



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΛΟΠΟΝΝΗΣΟΥ
ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ
ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ

**ΠΟΛΙΤΙΚΗ ΔΕΣΜΕΥΣΗΣ ΕΥΡΟΥΣ ΖΩΝΗΣ ΣΕ ΔΙΚΤΥΑ
ΠΟΛΥΔΙΑΣΤΑΤΗΣ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΚΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ
ΓΙΑ ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΚΑΙ ΠΡΟΣΑΡΜΟΖΟΜΕΝΗ ΚΙΝΗΣΗ**

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΚΑΠΕΛΟΥ ΟΥΡΑΝΙΑ του ΓΕΩΡΓΙΟΥ
ΦΟΙΤΗΤΡΙΑΣ ΤΟΥ ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ
& ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ

Επιβλέπων Καθηγητής: ΜΟΣΧΟΛΙΟΣ ΙΩΑΝΝΗΣ

ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ 2014

Περιεχόμενα

Ευρετήριο σχημάτων και πινάκων	5
Πρόλογος.....	8
Κεφάλαιο 1: Βασικές έννοιες	9
Γενικά.....	9
1.1 Βαθμός εξυπηρέτησης.....	10
1.2 Φορτίο κίνησης	11
1.3 Συστήματα απωλειών	11
1.4 Τοπική και σφαιρική ισορροπία στα συστήματα απωλειών.....	12
Κεφάλαιο 2: Το μοντέλο απωλειών πολυδιάστατης τηλεπικοινωνιακής κίνησης	14
Γενικά.....	14
2.1 Αναδρομικός τύπος Kaufman – Roberts	17
Αριθμητικό παράδειγμα 2.1	18
Αριθμητικό παράδειγμα 2.2	19
2.2 Πολιτική δέσμευσης εύρους ζώνης σε μοντέλο απωλειών πολυδιάστατης κίνησης....	21
Αριθμητικό παράδειγμα 2.1(BR)	21
Κεφάλαιο 3: Απόδοση συστημάτων απωλειών που εξυπηρετούν ελαστική κίνηση	23
3.1 Η θεωρία της ελαστικής κίνησης για μονοδιάστατη κίνηση	23
Αριθμητικό παράδειγμα 3.1	25
3.2 Η έννοια της αντιστρεψιμότητας.....	28
3.3 Το ελαστικό μοντέλο για πολυδιάστατη κίνηση	29
3.4 Το μοντέλο του Κουκουλίδη για πολυδιάστατη κίνηση.....	30
Αριθμητικό παράδειγμα 3.2	34
Κεφάλαιο 4: Υπολογιστική ανάλυση συστημάτων πολυδιάστατη κίνηση που υποστηρίζουν ελαστική και προσαρμοζόμενη κίνηση	39

Γενικά.....	39
4.1 Μοντέλο με ελαστική και προσαρμοζόμενη κίνηση.....	40
Θεώρημα 4.1 - Απόδειξη.....	43
Θεώρημα 4.2 – Απόδειξη.....	45
Αριθμητικό παράδειγμα 4.1.....	47
Κεφάλαιο 5: Πολιτική δέσμευσης εύρους ζώνης σε πολυδιάστατο σύστημα με ελαστική και προσαρμοζόμενη κίνηση.....	52
Γενικά.....	52
5.1 Η εφαρμογή της πολιτικής δέσμευσης εύρους ζώνης στο σύστημα E-EMLM.....	52
Αριθμητικό παράδειγμα 5.1.....	54
Κεφάλαιο 6: Η εφαρμογή της πολιτικής δέσμευσης εύρους ζώνης σε πολύπλοκα πολυδιάστατα συστήματα με ελαστική και προσαρμοζόμενη κίνηση.....	60
Γενικά.....	60
6.1 Μοντελοποίηση 1 ^{ου} συστήματος – Αποτελέσματα.....	61
6.2 Μοντελοποίηση 2 ^{ου} συστήματος – Αποτελέσματα.....	76
Επίλογος.....	83
Παράρτημα Α: Πηγαίος κώδικας υλοποίησης του μοντέλου Kaufman – Roberts.....	85
Παράρτημα Β: Πηγαίος κώδικας υλοποίησης της φόρμουλας του Κουκουλίδη.....	89
Παράρτημα Γ: Πηγαίος κώδικας υλοποίησης του μοντέλου για ελαστική και προσαρμοζόμενη κίνηση.....	92
Βιβλιογραφία.....	96

Ευρετήριο σχημάτων και πινάκων

ΣΧΗΜΑΤΑ

1.1	Διάγραμμα τοπικής και σφαιρικής ισορροπίας	σελ 13
2.1	Διάγραμμα μετάβασης καταστάσεων για σύστημα με πολυδιάστατη κίνηση	σελ 14
2.2	Σύνολο Ω για σύστημα με $b_1 = 1, b_2 = 1, C=8$	σελ 16
2.3	Μονοδιάστατη Μαρκοβιανή αλυσίδα για σύστημα με $b_1 = 1, b_2 = 1, C=8, K=2$	σελ 17
2.4	Διαγραμματική αναπαράσταση συστήματος με $b_1 = 1, b_2 = 2, C=5$ παραδείγματος 2.2	σελ 20
2.5	Σύνολο Ω για σύστημα $b_1 = 1, b_2 = 2, C=5$ παραδείγματος 2.2	σελ 20
2.6	Αναπαράσταση μονοδιάστατης Μαρκοβιανή αλυσίδας παραδείγματος 2.2	σελ 21
2.7	Διαγραμματική αναπαράσταση καταστάσεων που χάνονται σε σύστημα με $C=8$	σελ 22
3.1	Διάγραμμα μεταπτώσεων των καταστάσεων για σύστημα μονοδιάστατης κίνησης με $C=5$ και $T=7$	σελ 26
3.2	Δισδιάστατο διάγραμμα μεταβάσεων σε σύστημα με δύο κατηγορίες	σελ 28
3.3	Διάγραμμα μετάβασης καταστάσεων του μοντέλου του Κουκουλίδη	σελ 32
3.4	Σύνολο Ω για σύστημα με $b_1 = 1, b_2 = 1, C=3$ και $T=5$	σελ 37
3.5	Διαγράμματα μετάβασης καταστάσεων παραδείγματος 3.2	σελ 38
4.1	Διαγράμματα μετάβασης καταστάσεων παραδείγματος 4.1	σελ 47
5.1	Διαγράμματα μετάβασης καταστάσεων παραδείγματος 5.1	σελ 54
6.1	Πιθανότητες απώλειας κλήσεως 1 ^{ης} κατηγορίας κλήσεων ($C=100, T=100$)	σελ 63
6.2	Πιθανότητες απώλειας κλήσεως 2 ^{ης} κατηγορίας κλήσεων ($C=100, T=100$)	σελ 63
6.3	Πιθανότητες απώλειας κλήσεως 3 ^{ης} κατηγορίας κλήσεων ($C=100, T=100$)	σελ 65
6.4	Πιθανότητες απώλειας κλήσεως 4 ^{ης} κατηγορίας κλήσεων ($C=100, T=100$)	σελ 65
6.5	Πιθανότητες απώλειας κλήσεως 1 ^{ης} κατηγορίας κλήσεων ($C=100, T=120$)	σελ 66
6.6	Πιθανότητες απώλειας κλήσεως 2 ^{ης} κατηγορίας κλήσεων	

	($C=100, T=120$)	σελ 67
6.7	Πιθανότητες απώλειας κλήσεως 3 ^{ης} κατηγορίας κλήσεων ($C=100, T=120$)	σελ 68
6.8	Πιθανότητες απώλειας κλήσεως 4 ^{ης} κατηγορίας κλήσεων ($C=100, T=120$)	σελ 68
6.9	Πιθανότητες απώλειας κλήσεως 1 ^{ης} κατηγορίας κλήσεων ($C=100, T=140$)	σελ 70
6.10	Πιθανότητες απώλειας κλήσεως 2 ^{ης} κατηγορίας κλήσεων ($C=100, T=140$)	σελ 70
6.11	Πιθανότητες απώλειας κλήσεως 3 ^{ης} κατηγορίας κλήσεων ($C=100, T=140$)	σελ 71
6.12	Πιθανότητες απώλειας κλήσεως 4 ^{ης} κατηγορίας κλήσεων ($C=100, T=140$)	σελ 71
6.13	Πιθανότητες απώλειας κλήσεως 1 ^{ης} κατηγορίας κλήσεων ($C=100, T=160$)	σελ 73
6.14	Πιθανότητες απώλειας κλήσεως 2 ^{ης} κατηγορίας κλήσεων ($C=100, T=160$)	σελ 73
6.15	Πιθανότητες απώλειας κλήσεως 3 ^{ης} κατηγορίας κλήσεων ($C=100, T=160$)	σελ 74
6.16	Πιθανότητες απώλειας κλήσεως 4 ^{ης} κατηγορίας κλήσεων ($C=100, T=160$)	σελ 74
6.17	Πιθανότητες απώλειας κλήσεως 1 ^{ης} κατηγορίας κλήσεων ($C=100, T=130$)	σελ 78
6.18	Πιθανότητες απώλειας κλήσεως 2 ^{ης} κατηγορίας κλήσεων ($C=100, T=130$)	σελ 78
6.19	Πιθανότητες απώλειας κλήσεως 3 ^{ης} κατηγορίας κλήσεων ($C=100, T=130$)	σελ 80
6.20	Πιθανότητες απώλειας κλήσεως 4 ^{ης} κατηγορίας κλήσεων ($C=100, T=130$)	σελ 81
6.21	Πιθανότητες απώλειας κλήσεως 5 ^{ης} κατηγορίας κλήσεων ($C=100, T=130$)	σελ 81

ΠΙΝΑΚΕΣ

2.1	Δυνατές τιμές n και j για σύστημα πολυδιάστατης κίνησης με $C=4$ (Kaufman – Roberts)	σελ 19
3.1	Δυνατές τιμές n και j για σύστημα μονοδιάστατης κίνησης με $C=5$ και $T=7$ (ελαστικό μοντέλο)	σελ 26
3.2	Δυνατές τιμές n και j για σύστημα πολυδιάστατης κίνησης με $C=3$ και $T=5$ (μοντέλο Κουκουλίδη)	σελ 34
4.1	Παρουσίαση τύπων για αρχική και αντιστρέψιμη Μαρκοβιανή αλυσίδα	σελ 41
4.2	Δυνατές τιμές n και j για σύστημα πολυδιάστατης κίνησης με $C=3$ και $T=5$ (ελαστική και προσαρμοζόμενη κίνηση)	σελ 47
5.1	Δυνατές τιμές n και j για σύστημα πολυδιάστατης κίνησης με $C=3$ και $T=5$ (πολιτική δέσμευσης εύρους ζώνης)	σελ 54
6.1	Προσφερόμενο φορτίο κίνησης 1 ^{ου} συστήματος	σελ 59
6.2	Πιθανότητες απώλειας κλήσης ($C=100, T=100$)	σελ 60
6.3	Πιθανότητες απώλειας κλήσης ($C=100, T=120$)	σελ 64
6.4	Πιθανότητες απώλειας κλήσης ($C=100, T=140$)	σελ 68
6.5	Πιθανότητες απώλειας κλήσης ($C=100, T=160$)	σελ 71
6.6	Προσφερόμενο φορτίο κίνησης 2 ^{ου} συστήματος	σελ 74
6.7	Πιθανότητες απώλειας κλήσης ($C=100, T=130$)	σελ 75

Πρόλογος

Στα πλαίσια εκπόνησης της Πτυχιακής Εργασίας στο 3^ο εξάμηνο του Μεταπτυχιακού Προγράμματος Σπουδών «Προηγμένα Τηλεπικοινωνιακά Συστήματα και Δίκτυα» του τμήματος Επιστήμης και Τεχνολογίας Τηλεπικοινωνιών του Πανεπιστημίου Πελοποννήσου, αποφάσισα να ασχοληθώ με την μελέτη της πολιτικής δέσμευσης μονάδων εύρους ζώνης για τηλεπικοινωνιακά συστήματα με πολυδιάστατη κίνηση που υποστηρίζουν ελαστική και προσαρμοζόμενη κίνηση.

Σε αυτό το σημείο θα ήθελα να ευχαριστώ θερμά τον επιβλέποντα της παρούσας εργασίας, Επίκουρο Καθηγητή του Πανεπιστημίου Πελοποννήσου, Δρα Ιωάννη Μοσχολιό για την πολύτιμη αρωγή του. Ήταν αυτός που με μύησε στη Θεωρία της Τηλεπικοινωνιακής Κίνησης μέσω του μαθήματος Προχωρημένα τηλεπικοινωνιακά δίκτυα του 2^{ου} εξαμήνου, που μου ανέθεσε αυτό το ενδιαφέρον θέμα και με την ουσιαστική καθοδήγηση του και την αμέριστη ηθική στήριξη του κατόρθωσα να το εκπονήσω επιτυχώς.

Κεφάλαιο 1

Βασικές έννοιες

Γενικά

Η ευρύτατη διάδοση και χρήση, όπως και ο ανταγωνισμός που διέπει τα συστήματα επικοινωνιών, είτε αυτά σχετίζονται με την κλασική τηλεφωνία, είτε με ροές δεδομένων, είτε ακόμα και με ασύρματα συστήματα, είναι πλέον γεγονός αδιαμφισβήτητο. Σε ένα τέτοιο ανταγωνιστικό πλαίσιο, είναι συνεχής η προσπάθεια των φορέων – παρόχων επικοινωνίας να βελτιώσουν κατά το δυνατόν περισσότερο τις προσφερόμενες υπηρεσίες.

Το πολυδιάστατο μοντέλο απωλειών κλήσεων που υποστηρίζει ελαστική και προσαρμοζόμενη κίνηση έχει προσελκύσει το ενδιαφέρον τα τελευταία χρόνια εξαιτίας της αύξησης της ελαστικής και προσαρμοζόμενης κίνησης των συνδρομητών και συνεπώς και της ανάγκης για ποιοτική παροχή υπηρεσιών των εταιρειών τηλεπικοινωνίας.

Η ελαστική κίνηση αποτελείται από κλήσεις που αυξάνουν το χρόνο εξυπηρέτησης όταν συμπιέζεται το εύρος ζώνης τους και αντίστροφα. Ενώ, η προσαρμοζόμενη κίνηση αναφέρεται σε κλήσεις που δεν αλλάζουν τον χρόνο εξυπηρέτησης τους με την οποιαδήποτε αλλαγή στο εύρος ζώνης. Παραδείγματα ελαστικής κίνησης παρατηρούνται σε εφαρμογές TCP του Internet. Ενώ, παραδείγματα προσαρμοζόμενης κίνησης παρατηρούνται συνήθως σε εφαρμογές πραγματικού χρόνου, όπως συμπίεση ήχου και video, που μπορούν να μεταδοθούν μέσω μιας ποιοτικής παροχής υπηρεσιών και κατόπιν συμπίεσης του εύρους ζώνης τους. Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η μελέτη της πολιτικής δέσμευσης του εύρους ζώνης σε συστήματα απωλειών πολυδιάστατης κίνησης για ελαστική και για προσαρμοζόμενη κίνηση. Θα πραγματοποιηθεί περαιτέρω ανάλυση της ελαστικής και προσαρμοζόμενης κίνησης στο 3^ο και 4^ο Κεφάλαιο του συγκεκριμένου συγγράμματος καθώς και της πολιτικής δέσμευσης εύρους ζώνης και στις δύο αυτές κατηγορίες κίνησης στο 5^ο Κεφάλαιο. Θεμιτή όμως κρίνεται για αρχή, η παράθεση βασικών εννοιών που θα υλοποιηθεί στο 1^ο και στο 2^ο Κεφάλαιο αυτής της εργασίας.

1.1 Βαθμός εξυπηρέτησης

Η σχεδίαση ενός τηλεπικοινωνιακού συστήματος βασίζεται στην αντιμετώπιση της κίνησης κατά την ώρα αιχμής (busy hour). Οι κλήσεις που πραγματοποιούνται τις μεταμεσονύκτιες ώρες μιας ημέρας είναι σημαντικά λιγότερες από αυτές που απαιτούνται από ένα σύστημα να διεκπεραιώσει κατά την διάρκεια της ώρας αιχμής. Σε ένα τηλεφωνικό κέντρο, θεωρητικά, είναι πιθανόν όλοι οι συνδρομητές να κάνουν κλήσεις την ίδια χρονική στιγμή. Ωστόσο, η πιθανότητα να συμβεί κάτι τέτοιο είναι αμελητέα και το κόστος ικανοποίησης μιας τέτοιας πιθανότητας πολύ μεγάλο.

Συχνό φαινόμενο αποτελεί, όλες οι γραμμές του συστήματος να είναι κατειλημμένες και το σύστημα να αδυνατεί να δεχθεί άλλες κλήσεις. Το φαινόμενο αυτό καλείται συμφόρηση (congestion). Όταν υπάρχει συμφόρηση και η εισερχόμενη κλήση μπλοκάρεται και εγκαταλείπει το σύστημα, το σύστημα καλείται σύστημα απωλειών.

Το ποσοστό των κλήσεων που χάνονται λόγω συμφόρησης αποτελεί ένα δείκτη της ποιότητας εξυπηρέτησης που παρέχεται από το τηλεπικοινωνιακό σύστημα. Το ποσοστό αυτό καλείται Βαθμός εξυπηρέτησης (Grade of Service – GoS) και για ένα σύστημα απωλειών ορίζεται ως [1][6]:

$$B = \frac{\text{Συνολικός αριθμός κλήσεων που αποκλείονται}}{\text{Συνολικός αριθμός κλήσεων που προσφέρονται στο σύστημα}}$$

Η πιθανότητα απώλειας κλήσεων αποτελεί το δείκτη αποδοτικότητας των τηλεπικοινωνιακών συστημάτων και ο υπολογισμός της είναι αναγκαίος για τη μελέτη αυτών των συστημάτων. Όσο μικρότερος είναι ο βαθμός εξυπηρέτησης τόσο καλύτερη είναι η επίδοση του συστήματος. Επομένως, το αντικείμενο της Θεωρίας Τηλεπικοινωνιακής Κίνησης ανάγεται στην ελαχιστοποίηση του GoS. Υπάρχουν διάφορες μέθοδοι που έχουν διερευνηθεί κατά καιρούς για την μείωση του GoS ενός τηλεπικοινωνιακού συστήματος μια από αυτές είναι η θεωρία της ελαστικής κίνησης (elastic traffic) και μια άλλη είναι η θεωρία της προσαρμοζόμενης κίνησης (adaptive traffic) με τις οποίες θα ασχοληθούμε στην παρούσα εργασία.

Χρόνος εξυπηρέτησης κλήσεων

Ο χρόνος εξυπηρέτησης κλήσης (service time) δηλώνει τον χρόνο για τον οποίο οι πόροι του συστήματος που απαιτεί μια κλήση είναι κατειλημμένοι και συνεπώς μη διαθέσιμοι για τις τυχόν νέες κλήσεις κατά το διάστημα αυτό.

1.2 Φορτίο κίνησης

Ως φορτίο κίνησης (traffic load) α , ορίζεται η συνολική διάρκεια όλων των κλήσεων εντός ενός χρονικού διαστήματος που λαμβάνεται ως μονάδα. Η τηλεπικοινωνιακή κίνηση είναι εξ ορισμού ένα αδιάστατο μέγεθος, το φορτίο κίνησης όμως μετριέται σε erlang προς τιμή του Δανού μαθηματικού A. K. Erlang, ιδρυτή της θεωρίας της τηλεπικοινωνιακής κίνησης. Το φορτίο κίνησης χαρακτηρίζεται από τις ακόλουθες ιδιότητες [6]:

- ✓ Αν λ είναι ο ρυθμός άφιξης των κλήσεων σε ένα τηλεπικοινωνιακό σύστημα και $1/\mu$ είναι η μέση διάρκεια τους, τότε το φορτίο κίνησης δίνεται από την σχέση $\alpha = \lambda * 1/\mu$.
Εφόσον η μέση διάρκεια ισούται με h , τον χρόνο εξυπηρέτησης των κλήσεων, ισχύει $\alpha = \lambda * h$.
- ✓ Το φορτίο κίνησης ισούται με τον αριθμό των κλήσεων που καταφθάνουν σε ένα τηλεπικοινωνιακό σύστημα σε ένα χρονικό διάστημα ίσο με τον χρόνο εξυπηρέτησης.
- ✓ Το φορτίο κίνησης που διεκπεραιώνεται από μια μόνο γραμμή είναι ισοδύναμο με την πιθανότητα (ποσοστό του χρόνου) η γραμμή αυτή να είναι κατειλημμένη. Επομένως αυτή η γραμμή μπορεί να μεταφέρει το πολύ 1 erlang αφού η μέγιστη τιμή πιθανότητας ισούται με την μονάδα.
- ✓ Το φορτίο κίνησης που διεκπεραιώνεται από μία δέσμη γραμμών είναι ισοδύναμο με τον μέσο αριθμό κατειλημμένων γραμμών της δέσμης. Για παράδειγμα, έστω ότι σε ένα τηλεπικοινωνιακό σύστημα την ώρα αιχμής υπάρχουν 10 κατειλημμένες γραμμές για 5 λεπτά παρακολούθησης του συστήματος με τιμές: 5, 13, 6, 2, 11, 14, 3, 6, 9, 13. Σύμφωνα με την τέταρτη ιδιότητα του φορτίου κίνησης, το φορτίο κίνησης θα ισούται με: $(5+13+6+2+11+14+3+6+9+13)/10=8,2$ erl.

