσμευμένο έλεγχο ισούνται με τιμές τέτοιες που δεν μπορούμε να απορρίψουμε τα υποδείγματα σε επίπεδο 1%. Αντίθετα, εξετάζοντας την περίπτωση της Ελλάδας, παρατηρούμε πως καμία από τις χρησιμοποιηθείσες μεθοδολογίες δεν φαίνεται να προβλέπει την μεταβλητότητα της οικονομίας της χώρας. Ιδίως, σύμφωνα με την μέθοδο της Ιστορικής Προσομοίωσης, παρατηρούμε πως ενώ οι παραβιάσεις φαίνεται να μην εξαρτώνται μεταξύ τους, η τιμή του μη δεσμευμένου ελέγχου σύγκλισης είναι τέτοια που να μας οδηγεί στην απόρριψη της μεθοδολογίας. Χρησιμοποιώντας, τέλος, το πολυμεταβλητό BEKK-GARCH(1,1) για τον υπολογισμό του VaR, συμπεραίνουμε, σε αντίθεση με τους Sheedy (2008, 2009), Engle (2001), Angelidis et al. (2004) ότι το υπόδειγμα απορρίπτεται για τον υπολογισμό της μεταβλητότητας όλων των χωρών. Πιο συγκεκριμένα, ο μόνος έλεγχος στον οποίο φαίνεται το υπόδειγμα να αποδίδει καλά είναι αυτός της ανεξαρτησίας μεταξύ των παραβιάσεων. Συνεπώς φαίνεται ότι επιβεβαιώνονται τα αποτελέσματα των Jackson et al. (1998).

Τέλος, εξετάζοντας τα δύο σύνθετα χαρτοφυλάκια, καταλήγουμε πως οι χρησιμοποιηθείσες μεθοδολογίες είναι κατάλληλες για τον υπολογισμό και την πρόβλεψη της μεταβλητότητας. Ωστόσο, σημειώνουμε πως στην περίπτωση των τεσσάρων χωρών η τιμή του μη δεσμευμένου ελέγχου, για τη μεθοδολογία της Ιστορικής Προσομοίωσης, μας δείχνει ότι ο αναμενόμενος αριθμός των παραβιάσεων διαφέρει από αυτόν που πραγματοποιήθηκε. Ο δεσμευμένος έλεγχος, σύγκλισης, όμως, ο οποίος επηρεάζεται τόσο από τον μη δεσμευμένο και τον έλεγχο ανεξαρτησίας, λαμβάνει τιμή τέτοια που μας αναγκάζει να μην απορρίψουμε την μεθοδολογία μας. Αντίθετα, φαίνεται πως τα δύο σύνθετα χαρτοφυλάκια που κατασκευάστηκαν με βάση το BEKK-GARCH(1,1) δεν προβλέπουν με ικανοποιητικό τρόπο την μεταβλητότητα. Πιο συγκεκριμένα παρατηρούμε πως ενώ φαίνεται πως οι παραβιάσεις είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους

χρονικά, ο αριθμός των παραβιάσεων δεν είναι ο αναμενόμενος και έτσι και ο συνολικός έλεγχος απορρίπτει το υπόδειγμα αυτό.

6.5 Σύγκριση των χαρτοφυλακίων που κατασκευάστηκαν με τις δύο διαφορετικές θεωρίες

Μετά την κατασκευή και την αξιολόγηση των χαρτοφυλακίων με τις δύο διαφορετικές θεωρητικές προσεγγίσεις, δίνεται η δυνατότητα να συγκριθούν μεταξύ τους οι δύο θεωρίες (Mean-Variance, Mean-VaR).

Σε αντίθεση με τα χαρτοφυλάκια, που προέκυψαν μέσω της Mean-VaR, για την κάθε χώρα, τα χαρτοφυλάκια που κατασκευάστηκαν με τη χρήση της θεωρίας του Markowitz, φαίνεται να κατανέμουν τον πλούτο πιο διαφορετικά. Συγκεκριμένα, ενώ τα πρώτα «δείχνουν» μία προτίμηση προς τα ομόλογα, τα δεύτερα, σε όλες τις περιπτώσεις εκτός της Ελλάδας, κατανέμουν ένα πολύ μεγαλύτερο μέρος του πλούτου του επενδυτή στους δείκτες των μετοχών, προσφέροντας πολύ καλύτερες αποδόσεις. Ταυτόχρονα, αποδείχθηκε πως ακολουθώντας μία παθητική επενδυτική στρατηγική τα χαρτοφυλάκια αυτά προσέφεραν καλύτερες αποδόσεις από τα υποθετικά των χωρών. Ωστόσο, το κομμάτι στο οποίο φαίνεται να υπερτερούν τα χαρτοφυλάκια που κατασκευάστηκαν με βάση την Mean-VaR είναι το αυτό του κινδύνου, αφού τα χαρτοφυλάκια αυτά ήταν σε θέση να μας δίνουν λιγότερο επικίνδυνα χαρτοφυλάκια σε όρους απώλειας.

Ελέγχοντας, ωστόσο, τα χαρτοφυλάκια των χωρών με το παγκόσμιο χαρτοφυλάκιο, παρατηρούμε ότι με βάση τη θεωρία Mean-Variance, οι επενδυτές των ΗΠΑ και της Γερμανίας δεν φαίνεται να επωφελούνται ιδιαίτερα από την διαφοροποίηση του χαρτοφυλακίου τους, αφού για τις περισσότερες out-of-sample παρατηρήσεις μας η απόδοση του βέλτιστου χαρτοφυλακίου είναι καλύτερη από του δείκτη, ενώ και ο δείκτης Sharpe λαμβάνει μεγαλύτερες τιμές. Ωστόσο, ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου αυτού είναι μεγαλύτερος από αυτόν του δείκτη για το μεγαλύτερο μέρος της

εξεταζόμενης περιόδου. Αντίθετα, τα βέλτιστα χαρτοφυλάκια της Ελλάδας και της Ιαπωνίας δεν φαίνεται να αποτελούν την καλύτερη επιλογή αφού, ακόμη και εάν το χαρτοφυλάκιο της Ελλάδας παρουσιάζει καλύτερες αποδόσεις από τον δείκτη, και τα δύο χαρτοφυλάκια έχουν πάντοτε υψηλότερη τιμή της διακύμανσης και χαμηλότερο δείκτη Sharpe.

Εάν συγκρίνουμε, τώρα τα αποτελέσματα με τα αντίστοιχα που προέκυψαν από τη σύγκριση των χαρτοφυλακίων με το «παγκόσμιο» χαρτοφυλάκιο, που προέκυψαν μέσω της Mean-VaR και συγκεκριμένα μέσω της Ιστορικής Προσομοίωσης και της RiskMetrics, παρατηρούμε ότι για όλες τις περιπτώσεις εκτός των ΗΠΑ, το υποθετικό χαρτοφυλάκιο είχε μικρότερο VaR, αν και οι αποδόσεις στις περισσότερες περιπτώσεις ήταν καλύτερες για τα βέλτιστα χαρτοφυλάκια. Χρησιμοποιώντας, το GARCH-BEKK(1,1), φαίνεται πως σχεδόν σε όλες τις περιπτώσεις, εκτός της Ιαπωνίας, η απόδοση των βέλτιστων χαρτοφυλακίων είναι καλύτερη από τον δείκτη, ενώ το VaR τους είναι υψηλότερο.

Στη συνέχεια, για τα δύο συνδυαστικά χαρτοφυλάκια, συμπεραίνουμε πως χρησιμοποιώντας την Mean-Variance, τα χαρτοφυλάκια που κατασκευάζονται φαίνεται να αποδίδουν καλύτερα σε όρους απόδοσης, ενώ όσο αυξάνονται και οι δείκτες που αποτελούν το χαρτοφυλάκιο μειώνεται και ο κίνδυνος του. Αυτό φαίνεται στην περίπτωση του βέλτιστου χαρτοφυλακίου των τεσσάρων χωρών, το οποίο παρουσιάζει μόνιμα μικρότερη τυπική απόκλιση από αυτή του ισοποσοστιαίου χαρτοφυλακίου. Το πιο εντυπωσιακό, ωστόσο, είναι ότι το χαρτοφυλάκιο αυτό αποτελείται από τρεις μόνο δείκτες, εκ των οποίων το 98% περίπου καταλαμβάνουν οι δείκτες των ομολόγων και των μετοχών των ΗΠΑ.

Εξετάζοντας, τα χαρτοφυλάκια που κατασκευάστηκαν χρησιμοποιώντας την Mean-VaR συμπεραίνουμε πως τα χαρτοφυλάκια αυτά σημειώνουν εξίσου καλές αποδόσεις με τα αντίστοιχα της Mean-Variance, ενώ ο

κίνδυνος μετρούμενος μέσω του VaR είναι σχεδόν μόνιμα μικρότερος από τον αντίστοιχο του δείκτη. Η μόνη διαφορά, φαίνεται πως παρατηρείται όταν χρησιμοποιούμε το υπόδειγμα GARCH όπου το υποθετικό μας χαρτοφυλάκιο παρουσιάζει καλύτερες αποδόσεις.

Ωστόσο, και με τις δύο προσεγγίσεις βλέπουμε ότι οι Αμερικάνοι δεν χρειάζεται να διαφοροποιήσουν το χαρτοφυλάκιο τους αφού τουλάχιστον σε όρους απόδοσης το αμερικάνικο χαρτοφυλάκιο απέδωσε καλύτερα από το υποθετικό παγκόσμιο, ενώ σε αρκετές περιπτώσεις και ο κίνδυνός του ήταν μικρότερος.

Συγκριτικά, παρατηρούμε πως και οι δύο προσεγγίσεις φαίνεται να μας δίνουν αρκετά καλά αποτελέσματα, αφού τα βέλτιστα χαρτοφυλάκια προσφέρουν καλύτερες αποδόσεις από τους αντίστοιχους δείκτες. Ωστόσο, με οποιαδήποτε προσέγγιση και εάν χρησιμοποιήθηκε παρατηρούμε πως ο κίνδυνος των βέλτιστων χαρτοφυλακίων για ορισμένες χώρες είναι υψηλότερος.

Το πιο εντυπωσιακό εύρημα, ωστόσο, αφορά στον υπολογισμό της μεταβλητότητας. Ενώ αναμέναμε πως τα υποδείγματα GARCH θα ήταν τα πλέον κατάλληλα για τον υπολογισμό της μεταβλητότητας, αποδείχθηκε πως το υπόδειγμα της Ιστορικής Προσομοίωσης και αυτό της RiskMetrics, μπορούν να μας δώσουν καλύτερα αποτελέσματα, ακόμη και εάν η τιμή τους μένει σχετικά στάσιμη για αρκετά μεγάλο χρονικό διάστημα.

Αυτό που φαίνεται να επιβεβαιώνεται, ωστόσο, και σε αυτή την περίπτωση είναι ότι οι επενδυτές που χρησιμοποιούν μία τακτική βελτιστοποίησης του χαρτοφυλακίου τους είναι σε θέση να λάβουν καλύτερες αποδόσεις μακροχρόνια από αυτούς που δεν χρησιμοποιούν κάποια τέτοια τακτική, όπως απέδειξαν και οι Parrák και Seidler (2010).

7. Συμπεράσματα

Θεωρώντας πως ένας επενδυτής μπορεί να επωφεληθεί μέσω της διαφοροποίησης του χαρτοφυλακίου του, χρησιμοποιήσαμε δύο διαφορετικές προσεγγίσεις για τον υπολογισμό των βέλτιστων ποσοστών ενός χαρτοφυλακίου, την Mean-Variance και την Mean-VaR. Για την χρήση της δεύτερης προσέγγισης, αναλύσαμε τρεις μεθοδολογίες υπολογισμού του VaR και πιο συγκεκριμένα, την Ιστορική Προσομοίωση, την RiskMetrics και τα υποδείγματα GARCH. Προκειμένου, να εξετάσουμε αυτές τις δύο προσεγγίσεις χρησιμοποιήσαμε τους δείκτες των μετοχών και των ομολόγων των ΗΠΑ, Γερμανίας, Ιαπωνίας και Ελλάδας και εξετάσαμε πως θα κατένειμε ένας επενδυτής της κάθε χώρας τον πλούτο του στην εγχώρια αγορά, ενώ στη συνέχεια θεωρήσαμε πως αυτός ο επενδυτής μπορεί να διαφοροποιήσει το χαρτοφυλάκιό του επενδύοντας και στους δείκτες των άλλων χωρών.