1.3 Συστήματα απωλειών

Ένα μοντέλο στο οποίο ο χρόνος άφιξης και ο χρόνος εξυπηρέτησης των κλήσεων ακολουθούν εκθετική κατανομή ονομάζεται Μαρκοβιανό μοντέλο [6]. Η εφαρμογή αυτών των μοντέλων ενισχύει την πλήρη ανάλυση των συστημάτων απωλειών.

Σε ένα σύστημα απωλειών, εάν προσφερθεί μια νέα κλήση στο σύστημα, όταν όλοι οι εξυπηρετητές είναι κατειλημμένοι τότε η κλήση αυτή αποκλείεται από το σύστημα και χάνεται.

1.4 Τοπική και σφαιρική ισορροπία στα συστήματα απωλειών

Σε ένα σύστημα απωλειών, συμβολίζουμε με r την κατάσταση στην οποία υπάρχουν r ενεργές κλήσεις, λ τον ρυθμό άφιξης κλήσεων στο σύστημα που ακολουθεί την Poisson διαδικασία, και μ τον μέσο ρυθμό εξυπηρέτησης των κλήσεων στο σύστημα. Ο τρόπος πρόσβασης στην κατάσταση r μπορεί να εκφραστεί με τρεις τρόπους: υπάρχουν r ενεργές κλήσεις στο σύστημα και δεν τερματίζεται ή δεν γεννάται καμία νέα κλήση, υπάρχουν $r-1$ ενεργές κλήσεις στο σύστημα και γεννάται μια νέα, ή υπάρχουν $r+1$ κλήσεις στο σύστημα και τερματίζεται μια κλήση.

Για να έχουν κατάσταση ισορροπίας στο σύστημα, θα πρέπει η πιθανότητα να μεταβούμε από την κατάσταση r σε μια γειτονική να ισούται με την πιθανότητα να επιστρέψουμε στη κατάσταση r από μια γειτονική. Αυτό είναι γνωστό ως «ρυθμός εισόδου = ρυθμός εξόδου» και εκφράζεται με το Σχήμα 1.1. Υπάρχουν δύο είδη ισορροπίας, η τοπική και η σφαιρική, οι οποίες δεν άμεσα συσχετισμένες. Αν για παράδειγμα υφίσταται η σφαιρική ισορροπία, δεν σημαίνει ότι υφίσταται απαραίτητα και η τοπική. Η εξίσωση τοπικής ισορροπίας (local balance equation) ορίζεται ως εξής [1]:

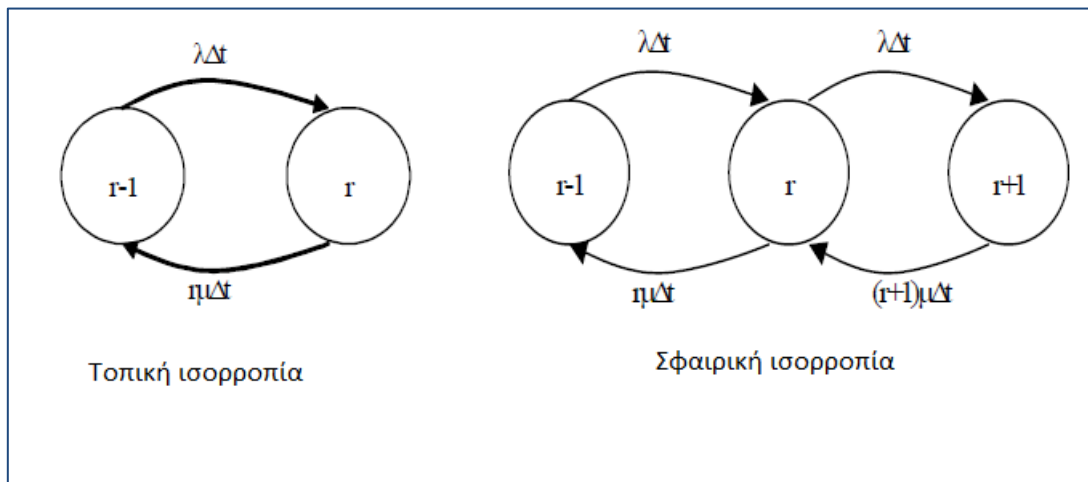
$$\lambda * P_{r-1} = r * \mu * P_r \quad (1.1)$$

οπού το αριστερό μέλος εκφράζει το ρυθμό ανόδου (προς την κατάσταση r) ενώ το δεξιό μέλος εκφράζει το ρυθμό καθόδου (προς την κατάσταση $r-1$).

Η εξίσωση σφαιρικής ισορροπίας (global balance equation) ορίζεται ως εξής:

$$P_r * \lambda + P_r * r * \mu = P_{r-1} * \lambda + P_{r+1} * (r + 1) * \mu \quad (1.2)$$

οπού το αριστερό μέλος αντιπροσωπεύει το ρυθμό «εξόδου» από την κατάσταση r ενώ το δεξιό μέλος αντιπροσωπεύει το ρυθμό «εισόδου» δηλαδή το ρυθμό με τον οποίο πραγματοποιούνται οι μεταβάσεις προς την κατάσταση r .



Σχήμα 1.1 Διάγραμμα τοπικής και σφαιρικής ισορροπίας [6]

Κεφάλαιο 2

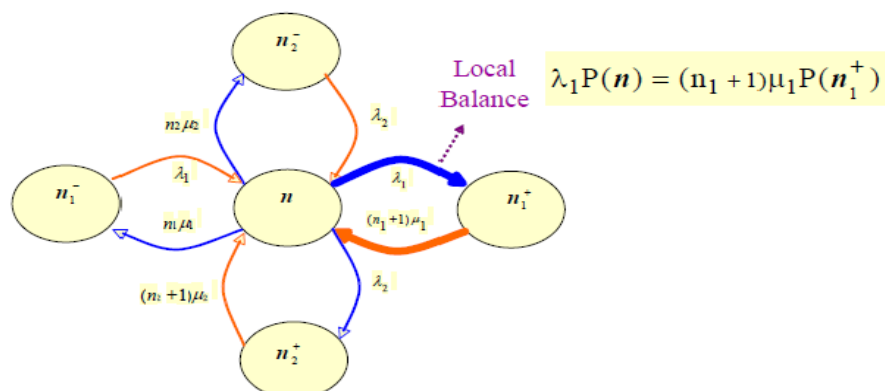
Το μοντέλο απωλειών πολυδιάστατης τηλεπικοινωνιακής κίνησης

Γενικά

Η ραγδαία εξέλιξη των τηλεπικοινωνιών στην σημερινή εποχή, οι οποίες πλέον παρέχουν ενοποιημένες υπηρεσίες τηλεπικοινωνίας, απαιτεί την μελέτη συστημάτων που παρέχουν διαφορετικές κατηγορίες τηλεπικοινωνιακής κίνησης, με διαφορετικές απαιτήσεις σε εύρος ζώνης. Ως πολυδιάστατη κίνηση, λοιπόν, ορίζονται οι κλήσεις με διαφορετικά χαρακτηριστικά που μοιράζονται με κάποιο τρόπο το εύρος ζώνης ενός τηλεπικοινωνιακού συστήματος. Παράδειγμα πολυδιάστατης κίνησης είναι η μεικτή κίνηση φωνής και δεδομένων με διαφορετική ταχύτητα μετάδοσης που μοιράζονται μια ομάδα καναλιών μετάδοσης.

Στο Σχήμα 2.1 παρουσιάζεται διάγραμμα με τη τοπική ισορροπία σε περίπτωση δύο κατηγοριών κίνησης

Local Balance (Rate_up = rate_down)

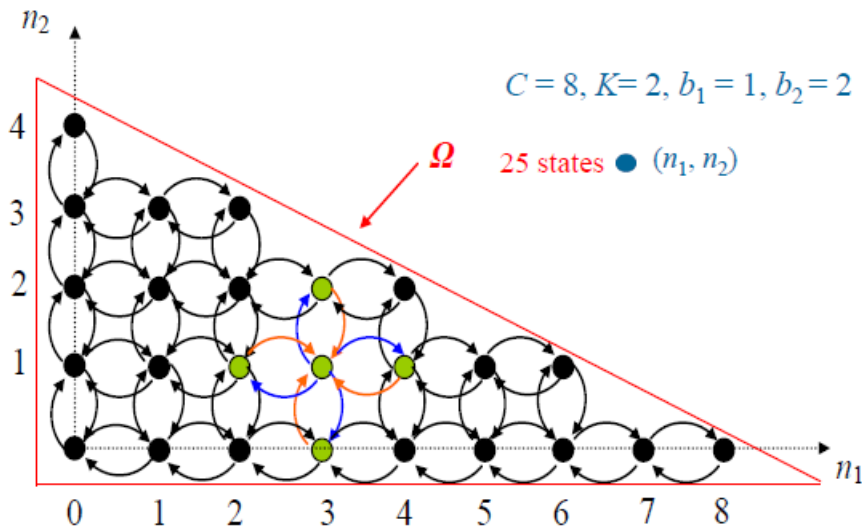


Σχήμα 2.1 Διάγραμμα μετάβασης καταστάσεων σε σύστημα με δύο κατηγορίες κίνησης [6]

Για την ανάπτυξη και ανάλυση του μοντέλου πολυδιάστατης κίνησης υπάρχουν οι εξής προϋποθέσεις:

- ✓ Η χωρητικότητα του συστήματος είναι περιορισμένη και ίση με C μονάδες εύρους ζώνης.
- ✓ Οι κατηγορίες των πηγών κίνησης είναι ένας αέριος μικρός αριθμός K .
- ✓ Ο τρόπος γέννησης των κλήσεων θεωρείται τυχαίος. Οι κλήσεις δηλαδή που δημιουργούνται από τις K κατηγορίες πηγών, ακολουθούν μια διαδικασία Poisson και φθάνουν στο σύστημα με ρυθμό λ_i όπου $(i=1,2,\dots,K)$. Θεωρείται επίσης ότι ο χρόνος εξυπηρέτησης είναι εκθετικά κατανομημένος με μέση τιμή μ_i^{-1} όπου μ_i ο ρυθμός εξυπηρέτησης των κλήσεων.
- ✓ Κάθε κλήση κατηγορίας i απαιτεί b_i μονάδες εύρους ζώνης. Αν αυτό το εύρος ζώνης είναι διαθέσιμο κατά την άφιξη της κλήσης (υπάρχουν b_i ελεύθεροι εξυπηρετητές) τότε διατίθεται στην κλήση για διάρκεια ίση με τον χρόνο εξυπηρέτησης της. Μετά την πάροδο αυτού του χρόνου οι b_i μονάδες εύρους ζώνης αποδεσμεύονται. Η πολιτική αυτή διάθεσης του εύρους ζώνης είναι γνωστή ως πολιτική πλήρους διάθεσης (complete sharing policy).

Αν συμβολίσουμε με n_i τον αριθμό των κλήσεων τύπου i στο σύστημα, τότε θεωρούμε το διάνυσμα οριακής κατάστασης $n=(n_1, n_2, \dots, n_k)$. Ορίζουμε το σύνολο των δυνατών καταστάσεων ως Ω . Το σύνολο αυτό εξαρτάται από τον τρόπο διάθεσης των πόρων του συστήματος. Στο Σχήμα 2.2 δίνεται μια αναπαράσταση του συνόλου Ω για δύο κατηγορίες κίνησης, με απαίτηση εύρους ζώνης $b_1=1$, $b_2=2$ και χωρητικότητα του συστήματος $C=8$ μονάδες εύρους ζώνης. Με μαύρη κουκίδα αναπαρίσταται κάθε δυνατή κατάσταση της μορφής (n_1, n_2) στην οποία μπορεί να μεταβεί το σύστημα, ενώ η υποτείνουσα του τριγώνου που δημιουργείται, μας δίνει τις καταστάσεις απώλειας κλήσης.



Σχήμα 2.2 Σύνολο Ω για σύστημα με $b_1 = 1, b_2 = 1, C=8$ [6]

Η πιθανότητα μόνιμης κατάστασης έχει λύση μορφής γινομένου και δίνεται από την σχέση:

$$P(n) = G^{-1} \left(\prod_{k=1}^K \frac{a_k^{n_k}}{n_k!} \right) \quad (2.1)$$

όπου το $n=(n_1, n_2, \dots, n_k)$ είναι το διάνυσμα που εκφράζει την απαίτηση σε εύρους ζώνης κάθε κατηγορίας κίνησης και G η σταθερά κανονικοποίησης των πιθανοτήτων:

$$G \equiv G(\Omega) = \sum_{n \in \Omega} \left(\prod_{k=1}^K \frac{a_k^{n_k}}{n_k!} \right) \quad (2.2)$$

Η πιθανότητα απώλειας κλήσης για κάθε κατηγορία κίνησης θα δίνεται από την εξίσωση:

$$P_{b_k} = \sum_{n \in B_k^+} P(n) \quad (2.3)$$

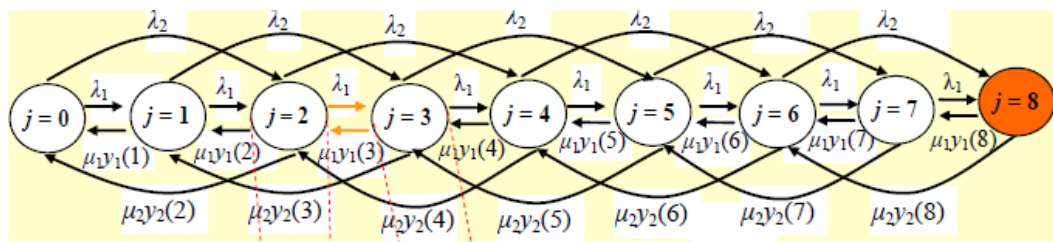
όπου :

$$B_k^+ = \{ n \in \Omega : n_k^+ \notin \Omega \}$$

Το μεγαλύτερο μειονέκτημα στην προηγούμενη ανάλυση είναι ότι όσο αυξάνεται η χωρητικότητα του συστήματος, τόσο αυξάνεται και το μέγεθος του συνόλου Ω και καθιστά πολύπλοκο τον υπολογισμό των πιθανοτήτων $P(n)$ λόγω της ύπαρξης εκθετικών και παραγοντικών όρων. Αντίστοιχη αύξηση υπάρχει και στην πρόσθεση διαφορετικών κατηγοριών κίνησης.

2.1 Αναδρομικός τύπος Kaufman – Roberts

Μέχρι στιγμής, οι K - διαστατοί χώροι πιθανών καταστάσεων, περιγράφονται με μια μονοδιάστατη Μαρκοβιανή αλυσίδα. Η Μαρκοβιανή αλυσίδα περιλαμβάνει όλες τις δυνατές καταστάσεις στις οποίες έχει την δυνατότητα να μεταβεί ένας χρήστης.



Σχήμα 2.3 Μονοδιάστατη Μαρκοβιανή αλυσίδα για $C=8, K=2, b_1=1, b_2=2$ [6]

Με αυτόν τον τρόπο, μπορεί να υπολογιστεί η πιθανότητα μόνιμης κατάστασης $q(j)$, όπου j είναι οι κατειλημμένες μονάδες εύρους ζώνης ή αλλιώς ο αριθμός των διαθέσιμων εξυπηρετητών από την συνολική χωρητικότητα C . Θεμιτή είναι η ικανοποίηση της συνθήκης [3][4]:

$$j = n_1 * b_1 + n_2 * b_2 \leq C \quad (2.4)$$

Αν το σύστημα εξυπηρετεί K κατηγορίες κίνησης, τότε η πιθανότητα μόνιμης κατάστασης υπολογίζεται από την εξίσωση [3][4]:

$$q(j) = \begin{cases} 0, & \text{για } j < 0 \\ 1, & \text{για } j = 0 \\ \sum_{k=1}^K \alpha_k b_k \frac{q(j-b_k)}{j}, & \text{αλλιού} \end{cases} \quad (2.5)$$

οπού $q(j)$ περιγράφει τις μη κανονικοποιημένες πιθανότητες που έχει το σύστημα, το a_k περιγράφει το προσφερόμενο φορτίο κίνησης των κλήσεων της κατηγορίας K σε erlang και το b_k τις απαιτούμενες μονάδες εύρους ζώνης.

Οι κανονικοποιημένες πιθανότητες δίνονται από την σχέση :

$$q(j) = \frac{\tilde{q}(j)}{G} \quad (2.6)$$

$$\text{όπου } G = \sum_{j=0}^c \tilde{q}(j)$$

Η πιθανότητα απώλειας κλήσης συνεπώς θα δίνεται από την σχέση [3][4]:

$$P_{block_k} = \sum_{j=0}^{b_k-1} q(c-j) \quad (2.7)$$

Παράδειγμα 2.1

Έστω ότι σε ένα τηλεπικοινωνιακό σύστημα γεννιούνται τυχαία κλήσεις $K=2$ κατηγοριών. Οι κλήσεις της πρώτης κατηγορίας έχουν απαίτηση $b_1=1$ μονάδες εύρους ζώνης, ενώ της δεύτερης απαιτούν $b_2=2$ μονάδες εύρους. Το προσφερόμενο φορτίο κίνησης των κλήσεων της πρώτης αλλά και της δεύτερης κατηγορίας είναι $a_1=a_2=1$ erlang. Η χωρητικότητα του συστήματος είναι $C=4$.

Ο υπολογισμός των μη κανονικοποιημένων τιμών των $\tilde{q}(j)$ είναι:

$$\tilde{q}(0)=1, \tilde{q}(1)=1, \tilde{q}(2)=1.5, \tilde{q}(3)=1.1666, \tilde{q}(4)=1.0416$$

$$\text{Το } G=5.70833$$

Οι κανονικοποιημένες αντίστοιχες τιμές είναι:

$$q(0)=0.175182, q(1)=0.175182, q(2)=0.2627, q(3)=0.2043, q(4)=0.182$$

Άρα, οι πιθανότητες απώλειας κλήσης για τις αντίστοιχες κατηγορίες θα είναι:

$$P_{block1}=0.182$$

και αντίστοιχα

$$P_{block2}=0.3863$$

Ο πίνακας των δυνατών καταστάσεων που προκύπτουν από την σχέση $j \leq n_1 * b_1 + n_2 * b_2$ για το παράδειγμα 1.1 είναι ο εξής:

n_1	n_2	J
0	0	0
0	1	2
0	2	4
1	0	1
1	1	3
2	0	2
2	1	4
3	0	3
4	0	4

Πίνακας 2.1 Δυνατές τιμές n και j για σύστημα πολυδιάστατης κίνησης με C=4 παραδείγματος 2.1

Παράδειγμα 2.2

Σε ένα δίκτυο με 5 κανάλια, εξυπηρετούνται χρήστες με δύο διαφορετικές κατηγορίες και απαίτηση σε κανάλια $b_1=1$ $b_2=2$ αντίστοιχα (σχήμα 2.4).