Σε πρώτο στάδιο, χρησιμοποιήσαμε την Mean-Variance, που αποτελεί και την θεωρία της διαφοροποίησης του χαρτοφυλακίου και οδηγηθήκαμε στο συμπέρασμα, πως οι επενδυτές όλων των χωρών εκτός των ΗΠΑ μπορούν να ωφεληθούν μέσω της διαφοροποίησης του χαρτοφυλακίου τους και σε άλλους δείκτες, αφού μέσω αυτού του τρόπου μπορούν να λάβουν είτε καλύτερες αποδόσεις είτε μικρότερο κίνδυνο, είτε και τα δύο ταυτόχρονα. Αντίθετα, καταλήξαμε πως οι Αμερικάνοι δεν ωφελούνται από τη διαφοροποίηση του χαρτοφυλακίου τους και είναι κερδισμένοι όταν επενδύουν στην χώρα τους.

Στη συνέχεια εστίασαμε στην μέτρηση του VaR ως μέσο μέτρησης του κινδύνου, θεωρώντας πως μέσω του υπολογισμού της ενδεχόμενης απώλειας, ο επενδυτής είναι σε θέση να κατανείμει πιο αποτελεσματικά τον

πλούτο του. Όσο αφορά, την αξιολόγηση των χαρτοφυλακίων που κατασκευάστηκαν μέσω της Mean-VaR συμπεραίνουμε πως τα βέλτιστα χαρτοφυλάκια, είχαν καλύτερη παρουσία από τα υποθετικά, ιδίως ως προς τον κίνδυνο. Αυτό ίσχυε και για την περίπτωση των σύνθετων χαρτοφυλακίων. Ωστόσο, καταλήξαμε ξανά στο συμπέρασμα πως οι Αμερικάνοι δεν χρειάζεται να διαφοροποιήσουν το χαρτοφυλάκιο τους, και εάν το κάνουν θα πρέπει οι δείκτες των ΗΠΑ να καταλαμβάνουν το μεγαλύτερο μέρος του χαρτοφυλακίου τους, όπως αποδείχθηκε και κατά την κατασκευή των δύο σύνθετων χαρτοφυλακίων.

Εξετάζοντας, τώρα τα υποδείγματα υπολογισμού της μεταβλητότητας, μέσω της διαδικασίας επανελέγχου (Backtesting), καταλήγουμε πως η Ιστορική Προσομοίωση και η RiskMetrics, μας δίνουν παρόμοια αποτελέσματα για την τιμή του VaR, ενώ φαίνεται πως το GARCH-BEKK(1,1) μας δίνει αρκετά μεγαλύτερες τιμές, ενώ δεν φαίνεται να είναι και το υπόδειγμα που είναι καταλληλότερο για τον υπολογισμό της μεταβλητότητας, αφού ο αναμενόμενος αριθμός των παραβιάσεων διαφέρει από αυτόν που πραγματοποιήθηκε αν και οι παραβιάσεις δεν παρουσιάζουν χρονική εξάρτηση. Αντίθετα, οι άλλες δύο μεθοδολογίες φαίνεται να προβλέπουν αρκετά καλά την μεταβλητότητα.

Γενικά, μπορούμε να υποστηρίξουμε πως η τακτική βελτιστοποίησης των χαρτοφυλακίων μπορεί να αποδώσει καλύτερα αποτελέσματα για τους επενδυτές σε αντίθεση με τους επενδυτές που τοποθετούν τυχαία τα χρήματά τους μεταξύ των χρεογράφων. Επιπλέον, φαίνεται πως η θεωρία Mean-Variance υπερισχύει της Mean-VaR όσο αφορά την απόδοση, ενώ η δεύτερη ως προς τον κίνδυνο. Για τους Αμερικάνους επενδυτές, επιβεβαιώθηκαν τα αποτελέσματα προηγούμενων ερευνών, όπου φαινόταν ότι δεν χρειάζεται να διαφοροποιήσουν τα χαρτοφυλάκιά τους, ενώ τα αποτελέσματα αυτά είναι σε οριακό επίπεδο και για τους Γερμανούς επενδυτές. Επίσης, αποδείχθηκε πως οι Έλληνες και Ιάπωνες επενδυτές

έχουν την δυνατότητα, αν όχι να βελτιώσουν τις αποδόσεις που λαμβάνουν από το χαρτοφυλάκιό τους να μειώσουν τον κίνδυνο που αντιμετωπίζουν επενδύοντας και σε χρεόγραφα εκτός της χώρας τους.

8. Βιβλιογραφία

- Alexander, G., Baptista, A. (2002), “Economic Implications of using a mean-VaR model for portfolio selection: A comparison with mean-variance analysis”, *Journal of Economic Dynamics & Control*, **26**, pp. 1159-1193.
- Angelidis, T., Benos, A., Degiannakis, S. (2004), “The Use of GARCH Models in VaR Estimation”, *Statistical Methodology*, **1** (2), pp.105-128.
- Bodie, Z., Kane, A., Marcus, A. (2005) *Investments*, 6th edition. McGraw-Hill Irwin, Inc., USA.
- Bollerslev, T. (1986), “Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity”, *Journal of Econometrics*, **31**, pp. 307-327.
- Bollerslev, T., Chou, R., Kroner, K. (1992), “ARCH modeling in finance: A review of the theory and empirical evidence”, *Journal of Econometrics*, **52**, pp. 5-59.
- Box, G., Pierce, D. (1970), “Distribution of Residual Autocorrelations in Autoregressive-Integrated Moving Average Time Series Models”, *Journal of the American Statistical Association*, **65** (332), pp. 1509-1526.
- Brooks, C. (2008) *Introductory Econometrics for Finance*, 2nd edition. Cambridge University Press.
- Bugar, G., Maurer, R., (1997), “International Portfolio Diversification for European Countries: The Viewpoint of Hungarian and German Investors”, No. 101, *University of Mannheim*.

- Cai, F., Warnock, F. (2006), “International Diversification at home and abroad”, Working paper 12220, *National Bureau of Economic Research*.
- Campbell, R., Huisman, R., Koedijk, K. (2001), “Optimal portfolio selection in a Value-at-Risk framework”, *Journal of Banking and Finance*, **25**, pp. 1789-1804.
- Chen, N., Roll, R., Ross, S. (1986), “Economic Forces and the Stock Market”, *The Journal of Business*, **59** (3), pp. 383-403.
- Christoffersen, P. (2002) *Elements of Financial Risk Management*. McGill University and CIRANO.
- Degiannakis, S., Xekalaki, E. (2010) *ARCH Models for Financial Applications*. John Wiley & Sons Ltd, USA.
- De Santis, G., Gerard, B. (1997), “International Asset Pricing and Portfolio Diversification with Time-Varying Risk”, *The Journal of Finance*, **52** (5), pp. 1881-1912.
- Dimson, E., Marsh, P., Staunton, M. (2002), “Long-Run Global Capital Market Returns and Risk Premia”, *London Business School Accounting Subject Area No.035*.
- Driessen, J., Laeven, L. (2007), “International Portfolio Diversification Benefits: Cross-Country Evidence from a Local Perspective”, *Journal Of Banking & Finance*, **31** (6), pp. 1693-1712.
- Elton, E., Gruber, M. (1997), “Modern Portfolio theory, 1950 to date”, *Journal of Banking & Finance*, **21**, pp. 1743-1759.
- Elton, E., Gruber, M., Brown, S., Goetzmann, W. (2003) *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis, 6th edition*. John Wiley & Sons, Inc., USA.
- Engle, R. (1982), “Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of Unites Kingdom Inflation”, *Econometrica*, **50** (4), pp. 987-1008.

- Engle, R. (1982), “Wald, Likelihood Ratio, and Lagrange Multiplier Tests in Econometrics”, in Elsevier Science Publishers BV, ed., “Handbook of Econometrics-Volume II”, USA.
- Engle, R., Bollerslev, T. (1986), “Modelling the persistence of conditional variances”, *Econometric Reviews*, **5** (1), pp. 1-50.
- Engle, R. (2001), “GARCH 101: The Use of ARCH/GARCH Models in Applied Econometrics”, *Journal of Economic Perspectives*, **15** (4), pp. 157-168.
- Engle, R., Kroner, K. (1995), “Multivariate Simultaneous Generalized Arch”, *Econometric Theory*, **11** (1), pp. 122-150.
- Errunza, V., Hogan, K., Hung, M. (1999), “Can the Gains from International Diversification Be Achieved without Trading Abroad?”, *The Journal of Finance*, **54** (6), pp. 2075-2107.
- Eun, C., Resnick, B. (1991), “International diversification of investment portfolios: U.S. & Japanese perspectives”, *School of Business Discussion Papers*, paper 67.
- Fama, E., French, K. (1992), “The Cross-Section Expected Stock Returns”, *The Journal of Finance*, **48** (2), pp. 427-465.
- Fama, E., French, K. (1993), “Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds”, *Journal of Financial Economics*, **33**, pp. 3-56.
- Fama, E., French, K. (2004), “The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence”, *Journal of Economic Perspectives*, **18** (3), pp. 25-46.
- Gaivoronski, A., Pflug, G. (1999), “Finding Optimal Portfolios with Constraints on Value-at-Risk”, in B.Green, ed., *Proceedings of the Third International Stockholm Seminar on Risk Behavior and Risk Management*, Stockholm University.
- Goetzmann, W., Kumar, A. (2008), “Equity Portfolio Diversification”, *Review of Finance*, **12**, pp. 433-463.

- Hacker, S., Hatemi-J, A. (2004), “A Test for Multivariate ARCH Effects”, Technical Report, Lund University, Department of Statistics, Sweden.
- Jackson, P., Maude, D., Perraudin, W. (1998), “Testing value-at-risk approaches to capital adequacy”, *Bank of England Quarterly Bulletin*, **38**, pp. 256-266.
- Jorion, P. (2007) *Value at Risk: The new benchmark for managing financial risk, 3rd edition*. McGraw-Hill, Inc., USA.
- JP Morgan (1995), RiskMetrics, Technical Document, *JP Morgan*, New York, USA.
- Koekebakker, S., Zakamouline, V. (2007), “Generalised Sharpe Ratios and Portfolio Performance Evaluation”, Working Paper, Agder University College, Faculty of Economics, Kristiansand, Norway.
- Kupiec, P. (1995), “Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Models”, **3**, *The Journal of Derivatives*, pp. 73-84.
- Li, D., Ng, W. (2000), “Optimal Dynamic Portfolio Selection: Multiperiod Mean-Variance Formulation”, *Mathematical Finance*, **10** (3), pp. 387-406.
- Li, K., Sarkar, F. (2002), “Should U.S. Investors Hold Foreign Stocks?”, *Federal Reserve Bank of New York: Current Issues in Economics and Finance*, **8** (3).
- Litner, J. (1965), “The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets”, *The Review of Economics and Statistics*, **47** (1), pp. 13-37.
- Ljung, G., Box, G. (1978), “On a measure of lack of fit in time series models”, *Biometrika*, **65** (2), pp. 297-303.
- Markowitz, H. (1952), “Portfolio Selection”, *The Journal of Finance*, **7** (1), pp. 77-91.

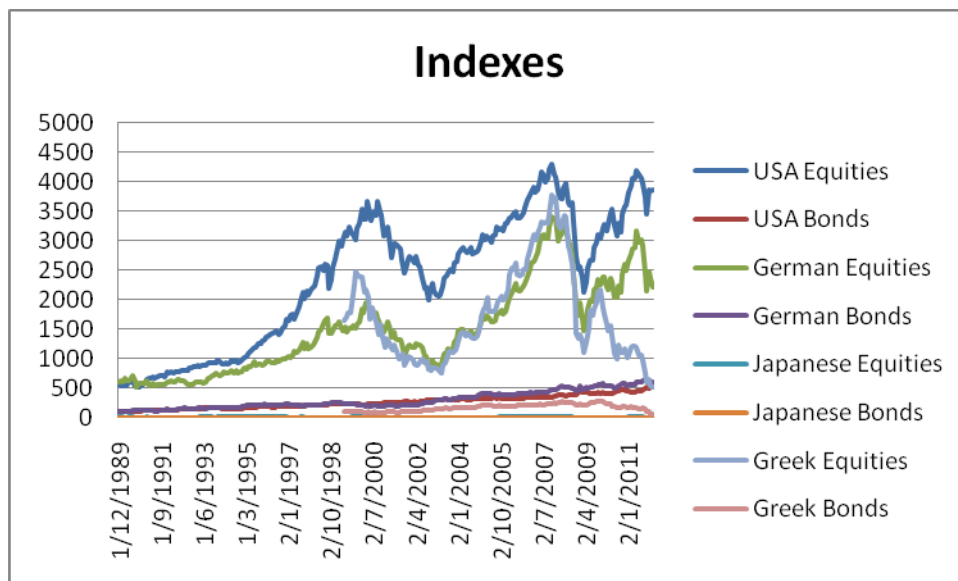
- Mossin, J. (1966), “Equilibrium in a Capital Asset Market”, *Econometrica*, **34** (4), pp. 768-783.
- Parrák, R., Seidler, J. (2010), “Mean-Variance and Mean-VaR Portfolio Selection: A Simulation Based Comparison in the Czech Crisis Environment”, *IES Working Paper*, No.27/2010.
- Poon, S., Granger, C. (2003), “Forecasting Volatility in Financial Markets: A Review”, *Journal of Economic Literature*, **61**, pp. 478-539.
- Puelz, A. (1999), “Value-at-Risk Based Portfolio Optimization” Working Paper. Southern Methodist University.
- Rowland, P., Tesar, L. (2004), “Multinationals and the Gains from International Diversification”, *Review of Economic Dynamics*, **7** (4), pp. 789-826.
- Ross, S. (1976), “The Arbitrage Pricing Theory of Capital Asset Pricing”, *Journal of Economic Theory*, **13**, pp. 341-360.
- Santos, A., Moura, G. (2012), “Dynamic Factor Multivariate GARCH Model”, *Computational Statistics and Data Analysis*, forthcoming.
- Șerban, F., Ștefănescu, M., Debu, S. (2011), “Building an optimal portfolio using a Mean-VaR framework”, *MACMESE'11 Proceedings of the 13th WSEAS international conference on Mathematical and computational methods in science and engineering*, pp. 126-131.
- Sharpe, W. (1964), “Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk”, *The Journal of Finance*, **19** (3), pp. 425-442.
- Sharpe, W. (1966), “Mutual Fund Performance”, *The Journal of Business*, **39** (1), pp. 119-138.
- Sharpe, W. (1994), “The Sharpe ratio”, *The Journal of Portfolio Management*, **21** (1), pp. 49-58.

- Sheeby, E. (2008), *Why VaR models fail and what can be done*, Macquarie University Applied Finance Centre.
- Sheeby, E. (2009), “Can Risk Modeling Work?”, *MAFC Research Papers*, No.35.
- Yu, X., Sun, H., Chen, G. (2011), “The Optimal Portfolio Model Based on Mean-CVaR”, *Journal of Mathematical Finance*, **1**, pp. 132-134.
- Wolfgang, G., Mager, F., Röhrs, A. (2005), “Twenty Years of International Diversification from a German Perspective”, *Schmalebach Business Review*, **57**, pp. 86-102.

9. Παράρτημα

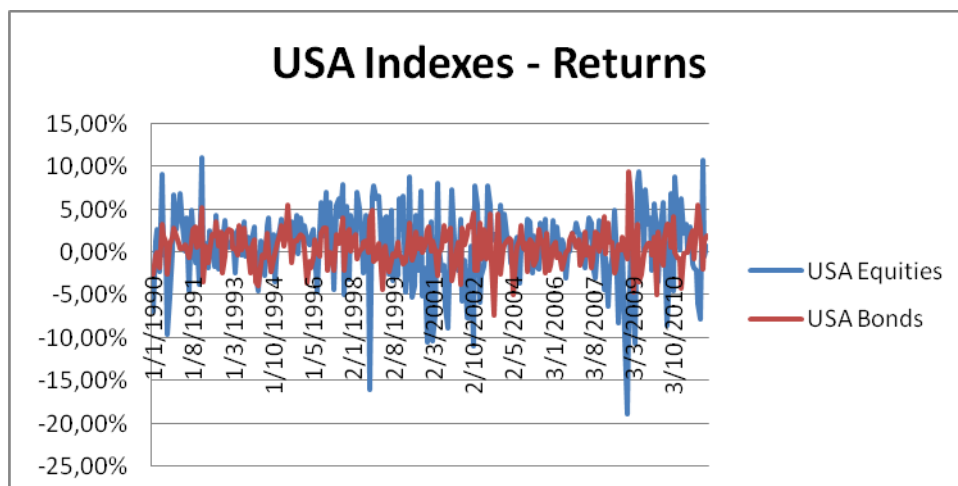
9.1 Παράρτημα Γραφημάτων

Γράφημα 9.1.1: Δείκτες μετοχών και ομολόγων



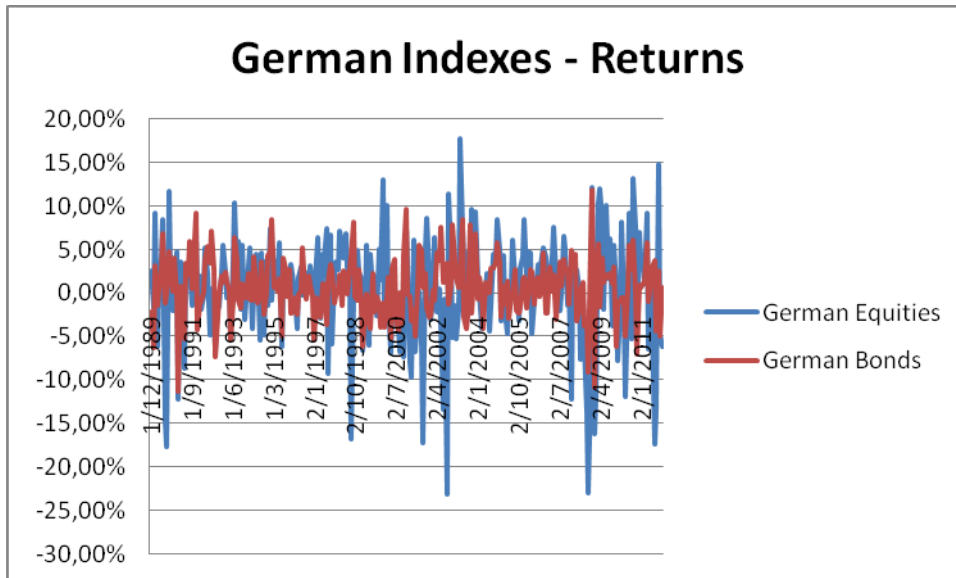
Γράφημα 9.1.2: Αποδόσεις μετοχών και ομολόγων

ΗΠΑ



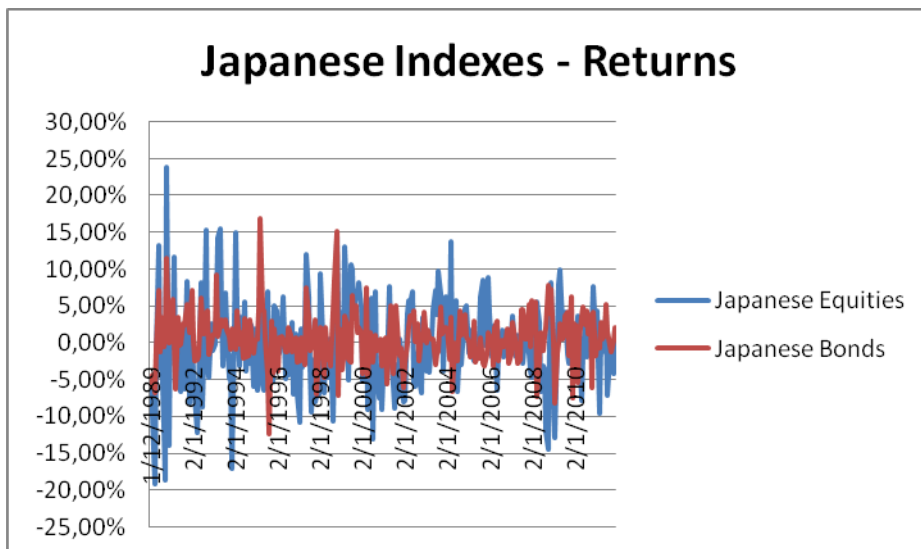
Γράφημα 9.1.3: Αποδόσεις μετοχών και ομολόγων