Ο υπολογισμός των μη κανονικοποιημένων τιμών των $\tilde{q}(j)$ είναι:

$$\tilde{q}(0)=1, \tilde{q}(1)=1, \tilde{q}(2)=0.75, \tilde{q}(3)=0.4166, \tilde{q}(4)=0.1979, \tilde{q}(5)=0.08125$$

Οι κανονικοποιημένες αντίστοιχες τιμές είναι:

$$q(0)=0.2902, \quad q(1)=0.2902, \quad q(2)=0.21765, \quad q(3)=0.12092, \quad q(4)=0.057436, \\ q(5)=0.023579$$

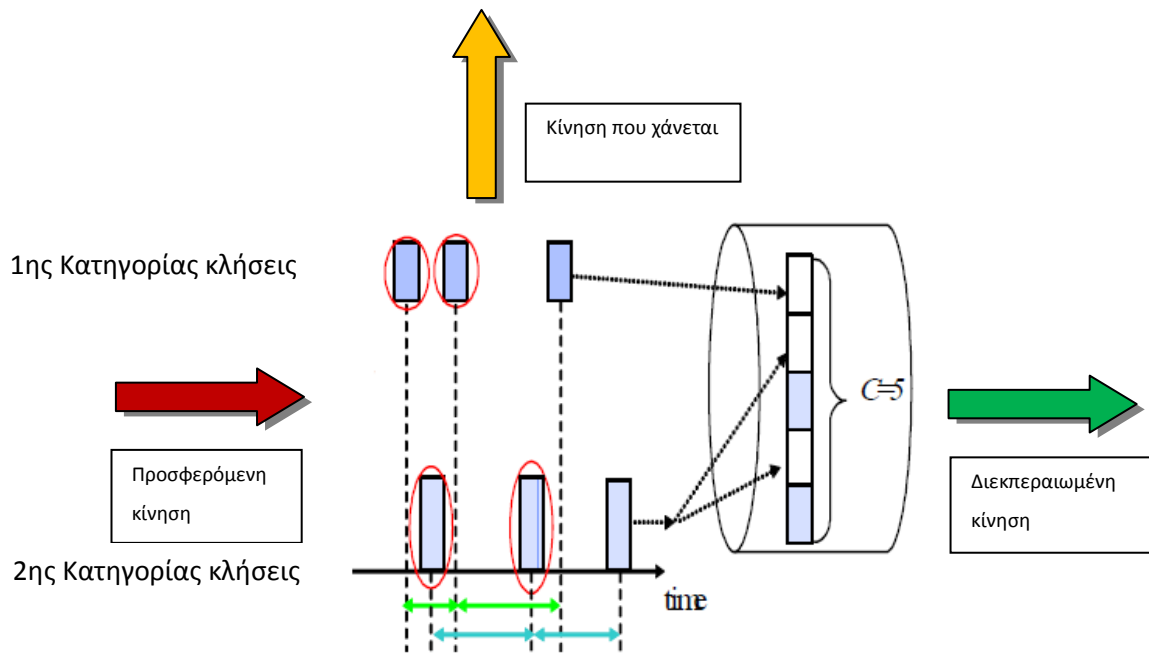
Άρα, οι πιθανότητες απώλειας κλήσης για τις αντίστοιχες κατηγορίες θα είναι:

$$P_{block1}=0.023579$$

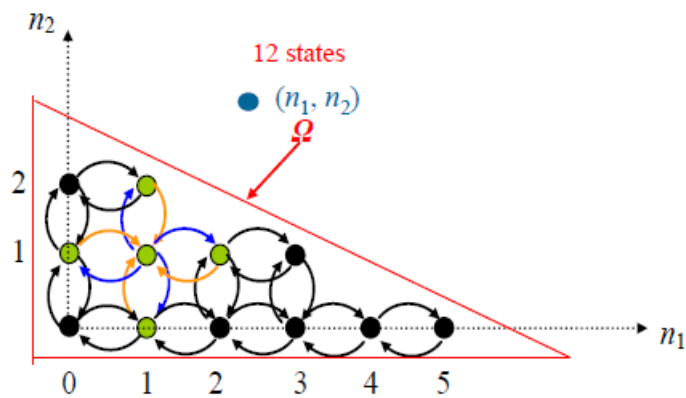
και αντίστοιχα

$$P_{block2}=0.08102$$

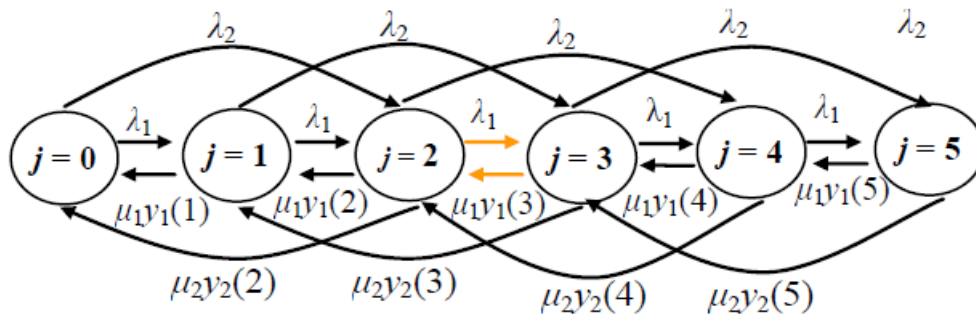
Στο σχήμα 2.5 που ακολουθεί παρατηρούμε τις καταστάσεις (n_1, n_2) του συστήματος, ενώ στο σχήμα 2.6 την Μαρκοβιανή αλυσίδα με τις μεταβάσεις των καταστάσεων.



Σχήμα 2.4 Διαγραμματική αναπαράσταση του συστήματος του παραδείγματος 2.2



Σχήμα 2.5 Γραφική αναπαράσταση συνόλου Ω παραδείγματος 2.2



Σχήμα 2.6 Αναπαράσταση Μακροβιανής αλυσίδας παραδείγματος 2.2

2.2 Πολιτική Δέσμευσης Εύρους Ζώνης (Bandwidth Reservation or Trunk Reservation) στο μοντέλο απωλειών πολυδιάστατης κίνησης

Με την πολιτική δέσμευσης εύρους ζώνης, δεσμεύεται εύρος ζώνης προς όφελος κάποιων κλήσεων που ζητάνε περισσότερο. Αυτή η κίνηση σαφώς και αποφέρει μεγάλο οικονομικό όφελος αφενός γιατί οι κλήσεις με μεγαλύτερες απαιτήσεις θα έχουν και πιο κερδοφόρα συμβόλαια για τις εταιρείες τηλεπικοινωνιών, αφετέρου γιατί όπως θα δούμε και στο επόμενο κεφάλαιο με την χρήση και της ελαστικής κίνησης μπορεί να εξυπηρετηθεί μεγαλύτερος αριθμός κλήσεων από το σύστημα. Η λογική λειτουργίας της είναι η εξισορρόπηση των πιθανοτήτων απώλειας κλήσης και κατ' επέκταση η εξίσωση τους:

$$b_1+t_1=b_2+t_2= \dots =b_n+t_n \quad (2.8)$$

όπου t_n δηλώνει τον αριθμό των μονάδων εύρους ζώνης που πρέπει να δεσμευτούν εις βάρος της κατηγορίας n . Η δέσμευση γίνεται συνήθως προς όφελος της κατηγορίας με την μεγαλύτερη απαίτηση σε μονάδες εύρους ζώνης.

Για γίνει πιο εύκολα κατανοητή η έννοια της δέσμευσης εύρους θα την εφαρμόσουμε στο Παράδειγμα 2.1. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα το $b_1=1$ και το $b_2=2$, άρα η εξισορρόπηση των πιθανοτήτων απώλειας κλήσης θα επιτευχθεί δεσμεύοντας 1 μονάδα εις βάρος των κλήσεων τύπου 1:

$$b_1+t_1=b_2+t_2 \Rightarrow 1+1=2+0$$

Οι κλήσεις της 1^{ης} κατηγορίας δεν εντοπίζουν τον 4^ο εξυπηρετητή και αντιδρούν όπως οι κλήσεις της 2^{ης} κατηγορίας, μπλοκάρονται δηλαδή στην κατάσταση 3 και στην κατάσταση 4.

Γενικά, όσο $j \leq C - t_n$ οι κλήσεις τύπου n (εδώ $n=1$) υπάρχουν, ενώ όταν $j > C - t_n$ οι κλήσεις παύουν να υφίστανται.

Άρα στο Παράδειγμα 2.1

$$C - t_1 = 3$$

$$C - t_2 = 4$$

Κάνοντας πράξεις, παρατηρούμε ότι οι καταστάσεις μέχρι την 3^η παραμένουν αμετάβλητες. Η αλλαγή εντοπίζεται στην 4^η κατάσταση όπου το μη κανονικοποιημένο $\tilde{q}(4)=0.75$

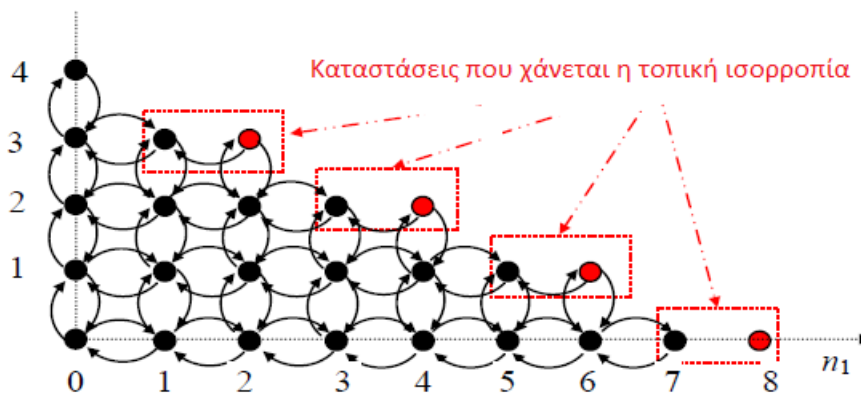
$$\text{Το } G=5.4166$$

Και όλες οι κανονικοποιημένες τιμές των $q(j)$ έχουν αλλάξει και είναι οι εξής:

$$q(0)=0.184, q(1)=0.184, q(2)=0.2769, q(3)=0.2153, q(4)=0.138$$

$$\text{Τώρα } P_{block1} = P_{block2} = q(3) + q(4) = 0.35$$

Έστω σε ένα άλλο παράδειγμα με χωρητικότητα συστήματος $C=8$, $K=2$, $b_1=1$, $b_2=2$, $t_1=1$, $t_2=0$, παρατίθεται η γραφική αναπαράσταση των καταστάσεων που η τοπική ισορροπία χάνεται εξαιτίας των κλήσεων που παύουν να υπάρχουν:



Σχήμα 2.7 Γραφική αναπαράσταση καταστάσεων που χάνονται σε σύστημα με $C=8$

Κεφάλαιο 3

Απόδοση συστημάτων απωλειών που εξυπηρετούν ελαστική κίνηση

3.1 Η θεωρία της ελαστικής κίνησης για μονοδιάστατη κίνηση

Οι κλήσεις που εξυπηρετούνται από ένα ελαστικό μοντέλο κίνησης, καθώς και οι νέες κλήσεις που θα εισαχθούν σε αυτό έχουν δυνατότητα να ανέχονται συμπίεση του εύρους ζώνης τους. Οι κλήσεις που μπορούν να μειώσουν το εύρος ζώνης τους και παράλληλα να αυξήσουν τον χρόνο εξυπηρέτησης τους, συνθέτουν την ελαστική κίνηση. Αυτά λοιπόν τα συστήματα που υποστηρίζουν ελαστική κίνηση, αυξάνουν τον αριθμό των συνδρομητών τους κατά τις ώρες αιχμής, αφού οι κλήσεις που θα απορρίπτονταν λόγω περιορισμένου εύρους ζώνης τώρα γίνονται δεκτές με ένα νέο περιορισμό T χωρητικότητας.

Βασική προϋπόθεση για να μπορεί να εφαρμοστεί η ελαστική θεωρία αποτελεί η ικανοποίηση του περιορισμού:

$$\sum_{i=1}^K n_i * b'_i = C \quad (3.1)$$

όπου i είναι ο αριθμός των κατηγοριών κίνησης, n_i ο αριθμός των κλήσεων κάθε κατηγορίας στο σύστημα και b'_i το συμπιεσμένο εύρος ζώνης που έχει διατεθεί στις κλήσεις. Η σχέση 3.1 είναι προφανής αφού οι διαθέσιμοι πόροι ενός συστήματος είναι πάντα αμετάβλητοι (προφανώς για τα συστήματα με μονοδιάστατη κίνηση το i είναι ίσο με 1).

Έστω ότι ένα σύστημα με ελαστική κίνηση έχει πραγματική χωρητικότητα C και $b=1$, θέτουμε ένα μέγιστο όριο χωρητικότητας T τέτοιο ώστε ο μέγιστος αριθμός των κλήσεων να προκύπτει από τον περιορισμό $n'_{max} * b = T$. Οι κλήσεις φτάνουν

στο σύστημα με διαδικασία Poisson και έχουν έναν εκθετικά κατανομημένο χρόνο εξυπηρέτησης. Με j συμβολίζουμε τον αριθμό των κατειλημμένων εξυπηρετητών. Θεωρώντας ότι κάποια στιγμή καταφθάνει μια νέα κλήση στο δίκτυο, αν ισχύει:

- a) $0 \leq j \leq C - 1$, τότε η κλήση γίνεται δεκτή με την βασική της απαίτηση σε εύρους ζώνης.
- b) $C \leq j \leq T - 1$, σημαίνει ότι όλοι οι εξυπηρετητές είναι κατειλημμένοι και η νέα κλήση γίνεται δεκτή, έχοντας εύρους ζώνης $b' = \frac{C}{j+1}$. Εδώ εφαρμόζεται η συλλογιστική της ελαστικότητας και ταυτόχρονα με την συμπίεση του εύρους ζώνης, αυξάνεται ο χρόνος εξυπηρέτησης σε $h' = h * \left(\frac{j+1}{C}\right)$ με $h=1/\mu$, έτσι ώστε να ικανοποιείται η ισότητα :

$$b' * h' = b * h \quad (3.2)$$

- c) $j > T$, τότε η νέα κλήση μπλοκάρεται και χάνεται.

Οι κλήσεις που ήδη εξυπηρετούνται από το σύστημα τη παρούσα χρονική στιγμή, επιδέχονται μείωση εύρους ζώνης με ταυτόχρονη αύξηση του χρόνου εξυπηρέτησης έτσι ώστε να έχουν τιμές ίδιες με τις τιμές της νέας κλήσης. Σε αντίθετη περίπτωση, όταν μια κλήση εξυπηρετήθηκε από το σύστημα, αποδεσμεύει τους πόρους της που είχαν διατεθεί και στη συνέχεια το σύστημα μοιράζει αναλογικά το εύρος ζώνης $b' = \frac{C}{j+1}$ στις υπόλοιπες κλήσεις που παραμένουν στο σύστημα.

Διακρίνουμε δύο περιπτώσεις κλήσεων ανάλογα με την τιμή του j :

- ✓ Εάν $j \leq C$ μετά την αποχώρηση της κλήσης από το σύστημα, τότε το εύρος ζώνης όλων των κλήσεων που εξυπηρετούνται αποσυμπιέζεται πλήρως και γίνεται $b=1$.
- ✓ Εάν ακόμα ισχύει $j > C$, τότε όλες οι κλήσεις που παραμένουν στο σύστημα θα έχουν συμπιεσμένο εύρος ζώνης αλλά αυξημένο στην τιμή $b = \frac{C}{j}$ μονάδες .

Ακολουθεί ένα αριθμητικό παράδειγμα για την καλύτερη κατανόηση της θεωρίας της ελαστικής κίνησης για μονοδιάστατη κίνηση.

Παράδειγμα 3.1

Έστω ένα τηλεπικοινωνιακό δίκτυο με χωρητικότητα $C=5$, μέγιστη χωρητικότητα $T=7$ και απαίτηση εύρους ζώνης των κλήσεων του συστήματος $b=1$. Όταν μια νέα κλήση καταφθάνει στο σύστημα και όλοι οι εξυπηρετητές του είναι απασχολημένοι τότε μπορούν να συμβούν οι εξής περιπτώσεις:

1. Εάν $j = C = 5$, τότε όλες οι κλήσεις συμπεριλαμβανομένης και της νέας αφιχθείσας κλήσης θα υποστούν συμπίεση του εύρους ζώνης τους τέτοια ώστε $b' = \frac{C}{j+1} = \frac{5}{6}$. Ενώ ο χρόνος εξυπηρέτησης τους θα αυξηθεί σε $h' = h * \left(\frac{j+1}{C}\right) = h * \frac{6}{5}$ έτσι ώστε να ισχύει $b * h = b' * h'$. Επιπρόσθετα, οι πόροι του συστήματος παραμένουν αμετάβλητοι και ίσοι με την μέγιστη τιμή τους $C=5$ καθώς ικανοποιείται η συνθήκη (3.1) με $n=6$ γίνεται $n * b' = 6 * \frac{5}{6} = 5 = C$.
2. Εάν $j=6$, τότε όλες οι κλήσεις συμπεριλαμβανομένης και της νέας θα υποστούν συμπίεση εύρους ζώνης ώστε $b' = \frac{5}{7}$, ενώ ο χρόνος εξυπηρέτησης θα αυξηθεί σε $h' = \frac{5}{7} * h$. Προφανώς ικανοποιούνται οι συνθήκες (3.1) και (3.2).
3. Εάν $j = 7 = T$, τότε οι κλήσεις που βρίσκονται ήδη και εξυπηρετούνται από το σύστημα είναι 7. Αν, λοιπόν, μια νέα κλήση φτάσει στο σύστημα, τότε η κλήση θα μπλοκαριστεί και θα χαθεί. Με άλλα λόγια, το ελάχιστο εύρος ζώνης που μπορεί να έχει μια κλήση στο παρόν σύστημα είναι $b_{min} = \frac{C}{T} = \frac{5}{7}$.

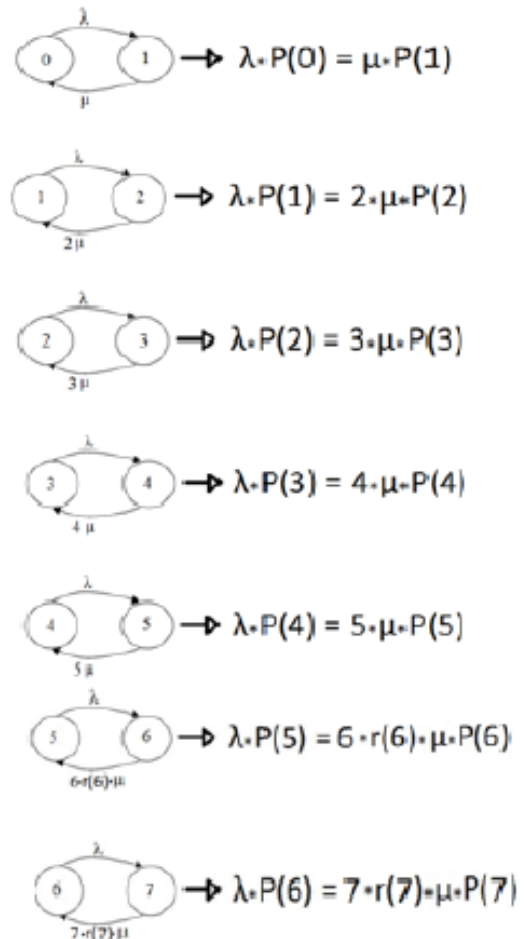
Σαν συμπέρασμα, λοιπόν, έχουμε ότι στο συγκεκριμένο παράδειγμα εξαιτίας της χωρητικότητας $C=5$ και της μέγιστης δυνατής χωρητικότητας $T=7$, όλες οι κλήσεις στο σύστημα μπορούν να πάρουν σαν μονάδες εύρους ζώνης μία μόνο από τις εξής:

- 1) $b=1$ όταν $j \leq C$.
- 2) $b = \frac{5}{6}$ όταν $j = 6$.
- 3) $b = \frac{5}{7}$ όταν $j = 7$.

Ακολουθεί ο πίνακας 3.1 με τις δυνατές καταστάσεις του συστήματος και το διάγραμμα 3.1 των μεταπτώσεων των καταστάσεων του συστήματος με τις αντίστοιχες εξισώσεις τοπικής ισορροπίας που τα διέπουν για την εύρεση του γενικού τύπου της πιθανότητας μονίμου κατάστασης $P(n)$ που εφαρμόζεται σε συστήματα που υποστηρίζουν ελαστική κίνηση. Στο σχήμα 3.1 με τις καταστάσεις ισορροπίας, υπάρχει μια νέα παράμετρος r που εκφράζει τον παράγοντα μείωσης του χρόνου εξυπηρέτησης όταν μια κλήση φύγει από το σύστημα. Η τιμή αυτής της παραμέτρου για τις καταστάσεις 1 έως 5 παίρνει την τιμή 1, ενώ για τις καταστάσεις 6 και 7 παίρνει $r(6)=5/6$ και $r(7)=5/7$ αντίστοιχα.

n	j = n · b
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7

Πίνακας 3.1 Δυνατές τιμές n και j για σύστημα μονοδιάστατης κίνησης με $C=5$ και $T=7$.