Γερμανίας

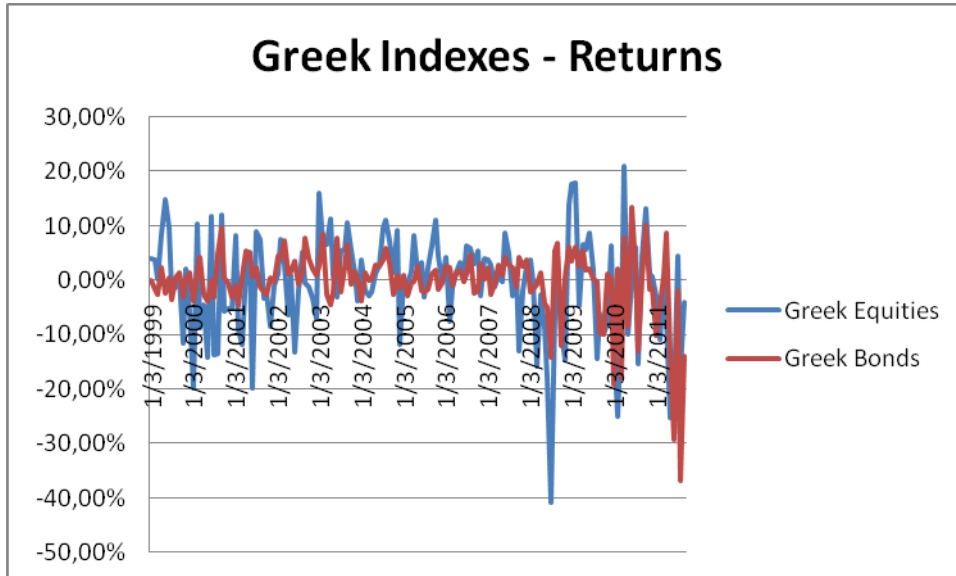


Γράφημα 9.1.4: Αποδόσεις μετοχών και ομολόγων

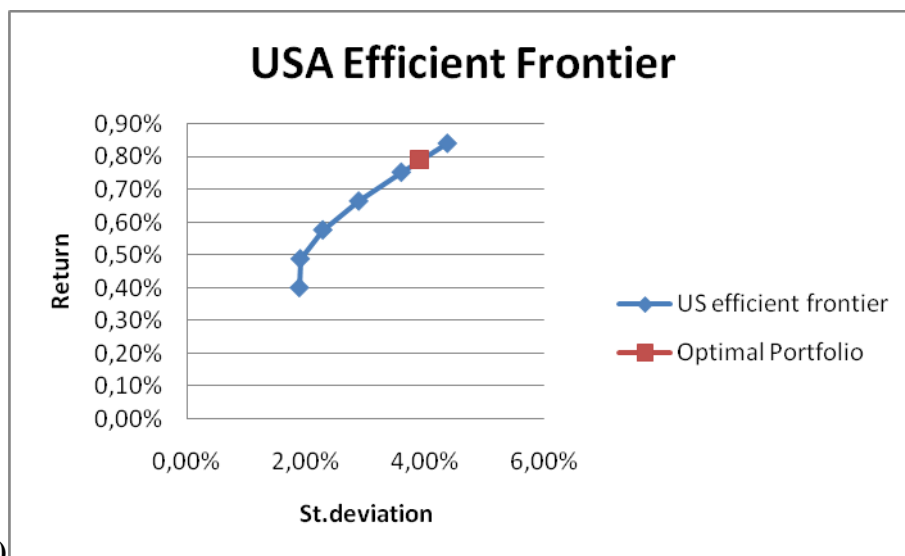
Ιαπωνίας



**Γράφημα 9.1.5: Αποδόσεις μετοχών και ομολόγων
Ελλάδας**

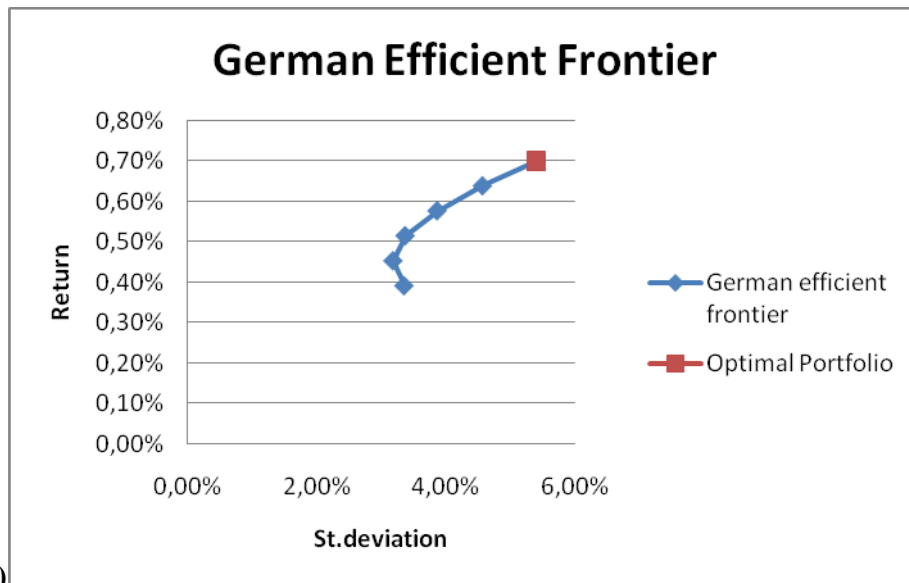


Γράφημα 9.1.6: Αποδοτικό σύνορο ΗΠΑ (M-



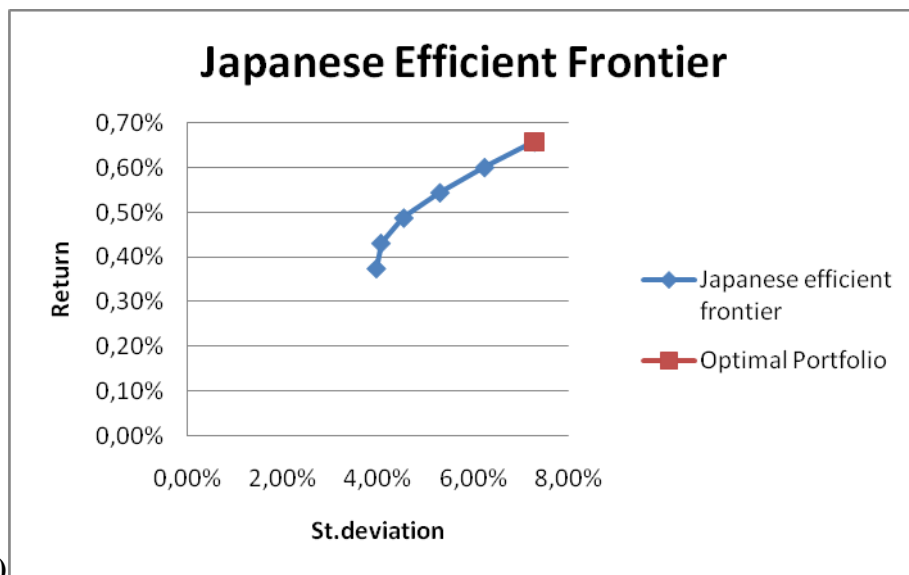
V)

Γράφημα 9.1.7: Αποδοτικό σύνορο Γερμανίας (M-



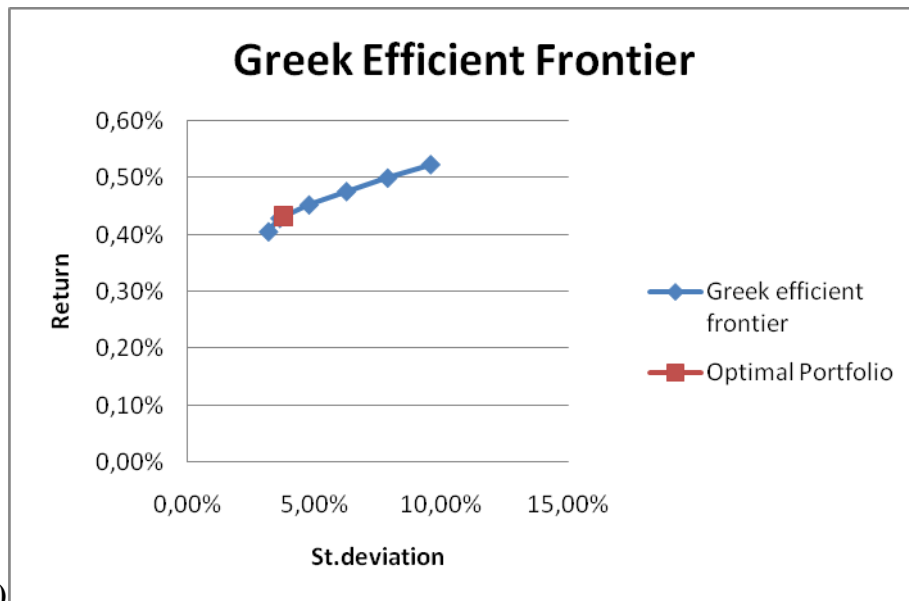
V)

Γράφημα 9.1.8: Αποδοτικό σύνορο Ιαπωνίας (M-



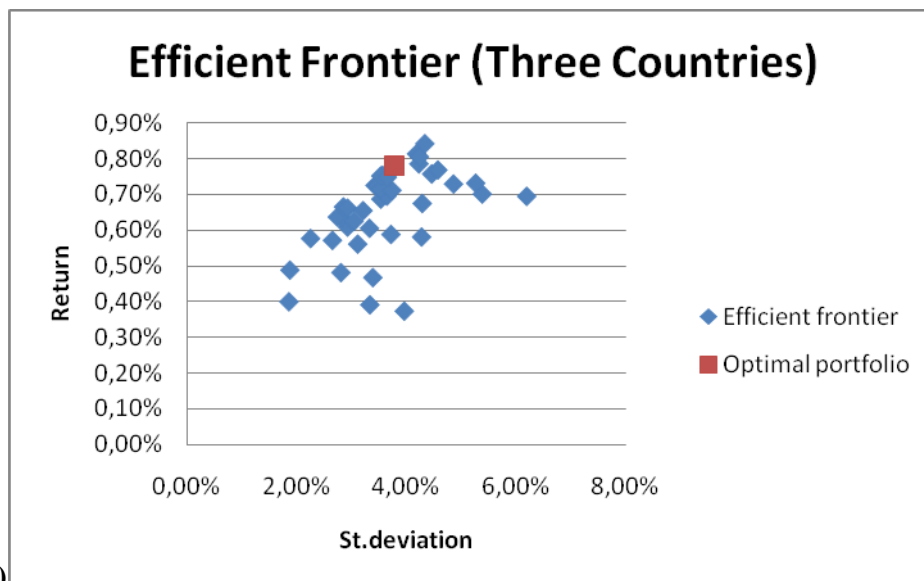
V)

Γράφημα 9.1.9: Αποδοτικό σύνορο Ελλάδας (M-



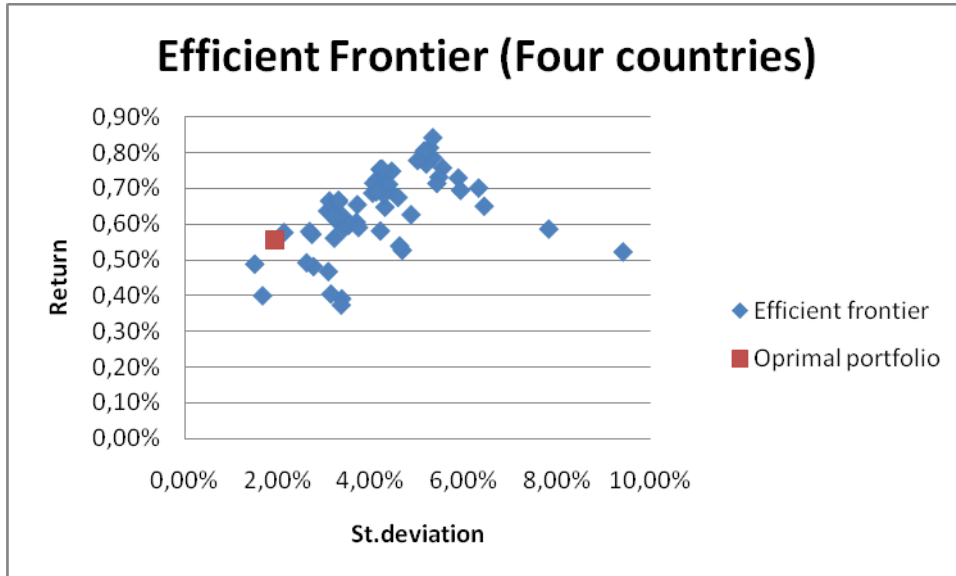
V)

Γράφημα 9.1.10: Αποδοτικό σύνορο τριών χωρών (M-

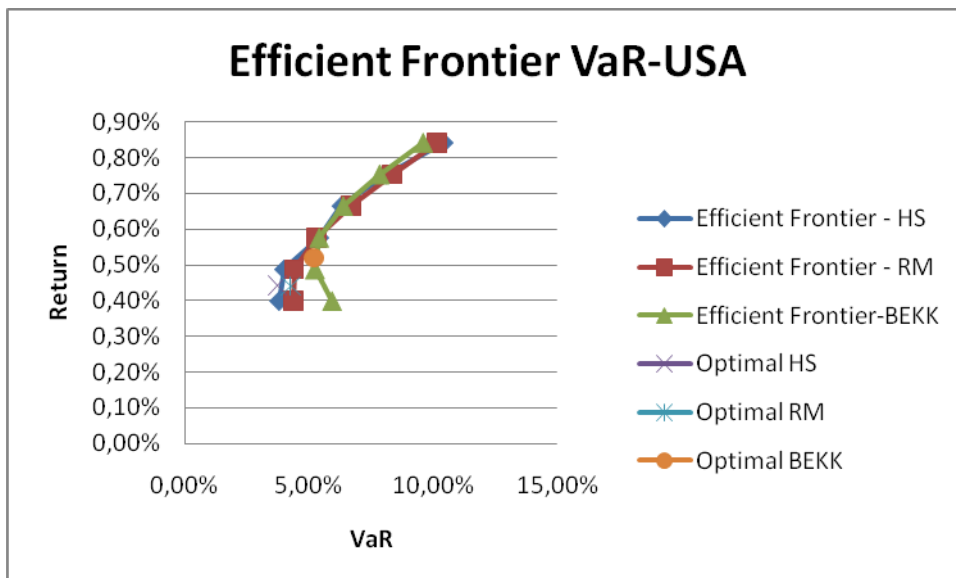


V)

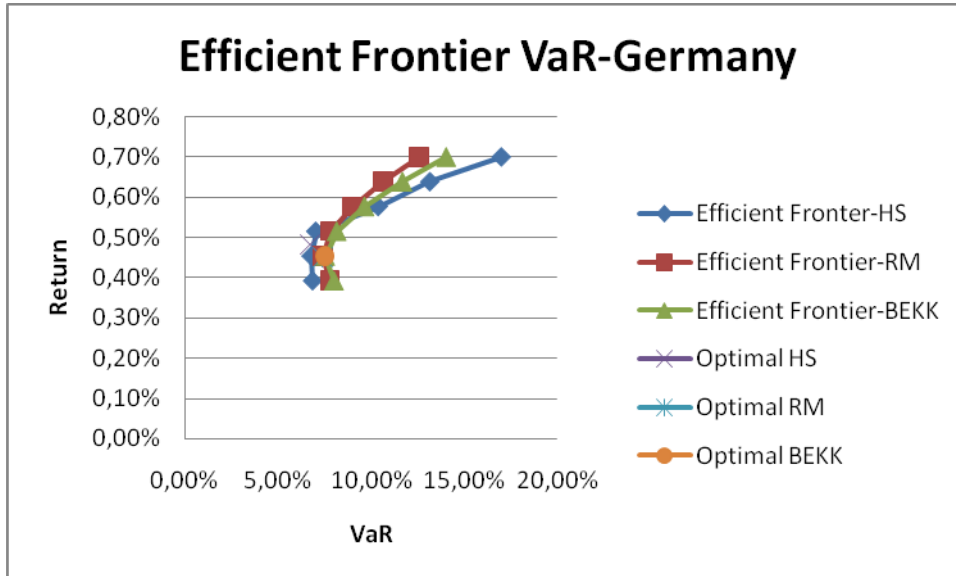
Γράφημα 9.1.11: Αποδοτικό σύνορο τεσσάρων χωρών (M-V)



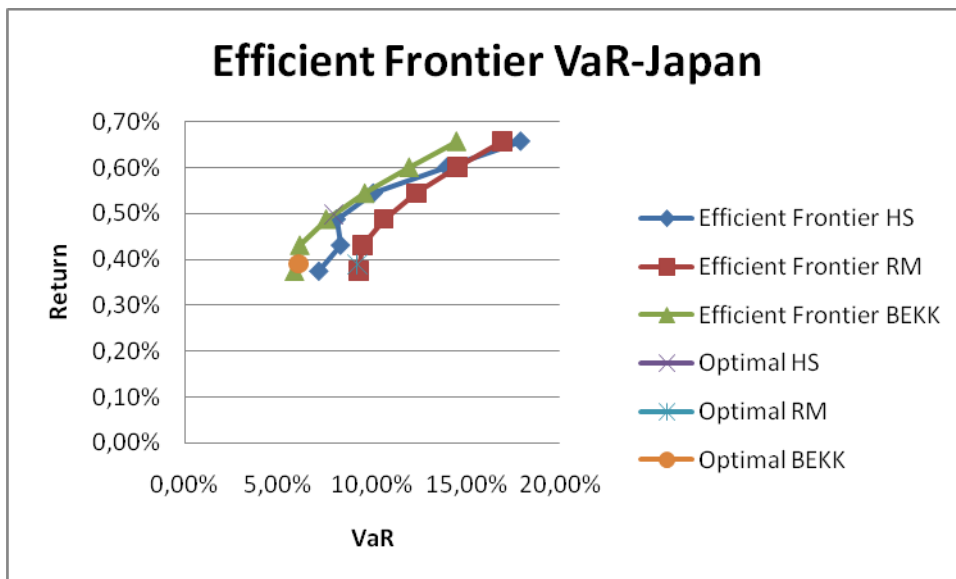
Γράφημα 9.1.12: Αποδοτικό σύνορο ΗΠΑ(Mean-VaR)



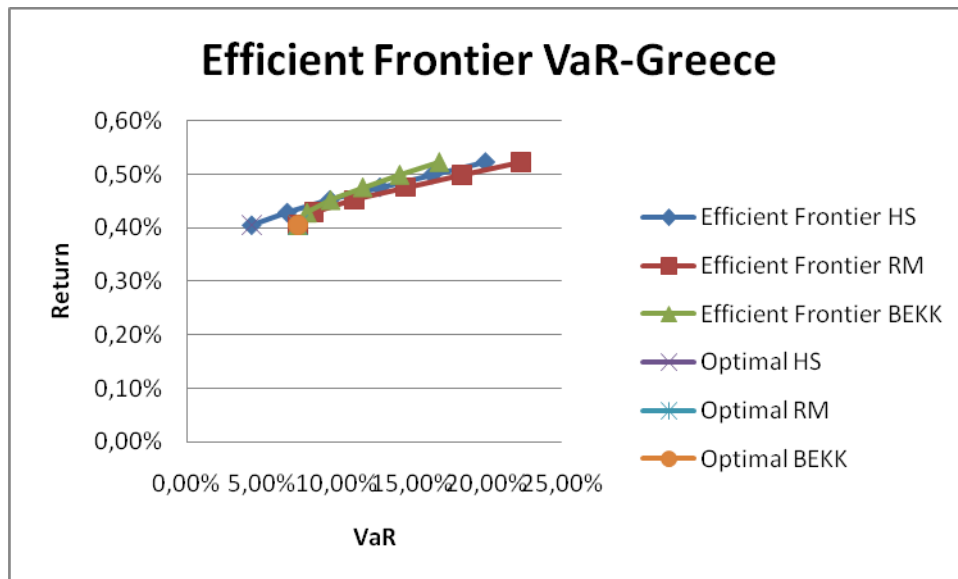
Γράφημα 9.1.13: Αποδοτικό σύνορο Γερμανίας (Mean-VaR)



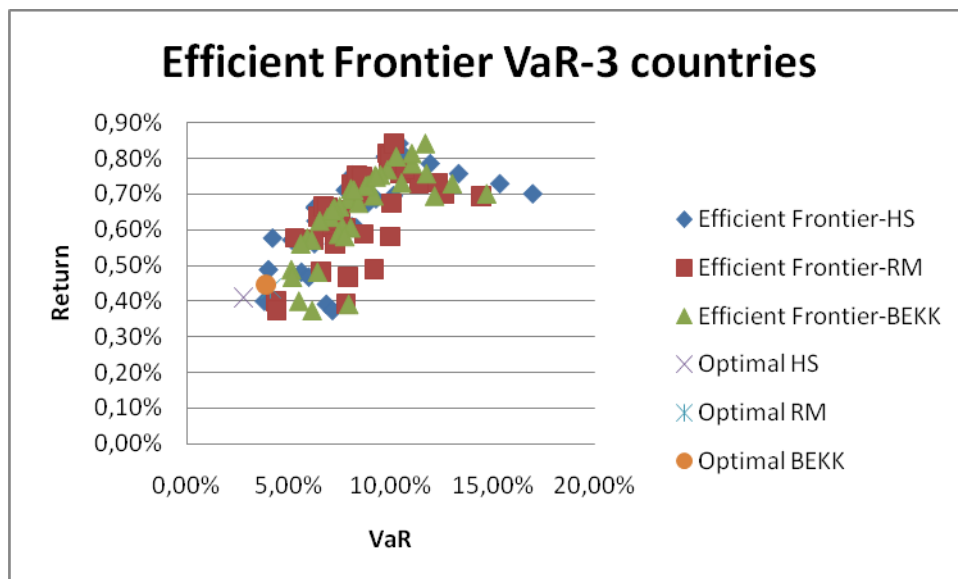
Γράφημα 9.1.14: Αποδοτικό σύνορο Ιαπωνίας (Mean-VaR)



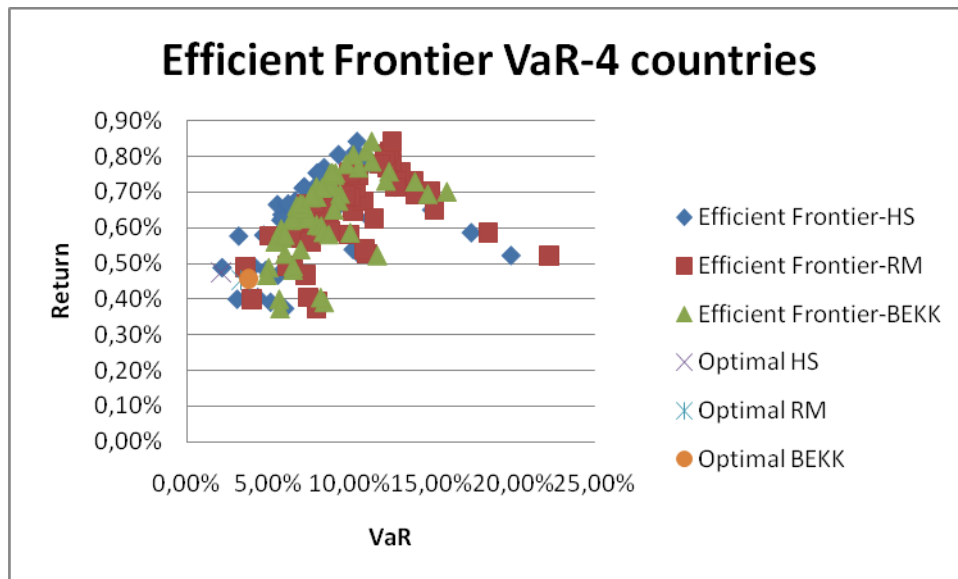
Γράφημα 9.1.15: Αποδοτικό σύνορο Ελλάδας (Mean-VaR)



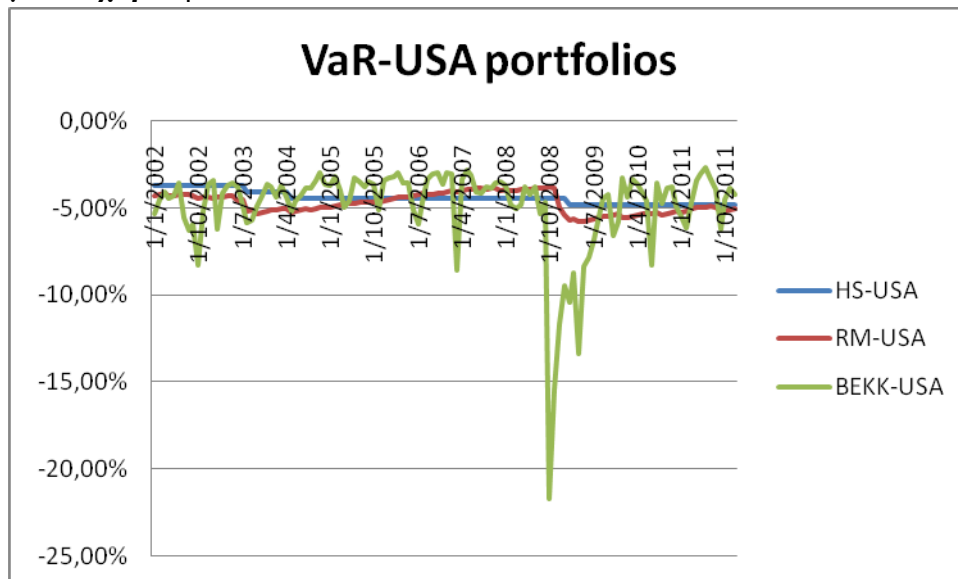
Γράφημα 9.1.16: Αποδοτικό σύνορο τριών χωρών (Mean-VaR)



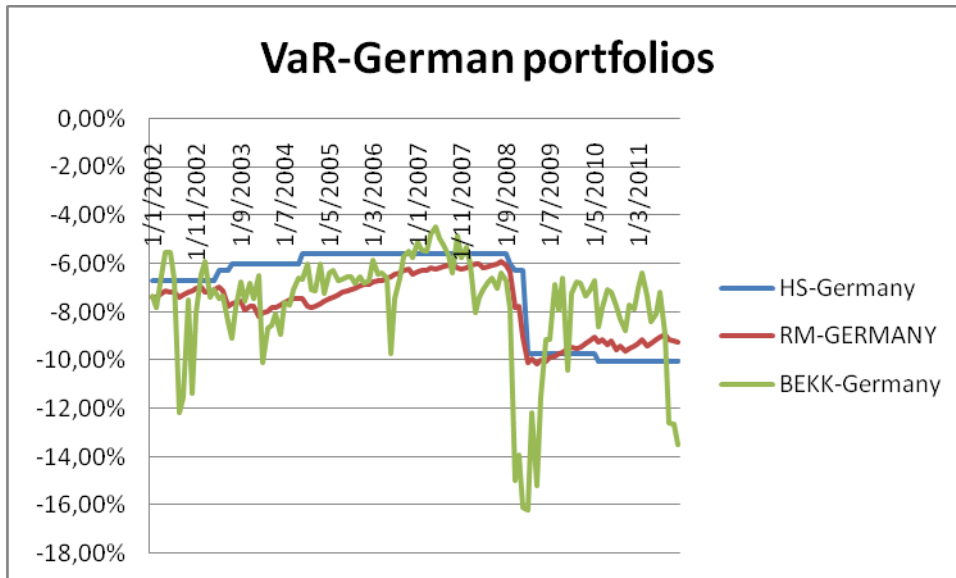
Γράφημα 9.1.17: Αποδοτικό σύνορο τεσσάρων χωρών (Mean-VaR)