Σχήμα 3.1 Διάγραμμα μεταπτώσεων των καταστάσεων για σύστημα μονοδιάστατης κίνησης με $C=5$ και $T=7$

Βασιζόμενοι, λοιπόν, στις εξισώσεις τοπικής ισορροπίας και δεδομένου ότι $a=\lambda/\mu$ καταλήγουμε στον τύπο εύρεσης της πιθανότητας μονίμου κατάστασης:

$$P(n) = \frac{\frac{a^n}{n!}}{\prod_{l=0}^n r(l)} * P(0), \text{ με } r(0) = 1 \quad (3.3)$$

Με την σχέση 3.3 μπορούμε να υπολογίσουμε όλες τις πιθανότητες αρκεί να γνωρίζουμε την $P(0)$. Ξέρουμε ότι $\sum_{i=0}^n (P(i)) = 1$ άρα η σχέση για την $P(0)$ μέσω της 3.3 είναι:

$$P(0) = \left(\sum_{i=0}^n \frac{a^i}{i!} \right)^{-1} \quad (3.4)$$

Έτσι, λοιπόν, στο παράδειγμα 3.1 η $P(0)$ προκύπτει ίση με :

$$P(0) = (2.7186)^{-1} = 0.3678$$

και η $P(1)=0.3678$, $P(2)=0.1839$, $P(3)=0.0613$, $P(4)=0.015326$, $P(5)=0.003065$, $P(6)=0.000613$, $P(7)=0.0001226$

Η $P(7)$ είναι η πιθανότητα μπλοκαρίσματος, όπου το σύστημα πέρα από τους διαθέσιμους πόρους δεν μπορεί να υποβάλλει περαιτέρω συμπίεση στο εύρος ζώνης των κλήσεων που εξυπηρετεί αφού υπάρχει ο αρχικός περιορισμός $T=7$.

Παρατηρούμε λοιπόν ότι ο αριθμός των κλήσεων που μπορούν να εξυπηρετηθούν από ένα μονοδιάστατο σύστημα απωλειών που υποστηρίζει ελαστική κίνηση είναι μεγαλύτερος από ένα σύστημα απωλειών χωρίς ελαστική κίνηση. Η ελαστική κίνηση σε συστήματα με πολυδιάστατη κίνηση όμως, εξαιτίας της ύπαρξης περισσοτέρων της μίας κατηγορίας κίνησης παρουσιάζει εύρος ζώνης που αυξομειώνεται με τον ίδιο ρυθμό σε όλες τις κατηγορίες κίνησης με αποτέλεσμα η Μαρκοβιανή ανάλυση του μοντέλου να μην επαληθεύει την τοπική ισορροπία. Έτσι λοιπόν, ο Κουκουλίδης πρότεινε έναν προσεγγιστικό αναδρομικό τύπο μέσω μιας Μαρκοβιανής αλυσίδας που προσεγγίζει την αρχική και στην οποία υπάρχει η έννοια της τοπικής ισορροπίας. Αρχικά, αναλύεται η έννοια της αντιστρεψιμότητας και στη συνέχεια η σχέση της με την έννοια της τοπικής ισορροπίας καθώς και το θεώρημα με το οποίο πραγματοποιείται ο έλεγχος της ύπαρξης της.

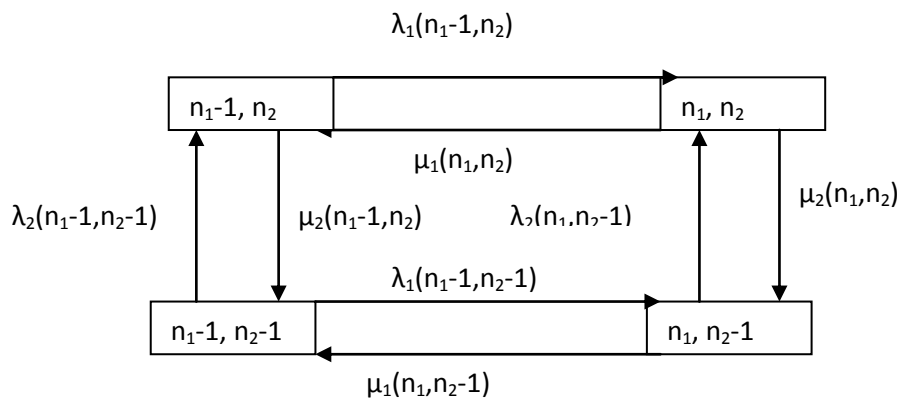
3.2 Η έννοια της αντιστρεψιμότητας (Reversibility)

Η μελέτη της πολυδιάστατης κίνησης σε ένα τηλεπικοινωνιακό σύστημα απωλειών, λόγω του μεγάλου αριθμού των πιθανών καταστάσεων και κατά συνέπεια του μεγάλου αριθμού εξισώσεων, καθιστά δύσκολη την εξαγωγή συμπεράσματος ύπαρξης ή μη τοπικής ισορροπίας. Για να λυθεί, λοιπόν, αυτό το πρόβλημα, θα επιχειρήσουμε να πραγματοποιήσουμε μια διαφορετική μέθοδο επαλήθευσης της τοπικής ισορροπίας η οποία στηρίζεται στην αξιοποίηση της δομής και των ιδιοτήτων των διαγραμμάτων μεταπτώσεων των καταστάσεων εισάγοντας την έννοια της αντιστρεψιμότητας.

Θεώρημα 3.1 Μια Μαρκοβιανή αλυσίδα χαρακτηρίζεται ως αντιστρέψιμη αν και μόνο αν υπάρχει τοπική ισορροπία μεταξύ γειτονικών καταστάσεων και αντιστρόφως.

Ως γειτονικές καταστάσεις ορίζονται οι καταστάσεις που συνδέονται μεταξύ τους μέσω της αποδοχής στο σύστημα ή της αναχώρησης από το σύστημα μιας μόνο κλήσης.

Σύμφωνα με το ακόλουθο διάγραμμα μεταπτώσεων τεσσάρων γειτονικών καταστάσεων σε ένα σύστημα με δύο κατηγορίες κλήσεων έχουμε:



Σχήμα 3.2 Δυσδιάστατο διάγραμμα μεταβάσεων σε σύστημα με δυο κατηγορίες [7]

Για να ισχύει η αντιστρεψιμότητα ένας αναγκαίος και επαρκής κανόνας είναι η ροή κατά τη φορά του ρολογιού να ισούται με την ροή της αντίθετης φοράς του ρολογιού. Αν αυτές οι δύο εκφράσεις είναι ίσες τότε υπάρχει τοπική ισορροπία.

Φορά του ρολογιού:

$$\lambda_2(n_1-1, n_2-1) * \lambda_1(n_1-1, n_2) * \mu_2(n_1, n_2) * \mu_1(n_1, n_2-1)$$

Αντίθετη φορά του ρολογιού:

$$\lambda_1(n_1-1, n_2-1) * \lambda_2(n_1, n_2-1) * \mu_1(n_1, n_2) * \mu_2(n_1-1, n_2)$$

Η έννοια της αντιστρεψιμότητας αποτελεί τη βάση ανάπτυξης του προσεγγιστικού μοντέλου του Κουκουλίδη.

3.3 Το ελαστικό μοντέλο για πολυδιάστατη κίνηση

Για να γίνει κατανοητό το γενικό ελαστικό μοντέλο που εφαρμόζεται στην πολυδιάστατη κίνηση θεωρούμε ένα σύστημα με χωρητικότητα C και μέγιστη δυνατή χωρητικότητα T που εξυπηρετεί K κατηγορίες κλήσεων, όπου κάθε κατηγορία τύπου i , με $i = 1, \dots, K$, χαρακτηρίζεται αντίστοιχα από b_i βασική απαίτηση μονάδων εύρους ζώνης, λ_i ρυθμό άφιξης και μ_i ρυθμό εξυπηρέτησης. Συμβολίζοντας ως $j = \sum_{i=1}^K n_i * b_i$ τον αριθμό των κατειλημμένων εξυπηρετητών βάσει του T , η βασική λειτουργία του συστήματος κατά την άφιξη μιας νέας κλήσης είναι η ακόλουθη[8]:

- ✓ Εάν το άθροισμα των απαιτούμενων μονάδων εύρους ζώνης για όλες τις κλήσεις που εξυπηρετούνται δεν ξεπερνάει την χωρητικότητα του συστήματος C , είναι δηλαδή $j \leq C$, τότε κάθε κλήση παίρνει την βασική της απαίτηση σε εύρος ζώνης.
- ✓ Εάν το άθροισμα των απαιτούμενων μονάδων εύρους ζώνης για όλες τις κλήσεις γίνει $C < j \leq T$, τότε όλες οι κλήσεις συμπεριλαμβανομένης και της νέας συμπίεζι το εύρος ζώνης της κατά αναλογία με την βασική τους απαίτηση. Κλήσεις της ίδιας κατηγορίας πάντα παίρνουν το ίδιο εύρος ζώνης καθώς και μια κλήση μιας κατηγορίας με διπλάσια απαίτηση εύρους ζώνης από κάποια κλήση άλλης κατηγορίας θα πάρει διπλάσιο εύρος ζώνης.
- ✓ Όταν μια κλήση που εξυπηρετείται αποχωρήσει από το σύστημα, το εύρος ζώνης της μοιράζεται στις υπόλοιπες κλήσεις πάντα σε αναλογία με την βασική τους απαίτηση σε εύρος ζώνης.
- ✓ Μια κλήση μπλοκάρει και χάνεται εάν κατά την άφιξη της βρίσκει το σύστημα στην κατάσταση $j = T$. Με άλλα λόγια μια κλήση δεν μπορεί να πάρει μικρότερο εύρος ζώνης από αυτό που ορίζει η συνθήκη:

$$b'_i = \frac{C}{T} * b_i \tag{3.5}$$

όπου το πηλίκο $r_{min} = \frac{C}{T}$ είναι η ελάχιστη τιμή του παράγοντα r που πολλαπλασιάζεται με την βασική απαίτηση εύρους ζώνης μιας κλήσης και ο παράγοντας r_{min} είναι ίδιος για τις κλήσεις όλων των κατηγοριών.

Αυτό το ελαστικό μοντέλο είναι ένα μη αντιστρέψιμο μοντέλο αφού δεν ικανοποιεί την τοπική ισορροπία. Έτσι, λοιπόν, το μοντέλο του Κουκουλίδη που ακολουθεί προσεγγίζει ικανοποιητικά το ελαστικό μοντέλο αλλά ταυτόχρονα ικανοποιεί και την τοπική ισορροπία.

3.4 Το μοντέλο του Κουκουλίδη για πολυδιάστατη κίνηση

Στην προσπάθεια να εξηγήσουμε ένα αντιστρέψιμο μοντέλο και τις εξισώσεις της τοπικής ισορροπίας, θεωρούμε ένα σύστημα με χωρητικότητα C , με μέγιστη δυνατή χωρητικότητα T που εξυπηρετεί δύο κατηγορίες κλήσεων. Η διαδικασία άφιξης και εξυπηρέτησης των κλήσεων ακολουθεί στατιστικά χαρακτηριστικά τυχαίας κίνησης και οι πόροι του συστήματος κάθε μίας κατηγορίας είναι b_1 και b_2 αντίστοιχα. Αν, λοιπόν, μια νέα κλήση κατηγορίας i ($i = 1, 2$) αφιχθεί στο σύστημα, τότε το σύστημα θα έρθει σε κατάσταση (n_1, n_2) τέτοια ώστε να ισχύει $T \geq n * b > C$ όπου $b = (b_1, b_2)$ και η νέα κλήση θα γίνει αποδεκτή αλλά ο χρόνος εξυπηρέτησης όλων των ενεργών κλήσεων θα αυξηθεί από ένα παράγοντα $\Phi_i(n), i = 1, 2, \dots, K$ [5][7]. Επιπρόσθετα, το εύρος ζώνης των κλήσεων που εξυπηρετούνται υπόκεινται σε συμπίεση κατά τον ίδιο παράγοντα τέτοια ώστε να ισχύει η σχέση (3.2).

Εάν συμβολίσουμε με n_i^+ το διάνυσμα οριακής κατάστασης που εκφράζει την περίπτωση να αυξηθεί κατά μια κλήση ο αριθμός των κλήσεων τύπου i που βρίσκονται στο σύστημα και ως n_i^- το διάνυσμα οριακής κατάστασης που εκφράζει αντίστοιχα την περίπτωση να μειωθεί κατά μια κλήση ο αριθμός των κλήσεων που βρίσκονται στο σύστημα, καθώς και αν ορίσουμε ως Ω το σύνολο των δυνατών καταστάσεων που περιγράφεται από τη σχέση $\Omega = \{ n : 0 \leq n * b \leq T \}$ τότε ο παράγοντας $\Phi_i(n)$ ορίζεται ως εξής [5][7]:

$$\Phi_i(n) = \begin{cases} 1, & \text{για } n: n * b \leq C \text{ και } n \in \Omega \\ \frac{x(n_i^-)}{x(n)}, & \text{για } n: C < n * b \leq T \text{ και } n \in \Omega \end{cases} \quad (3.6)$$

Όπου τα $x(n)$ είναι τα βάρη της κατάστασης $n \in \Omega$. Η κατάσταση πιθανότητας $P(n)$ γίνεται αντιστρέψιμη και ικανοποιεί την εξίσωση της τοπικής ισορροπίας που ακολουθεί:

$$\lambda_i * P(n_i^-) = n_i * \mu_i * \Phi_i(n) * P(n) \quad (3.7)$$

Θέτοντας στην σχέση (3.7) ως $\Phi_i(n) = 1$, για την περίπτωση δηλαδή που δεν εφαρμόζεται ελαστική κίνηση και ισχύει $n : n * b \leq C$ τότε η σχέση (3.7) μειώνεται στην εξίσωση της τοπικής ισορροπίας που ισχύει για το μοντέλο Kaufman –Roberts.

Στη συνέχεια, θα εξετάσουμε όλα τα διαστήματα των πιθανών καταστάσεων του συστήματος:

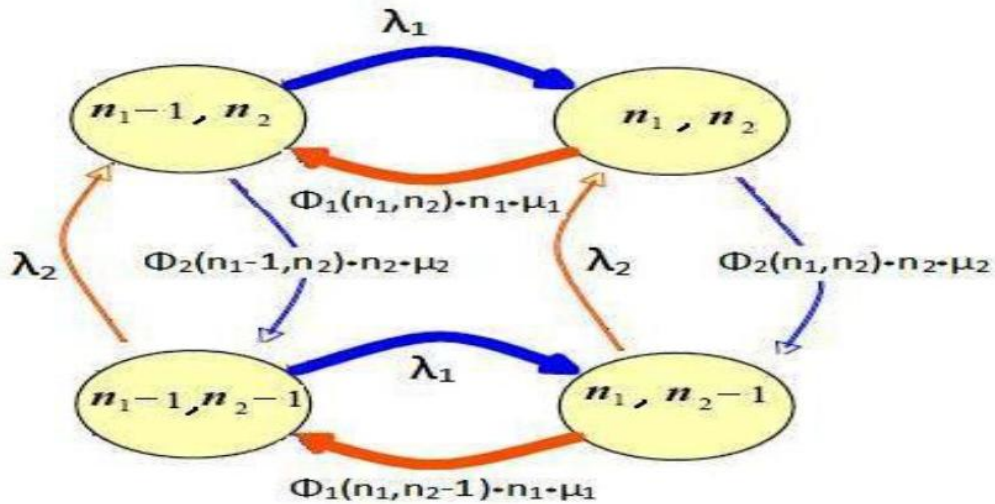
- ✓ Για το διάστημα όπου $n \notin \Omega$ θέτουμε $x(n)=0$.
- ✓ Για το διάστημα όπου $n: n * b \leq C$ λόγω της μη ύπαρξης ελαστικής κίνησης καθώς οι κατειλημμένοι πόροι του συστήματος είναι μικρότεροι ή το πολύ ίσοι με την χωρητικότητα του συστήματος, μπορούμε να θέσουμε $x(n)=1$.
- ✓ Για το διάστημα όπου $n: C < n * b \leq T$ με $n \in \Omega$ έχουμε:

$$\sum_{i=1}^K n_i * b_i * \Phi_i(n) = \sum_{i=1}^K n_i * b_i * \frac{x(n_i^-)}{x(n)} = C$$

Έτσι ο παράγοντας $x(n)$ ορίζεται ως εξής[7][8]:

$$x(n) = \begin{cases} 1, & \text{για } n: n * b \leq C \text{ και } n \in \Omega \\ \frac{1}{C} * \sum_{i=1}^K n_i * b_i * x(n_i^-), & \text{για } n: C < n * b \leq T \text{ και } n \in \Omega \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases} \quad (3.8)$$

Σύμφωνα με την Μαρκοβιανή ανάλυση θεωρούμε το παρακάτω διάγραμμα μετάβασης τεσσάρων γειτονικών καταστάσεων για σύστημα δύο κατηγοριών:



Σχήμα 3.3 Διάγραμμα μετάβασης καταστάσεων του μοντέλου του Κουκουλίδη

Η βασική απαίτηση με την οποία αναπτύσσεται το μοντέλο του Κουκουλίδη είναι η ύπαρξη τοπικής ισορροπίας και η ισχύς της αντιστρεψιμότητας. Συμβολίζοντας με A τη ροή κατά τη φορά του ρολογιού και με B κατά την αντίθετη φορά προκύπτουν :

$$A = \lambda_1 * \Phi_2(n_1, n_2) * n_2 * \mu_2 * \Phi_1(n_1, n_2 - 1) * n_1 * \mu_1 * \lambda_2$$

$$B = \lambda_1 * \Phi_2(n_1 - 1, n_2) * n_2 * \mu_2 * \Phi_1(n_1, n_2) * n_1 * \mu_1 * \lambda_2 \quad (3.9)$$

$$A=B$$

Το τελικό αποτέλεσμα της ισότητας είναι το εξής:

$$\Phi_2(n_1, n_2) * \Phi_1(n_1, n_2 - 1) = \Phi_2(n_1 - 1, n_2) * \Phi_1(n_1, n_2) \quad (3.10)$$

Εάν αντικαταστήσουμε την τιμή του Φ_i στη σχέση (3.10) με την χρήση του ορισμού του από την σχέση (3.6) προκύπτει η ισχύς της εν λόγω ισότητας το οποίο και εξηγεί την επιλογή $\Phi_i(n) = \frac{x(n_i^-)}{x(n)}$ για το διάστημα όπου $n : C < n * b \leq T$.

Επιπρόσθετα, η ακόλουθη εξίσωση θα πρέπει να ισχύει για την κατάσταση (n_1, n_2) :

$$n_1 * b_1 * \Phi_1(n_1, n_2) + n_2 * b_2 * \Phi_2(n_1, n_2) = C \quad (3.11)$$

Όπου $b_1 * \Phi_1(n_1, n_2)$ και $b_2 * \Phi_2(n_1, n_2)$ απεικονίζουν τα b'_1 και b'_2 αντίστοιχα. Εάν ισχύει $n * b = n_1 * b_1 + n_2 * b_2 > C$ τότε από την σχέση (3.11) και την σχέση (3.6) προκύπτει η σχέση:

$$x(n_1, n_2) = \frac{1}{c} [n_1 * b_1 * x(n_1 - 1, n_2) + n_2 * b_2 * x(n_1, n_2 - 1)] \quad (3.12)$$

Έτσι, προκύπτει ο ορισμός των βαρών $x(n)$, δηλαδή η σχέση (3.8).

Συμπερασματικά, καταλήγουμε ότι το μοντέλο του Κουκουλίδη αποτελεί επέκταση του μοντέλου Kaufman – Roberts γι' αυτό και στη συνέχεια θα ακολουθήσει η εύρεση των πιθανοτήτων κατειλημμένων εξυπηρετητών $q(j)$ για K κατηγορίες κίνησης.

- ✓ Εάν το σύστημα βρίσκεται σε κατάσταση (n_1, n_2) τέτοια ώστε $0 < j = n * b \leq C$ τότε έχουμε :

$$q(j) = \frac{1}{j} * \sum_{i=1}^K a_i * b_i * q(j - b_i) \quad (3.13)$$

που συμπίπτει με τον τύπο των Kaufman – Roberts.