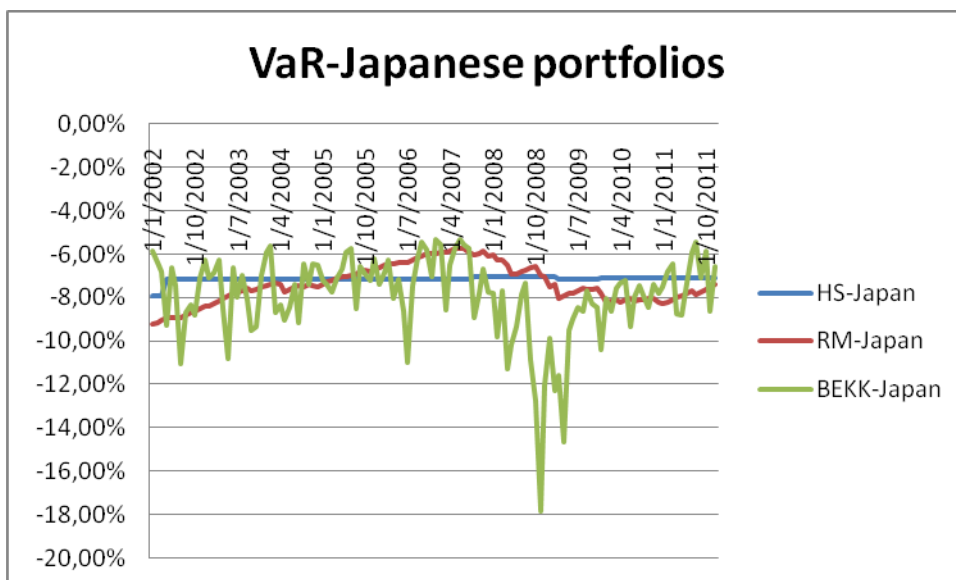
Γράφημα 9.1.18: Προβλεπόμενο VaR για την περίοδο 1/2002-12/2011 για τα χαρτοφυλάκια των ΗΠΑ



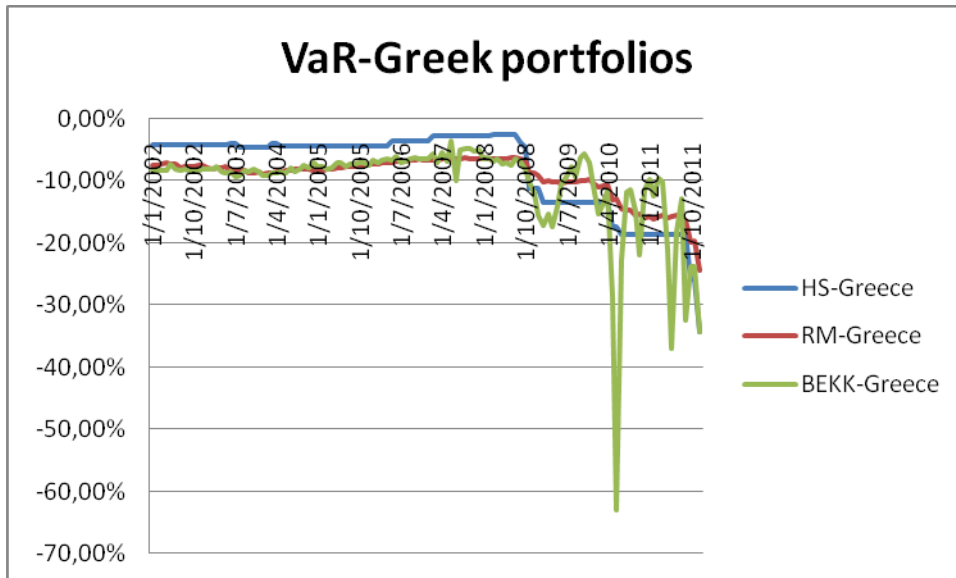
Γράφημα 9.1.19: Προβλεπόμενο VaR για την περίοδο 1/2002-12/2011 για τα χαρτοφυλάκια της Γερμανίας



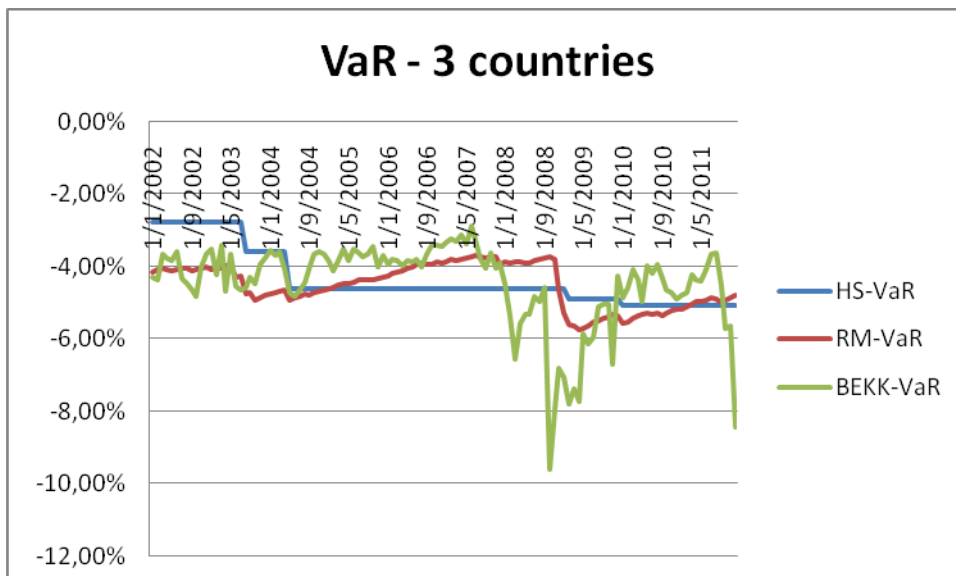
Γράφημα 9.1.20: Προβλεπόμενο VaR για την περίοδο 1/2002-12/2011 για τα χαρτοφυλάκια της Ιαπωνίας



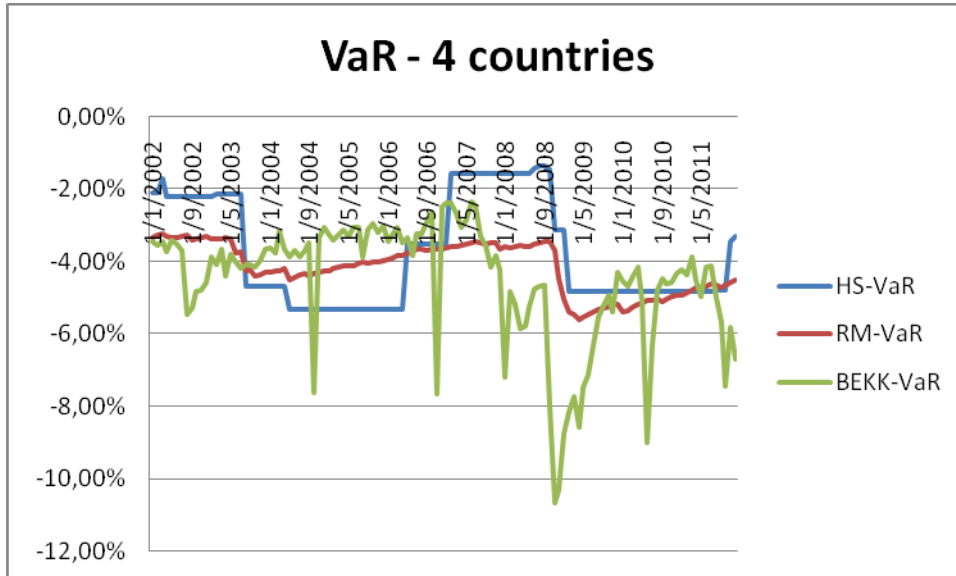
Γράφημα 9.1.21: Προβλεπόμενο VaR για την περίοδο 1/2002-12/2011 για τα χαρτοφυλάκια της Ελλάδας



Γράφημα 9.1.22: Προβλεπόμενο VaR για την περίοδο 1/2002-12/2011 για τα χαρτοφυλάκια των τριών χωρών



Γράφημα 9.1.23: Προβλεπόμενο VaR για την περίοδο 1/2002-12/2011 για τα χαρτοφυλάκια των τεσσάρων χωρών



9.2 Παράρτημα Πινάκων

Πίνακας 9.2.1: Περιγραφικά στατιστικά των δεικτών (για όλη την περίοδο)

	USA Equities	USA Bonds	German Equities	German Bonds	Japanese Equities	Japanese Bonds	Greek Equities	Greek Bonds
Mean	2365,42	271,08	1487,65	301,71	5,08	1,80	1735,89	177,85
Median	2607,80	258,40	1403,40	228,66	5,01	1,80	1493,60	183,83
Min	522,12	111,07	515,01	107,70	2,96	0,58	525,38	67,08
Max	4292,20	522,81	3413,83	652,17	7,54	3,59	3770,35	285,94
Skewness	-0,23	0,39	0,71	0,68	0,01	0,53	0,82	-0,02
Kyrtosis	-1,28	-0,81	-0,38	-0,81	-0,64	0,30	-0,22	-1,15

Πίνακας 9.2.2: Περιγραφικά στατιστικά των αποδόσεων των δεικτών (για όλη την περίοδο)

	USA Equities Returns	USA Bonds Returns	German Equities Returns	German Bonds Returns	Japanese Equities Returns	Japanese Bonds Returns	Greek Equities Returns	Greek Bonds Returns
Mean	0,72%	0,57%	0,49%	0,63%	-0,13%	0,62%	-0,75%	-0,31%
Median	1,29%	0,60%	1,14%	0,56%	0,09%	0,53%	0,54%	0,49%
St. deviation	4,51%	2,13%	6,22%	3,41%	6,29%	3,57%	9,24%	6,23%
Min	-18,86%	-7,36%	-23,13%	-11,27%	-19,20%	-12,41%	-40,95%	-36,85%
Max	11,10%	9,40%	17,67%	11,82%	23,90%	16,79%	20,87%	13,43%
Skewness	-0,78	-0,07	-0,82	-0,08	0,12	0,37	-0,83	-2,43
Kyrtosis	1,53	1,41	1,73	1,00	0,84	2,65	1,92	10,54

Πίνακας 9.2.3: Υπολογισμός αναμενόμενης απόδοσης και beta του κάθε δείκτη

	USA Equities	USA Bonds	German Equities	German Bonds	Japanese Equities	Japanese Bonds	Greek Equities	Greek Bonds
Beta	1,00	1,00	0,72	0,85	0,63	0,55	0,36	1,08
Expected Return	0,84%	0,40%	0,70%	0,39%	0,66%	0,37%	0,52%	0,40%

Πίνακας 9.2.4: Χαρακτηριστικά των δεικτών για την περίοδο 12/1989-12/2001 και υπολογισμός συνδιακύμανσης μεταξύ των δεικτών μίας χώρας

	USA Equities	USA Bonds	German Equities	German Bonds	Japanese Equities	Japanese Bonds	Greek Equities	Greek Bonds
Expected Return	0,84%	0,40%	0,70%	0,39%	0,66%	0,37%	0,52%	0,40%
St.deviation	4,36%	1,88%	5,41%	3,36%	7,29%	3,98%	9,57%	3,19%
Sharpe ratio	11,47%	3,10%	6,65%	1,49%	4,34%	0,81%	1,89%	1,97%
Covariance	0,02%		0,06%		0,14%		0,10%	

Πίνακας 9.2.5: Βέλτιστα χαρτοφυλάκια χωρών σύμφωνα με τη θεωρία Mean-Variance

	USA Portfolio		German Portfolio		Japanese Portfolio		Greek Portfolio	
	Equities	Bonds	Equities	Bonds	Equities	Bonds	Equities	Bonds
Weights	88,38%	11,62%	100,00%	0,00%	100,00%	0,00%	23,47%	76,53%
Expected Return	0,79%		0,70%		0,66%		0,43%	
St.deviation	3,91%		5,41%		7,29%		3,81%	
Sharpe ratio	11,49%		6,65%		4,34%		2,38%	

Πίνακας 9.2.6: Πίνακας διακύμανσης-συνδιακύμανσης του χαρτοφυλακίου των τριών χωρών

	USA Equities	USA Bonds	German Equities	German Bonds	Japanese Equities	Japanese Bonds
USA Equities	0,0019	0,0002	0,0014	0,0000	0,0012	0,0002
USA Bonds	0,0002	0,0004	0,0001	0,0003	0,0001	0,0002
German Equities	0,0014	0,0001	0,0029	0,0006	0,0013	0,0002
German Bonds	0,0000	0,0003	0,0006	0,0011	0,0003	0,0006
Japanese Equities	0,0012	0,0001	0,0013	0,0003	0,0053	0,0014
Japanese Bonds	0,0002	0,0002	0,0002	0,0006	0,0014	0,0016

Πίνακας 9.2.7: Πίνακας διακύμανσης-συνδιακύμανσης για του χαρτοφυλακίου των τεσσάρων χωρών

	USA Equities	USA Bonds	German Equities	German Bonds	Japanese Equities	Japanese Bonds	Greek Equities	Greek Bonds
USA Equities	0,0028	-0,0002	0,0025	-0,0002	0,0021	0,0004	0,0010	-0,0002
USA Bonds	-0,0002	0,0003	-0,0003	0,0004	-0,0001	0,0001	-0,0003	0,0003
German Equities	0,0025	-0,0003	0,0040	0,0002	0,0016	0,0000	0,0029	0,0003
German Bonds	-0,0002	0,0004	0,0002	0,0011	-0,0003	0,0002	0,0011	0,0010
Japanese Equities	0,0021	-0,0001	0,0016	-0,0003	0,0043	0,0013	0,0014	-0,0002
Japanese Bonds	0,0004	0,0001	0,0000	0,0002	0,0013	0,0011	0,0008	0,0002
Greek Equities	0,0010	-0,0003	0,0029	0,0011	0,0014	0,0008	0,0089	0,0010
Greek Bonds	-0,0002	0,0003	0,0003	0,0010	-0,0002	0,0002	0,0010	0,0010

Πίνακας 9.2.8: Χαρακτηριστικά βέλτιστου χαρτοφυλακίου των τριών χωρών σύμφωνα με τη θεωρία Mean-Variance

	USA Equities	USA Bonds	German Equities	German Bonds	Japanese Equities	Japanese Bonds
Weights	86,31%	0,00%	0,00%	13,69%	0,00%	0,00%
Expected Return	0,78%					
St.deviation	3,78%					
Sharpe ratio	11,60%					

Πίνακας 9.2.9: Χαρακτηριστικά βέλτιστου χαρτοφυλακίου των τεσσάρων χωρών σύμφωνα με τη θεωρία Mean-Variance

	USA Equities	USA Bonds	German Equities	German Bonds	Japanese Equities	Japanese Bonds	Greek Equities	Greek Bonds
Weights	34,81%	63,62%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	1,56%	0,00%
Expected Return	0,56%							
St.deviation	1,94%							
Sharpe ratio	11,06%							

Πίνακας 9.2.10: Πίνακας αξιολόγησης των βέλτιστων χαρτοφυλακίων των χωρών σε σχέση με τους δείκτες αναφοράς (Mean-Variance)

	USA	Germany	Japan	Greece
Times Return of Optimal exceeds Hypothetical (Country)	63	64	60	57
Times Return of Optimal exceeds Hypothetical (Global)	60	71	57	64
Times St.deviation of Optimal exceeds Hypothetical (Country)	120	120	120	1
Times St.deviation of Optimal exceeds Hypothetical (Global)	91	120	120	120
Times Sharpe Ratio of Optimal exceeds Hypothetical (Country)	56	52	57	57
Times Sharpe Ratio of Optimal exceeds Hypothetical (Global)	55	65	59	55

Πίνακας 9.2.11: Πίνακας αξιολόγησης των δύο σύνθετων βέλτιστων χαρτοφυλακίων σε σχέση με τον δείκτη αναφοράς (Mean-Variance)

	3 countries	4 countries
Times Return of Optimal exceeds Hypothetical	65	59
Times St.deviation of Optimal exceeds Hypothetical	120	0
Times Sharpe Ratio of Optimal exceeds Hypothetical	61	63

Πίνακας 9.2.12: Υπολογισμός VaR των δεικτών σύμφωνα με τις μεθοδολογίες HS, RM, GARCH-BEKK(1,1) (επίπεδο 99%)

	USA Equities	USA Bonds	German Equities	German Bonds	Japanese Equities	Japanese Bonds	Greek Equities	Greek Bonds
HS – VaR	10,43%	3,81%	16,99%	6,85%	17,95%	7,16%	19,90%	4,33%
EWMA –VaR	10,14%	4,37%	12,57%	7,80%	16,96%	9,26%	22,27%	7,43%
GARCH - VaR	9,73%	5,70%	14,39%	8,26%	13,38%	5,76%	14,57%	8,15%

Πίνακας 9.2.13: Βέλτιστα χαρτοφυλάκια των χωρών σύμφωνα με τις μεθοδολογίες υπολογισμού του VaR (επίπεδο 99%)

	USA Portfolio		German Portfolio		Japanese Portfolio		Greek Portfolio	
	Equities	Bonds	Equities	Bonds	Equities	Bonds	Equities	Bonds
HS-Weights	9,59%	90,41%	29,37%	70,63%	43,69%	56,31%	0,04%	99,96%
HS-Expected Return	0,44%		0,48%		0,50%		0,40%	
HS-VaR	3,73%		6,74%		7,94%		4,33%	
EWMA-Weights	9,20%	90,80%	19,39%	80,61%	5,14%	94,86%	0,36%	99,64%
EWMA-Expected Return	0,44%		0,45%		0,39%		0,41%	
EWMA-VaR	4,27%		7,41%		9,23%		7,43%	
BEKK.GARCH-Weights	27,66%	72,34%	19,89%	80,11%	5,88%	94,12%	0,00%	100,00%
BEKK.GARCH-Expected Return	0,52%		0,45%		0,39%		0,40%	
BEKK.GARCH-VaR	5,21%		7,25%		6,08%		7,40%	

Πίνακας 9.2.14: Βέλτιστα χαρτοφυλάκια των τριών χωρών σύμφωνα με τις μεθοδολογίες υπολογισμού του VaR (επίπεδο 99%)

	USA Equities	USA Bonds	German Equities	German Bonds	Japanese Equities	Japanese Bonds
HS-Weights	0,00%	75,82%	4,50%	5,15%	0,00%	14,53%
HS-Expected Return	0,41%					
HS-VaR	2,78%					
EWMA-Weights	3,69%	81,18%	6,80%	0,00%	0,46%	7,87%
EWMA-Expected Return	0,44%					
EWMA-VaR	4,13%					
BEKK.GARCH-Weights	10,29%	44,49%	3,59%	2,74%	0,00%	38,90%
BEKK.GARCH-Expected Return	0,45%					
BEKK.GARCH-VaR	3,87%					

Πίνακας 9.2.15: Βέλτιστα χαρτοφυλάκια των τεσσάρων χωρών

σύμφωνα με τις μεθοδολογίες υπολογισμού του VaR (επίπεδο 99%)

	USA Equities	USA Bonds	German Equities	German Bonds	Japanese Equities	Japanese Bonds	Greek Equities	Greek Bonds
HS-Weights	17,10%	82,89%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
HS-Expected Return	0,48%							
HS-VaR	2,09%							
EWMA-Weights	9,48%	79,27%	3,26%	0,00%	0,00%	5,80%	2,18%	0,00%
EWMA-Expected Return	0,45%							
EWMA-VaR	3,33%							
BEKK.GARCH-Weights	13,62%	33,03%	1,61%	2,30%	0,00%	38,21%	0,96%	10,27%
BEKK.GARCH-Expected Return	0,46%							
BEKK.GARCH-VaR	3,79%							

Πίνακας 9.2.16: Παράμετροι των μονομεταβλητών υποδειγμάτων

GARCH για τα χρεόγραφα και τιμή της στατιστικής ελέγχου τους

	USA Equities (4,3)	USA Bonds (1,2)	German Equities (2,1)	German Bonds (2,1)	Japanese Equities (1,1)	Japanese Bonds (2,1)	Greek Equities (2,2)	Greek Bonds (IGARCH)
α	0,001 (4,822)	3,42E-04 (4,863)	5,04E-04 (2,884)	2,22E-04 (1,818)	-1,00E-04 (-0,464)	1,92E-04 (1,498)	-0,001 (-0,771)	-7,15E-05 (-0,291)
ω	1,66E-06 (4,324)	5,40E-07 (4,670)	3,43E-06 (4,915)	1,16E-06 (3,691)	3,80E-06 (6,607)	1,68E-06 (5,709)	9,83E-05 (3,656)	
α_1	0,047 (4,217)	0,017 (1,915)	0,139 (11,736)	0,063 (5,621)	0,100 (12,776)	0,078 (8,868)	0,091 (2,838)	0,014 (3,179)
α_2	0,101 (9,252)	0,028 (2,719)					0,245 (4,943)	
α_3	0,020 (1,215)							
β_1	0,034 (0,238)	0,923 (79,091)	0,284 (4,030)	0,471 (2,431)	0,888 (106,987)	0,415 (2,891)	0,071 (0,584)	0,986 (226,824)
β_2	0,018 (0,169)		0,563 (8,506)	0,445 (2,436)		0,480 (3,516)	0,366 (3,140)	
β_3	0,085 (0,905)							
β_4	0,681 (6,469)							

**Πίνακας 9.2.17: Παράμετροι του πολυμεταβλητού BEKK-GARCH(1,1)
για τα χαρτοφυλάκια των χωρών και τιμή της στατιστικής ελέγχου τους**

	USA portfolio		German portfolio		Japanese portfolio		Greek portfolio	
	Equities	Bonds	Equities	Bonds	Equities	Bonds	Equities	Bonds
α	0,001 (5,385)	3,34E-04 (4,770)	4,56E-04 (2,562)	2,49E-04 (2,089)	-1,09E-04 (-0,518)	3,11E-04 (2,436)	-5,01E-04 (-0,741)	7,41E-05 (0,253)
M(1,1)	5,22E-07 (6,042)		1,85E-06 (6,366)		4,71E-06 (8,799)		5,98E-05 (3,702)	
M(1,2)	2,08E-07 (6,058)		9,17E-07 (6,667)		1,13E-06 (7,141)		8,23E-06 (4,240)	
M(2,2)	4,48E-07 (5,957)		1,20E-06 (5,682)		1,09E-06 (6,519)		1,13E-06 (1,924)	
A1(1,1)	0,239 (32,740)		0,258 (30,059)		0,302 (29,507)		0,419 (12,474)	
A1(2,2)	0,199 (17,271)		0,222 (20,485)		0,222 (25,570)		0,060 (1,588)	
B1(1,1)	0,969 (521,347)		0,961 (367,222)		0,944 (251,416)		0,825 (26,218)	
B1(2,2)	0,967 (240,464)		0,964 (262,220)		0,966 (349,402)		0,989 (191,637)	

**Πίνακας 9.2.18: Παράμετροι του πολυμεταβλητού BEKK-GARCH(1,1)
για το σύνθετο χαρτοφυλάκιο των τριών χωρών**

	USA Equities	USA Bonds	German Equities	German Bonds	Japanese Equities	Japanese Bonds
α	0,0007 (4,9514)	0,0003 (4,0427)	0,0004 (2,2074)	0,0002 (1,8025)	-0,0002 (-1,0691)	0,0003 (2,2034)
M(1,1)	1,42E-07 (4,4758)					
M(1,2)	1,58E-07 (6,4864)					
M(1,3)	7,46E-08 (1,9650)					
M(1,4)	2,00E-08 (0,7380)					
M(1,5)	1,17E-07 (1,4989)					
M(1,6)	1,08E-09 (0,0397)					
M(2,2)	4,69E-07 (8,3650)					
M(2,3)	7,89E-08 (2,6809)					
M(2,4)	8,27E-08 (3,7708)					
M(2,5)	4,40E-08 (0,7865)					

M(2,6)	4,17E-09 (0,2034)
M(3,3)	9,66E-07 (7,4234)
M(3,4)	5,58E-07 (7,5464)
M(3,5)	6,40E-07 (4,8781)
M(3,6)	1,59E-07 (3,0724)
M(4,4)	8,43E-07 (7,1269)
M(4,5)	4,11E-07 (4,1358)
M(4,6)	3,21E-07 (6,5914)
M(5,5)	4,86E-06 (9,9726)
M(5,6)	1,02E-06 (8,2259)
M(6,6)	8,90E-07 (7,9296)
A1(1,1)	0,1428 (32,9466)
A1(2,2)	0,1479 (16,2570)
A1(3,3)	0,1848 (35,8371)
A1(4,4)	0,1707 (23,6421)
A1(5,5)	0,2527 (32,3971)
A1(6,6)	0,1740 (26,9146)
B1(1,1)	0,9893 (1462,7200)
B1(2,2)	0,9749 (371,4848)
B1(3,3)	0,9801 (998,9735)
B1(4,4)	0,9780 (525,0500)
B1(5,5)	0,9565 (360,4110)
B1(6,6)	0,9773 (533,7484)

**Πίνακας 9.2.19: Παράμετροι του πολυμεταβλητού BEKK-GARCH(1,1)
για το σύνθετο χαρτοφυλάκιο των τεσσάρων χωρών**

	USA Equities	USA Bonds	German Equities	German Bonds	Japanese Equities	Japanese Bonds	Greek Equities	Greek Bonds
α	-1,76E-06 (-0,005)	9,05E-05 (0,649)	-4,12E-05 (-0,133)	-1,37E-04 (-0,718)	2,54E-04 (0,564)	-1,75E-04 (-0,717)	-5,46E-04 (-0,956)	-1,41E-05 (-0,076)
M	1,46E-08 (2,327)							
A1(1,1)	0,224 (20,060)							
A1(2,2)	0,083 (8,926)							
A1(3,3)	0,291 (24,915)							
A1(4,4)	0,229 (25,978)							
A1(5,5)	0,063 (7,172)							
A1(6,6)	0,050 (5,113)							
A1(7,7)	0,254 (17,163)							
A1(8,8)	0,242 (26,655)							
B1(1,1)	0,979 (560,746)							
B1(2,2)	0,997 (1385,934)							
B1(3,3)	0,966 (381,798)							
B1(4,4)	0,977 (641,312)							
B1(5,5)	0,998 (1839,029)							
B1(6,6)	0,998 (2064,872)							
B1(7,7)	0,972 (381,070)							
B1(8,8)	0,975 (578,857)							

Πίνακας 9.2.20: Πίνακες ελέγχων των καταλοίπων για ύπαρξη ετεροσκεδαστικότητας και αυτοσυσχέτισης

(α) Πίνακας για ύπαρξη ετεροσκεδαστικότητας στους δείκτες των μετοχών και των ομολόγων για $i=12$.