- ✓ Εάν το σύστημα βρίσκεται σε κατάσταση (n_1, n_2) τέτοια ώστε $C < j = n * b \leq T$, τότε αντικαθιστώντας στην εξίσωση τοπικής ισορροπίας (3.7) την αντίστοιχη τιμή του παράγοντα της (3.6) και χρησιμοποιώντας τον ορισμό του φορτίου κίνησης $a = \lambda/\mu$ προκύπτει:

$$a_i * x(n) * P(n_i^-) = n_i * x(n_i^-) * P(n) \quad (3.14)$$

Πολλαπλασιάζοντας και τα δύο μέλη με b_i , παίρνοντας το άθροισμα για $i=1, \dots, K$ και αντικαθιστώντας το βάρος $x(n)$ από την σχέση (3.7) προκύπτει η σχέση:

$$P(n) = \frac{1}{c} * \sum_{i=1}^K a_i * b_i * P(n_i^-) \quad (3.15)$$

Κατ' επέκταση της σχέσης (3.15) αθροίζοντας για όλες τις καταστάσεις καταλήγουμε στην αναδρομική σχέση [5][7] :

$$q(j) = \frac{1}{c} * \sum_{i=1}^K a_i * b_i * q(j - b_i) \quad (3.16)$$

Παρατηρούμε ότι η διαφορά του αναδρομικού τύπου του Κουκουλίδη με τον αναδρομικό τύπο Kaufman – Roberts έγκειται μόνο στον παρανομαστή του πηλίκου.

Επομένως, αν ορίσουμε ως $\min(j, n) = \begin{cases} j, & \text{για } n * b \leq C \\ C, & \text{για } n * b > C \end{cases}$ τότε οι σχέσεις αυτές

μπορούν να συνδυαστούν σε μια και να καταλήξουμε στον γενικό τύπο:

$$q(j) = \begin{cases} 1 & \text{για } j = 0 \\ \frac{1}{\min(j,C)} * \sum_{i=1}^K a_i * b_i * q(j - b_i) & \text{για } j = 1, \dots, T \\ 0 & \text{αλλού} \end{cases} \quad (3.17)$$

Ο τύπος υπολογισμού της πιθανότητας μόνιμου κατάστασης είναι :

$$P(n) = \frac{1}{\min(n*b,C)} \sum_{i=1}^K a_i * b_i * P(n_i^-) \quad (3.18)$$

Ο παράγων κανονικοποίησης γίνεται $G = \sum_{j=0}^T q(j)$ και ο γενικός τύπος υπολογισμού των πιθανοτήτων απώλειας μιας κλήσης της κατηγορίας i είναι:

$$P_{bi} = \sum_{j=T-b_{i+1}}^T \left(\frac{q(j)}{G} \right) \quad (3.19)$$

Ακολουθεί ένα παράδειγμα για την καλύτερη κατανόηση του μοντέλο του Κουκουλίδη για πολυδιάστατη κίνηση σε συστήματα που υποστηρίζουν ελαστική κίνηση.

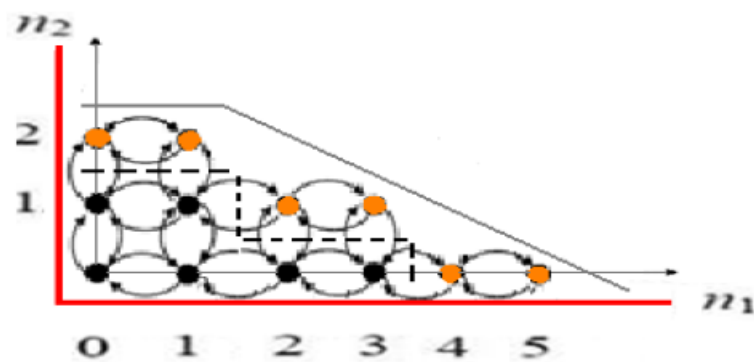
Παράδειγμα 3.2

Έστω ένα σύστημα που εξυπηρετεί δύο κατηγορίες κλήσεων, οι οποίες έχουν βασική απαίτηση σε εύρος ζώνης $b_1=1$ και $b_2=2$ αντίστοιχα. Χαρακτηρίζονται από στατιστικά τυχαία κίνηση με $\lambda_1=1$, $\mu_1=1$ και $\lambda_2=1$ και $\mu_2=1$ αντίστοιχα και η χωρητικότητα του συστήματος είναι $C=3$ καθώς και η μέγιστη δυνατή χωρητικότητα είναι $T=5$. Τα σημεία τα οποία χρήζουν προσοχή αφορούν τις καταστάσεις (n_1, n_2) στις οποίες ισχύει $C < j \leq T$, αφού για $j \leq C$ δεν υπάρχει συμπίεση εύρους ζώνης των κλήσεων. Ακολουθεί πίνακας όλων των δυνατών καταστάσεων και οι εν λόγω καταστάσεις με κόκκινο χρώμα όπου και θα αποκαλούνται κρίσιμα σημεία.

n_1	n_2	J
0	0	0
0	1	2
0	2	4 > C
1	0	1
1	1	3
1	2	5 > C
2	0	2
2	1	4 > C
3	0	3
3	1	5 > C
4	0	4 > C
5	0	5 > C

Πίνακας 3.2 Δυνατές τιμές n και j για σύστημα πολυδιάστατης κίνησης

Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται οι καταστάσεις του παραδείγματος όπου με πορτοκαλί χρώμα απεικονίζονται οι κρίσιμες:

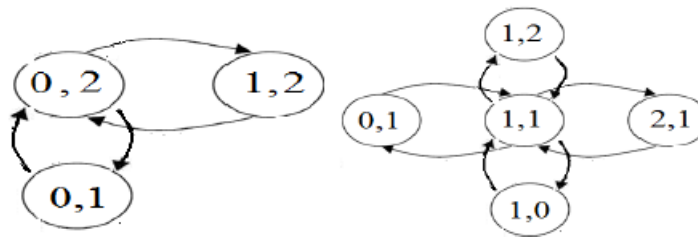


Σχήμα 3.4 Σύνολο Ω για σύστημα με $b_1=1$, $b_2=2$, $C=3$ και $T=5$

Είναι σημαντικό να γίνει κατανοητή η λογική επιλογής των καταστάσεων (n_1, n_2) και ο τρόπος που κατασκευάζεται ένα διάγραμμα μετάβασης καταστάσεων. Αρχικά ξεκινάμε την Μαρκοβιανή ανάλυση έχοντας ως σημείο αναφοράς την πρώτη κατάσταση (n_1, n_2) του πίνακα 3.2 δηλαδή την $(0,0)$ την οποία συνδέουμε αμφίδρομα με όλες τις γειτονικές της. Στη συνέχεια, καταγράφουμε τις εξισώσεις ισορροπίας και εφόσον οι καταστάσεις (n_1, n_2) ή οι γειτονικές της αποτελούν κρίσιμα σημεία υπολογίζουμε τις αντίστοιχες τιμές Φ_i και $x(n)$. Ολοκληρώνουμε την διαδικασία με

την εύρεση της τελικής έκφρασης της εξίσωσης ισορροπίας και συνεχίζουμε με όμοιο τρόπο παίρνοντας ως σημείο αναφοράς τη δεύτερη κατά σειρά κατάσταση του πίνακα 3.2 κ.ο.κ.

Λόγω της χρονοβόρας διαδικασίας της καταγραφής όλων των δυνατών εξισώσεων θα αναλυθούν δύο διαγράμματα μετάβασης καταστάσεων από τα οποία εξάγονται πλήρως τα απαραίτητα συμπεράσματα για το μοντέλο που μελετάται:



Σχήμα 3.5 Διαγράμματα μετάβασης καταστάσεων παραδείγματος 3.2

Στο αριστερό σχήμα έχει επιλεγεί ως σημείο αναφοράς η κατάσταση (0,2), η κατάσταση δηλαδή κατά την οποία το σύστημα εξυπηρετεί 0 κλήσεις της πρώτης κατηγορίας και δυο της δεύτερης. Ενώ στο δεξιό έχει επιλεγεί η κατάσταση (1,1). Και στις δυο περιπτώσεις υπάρχουν κρίσιμα σημεία όπου οφείλονται στην επίδραση της ελαστικής κίνησης.

Αρχικά, εξετάζοντας την περίπτωση με αναφορά την κατάσταση (0,2) και ακολουθώντας την λογική του σχήματος προκύπτει η ακόλουθη εξίσωση:

$$\mu_1 * \Phi_1(1,2) * P(1,2) + \lambda_2 * P(0,1) = [\lambda_1 + 2 * \Phi_2(0,2)] * P(0,2) \quad (3.20)$$

Από την σχέση (3.8) προκύπτει:

$$x(1,2) = \frac{1}{c} * [(1 * 1 * x(0,2) + 2 * 2 * x(1,1))] = \frac{16}{9} \quad (3.21)$$

Σημειώνουμε ότι για την εύρεση της τιμής της (3.21) χρησιμοποιήθηκε η γνώση της $x(0,2) = 4/3$ την οποία και υπολογίζουμε ακολουθώντας την διαδικασία καταγραφής της εξίσωσης τοπικής ισορροπίας θεωρώντας ως κατάσταση αναφοράς την (0,1). Επιπλέον, όπως προκύπτει από τον ορισμό της (3.8), το $x(1,1) = 1$ εξαιτίας του ότι στην κατάσταση (1,1) ισχύει $j \leq C$.

Συνδυάζοντας στη συνέχεια, τις σχέσεις (3.6) και (3.21) καθώς και την τιμή της $x(0,2)$ προκύπτουν:

$$\Phi_1(1,2) = \frac{x(0,2)}{x(1,2)} = \frac{4/3}{16/9} = 3/4 \quad (3.22)$$

και

$$\Phi_2(0,2) = \frac{x(0,1)}{x(0,2)} = 3/4 \quad (3.23)$$

Η τελική μορφή της εξίσωσης ισορροπίας του συγκεκριμένου διαγράμματος μετάβασης είναι:

$$3/4 * P(1,2) + P(0,1) - 2,5 * P(0,2) = 0 \quad (3.24)$$

Αναλύοντας τα παραπάνω, το αποτέλεσμα του παράγοντα $\Phi_1(1,2)$ σημαίνει ότι στην κατάσταση (1,2), η οποία αποτελεί κρίσιμο σημείο (πίνακας 3.2), η τιμή του συμπιεσμένου εύρους ζώνης για τις κλήσεις της πρώτης κατηγορίας είναι

$$b'_1 = \frac{3}{4} * b_1 = 0.75.$$

Ωστόσο η συμπίεση του αντίστοιχου b_2 δεν προκύπτει από τον ίδιο παράγοντα μείωσης $3/4$. Σύμφωνα με το μοντέλο του Κουκουλίδη η μείωση της τιμής του b_2 είναι η τιμή του παράγοντα $\Phi_2(1,2)$ που όπως θα δούμε κατά την ανάλυση του δεξιού διαγράμματος του σχήματος 3.2, είναι διαφορετικός του $\Phi_1(1,2)$. Εδώ φαίνεται και η προσέγγιση που γίνεται από το μοντέλο του Κουκουλίδη εν συγκρίσει με το ελαστικό μοντέλο. Σύμφωνα με το ελαστικό μοντέλο, εφόσον το σύστημα βρίσκεται στην κατάσταση (1,2) τότε $j=5$ και επομένως ο κοινός παράγοντας μείωσης εύρους ζώνης όλων των κλήσεων είναι ίσος με $r=C/j=3/5$. Άρα τα συμπιεσμένα εύρη ζώνη των δύο κατηγοριών είναι $b'_1 = \frac{3}{5} * b_1 = 0.6$ και $b'_2 = \frac{3}{5} * b_2 = 1.2$ αντίστοιχα. Με βάση, λοιπόν το ελαστικό μοντέλο η αντίστοιχη εξίσωση σφαιρικής ισορροπίας είναι:

$$0.6 * P(1,2) + P(0,1) - 2,5 * P(0,2) = 0 \quad (3.25)$$

Σύμφωνα με το δεύτερο διάγραμμα, με όμοιο τρόπο υπολογίζονται οι παράμετροι $x(2,1)=4/3$, $\Phi_1(2,1)=3/4$ και $\Phi_2(1,2)=9/16 \neq \Phi_1(1,2)$ η οποία και αποδεικνύει την

διαφορετική πολιτική την οποία ακολουθεί το μοντέλο του Κουκουλίδη. Τέλος, η σφαιρική ισορροπία εκφράζεται από την σχέση:

$$P(0,1) + 1.5 * P(2,1) + \frac{18}{16} * P(1,2) + P(1,0) - 4P(1,1) = 0 \quad (3.26)$$

Όσο αφορά το ελαστικό μοντέλο τα αντίστοιχα μειωμένα εύρη ζώνης είναι $b_1 = 0.75$ και $b_2 = 1.5$ επιπλέον κατά την προηγούμενη ανάλυση υπολογίστηκαν τα b'_1 , b'_2 για την κατάσταση (1,2). Έτσι η σφαιρική ισορροπία για το ελαστικό μοντέλο είναι:

$$P(0,1) + 1.5 * P(2,1) + 1,2 * P(1,2) + P(1,0) - 4P(1,1) = 0 \quad (3.27)$$

Για να αποδείξουμε, λοιπόν, την μικρή απόκλιση μεταξύ των αποτελεσμάτων του αναλυτικού και του ελαστικού μοντέλου υπολογίζουμε τις πιθανότητες απώλειας κλήσεως για το κάθε ένα:

- ✓ Για το μοντέλο του Κουκουλίδη τα $q(j)$ υπολογίστηκαν και έτσι η πιθανότητες μπλοκαρίσματος είναι:

$$P_{b1} = \sum_{j=T-b_1+1}^T q(j) = q(T) = q(5) = 0.17005$$

$$P_{b2} = q(4) + q(5) = 0.3604$$

- ✓ Για το ελαστικό μοντέλο από τις εξισώσεις σφαιρικής υπολογίστηκαν και έτσι οι αντίστοιχες πιθανότητες μπλοκαρίσματος είναι:

$$P_{b1} = P(1,2) + P(3,1) + P(5,0) = 0.1748$$

$$P_{b2} = P(0,2) + P(2,1) + P(4,0) = 0.3574$$

Συμπερασματικά, όταν εφαρμόζεται η ελαστική θεωρία, ακόμα και ένα τόσο μικρό σύστημα παρουσιάζει σημαντική βελτίωση της απόδοσής του. Ακολουθεί η ανάλυση της προσαρμοζόμενης κίνησης σε σύστημα με πολυδιάστατη κίνηση και στην συνέχεια η πολιτική δέσμευσης εύρους ζώνης για συστήματα με ελαστική και προσαρμοζόμενη κίνηση.

Κεφάλαιο 4

Υπολογιστική ανάλυση συστημάτων με πολυδιάστατη κίνηση που υποστηρίζουν ελαστική και προσαρμοζόμενη κίνηση

Γενικά

Το σύστημα που πρόκειται να αναλυθεί μπορεί να χαρακτηριστεί σαν μια K -διάστατη Μαρκοβιανή αλυσίδα. Το συγκεκριμένο μοντέλο δεν αποτελεί ένα αντιστρέψιμο μοντέλο εξαιτίας των περιστασιακών μειώσεων που υφίσταται το εύρος ζώνης των κλήσεων του, την ύπαρξη ελαστικής και προσαρμοζόμενης κίνησης (το μοντέλο δεν θα ήταν αντιστρέψιμο ακόμα και αν υποστήριζε μόνο ελαστική κίνηση) και εξαιτίας των διαφορετικών τιμών στις μονάδες εύρους ζώνης που απαιτούνται από τις κλήσεις του συστήματος.

Ας ξεκινήσουμε με την ανάλυση των εξισώσεων της τοπικής ισορροπίας του μοντέλου όπου εφόσον δεν είναι αντιστρέψιμο το μοντέλο, δεν ισχύουν.

$$r(n) * n_i * \mu_i * P(n) \neq \lambda_i * P(n_i^-) \text{ για } i \in K_e \quad (4.1)$$

και

$$n_i * \mu_i * P(n) \neq \lambda_i * P(n_i^-) \text{ για } i \in K_\alpha \quad (4.2)$$

όπου τα σύνολα K_e και K_α είναι τα σύνολα των κατηγοριών για ελαστική και προσαρμοζόμενη κίνηση αντίστοιχα. Ενώ το $r(n)$ εκφράζει την συμπίεση του εύρους ζώνης όταν το σύστημα βρίσκεται σε κατάσταση n και ισούται με :

$$r(n) = \min \left(I, \frac{c}{n*b} \right)$$

Επιπρόσθετα, θεμιτή είναι η αναφορά ότι:

1. Η κατηγορία i των κλήσεων με ελαστική κίνηση είναι χαρακτηρισμένη με τις απαιτούμενες τιμές εύρους ζώνης b_i , το ρυθμό άφιξης των κλήσεων λ_i και τον ρυθμό αναχώρησης τους από το σύστημα μ_i . Ο ιδανικός ρυθμός αναχώρησης των κλήσεων παρατηρείται όταν είναι διαθέσιμες οι απαιτούμενες μονάδες εύρους ζώνης των κλήσεων. Ενώ ο στιγμιαίος ρυθμός αναχώρησης είναι αναλογικός με τον ρυθμό εξυπηρέτησης που λαμβάνεται από την κίνηση. Το παραπάνω περιγράφεται από το γινόμενο $r(n) * \mu_i$ της σχέσης (4.1). Ο ρυθμός εξυπηρέτησης της κίνησης των κλήσεων με κατηγορία i είναι επίσης ίσος με $r(n) * b_i$.
2. Η κατηγορία i των κλήσεων με προσαρμοζόμενη κίνηση επίσης χαρακτηρίζεται από το απαιτούμενο εύρος ζώνης b_i , το ρυθμό άφιξης λ_i και τον ρυθμό αναχώρησης των κλήσεων από το σύστημα μ_i . Παρόλο όμως που το κατειλημμένο εύρος ζώνης του συστήματος, από την προσαρμοζόμενη κίνηση, μπορεί να διακυμαίνεται, ο ακριβής χρόνος διάρκειας των κλήσεων δεν επηρεάζεται από τον λαμβανόμενο χρόνο εισόδου – εξόδου των κλήσεων στο σύστημα εξαιτίας της αρμονίας τους στο σύστημα. Γι αυτό, λοιπόν, ο παράγοντας συμπίεσης του εύρους ζώνης $r(n)$ δεν συμπεριλαμβάνεται στην σχέση (4.2).

4.1 Μοντέλο με ελαστική και προσαρμοζόμενη κίνηση

Όπως και με το μοντέλο του Κουκουλίδη, ψάχνουμε για μια αντιστρέψιμη Μαρκοβιανή αλυσίδα με το ίδιο σύνολο καταστάσεων Ω , που προσεγγίζει το αρχικό μοντέλο με μια μορφή που καθορίζεται από τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$\Phi_i(n) * n_i * \mu_i * P(n) = \lambda_i * P(n_i^-) \text{ για } i \in K_e \quad (4.3)$$

και

$$\Phi_i(n) * n_i * \mu_i * P(n) = \lambda_i * P(n_i^-) \text{ για } i \in K_\alpha \quad (4.4)$$

Μια Μαρκοβιανή αλυσίδα που συγκροτείται όπως αυτή είναι αντιστρέψιμη αν και μόνο αν οι τιμές του παράγοντα $\Phi_i(n)$ για κάθε κατάσταση απορρέουν από μια άλλη θετική μεταβλητή $x(n)$ όπως περιγράφεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$\Phi_i(n) = \frac{x(n_i^-)}{x(n)} \quad (4.5)$$

Στο συγκεκριμένο μοντέλο επιλέγουμε τον παράγοντα $\Phi_i(n)$ έτσι ώστε να ικανοποιούνται οι ακόλουθες ιδιότητες:

1. Η πηγαία διαμοιραζόμενη πειθαρχία διατηρείται, είτε όταν όλες οι κλήσεις λαμβάνουν τις μονάδες εύρους ζώνης που απαιτούν, είτε όταν λαμβάνουν μέχρι το όριο χωρητικότητας του συστήματος (που στη συγκεκριμένη περίπτωση υπάρχει συμπίεση εύρους ζώνης).
2. Κάθε κλήση θα πρέπει να μεταφέρει τον ίδιο όγκο δεδομένων σε μια κατάσταση n της τροποποιημένης Μαρκοβιανής αλυσίδας όπως θα μετέφερε σε κατάσταση n η αρχική Μαρκοβιανή αλυσίδα. (Αυτή η ιδιότητα αναφέρεται κυρίως στην προσαρμοζόμενη κίνηση όπου αλλάξαμε το μ_i σε $\Phi_i(n) * \mu_i$ στην σχέση (4.4)).

Ο πιο σημαντικός λόγος που αλλάζει την συμπεριφορά της προσαρμοζόμενης κίνησης είναι ότι χρησιμοποιώντας τον χρόνο διάρκειας των κλήσεων στην αρχική, αυθεντική Μαρκοβιανή αλυσίδα μαζί με το τροποποιημένο εύρος ζώνης που μοιράζει στην τροποποιημένη Μαρκοβιανή αλυσίδα θα οδηγηθούμε σε διαφορετικά φορτία κίνησης (της μορφής $a*b$) ανάμεσα στην αρχική και στην τροποποιημένη Μαρκοβιανή αλυσίδα του συστήματος. Η δεύτερη κατά σειρά ιδιότητα έχει ως στόχο να μειώσει αυτό το φαινόμενο.