	LM	χ^2_{12}	p-value
USA Equities	3,3109	26,217	0,9929
USA Bonds	8,9717	26,217	0,7053
German Equities	2,1228	26,217	0,9992
German Bonds	5,9317	26,217	0,9195
Japanese Equities	7,8079	26,217	0,8000
Japanese Bonds	13,1967	26,217	0,3549
Greek Equities	5,3624	26,217	0,9448
Greek Bonds	12,5448	26,217	0,4030

(β) Πίνακας για ύπαρξη αυτοσυσχέτισης στους δείκτες των μετοχών και των ομολόγων για $i=12$.

	USA Equities	USA Bonds	German Equities	German Bonds	Japanese Equities	Japanese Bonds	Greek Equities	Greek Bonds
1	0,2186 (0,6400)	0,149 (0,699)	0,0115 (0,915)	0,0456 (0,831)	3,00E-05 (0,996)	0,3003 (0,584)	0,1212 (0,728)	0,5151 (0,473)
2	0,955 (0,6200)	0,2091 (0,901)	0,6942 (0,707)	0,6690 (0,716)	0,0608 (0,970)	0,8442 (0,656)	0,6764 (0,713)	3,3237 (0,190)
3	1,5833 (0,6630)	3,4257 (0,331)	0,7100 (0,871)	3,1543 (0,368)	0,1134 (0,990)	1,1359 (0,768)	0,7681 (0,857)	3,6413 (0,303)
4	2,2189 (0,6960)	3,5121 (0,476)	0,7392 (0,946)	3,3542 (0,500)	0,2446 (0,993)	1,2146 (0,876)	0,8815 (0,927)	7,1858 (0,126)
5	2,9273 (0,7110)	4,5544 (0,473)	1,2099 (0,944)	3,3778 (0,642)	1,5423 (0,908)	1,6634 (0,893)	0,8845 (0,971)	7,8759 (0,163)
6	2,9912 (0,8100)	4,8631 (0,561)	1,554 (0,956)	4,2117 (0,648)	2,5542 (0,862)	1,8996 (0,929)	0,9117 (0,989)	10,903 (0,091)
7	3,137 (0,8720)	4,8759 (0,675)	1,6287 (0,978)	4,2375 (0,752)	3,4947 (0,836)	1,9251 (0,964)	0,918 (0,996)	10,919 (0,142)
8	3,1507 (0,9250)	5,859 (0,663)	1,6348 (0,990)	4,3347 (0,826)	3,9592 (0,861)	2,0308 (0,980)	1,0304 (0,998)	12,266 (0,140)
9	3,1544 (0,9580)	5,9664 (0,743)	1,7156 (0,995)	4,5769 (0,870)	4,1634 (0,900)	10,049 (0,347)	2,1931 (0,988)	12,309 (0,196)
10	3,2953 (0,9740)	7,1611 (0,710)	1,7971 (0,998)	4,9870 (0,892)	4,3203 (0,932)	11,391 (0,328)	3,0113 (0,981)	12,616 (0,246)
11	3,3128 (0,9860)	7,1623 (0,786)	1,7979 (0,999)	4,9885 (0,932)	5,8871 (0,881)	12,808 (0,306)	3,19 (0,988)	14,209 (0,222)
12	3,3349 (0,9930)	9,1067 (0,694)	2,0969 (0,999)	5,8509 (0,923)	7,8306 (0,798)	12,813 (0,383)	5,6568 (0,932)	15,439 (0,218)

(γ) Πίνακας για ύπαρξη αυτοσυσχέτισης στα χαρτοφυλάκια για $i=12$.

	USA portfolio	German portfolio	Japanese portfolio	Greek portfolio	3 countries portfolio	4 countries portfolio
1	30,6722 (0,000)	21,5710 (0,0002)	33,8655 (0,000)	17,0044 (0,002)	881,0775 (0,000)	318,2802 (0,000)
2	37,6086 (0,000)	26,9820 (0,0007)	40,3275 (0,000)	17,9447 (0,022)	945,9021 (0,000)	375,0919 (0,000)
3	51,2772 (0,000)	30,1448 (0,0027)	48,3734 (0,000)	20,4254 (0,060)	998,0209 (0,000)	445,1771 (0,000)
4	60,6688 (0,000)	36,6861 (0,0023)	49,9482 (0,000)	27,1141 (0,040)	1037,3150 (0,000)	515,3253 (0,000)
5	67,6060 (0,000)	38,3892 (0,0079)	60,1701 (0,000)	28,8805 (0,090)	1082,5360 (0,000)	582,1361 (0,000)
6	72,9127 (0,000)	52,9103 (0,0006)	72,7466 (0,000)	31,6802 (0,135)	1146,3770 (0,000)	651,7958 (0,000)
7	83,9584 (0,000)	54,5924 (0,0019)	75,1709 (0,000)	35,3192 (0,161)	1189,4650 (0,000)	729,7325 (0,000)
8	84,6229 (0,000)	60,8490 (0,0016)	87,1709 (0,000)	40,9294 (0,134)	1234,7190 (0,000)	786,8618 (0,000)
9	85,4877 (0,000)	67,4293 (0,0012)	100,5864 (0,000)	42,9522 (0,198)	1290,0760 (0,000)	859,9576 (0,000)
10	91,7224 (0,000)	73,0352 (0,0011)	112,0089 (0,000)	43,6020 (0,321)	1353,2970 (0,000)	919,9687 (0,000)
11	99,9369 (0,000)	76,1466 (0,0019)	113,1857 (0,000)	44,8719 (0,435)	1396,9260 (0,000)	991,3361 (0,000)
12	112,3167 (0,000)	79,9394 (0,0026)	115,8052 (0,000)	47,7819 (0,482)	1455,3270 (0,000)	1.089,8820 (0,000)

Πίνακας 9.2.21: Πίνακας αξιολόγησης των βέλτιστων χαρτοφυλακίων των χωρών σε σχέση με τους δείκτες αναφοράς (VaR)

	USA			Germany			Japan			Greece		
	H S	R M	BEKK	H S	R M	BEKK	H S	R M	BEKK	H S	R M	BEKK
Return of Optimal exceeds Hypothetical (Country)	57	57	78	56	56	64	60	60	51	57	57	58
Return of Optimal exceeds Hypothetical (Global)	60	60	59	69	70	69	59	55	53	60	60	70
VaR of Optimal exceeds Hypothetical (Country)	53	29	3	0	0	30	0	41	7	6	1	26
VaR of Optimal exceeds Hypothetical (Global)	39	0	77	73	10 9	114	82	82	82	71	12 0	115

Πίνακας 9.2.22: Πίνακας αξιολόγησης των δύο σύνθετων βέλτιστων χαρτοφυλακίων σε σχέση με τον δείκτη αναφοράς (VaR)

	3 Countries			4 Countries		
	HS	RM	BEKK	HS	RM	BEKK
Times Return of Optimal exceeds Hypothetical	58	56	51	56	58	51
Times VaR of Optimal exceeds Hypothetical	0	0	2	31	0	55

Πίνακας 9.2.23: Τιμές παραμέτρων και ελέγχων για την τιμή του VaR στα βέλτιστα χαρτοφυλάκια των χωρών

	USA portfolio			German portfolio			Japanese portfolio			Greek portfolio		
	HS	RM	BEKK	HS	RM	BEKK	HS	RM	BEKK	HS	RM	BEKK
T_0	116	118	106	116	117	99	118	117	95	110	113	98
T_1	3	1	13	3	2	20	1	2	24	9	6	21
T_{00}	113	117	94	114	115	85	117	115	75	103	107	83
T_{01}	3	1	12	2	2	14	1	2	20	7	6	15
T_{10}	3	1	12	2	2	14	1	2	20	7	6	15
T_{11}	0	0	1	1	0	6	0	0	4	2	0	6
π	0,025	0,008	0,109	0,025	0,017	0,168	0,008	0,017	0,202	0,076	0,050	0,176
π_{01}	0,027	0,008	0,128	0,018	0,017	0,165	0,009	0,017	0,267	0,068	0,053	0,181
π_{11}	0,000	0,000	0,077	0,333	0,000	0,300	0,000	0,000	0,167	0,222	0,000	0,286
LR_{UC}	1,956	0,032	39,771	1,956	0,462	78,428	0,032	0,462	103,310	21,328	9,993	84,479
LR_{IND}	NA	NA	0,035	3,980	NA	2,238	NA	NA	1,372	2,099	NA	1,368
LR_{CC}	NA	NA	39,737	5,936	NA	80,666	NA	NA	101,937	23,428	NA	85,847

Πίνακας 9.2.24: Τιμές παραμέτρων και ελέγχων για την τιμή του VaR στα βέλτιστα σύνθετα χαρτοφυλάκια

	Three Countries			Four Countries		
	HS	RM	BEKK	HS	RM	BEKK
T_0	115	117	98	114	115	98
T_1	4	2	21	5	4	21
T_{00}	111	115	83	110	111	82
T_{01}	4	2	15	4	4	16
T_{10}	4	2	15	4	4	16
T_{11}	0	0	6	1	0	5
π	0,034	0,017	0,176	0,042	0,034	0,176
π_{01}	0,036	0,017	0,181	0,036	0,036	0,195
π_{11}	0,000	0,000	0,286	0,200	0,000	0,238
LR_{UC}	4,146	0,462	84,479	6,859	4,146	84,479
LR_{IND}	NA	NA	1,368	1,817	NA	0,036
LR_{CC}	NA	NA	85,847	8,677	NA	84,444

Πίνακας 9.2.25: Τιμές ελέγχων για την τιμή του VaR των βέλτιστων χαρτοφυλακίων των χωρών

	USA portfolio			German portfolio			Japanese portfolio			Greek portfolio		
	HS	RM	BEKK	HS	RM	BEKK	HS	RM	BEKK	HS	RM	BEKK
LR _{UC}	Don't reject	Don't reject	Reject	Don't reject	Don't reject	Reject	Don't reject	Don't reject	Reject	Reject	Reject	Reject
LR _{IND}	NA	NA	Don't Reject	Don't reject	NA	Don't Reject	NA	NA	Don't Reject	Don't reject	NA	Don't Reject
LR _{CC}	NA	NA	Reject	Don't reject	NA	Reject	NA	NA	Reject	Reject	NA	Reject

Πίνακας 9.2.26: Τιμές ελέγχων για την τιμή του VaR των σύνθετων βέλτιστων χαρτοφυλακίων

	Three Countries			Four Countries		
	HS	RM	BEKK	HS	RM	BEKK
LR _{UC}	Don't reject	Don't reject	Reject	Reject	Don't reject	Reject
LR _{IND}	NA	NA	Don't reject	Don't reject	NA	Don't reject
LR _{CC}	NA	NA	Reject	Don't reject	NA	Reject