Για την πραγματοποίηση μιας σύγκρισης μεταξύ της αρχικής αυθεντικής Μαρκοβιανής αλυσίδας και της αντιστρέψιμης Μαρκοβιανής αλυσίδας ακολουθεί ένας πίνακας:

	Αυθεντική Μαρκοβιανή αλυσίδα	Αντιστρέψιμη Μαρκοβιανή αλυσίδα
Ρυθμός αναχώρησης $i \in K_e$ (ελαστικής κίνησης)	$r(n) * \mu_i$	$\Phi_i(n) * \mu_i$ (α)
Ρυθμός αναχώρησης $i \in K_a$ (προσαρμοζόμενης)	μ_i	$\Phi_i(n) * \mu_i$ (α)
Απαίτηση κίνησης $i \in K_e$ (ελαστικής κίνησης)	$\frac{r(n)*b_i}{r(n)*\mu_i} = \frac{b_i}{\mu_i} =$	$\frac{b'_i(n)}{\Phi_i(n)*\mu_i}$ (β)
Απαίτηση κίνησης $i \in K_a$ (προσαρμοζόμενης)	$\frac{r(n)*b_i}{\mu_i} =$	$\frac{b'_i(n)}{\Phi_i(n)*\mu_i}$ (β)
Εύρους ζώνης $i \in K_e$	$r(n) * b_i$	$b'_i(n) = \Phi_i(n) * b_i$ (γ)
Εύρους ζώνης $i \in K_a$	$r(n) * b_i$	$b'_i(n) = r(n) * \Phi_i(n) * b_i$ (γ)

Πίνακας 4.1 Παρουσίαση τύπων αρχικής και αντιστρέψιμης Μαρκοβιανής αλυσίδας

Συμπερασματικά, οι τύποι της αντιστρέψιμης Μαρκοβιανής αλυσίδας με το σύμβολο **(α)** που αντιστοιχούν στον ρυθμό αποχώρησης μιας κλήσης για ελαστική και για προσαρμοζόμενη κίνηση, δείχνουν ότι οι χρόνοι διάρκειας μιας κλήσης θα πρέπει να αλλάζουν για να πετύχουμε μια αντιστρέψιμη Μαρκοβιανή αλυσίδα. Επίσης, οι τύποι της αντιστρέψιμης Μαρκοβιανής αλυσίδας με το σύμβολο **(β)** που αντιστοιχούν στην απαίτηση κίνησης για ελαστική και προσαρμοζόμενη κίνηση, σύμφωνα με την δεύτερη κατά σειρά ιδιότητα οι τιμές τους θα πρέπει να είναι ίδιες στην κατάσταση n και των δύο Μαρκοβιανών αλυσίδων. Τέλος, οι τύποι με το σύμβολο **(γ)** βασίζονται στο προηγούμενο σχόλιο.

Επικεντρωνόμαστε τώρα στην πρώτη ιδιότητα (την ιδιότητα της διατήρησης του φορτίου). Αυτή η ιδιότητα αποτελείται από δύο μέρη:

1. Εάν το σύστημα δεν είναι εντελώς απασχολημένο, ισχύει δηλαδή η σχέση $j = n * b \leq C$ τότε το άθροισμα των μονάδων εύρους ζώνης που μοιράζονται θα πρέπει να ταυτίζεται απόλυτα με το σύνολο των μονάδων εύρους ζώνης που απασχολούνται :

$$\sum_{i \in K_e} n_i * b_i * \Phi_i(n) + \sum_{i \in K_a} n_i * b_i * \Phi_i(n) = j \quad (4.6)$$

2. Εάν το σύστημα είναι πλήρως κατειλημμένο, το εύρος ζώνης που μοιράζεται στις κλήσεις θα πρέπει να αθροιστεί έτσι ώστε να ισούται με την χωρητικότητα του συστήματος:

$$\sum_{i=K_e} n_i * b_i * \Phi_i(n) + \sum_{i=K_a} n_i * r(n) * b_i * \Phi_i(n) = C \quad (4.7)$$

Έτσι τώρα έχουμε ένα σύστημα με εξισώσεις για τον παράγοντα $\Phi_i(n)$ που επιβεβαιώνουν ότι το τροποποιημένο μοντέλο παραμένει λειτουργικά σταθερό και περιγράφουν την φόρτωση του συστήματος σε ικανοποιητικό βαθμό. Αντικαθιστώντας την σχέση (4.5) στην (4.6) και (4.7) καταλήγουμε στην ακόλουθη:

$$x(n) = \frac{\sum_{i=K_e} n_i * b_i * x(n_i^-) + r(n) * \sum_{i=K_a} n_i * b_i * x(n_i^-)}{\min(C, n * b)} \quad (4.8)$$

Ακολουθεί ένα θεώρημα που οδηγεί σε μια αναδρομική φόρμουλα για να ανάγουμε τις πιθανότητες $q(j)$ του τροποποιημένου συστήματος.

Θεώρημα 4.1

Η πηγαία διαμοιρασμένη κατάληψη του τροποποιημένου συστήματος, $q(j)$, ικανοποιεί την παρακάτω εξίσωση υποθέτοντας ότι $q(j)=0$ εάν $j < 0$ [9][10] :

$$\min(C, j) * q(j) = \sum_{i=K_e} a_i * b_i * q(j - b_i) + r(j) * \sum_{i=K_a} a_i * b_i * q(j - b_i) \quad (4.9)$$

Όπου το $r(j)$ εκφράζει την συμπίεση του εύρους ζώνης στο αναλυθέν σύστημα και ορίζεται ως εξής:

$$r(j) = \min(j, C/j)$$

Απόδειξη του θεωρήματος 4.1

Έστω ότι συμβολίζουμε το γινόμενο $n * b$ με το j . Εφόσον η Μαρκοβιανή αλυσίδα είναι αντιστρέψιμη, ισχύει η τοπική ισορροπία. Έτσι λοιπόν για

$\forall i \in K_e \cup K_a$ και $\forall n \in \Omega_i^-$ έχουμε είτε την εξίσωση:

$$\Phi_i(n) * n_i * \mu_i * P(n) = \lambda_i * P(n_i^-)$$

Είτε

$$\Phi_i(n) * n_i * b_i * P(n) = a_i * b_i * P(n_i^-) \quad (4.10)$$

Προσθέτοντας τις δύο παραπάνω εξισώσεις για την κατάσταση n όταν ισχύει $j \leq C$ παίρνουμε (σημειώνουμε ότι $\Phi_i(n) = 1$ όταν ισχύει $j \leq C$) μια από τις ακόλουθες σχέσεις :

$$P(n) * \sum_{i \in K_e \cup K_a} n_i * b_i = \sum_{i \in K_e \cup K_a} a_i * b_i * P(n_i^-)$$

ή

$$P(n) * j = \sum_{i \in K_e \cup K_a} a_i * b_i * P(n_i^-) \quad (4.11)$$

Διαφορετικά, εάν ισχύει $j > C$ πολλαπλασιάζουμε τις εξισώσεις τοπικής ισορροπίας της προσαρμοζόμενης κίνησης με το πηλίκο C/j και τα αθροίζουμε όλα (ελαστικής και προσαρμοζόμενης κίνησης) για να προκύψει το εξής:

$$\sum_{i \in K_e} n_i * b_i * \Phi_i(n) * P(n) + \frac{C}{j} * \sum_{i \in K_a} n_i * b_i * \Phi_i(n) * P(n) = \sum_{i \in K_e} a_i * b_i * P(n_i^-) + \frac{C}{j} * \sum_{i \in K_a} a_i * b_i * P(n_i^-) \Rightarrow$$

$$P(n) * \left[\sum_{i \in K_e} n_i * b_i * x(n_i^-) + \frac{C}{j} * \sum_{i \in K_a} n_i * b_i * x(n_i^-) \right] = x(n) * \left[\sum_{i \in K_e} a_i * b_i * P(n_i^-) + \frac{C}{j} * \sum_{i \in K_a} a_i * b_i * P(n_i^-) \right] \Rightarrow$$

$$P(n) = \frac{1}{C} * \sum_{i \in K_e} a_i * b_i * P(n_i^-) + \frac{1}{j} * \sum_{i \in K_a} a_i * b_i * P(n_i^-) \quad (4.12)$$

Αθροίζοντας, την σχέση (4.11) και την σχέση (4.12) για $\forall n * n * b = j$ τότε προκύπτει η ακόλουθη σχέση:

$$\sum_{nb=j} P(n) = \frac{1}{\min(C,j)} * \sum_{nb=j} \sum_{i \in K_e} a_i * b_i * P(n_i^-) + \frac{1}{j} * \sum_{nb=j} \sum_{i \in K_a} a_i * b_i * P(n_i^-) \Rightarrow$$

$$q(j) = \frac{1}{\min(C,j)} * \sum_{i \in K_e} a_i * b_i * q(j - b_i) + \frac{1}{j} * \sum_{i \in K_a} a_i * b_i * q(j - b_i) \quad (4.13)$$

όπου $\sum_{nb=j} P(n) = q(j)$ και $\sum_{nb=j} P(n_i^-) = q(j - b_i)$

Αξίζει να σημειωθεί ότι στην εξίσωση (4.9) του θεωρήματος 4.1, ο παράγοντας $r(j)$ είναι ίσος με $r(j)=1$ εάν ισχύει $j \leq C$ και $r(j) = \frac{C}{j}$ εάν ισχύει $j > C$.

Έτσι, η εξίσωση (4.9) μπορεί να γραφτεί ως εξής:

Για $j \leq C$

$$q(j) = \frac{1}{j} * \sum_{i \in K_e} a_i * b_i * q(j - b_i) + \frac{r(j)}{j} * \sum_{i \in K_a} a_i * b_i * q(j - b_i) =$$

$$= \frac{1}{j} * [\sum_{i \in K_e} a_i * b_i * q(j - b_i) + \sum_{i \in K_a} a_i * b_i * q(j - b_i)]$$

και για $j > C$

$$q(j) = \frac{1}{C} * \sum_{i \in K_e} a_i * b_i * q(j - b_i) + \frac{r(j)}{C} * \sum_{i \in K_a} a_i * b_i * q(j - b_i) =$$

$$= \frac{1}{C} * \sum_{i \in K_e} a_i * b_i * q(j - b_i) + \frac{1}{j} * \sum_{i \in K_a} a_i * b_i * q(j - b_i)$$

Επίσης εναλλακτικά της σχέσης (4.9) μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την ακόλουθη:

$$\min(C, j) * q(j) = \sum_{i \in K_e} a_i * b_i * q(j - b_i) + \min\left(1, \frac{C}{j}\right) * \sum_{i \in K_a} a_i * b_i * q(j - b_i) \quad (4.14)$$

Θεώρημα 4.2

Το σύμβολο E όπου εκφράζει την μέση τιμή κλήσεων τύπου I με δεδομένο ότι η κατάσταση του συστήματος είναι j για το τροποποιημένο μοντέλο, $E(n_l | j)$, [9][10] ικανοποιεί την παρακάτω εξίσωση (4.15) για τις κατηγορίες με ελαστική κίνηση και την εξίσωση (4.16) για τις κατηγορίες που υποστηρίζουν προσαρμοζόμενη κίνηση.

$$E(n_l | j) * q(j) = \frac{a_l * b_l * q(j - b_l)}{\min(C, j)} [E(n_l | j - b_l) + 1] + \frac{1}{j} * \sum_{i \in K_a} a_i * b_i * q(j - b_i * E n_l j - i) + 1 \min_{\text{fol}}(C, j) * i \in K_e, i \neq l a_i * b_i * q j - b_i * E n_l j - b_i \quad (4.15)$$

$$E(n_l | j) * q(j) = \frac{a_l * b_l * q(j - b_l)}{j} [E(n_l | j - b_l) + 1] + \frac{1}{j} * \sum_{i \in K_a} a_i * b_i * q(j - b_i * E n_l j - b_l) + 1 \min_{\text{fol}}(C, j) * i \in K_e, i \neq l a_i * b_i * q j - b_i * E n_l j - b_i \quad (4.16)$$

Απόδειξη του Θεωρήματος 4.2

Χρησιμοποιώντας το αποτέλεσμα του θεωρήματος 4.1, μπορούμε να έχουμε την ακόλουθη εξίσωση:

$$q(j) * E(n_l | j) = \sum_{n^*b=j} n_l * P(n) = \sum_{n^*b=j} n_l * \left(\frac{1}{\min(C, j)} * \sum_{i \in K_e} a_i * b_i * P(n_i^-) + \frac{1}{j} * \sum_{i \in K_a} a_i * b_i * P(n_i^-) \right) \quad (4.17)$$

Θεωρώντας το άθροισμα για $i \neq l$ ότι θα είναι το εξής:

$$\sum_{n: n^*b=j} a_i * b_i * P(n_i^-) * n_l = \sum_{n_i^-: n_i^- * b = j - b_i} a_i * b_i * P(n_i^-) * n_l = q(j - b_i) * a_i * b_i \sum_{n: n^*b=j} n_l * \frac{P(n)}{q(j - b_i)} = a_i * b_i * q(j - b_i) * E(n_l | j - b_i) \quad (4.18)$$

Καθώς επίσης το άθροισμα για $i=j$ θα είναι το εξής:

$$\sum_{n: n^*b=j} a_i * b_i * P(n_i^-) * n_l = \sum_{n_i^-: n_i^- * b = j - b_i} (n_i + 1) * a_i * b_i * P(n_i^-) = a_i * b_i * q(j - b_i) * \sum_{n: n^*b=j} (n_i + 1) * \frac{P(n)}{q(j - b_i)} = a_i * b_i * q(j - b_i) * E(n_l + 1 | j - b_i) \quad (4.19)$$

Η απόδειξη λοιπόν του θεωρήματος 4.2 προκύπτει από την απλοποίηση της εξίσωσης (4.17) χρησιμοποιώντας την (4.18) καθώς και την (4.19).

Ακολουθεί ένα παράδειγμα με τιμές ίδιες με το παράδειγμα 3.2 που χρησιμοποιήθηκε για το μοντέλο του Κουκουλίδη, για να επιτευχθεί καλύτερη κατανόηση του προς ανάλυση μοντέλου ενός συστήματος που υποστηρίζει και ελαστική και προσαρμοζόμενη κίνηση.

Παράδειγμα 4.1

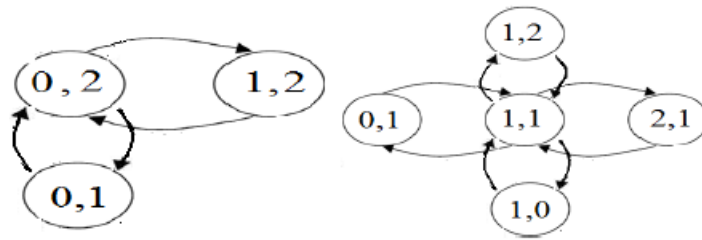
Έστω ένα σύστημα που εξυπηρετεί δύο κατηγορίες κλήσεων με βασική απαίτηση εύρους ζώνης $b_1=1$ και $b_2=2$ αντίστοιχα. Το σύστημα αυτό υποστηρίζει ελαστική και προσαρμοζόμενη κίνηση. Οι κλήσεις της πρώτης κατηγορίας εξυπηρέτησης είναι με ελαστική ενώ της δεύτερης είναι με προσαρμοζόμενη κίνηση. Η πρώτη κατηγορία χαρακτηρίζεται από ρυθμό άφιξης $\lambda_1=1$ και ρυθμό εξυπηρέτησης $\mu_1=1$, καθώς και η δεύτερη από ρυθμό άφιξης $\lambda_2=1$ και ρυθμό εξυπηρέτησης $\mu_2=1$. Η χωρητικότητα του συστήματος είναι $C=3$ ενώ η μέγιστη δυνατή χωρητικότητα είναι $T=5$. Τα σημεία που χρήζουν προσοχή και στο τρέχον παράδειγμα όπως και σε αυτό του Κουκουλίδη είναι αυτά που αφορούν τις καταστάσεις (n_1, n_2) στις οποίες ισχύει $C < j \leq T$ αφού για $j \leq C$ δεν υπάρχει συμπίεση εύρους ζώνης των κλήσεων και κατ' ουσία χρησιμοποιούμε την λογική του μοντέλου Kaufman – Roberts. Ακολουθεί

πίνακας όλων των δυνατών καταστάσεων και με κόκκινο είναι αυτές που χρήζουν προσοχή.

n_1	n_2	j
0	0	0
0	1	2
0	2	4 > C
1	0	1
1	1	3
1	2	5 > C
2	0	2
2	1	4 > C
3	0	3
3	1	5 > C
4	0	4 > C
5	0	5 > C

Πίνακας 4.2 Δυνατές τιμές n και j για σύστημα πολυδιάστατης κίνησης $C=3$, $T=5$.

Η λογική επιλογής των καταστάσεων και ο τρόπος κατασκευής του διαγράμματος μετάβασης καταστάσεων είναι ίδιος με το μοντέλο του Κουκουλίδη. Αρχίζουμε δηλαδή την Μαρκοβιανή Αλυσίδα έχοντας ως αναφορά την πρώτη κατάσταση $(0,0)$ την οποία συνδέουμε αμφίδρομα με τις γειτονικές της. Καταγράφουμε τις εξισώσεις ισορροπίας και εφόσον οι καταστάσεις ή οι γειτονικές τους αποτελούν σημεία που χρήζουν προσοχή, υπολογίζουμε τις αντίστοιχές τιμές Φ_i και $x(n)$ αλλά και των παράγοντα $r(n)$ για το αναλυθέν μοντέλο με ελαστική αλλά και προσαρμοζόμενη κίνηση. Για να πραγματοποιηθεί η σύγκριση μεταξύ του μοντέλου του Κουκουλίδη και του συγκεκριμένου μοντέλου και λόγω της χρονοβόρας διαδικασίας της καταγραφής όλων των δυνατών εξισώσεων θα αναλυθούν δύο διαγράμματα μετάβασης καταστάσεων, τα ίδια με του παραδείγματος 3.2 του Κουκουλίδη, από τα οποία εξάγονται πλήρως τα απαραίτητα συμπεράσματα για το μοντέλο ελαστικής και προσαρμοζόμενης κίνησης σε πολυδιάστατη κίνηση.



Σχήμα 4.1 Διαγράμματα μετάβασης καταστάσεων παραδείγματος 4.1

Αρχίζουμε με την κατάσταση (0,2) στην οποία το σύστημα εξυπηρετεί 0 κλήσεις της πρώτης κατηγορίας και 2 της δεύτερης. Το αρχικό μοντέλο ακολουθώντας την λογική του αριστερού σχήματος θα μας έδινες:

$$\mu_1 * r(1,2) * P(1,2) + \lambda_2 * P(0,1) = [\lambda_1 + 2 * \mu_2] * P(0,2) \Rightarrow$$

$$0.6 * P(1,2) + P(0,1) - 3P(0,2) = 0$$

$$\text{όπου το } r(1,2) = \min(1, \frac{c}{nb}) = \min(1, \frac{3}{5}) \Rightarrow r(1,2) = \frac{3}{5}$$

Το τροποποιημένο όμως μοντέλο με την αντιστρεψιμότητα αντικαθιστά τον παράγοντα $r(1,2)$ του αρχικού μοντέλου με τον παράγοντα $\Phi_1(1,2) = \frac{x(0,2)}{x(1,2)} = \frac{1}{x(1,2)}$

Σημειώνουμε ότι για την εύρεση του $x(0,2) = 1/3 * [4 * r(0,2) * 1] = 1$ και $r(0,2) = r_{\min}(1, \frac{c}{nb}) = \min(1, \frac{3}{4}) \Rightarrow r(0,2) = \frac{3}{4}$ που υπολογίστηκε κατά την διαδικασία καταγραφής της εξίσωση τοπικής ισορροπίας θεωρώντας ως σημείο αναφοράς το (0,1). Με την ίδια λογική το $x(1,2) = 1/c * [1 * 1 * x(0,2) + r(1,2) * 2 * 2 * x(1,1)] \Rightarrow$

$$x(1,2) = 3.4/3 = 1.13333 \text{ και } \Phi_1(1,2) = \frac{3}{3.4} = 0.8823529$$

Άρα η εξίσωση σφαιρικής ισορροπίας του τροποποιημένου μοντέλου έχοντας ως κατάσταση αναφορά την (0,2) είναι η εξής:

$$\mu_1 * \Phi_1(1,2) * P(1,2) + \lambda_2 * P(0,1) = [\lambda_1 + 2 * \mu_2 * \Phi_2(0,2)] * P(0,2)$$

$$\text{όπου } \Phi_2(0,2) = 1 \text{ αφού } \Phi_2(0,2) = \frac{x(0,1)}{x(0,2)} = 1 \text{ και έτσι γίνεται :}$$

$$\frac{3}{3.4} * P(1,2) + P(0,1) - 3 * P(0,2) = 0$$

Με την ίδια λογική επιλύουμε και την περίπτωση που παίρνουμε ως κατάσταση αναφοράς την (1,1). Χρησιμοποιώντας το αρχικό μοντέλο έχουμε την ακόλουθη σχέση :

$$\lambda_1 * P(0,1) + 2 * \mu_1 * r(2,1) * P(2,1) + 2 * \mu_2 * P(1,2) + \lambda_2 * P(1,0) = (\mu_1 + \lambda_1 + \mu_2 + \mu_2) * P(1,1) \Rightarrow$$

Όπου $r(2,1) = 3/4$ έτσι

$$P(0,1) + 6/4 * P(2,1) + 2 * P(1,2) + P(1,0) - 4P(1,1) = 0$$

Ενώ με το τροποποιημένο μοντέλο έχουμε τα εξής:

$$\lambda_1 * P(0,1) + 2 * \mu_1 * \Phi_1(2,1) * P(2,1) + 2 * \mu_2 * \Phi_2(1,2) * P(1,2) + \lambda_2 * P(1,0) - 4 * P(1,1) = 0$$

Εφόσον $\Phi_1(2,1) = \frac{x(1,1)}{x(1,2)} = \frac{1}{x(2,1)}$ και λόγω του ότι $x(2,1) = \frac{1}{c} * [2 * 1 * x(1,1) + 1 * 2 * r(2,1) * x(2,0)] \Rightarrow x(2,1) = 3.53$ έχουμε $\Phi_1(2,1) = 33.5$

$$\text{Αλλά } \Phi_2(1,2) = \frac{x(1,1)}{x(1,2)} = \frac{1}{\frac{3.4}{3}} = \frac{3}{3.4}$$

Έτσι η εξίσωση σφαιρικής ισορροπίας είναι : $P(0,1) + 2 * \frac{3}{3.5} * P(2,1) + 2 * \frac{3}{3.4} * P(1,2) + P(1,0) - 4P(1,1) = 0$

Για να αποδείξουμε την απόκλιση των αποτελεσμάτων του αρχικού και του τροποποιημένου μοντέλου υπολογίζουμε τις πιθανότητες απώλειας κλήσεων για το κάθε ένα:

✓ Για το αρχικό μοντέλο υπολογίστηκαν τα $q(j)$ υπολογίστηκαν και έτσι οι πιθανότητες μπλοκαρίσματος είναι:

$$P_{b1} = \sum_{j=T-b1+1}^T q(j) = q(T) = q(5) = 0.128$$

$$P_{b2} = q(4) + q(5) = 0.2907$$

✓ Για το τροποποιημένο μοντέλο μετά τον υπολογισμό των $q(j)$ έχουμε τις ακόλουθες πιθανότητες μπλοκαρίσματος:

$$P_{b1} = \sum_{j=T-b1+1}^T q(j) = q(T) = q(5) = 0.1273$$

$$P_{b2} = q(4) + q(5) = 0.2986$$

Συμπερασματικά, έχουμε ότι η προσέγγιση του τροποποιημένου μοντέλου στο αρχικό είναι πολύ καλή.

Συνεχίζουμε με τον υπολογισμό του μέσου όρου των κατηγοριών εξυπηρέτησης K των κλήσεων του συστήματος.

$$\text{Από τον τύπο : } E(n_k) = \sum_{n \in \Omega} n_k * P(n) \quad (4.20)$$

Εφαρμόζοντας την σχέση (4.20) τις κατηγορίες του συστήματος έχουμε:

✓ Για το αρχικό μοντέλο ο μέσος όρος των κατηγοριών εξυπηρέτησης των κλήσεων είναι:

$$E(n_1) = 1,019$$

$$E(n_2) = 0,7095$$

✓ Για το τροποποιημένο μοντέλο ο μέσος όρος των κατηγοριών εξυπηρέτησης των κλήσεων είναι:

$$E(n_1) = 0,9524$$

$$E(n_2) = 0,7484$$

Τέλος, υπολογίζουμε το μέσο όρο των κατειλημμένων εξυπηρετητών, $E(j)$, καθώς και το $E(s)$ όπου ισούται με το μέσο όρο των κλήσεων επί του αρχικού εύρους ζώνης.

$$E(j) = \sum_{j=1}^C j * q(j) + \sum_{j=C+1}^T C * q(j) \quad (4.21)$$

$$E(s) = E(n_1) * b_1 + E(n_2) * b_2 + \dots + E(n_k) * b_k \quad (4.22)$$

Έτσι στο παράδειγμα μας χρησιμοποιώντας την σχέση (4.21) και (4.22) προκύπτουν τα ακόλουθα:

✓ Για το αρχικό μοντέλο :

$$E(j) = 2.0193$$

$$E(s)=2.438$$

✓ Για το τροποποιημένο μοντέλο:

$$E(j)=2.0233$$

$$E(s)= 2.4492$$

Κεφάλαιο 5

Πολιτική Δέσμευσης εύρους ζώνης σε πολυδιάστατο σύστημα με ελαστική και προσαρμοζόμενη κίνηση

Γενικά

Η εφαρμογή της πολιτικής δέσμευσης εύρους ζώνης σε ένα σύστημα με πολυδιάστατη κίνηση που υποστηρίζει ελαστική και προσαρμοζόμενη κίνηση (Elastic-Erlang Multirate Loss Model - E-EMLM) μπορεί να καταφέρει εξισορρόπηση στις πιθανότητες απώλειας μιας κλήσης (Call Blocking Probability - CBP) ανάμεσα στις κατηγορίες κίνησης που εξυπηρετούνται (είτε ελαστικές ή προσαρμοζόμενες), ή να εξασφαλίσει ένα συγκεκριμένο επίπεδο ποιότητας υπηρεσίας (Quality of Service - QoS) για κάθε κατηγορία κίνησης με την σωστή επιλογή των παραμέτρων του εύρους ζώνης έτσι ώστε κάθε κατηγορία κίνησης να έχει μια συγκεκριμένη χωρητικότητα στη διάθεση της. Η θεώρηση της ύπαρξης της πολιτικής δέσμευσης μονάδων εύρους ζώνης είναι υψίστης σημασίας στα τηλεπικοινωνιακά δίκτυα με πολυδιάστατη κίνηση, έτσι λοιπόν η απουσία αυτής της πολιτικής οδηγεί σε μια άνιση κατανομή υπηρεσιών (το λιγότερο απαιτούμενο εύρος ζώνης να σημαίνει την καλύτερη, μικρότερη, πιθανότητα απώλειας κλήσεων CBP).

5.1 Η εφαρμογή της πολιτικής δέσμευσης μονάδων εύρους ζώνης στο σύστημα E-EMLM

Εφαρμόζοντας την πολιτική δέσμευσης εύρους ζώνης σε ένα πολυδιάστατο τηλεπικοινωνιακό σύστημα που υποστηρίζει ελαστική και προσαρμοζόμενη κίνηση η σχέση 4.13 που δίνει τις μη κανονικοποιημένες τιμές $q(j)$ μετατρέπεται στην εξής σχέση:

$$q(j) = \begin{cases} 1 & \text{για } j = 0 \\ \frac{1}{\min(c,j)} * \sum_{i \in \kappa_e} a_i * D_i(j - b_i) * q(j - b_i) + \frac{1}{j} * \sum_{i \in \kappa_a} a_i * D_i(j - b_i) * q(j - b_i) & \text{για } j = 1, \dots, T \\ 0 & \text{για } j < 0 \end{cases} \quad (5.1)$$

$$\text{όπου } D_i(j - b_i) = \begin{cases} b_i & \text{για } j \leq T - t(i) \\ 0 & \text{για } j > T - t(i) \end{cases} \quad (5.2)$$

Και $t(i)$ είναι το εύρος ζώνης που δεσμεύεται (παράμετρος εύρους ζώνης) για i κατηγορίες εξυπηρέτησης κίνησης κλήσεων (είτε ελαστικής ή προσαρμοζόμενης κίνησης).

Η πολιτική δέσμευσης μονάδων εύρους ζώνης εξασφαλίζει, όπως προαναφέρθηκε, την εξισορρόπηση των τιμών των πιθανοτήτων απώλειας κλήσεως CBP ανάμεσα στις κατηγορίες εξυπηρέτησης κλήσεων με την σωστή επιλογή των παραμέτρων εύρους ζώνης. Εάν, για παράδειγμα, η εξισορρόπηση του CBP απαιτείται ανάμεσα σε κλήσεις τριών διαφορετικών κατηγοριών εξυπηρέτησης με εύρους ζώνης $b_1 = 1$, $b_2 = 7$ και $b_3 = 10$ αντίστοιχα τότε $t(1)=9$, $t(2)=3$ και $t(3)=0$ θα είναι η δέσμευση του εύρους ζώνης για κάθε κατηγορία έτσι ώστε $b_1 + t(1) = b_2 + t(2) = b_3 + t(3)$.

Εάν το $t(i)=0$ για όλα τα i ($i=1, \dots, K$) τότε το E-EMLM σύστημα λειτουργεί χωρίς πολιτική δέσμευσης εύρους ζώνης. Επιπρόσθετα το ίδιο συμβαίνει και αν ισχύει $T=C$.

Η εφαρμογή της πολιτικής δέσμευσης εύρους ζώνης σε συστήματα E-EMLM βασίζεται στην υπόθεση ότι ο αριθμός των κατηγοριών εξυπηρέτησης i των κλήσεων είναι αμελητέος στην κατάσταση όπου ισχύει $j > T - t(i)$ και ενσωματώνεται στην μεταβλητή $D_i(j - b_i)$ που δίνεται από την σχέση 5.2. Η κατάσταση που ισχύει $j > T - t(i)$ ανήκει σε αυτό που ονομάζεται δεσμευμένος χώρος. Υπογραμμίζεται ότι ο πληθυσμός των κλήσεων των κατηγοριών εξυπηρέτησης i στον δεσμευμένο χώρο μπορεί και να μην είναι αμελητέος.

Η πιθανότητα απώλειας κλήσεως CBP σε E-EMLM σύστημα με πολιτική δέσμευσης εύρους ζώνης για i κατηγορίες εξυπηρέτησης δίνεται από την ακόλουθη σχέση [2] [10]:

$$P_{blocki} = \sum_{j=T-b_i-t(i)+1}^T G^{-1} * q(j) \quad (5.3)$$

Έχοντας ανάγκη τις μη κανονικοποιημένες τιμές των πιθανοτήτων απώλειας και σύμφωνα με τη σχέση 5.1 μπορούμε να υπολογίσουμε και την χρησιμότητα του καναλιού[2][10]:

$$U = \sum_{j=1}^C j * G^{-1} * q(j) + \sum_{j=C+1}^T C * G^{-1} * q(j) \quad (5.4)$$

Όπου $G = \sum_{j=0}^T q(j)$ κανονικοποιημένη σταθερά.

Όταν το σύστημα εξυπηρετεί μόνο κατηγορίες ελαστικής κίνησης τότε η μη κανονικοποιημένη πιθανότητα απώλειας κλήσεως προσδιορίζεται από την ακόλουθη εξίσωση:

$$q(j) = \begin{cases} 1 & \text{για } j = 0 \\ \frac{1}{\min(C, j)} * \sum_{i \in K_e} a_i * D_i(j - b_i) * q(j - b_i) & \text{για } j = 1, \dots, T \\ 0 & \text{για } j < 0 \end{cases} \quad (5.5)$$

Επιπρόσθετα, ένα το σύστημα αποτελείται μόνο από συνεχή κίνηση, χωρίς δηλαδή να υποστηρίζει ελαστική ή προσαρμοζόμενη κίνηση τότε η μη κανονικοποιημένη πιθανότητα απώλειας κλήσεως δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$q(j) = \begin{cases} 1 & \text{για } j = 0 \\ \frac{1}{j} * \sum_{i \in K} a_i * D_i(j - b_i) * q(j - b_i) & \text{για } j = 1, \dots, C \\ 0 & \text{για } j < 0 \end{cases} \quad (5.6)$$

όπου $T=C$.

Για την καλύτερη κατανόηση των παραπάνω ακολουθεί ένα παράδειγμα με τιμές ίδιες με το παράδειγμα 4.1 που εξετάστηκε για την κατανόηση της λειτουργίας ενός συστήματος πολυδιάστατου που υποστηρίζει ελαστική και προσαρμοζόμενη κίνηση E-EMLM, εφαρμόζοντας επιπρόσθετα στο συγκεκριμένο παράδειγμα και την πολιτική δέσμευσης μονάδων εύρους ζώνης.

Παράδειγμα 5.1

Έστω, λοιπόν ένα σύστημα με πολυδιάστατη κίνηση που υποστηρίζει δύο κατηγορίες εξυπηρέτησης κλήσεων (με ελαστική και προσαρμοζόμενη κίνηση) με απαίτηση εύρους ζώνης $b_1 = 1$ και $b_2 = 2$ αντίστοιχα. Με χαρακτηριστικά άφιξης των κλήσεων $\lambda_1 = 1$ και $\lambda_2 = 1$ καθώς και μέσο ρυθμό εξυπηρέτησης αυτών $\mu_1 = 1$ και $\mu_2 = 1$, η δέσμευση του εύρους ζώνης για της δύο κατηγορίες εξυπηρέτησης

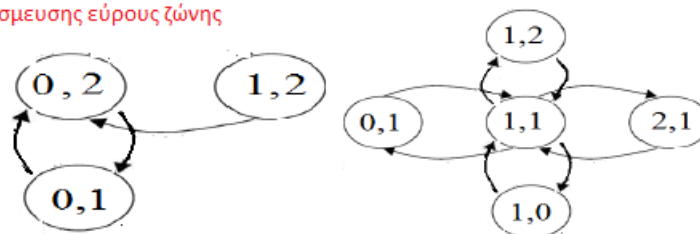
κλήσεων είναι $t_1 = 1$ και $t_2 = 0$ αντίστοιχα. Η χωρητικότητα του συστήματος είναι $C=3$ και η μέγιστη δυνατή χωρητικότητα είναι $T=5$. Ακολουθεί πίνακας όλων των δυνατών καταστάσεων και με κόκκινο είναι αυτές που χρήζουν προσοχή.

n_1	n_2	J
0	0	0
0	1	2
0	2	4 > C
1	0	1
1	1	3
1	2	5 > C
2	0	2
2	1	4 > C
3	0	3
3	1	5 > C
4	0	4 > C

Πίνακας 5.1 Δυνατές τιμές n και j για σύστημα πολυδιάστατης κίνησης $C=3$, $T=5$.

Λόγω της χρονοβόρας διαδικασίας της καταγραφής όλων των δυνατών εξισώσεων θα αναλυθούν δύο διαγράμματα μετάβασης καταστάσεων, τα ίδια με του παραδείγματος 4.1 από τα οποία εξάγονται πλήρως τα απαραίτητα συμπεράσματα για το μοντέλο ελαστικής και προσαρμοζόμενης κίνησης σε πολυδιάστατη κίνηση με εφαρμογή της πολιτικής δέσμευσης εύρους ζώνης.

Δεν υπάρχει μετάβαση λόγω της πολιτικής δέσμευσης εύρους ζώνης



Σχήμα 5.1 Διαγράμματα μετάβασης καταστάσεων παραδείγματος 5.1

Αρχίζουμε με την κατάσταση (0,2) στην οποία το σύστημα εξυπηρετεί 0 κλήσεις της πρώτης κατηγορίας και 2 της δεύτερης. Παρατηρούμε ότι στο σχήμα δεν υπάρχει μετάβαση από την κατάσταση (0,2) στην (1,2) λόγω της ύπαρξης της πολιτικής δέσμευσης εύρους ζώνης. Στην συνέχεια θα αναλυθεί το προηγούμενο. Το αρχικό μοντέλο ακολουθώντας την λογική του αριστερού σχήματος μας οδηγεί στην ακόλουθη εξίσωση :

$$\mu_1 * r(1,2) * P(1,2) + \lambda_2 * P(0,1) = 2 * \mu_2 * P(0,2) \Rightarrow$$

$$0.6 * P(1,2) + P(0,1) - 2P(0,2) = 0$$

$$\text{όπου το } r(1,2) = \min\left(1, \frac{c}{nb}\right) = \min\left(1, \frac{3}{5}\right) \Rightarrow r(1,2) = \frac{3}{5}$$

Το τροποποιημένο όμως μοντέλο με την αντιστρεψιμότητα αντικαθιστά τον παράγοντα $r(1,2)$ του αρχικού μοντέλου με τον παράγοντα $\Phi_1(1,2) = \frac{x(0,2)}{x(1,2)} = \frac{1}{x(1,2)}$

Σημειώνουμε ότι για την εύρεση του $x(0,2) = 1/3 * [4 * r(0,2) * 1] = 1$ και $r(0,2) = r_{\min}\left(1, \frac{c}{nb}\right) = \min\left(1, \frac{3}{4}\right) \Rightarrow r(0,2) = \frac{3}{4}$ που υπολογίστηκε κατά την διαδικασία καταγραφής της εξίσωση τοπικής ισορροπίας θεωρώντας ως σημείο αναφοράς το (0,1). Με την ίδια λογική το $x(1,2) = 1/c * [1 * 1 * x(0,2) + r(1,2) * 2 * 2 * x(1,1)] \Rightarrow$

$$x(1,2) = 3.4/3 = 1.13333 \text{ και } \Phi_1(1,2) = \frac{3}{3.4} = 0.8823529$$

Άρα η εξίσωση σφαιρικής ισορροπίας του τροποποιημένου μοντέλου έχοντας ως κατάσταση αναφορά την (0,2) είναι η εξής:

$$\mu_1 * \Phi_1(1,2) * P(1,2) + \lambda_2 * P(0,1) = 2 * \mu_2 * \Phi_2(0,2) * P(0,2)$$

$$\text{όπου } \Phi_2(0,2) = 1 \text{ αφού } \Phi_2(0,2) = \frac{x(0,1)}{x(0,2)} = 1 \text{ και έτσι γίνεται :}$$

$$\frac{3}{3.4} * P(1,2) + P(0,1) - 2 * P(0,2) = 0$$

Παρατηρούμε ότι η διαφορά με το παράδειγμα 4.1 που δεν εφαρμόζεται πολιτική δέσμευσης εύρους ζώνης είναι ότι στη συγκεκριμένη κατάσταση απουσιάζει το λ_1 με αποτελέσματα και στις δύο εξισώσεις αντί για $3P(0,2)$ έχουμε $2P(0,2)$. Στην συνέχεια έχοντας ως κατάσταση αναφοράς την (1,1) παρατηρούμε ότι δεν

έχουμε καμία αλλαγή από τα αποτελέσματα του παραδείγματος 4.1 και αυτό γιατί το $j \leq C$, άρα με το αρχικό μοντέλο έχουμε: $P(0,1) + 6/4 * P(2,1) + 2 * P(1,2) + P(1,0) - 4P(1,1) = 0$

Και με το τροποποιημένο μοντέλο έχουμε: $P(0,1) + 2 * \frac{3}{3.5} * P(2,1) + 2 * \frac{3}{3.4} * P(1,2) + P(1,0) - 4P(1,1) = 0$

Ακριβώς ότι και στο σύστημα χωρίς εφαρμογή πολιτικής δέσμευσης εύρους ζώνης.

Υπολογίζοντας τις μη κανονικοποιημένες πιθανότητες απώλειας κλήσεων βρίσκουμε την πιθανότητα αποκλεισμού μιας κλήσης που για το αρχικό μοντέλο είναι:

$$P_{b_1} = \sum_{j=T-b_1-t_1+1}^T q(j) = q(4) + q(5) = 0.2674 = P_{b_2}$$

Εξισορροπημένη και για τις δύο κατηγορίες κλήσεων είναι η ίδια.

Στη συνέχεια για το τροποποιημένο μοντέλο βρίσκουμε ότι η πιθανότητα αποκλεισμού μιας κλήσης είναι:

$$P_{b_1} = \sum_{j=T-b_1-t_1+1}^T q(j) = q(4) + q(5) = 0.2709 = P_{b_2}$$

Εξισορροπημένη και για τις δύο κατηγορίες κλήσεων είναι η ίδια.

Εφαρμόζοντας την σχέση (4.20) για των υπολογισμό του μέσου όρου των κατηγοριών εξυπηρέτησης κ κλήσεων του συστήματος έχουμε:

✓ Για το αρχικό μοντέλο ο μέσος όρος των κατηγοριών εξυπηρέτησης των κλήσεων είναι:

$$E(n_1) = 0.8189$$

$$E(n_2) = 0.7328$$

✓ Για το τροποποιημένο μοντέλο ο μέσος όρος των κατηγοριών εξυπηρέτησης των κλήσεων είναι:

$$E(n_1) = 0.7724$$

$$E(n_2) = 0.7572$$

Τέλος, υπολογίζουμε το μέσο όρο των κατειλημμένων εξυπηρετητών, $E(j)$, καθώς και το $E(s)$ όπου ισούται με το μέσο όρο των κλήσεων επί του αρχικού εύρους ζώνης

Έτσι στο παράδειγμα μας χρησιμοποιώντας την σχέση (4.21) και (4.22) προκύπτουν τα ακόλουθα:

✓ Για το αρχικό μοντέλο:

$$E(j)=1.9537$$

$$E(s)=2.2845$$

✓ Για το τροποποιημένο μοντέλο:

$$E(j)=1.9546$$

$$E(s)= 2.2868$$

Κεφάλαιο 6

Η εφαρμογή της πολιτικής δέσμευσης εύρους ζώνης σε πολύπλοκα πολυδιάστατα συστήματα με ελαστική και προσαρμοζόμενη κίνηση.

Γενικά

Στα προηγούμενα δύο κεφάλαια παρατέθηκαν οι θεωρίες και οι υπολογιστικές αναλύσεις για τα πολυδιάστατα συστήματα που υποστηρίζουν ελαστική και προσαρμοζόμενη κίνηση καθώς και η πολιτική δέσμευσης μονάδων εύρους ζώνης σε αυτά τα συστήματα. Για την καλύτερη κατανόηση αυτών των θεωριών χρησιμοποιήθηκαν και αριθμητικά παραδείγματα ανά περίπτωση με μικρό όμως βαθμό πολυπλοκότητας. Στο παρών κεφάλαιο θα γίνει μια προσπάθεια να αναλυθούν πολύπλοκα παραδείγματα που πλησιάζουν την πραγματική υπόσταση αυτών των συστημάτων. Προς χάριν των παραπάνω, για τους υπολογισμούς των αναλυτικών μοντέλων Kaufman – Roberts, του Κουκουλίδη και του μοντέλου για πολυδιάστατα συστήματα με ελαστική και προσαρμοζόμενη κίνηση, έγινε χρήση της προγραμματιστικής γλώσσας DEV C++ και οι πηγαίοι κώδικες αυτών των προγραμμάτων παραθέτονται σε ακόλουθα παραρτήματα του συγκεκριμένου συγγράμματος. Έτσι λοιπόν, εστιάζοντας στα πολυδιάστατα συστήματα με ελαστική και προσαρμοζόμενη κίνηση που εφαρμόζεται πολιτική δέσμευσης εύρους ζώνης, που είναι άλλωστε και σκοπός αυτής της εργασίας, θα παρουσιαστούν, θα χαρακτηριστούν και θα σχολιαστούν δύο συστήματα. Το πρώτο σύστημα τεσσάρων κατηγοριών εξυπηρέτησης κλήσεων θα αναλυθεί για τέσσερις διαφορετικές περιπτώσεις μέγιστης δυνατής χωρητικότητας $T=100$, $T=120$, $T=140$, $T=160$, και το δεύτερο σύστημα πέντε κατηγοριών εξυπηρέτησης κλήσεων για μέγιστη δυνατή χωρητικότητα $T=130$.

6.1 Μοντελοποίηση 1^{ου} συστήματος – Αποτελέσματα

Θεωρούμε ένα δίκτυο με τα εξής χαρακτηριστικά:

- ✓ Οι διαθέσιμοι πόροι του συστήματος είναι $C=100$

- ✓ Η κίνηση στο δίκτυο αποτελείται από τέσσερις κατηγορίες, δύο για ελαστική κίνηση και δύο για προσαρμοζόμενη με προσφερόμενο φορτίο κίνησης διπλάσιο της πρώτης από της δεύτερης κατηγορίας και αυξημένο κατά μια μονάδα της τρίτης από της τέταρτης.
- ✓ Οι απαιτήσεις σε πόρους κάθε κατηγορίας είναι $b_1=1$, $b_2=2$, $b_3=4$, $b_4=10$ αντίστοιχα.
- ✓ Το σύστημα διεκπεραιώνει ελαστική και προσαρμοζόμενη κίνηση με μέγιστη θεωρητική χωρητικότητα.

Η αριθμητική ανάλυση που ακολουθεί εξετάζει τις εξής περιπτώσεις:

1. $T=100$, δηλαδή το σύστημα δεν διεκπεραιώνει καθόλου ελαστική και προσαρμοζόμενη κίνηση
2. $T=120$
3. $T=140$
4. $T=160$

Καθώς και τις εξής 15 περιπτώσεις του προσφερόμενου φορτίου κίνησης:

α_1	α_2	α_3	α_4
12	6	3	2
14	7	3	2
16	8	3	2
18	9	3	2
20	10	3	2
22	11	3	2
24	12	3	2
26	13	3	2
28	14	3	2
30	15	3	2
32	16	3	2
34	17	3	2
36	18	3	2
38	19	3	2
40	20	3	2

Πίνακας 6.1 Προσφερόμενο φορτίο κίνησης 1^{00} συστήματος

Όπου $\alpha_i = \lambda_i / \mu_i$ με μέσο ρυθμό εξυπηρέτησης μ_i σταθερό και ίσο με 1. Κύριο μέλημα μας είναι ο υπολογισμός της πιθανότητας απώλειας κλήσεως CBP με Pb_i χαρακτηρισμό, όπου $i=1,2,3,4$, της πιθανότητας απώλειας κλήσεως μετά την

εφαρμογή της πολιτικής δέσμευσης εύρους ζώνης με Pb/BR χαρακτηρισμό, καθώς και των πιθανοτήτων απώλειας κλήσεως μετά την πολιτική δέσμευσης εύρους ζώνης αλλά εφαρμοζόμενη έτσι ώστε να εξισορροπείται το blocking της πρώτης κατηγορίας με της δεύτερης και της τρίτης με της τέταρτης με Pb/BR_{ij} χαρακτηρισμό, για την εξαγωγή των απαραίτητων συμπερασμάτων, όπου και j=1,2,3,4.

Έτσι λοιπόν, έχουμε:

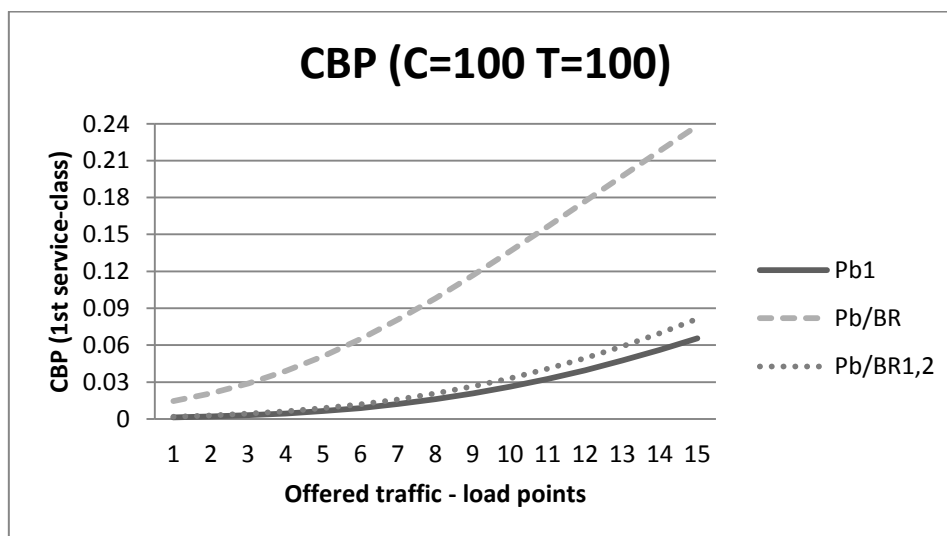
Για την περίπτωση T=100

C=100, T=100	Pb₁	Pb₂	Pb₃	Pb₄	Pb/BR	Pb/BR_{1,2}	Pb/BR_{3,4}
λ₁=12.0, λ₂=6.0, λ₃=3.0, λ₄=2.0	0,001284	0,00271	0,006048	0,021117	0,014553	0,001905	0,018734
λ₁=14.0, λ₂=7.0, λ₃=3.0, λ₄=2.0	0,002006	0,00422	0,009345	0,031764	0,020841	0,002911	0,02809
λ₁=16.0, λ₂=8.0, λ₃=3.0, λ₄=2.0	0,003044	0,006378	0,014008	0,04632	0,028935	0,004318	0,040851
λ₁=18.0, λ₂=9.0, λ₃=3.0, λ₄=2.0	0,004483	0,009358	0,020381	0,065508	0,038984	0,006226	0,057652
λ₁=20.0, λ₂=10.0, λ₃=3.0, λ₄=2.0	0,006418	0,01334	0,028802	0,089905	0,051038	0,008733	0,079018
λ₁=22.0, λ₂=11.0, λ₃=3.0, λ₄=2.0	0,008936	0,018494	0,039571	0,119856	0,065036	0,011933	0,1053
λ₁=24.0, λ₂=12.0, λ₃=3.0, λ₄=2.0	0,012118	0,024968	0,052924	0,155408	0,080819	0,015908	0,136621
λ₁=26.0, λ₂=13.0, λ₃=3.0, λ₄=2.0	0,016031	0,032874	0,069006	0,19628	0,098146	0,02073	0,172852
λ₁=28.0, λ₂=14.0, λ₃=3.0, λ₄=2.0	0,020721	0,042284	0,08766	0,241877	0,116727	0,026452	0,213619
λ₁=30.0, λ₂=15.0, λ₃=3.0, λ₄=2.0	0,026216	0,053227	0,109449	0,291344	0,136252	0,03312	0,25833
λ₁=32.0, λ₂=16.0, λ₃=3.0, λ₄=2.0	0,032527	0,06569	0,13361	0,343641	0,156416	0,040764	0,306224

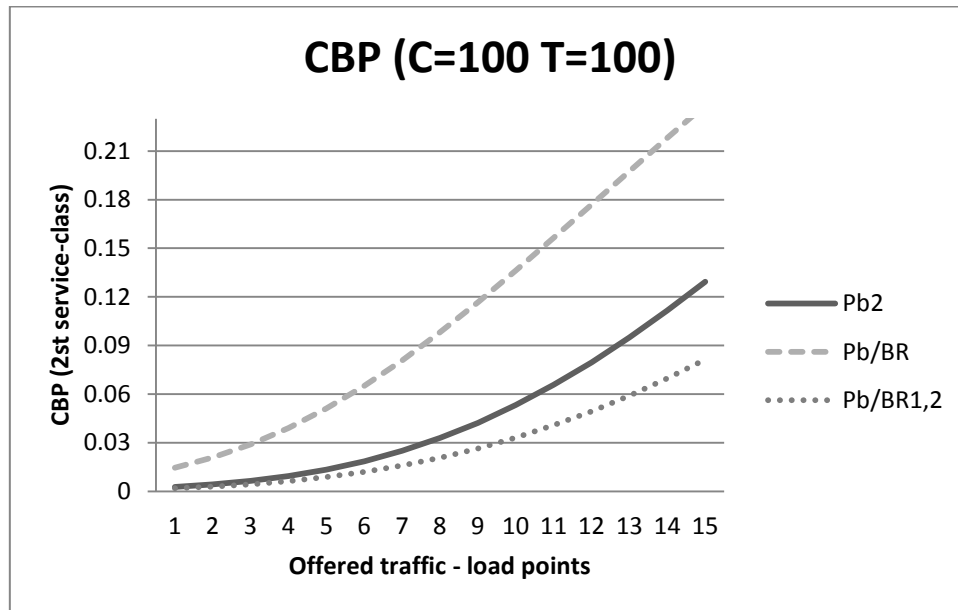
$\lambda_1=34.0, \lambda_2=17.0,$ $\lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,039645	0,079622	0,160128	0,397629	0,176936	0,049407	0,356422
$\lambda_1=36.0, \lambda_2=18.0,$ $\lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,047549	0,094944	0,188719	0,452152	0,197568	0,059063	0,407983
$\lambda_1=38.0, \lambda_2=19.0,$ $\lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,056202	0,11155	0,219056	0,506109	0,218106	0,069737	0,459954
$\lambda_1=40.0, \lambda_2=20.0,$ $\lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,06556	0,129314	0,250788	0,558512	0,238386	0,081422	0,511413

Πίνακας 6.2 Πιθανότητες απώλειας κλήσης ($C=100, T=100$)

Αυτό που παρατηρείται στην περίπτωση όπου η διαθέσιμη χωρητικότητα του συστήματος ισούται με την μέγιστη δυνατή χωρητικότητα, $C=T=100$, άρα και το σύστημα δεν διεκπεραιώνει καθόλου ελαστική και προσαρμοζόμενη κίνηση, είναι ότι η τιμές της πιθανότητας απώλειας κλήσεως της 1^{ης} κατηγορίας και δεύτερης κατηγορίας κλήσεως με πολιτική δέσμευσης εύρους ζώνης Pb/BR, κοινή για όλες τις κατηγορίες, είναι πολύ μεγαλύτερες από τις τιμές της πιθανότητας απώλειας κλήσεως της 1^{ης} και 2^{ης} αντίστοιχα κατηγορίας κλήσεως με πολιτική δέσμευσης εύρους ζώνης τέτοια ώστε να υπάρχει εξισορρόπηση ανάμεσα στην 1^η και 2^η κατηγορία κλήσεων Pb/BR_{1,2}. Ενώ η πιθανότητα απώλειας κλήσης της 1^{ης} κατηγορίας έχει τιμές χαμηλότερες από της Pb/BR_{1,2}, σε αντίθεση με την πιθανότητα απώλειας κλήσης της 2^{ης} κατηγορίας που την ξεπερνά. Αυτό φαίνεται καθαρά στα σχήματα 6.1 και 6.2 που ακολουθούν.

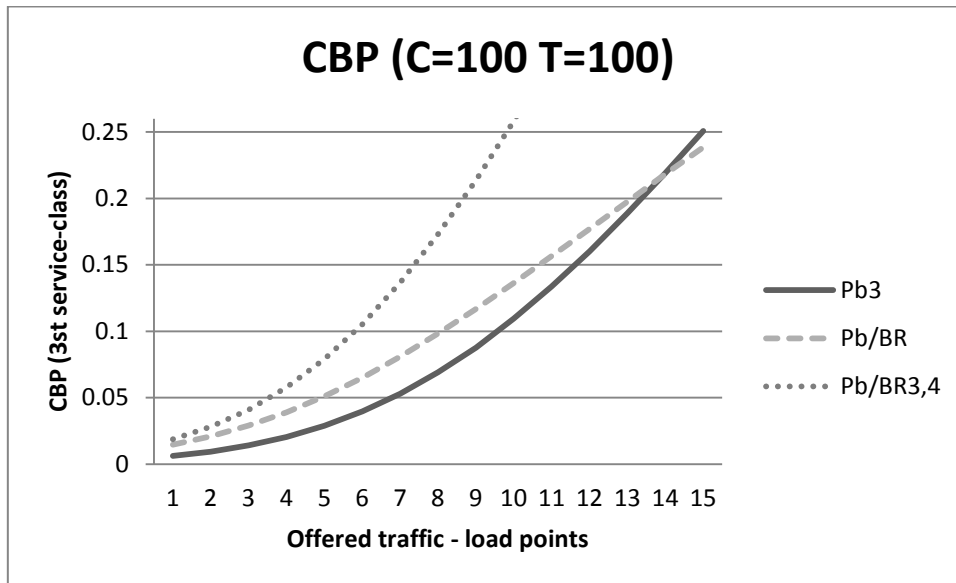


Σχήμα 6.1 Πιθανότητες απώλειας κλήσεως 1^{ης} κατηγορίας κλήσεων ($C=100, T=100$)

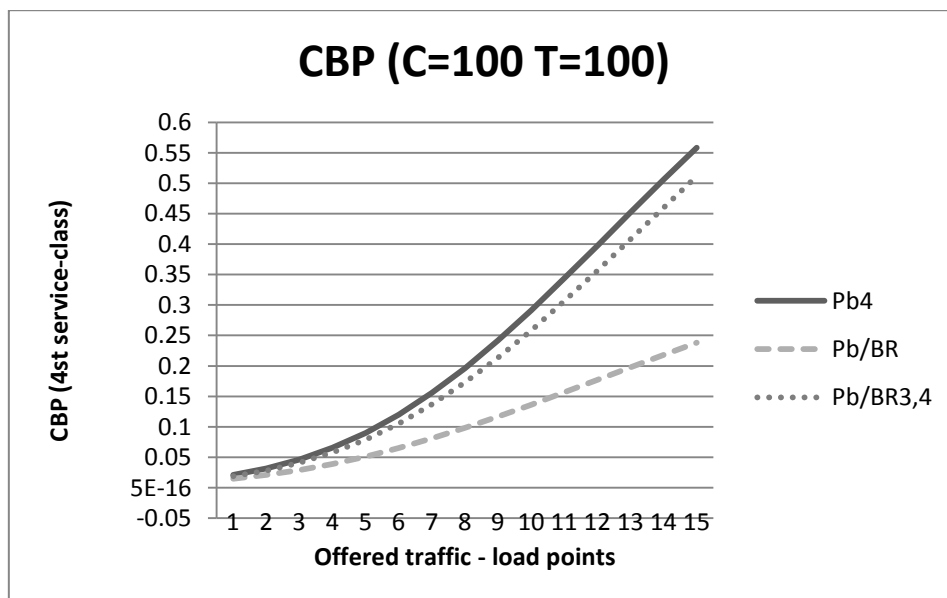


Σχήμα 6.2 Πιθανότητες απώλειας κλήσεως 2^{ης} κατηγορίας κλήσεων (C=100, T=100)

Ενώ οι τιμές της πιθανότητας απώλειας κλήσεως της 3^{ης} και 4^{ης} αντίστοιχα κατηγορίας κλήσεως με εφαρμογή της πολιτικής δέσμευσης εύρους ζώνης τέτοια ώστε να εξισορροπείται η 3^η και 4^η κατηγορία κλήσεων ξεπερνούν τις τιμές της πιθανότητας απώλειας κλήσεων με πολιτική δέσμευσης εύρους ζώνης κοινή για όλες της κατηγορίες. Η πιθανότητα απώλειας κλήσεων της 3^{ης} κατηγορίας είναι γενικά χαμηλότερη από τις πιθανότητες απώλειας με κάποια από τις δύο πολιτικές δέσμευσης εύρους ζώνης και σε τιμή μεγαλύτερη του 0.2 ξεπερνά την πιθανότητα απώλεια κλήσεως με πολιτική δέσμευσης εύρους ζώνης κοινή για όλες τις κατηγορίες. Ενώ στην 4^η κατηγορία η πιθανότητα απώλειας κλήσεων είναι υψηλότερη των δύο απωλειών με πολιτική δέσμευσης εύρους ζώνης. Τα παραπάνω διακρίνονται ευκολότερα στα σχήματα 6.3 και 6.4 που ακολουθούν.



Σχήμα 6.3 Πιθανότητες απώλειας κλήσης 3^{ης} κατηγορίας κλήσεων (C=100, T=100)



Σχήμα 6.4 Πιθανότητες απώλειας κλήσης 4^{ης} κατηγορίας κλήσεων (C=100, T=100)

Σαν συμπέρασμα, λοιπόν έχουμε, ότι στην περίπτωση $T=C=100$, η εφαρμογή της πολιτικής δέσμευσης μονάδων εύρους ζώνης με εξισορρόπηση όλων των κατηγοριών κλήσεων έχει το επιθυμητό αποτέλεσμα (χαμηλότερες τιμές πιθανοτήτων απώλειας μιας κλήσης) μόνο στην 4^η κατηγορία κλήσεων για το συγκεκριμένο τηλεπικοινωνιακό σύστημα που υποστηρίζει προσαρμοζόμενη κίνηση. Επιπρόσθετα, η πολιτική δέσμευσης με εξισορρόπηση της 1^{ης} και 2^{ης} κατηγορίας είναι χρήσιμη μόνο όσον αφορά την 2^η κατηγορία, ενώ αντίστοιχα η πολιτική δέσμευσης με εξισορρόπηση της 3^{ης} και 4^{ης} κατηγορίας είναι χρήσιμη μόνο όσον αφορά την 4^η

κατηγορία εξυπηρέτησης κλήσεων και αυτό όχι εν συγκρίσει με την κοινή πολιτική δέσμευσης μονάδων εύρους ζώνης.

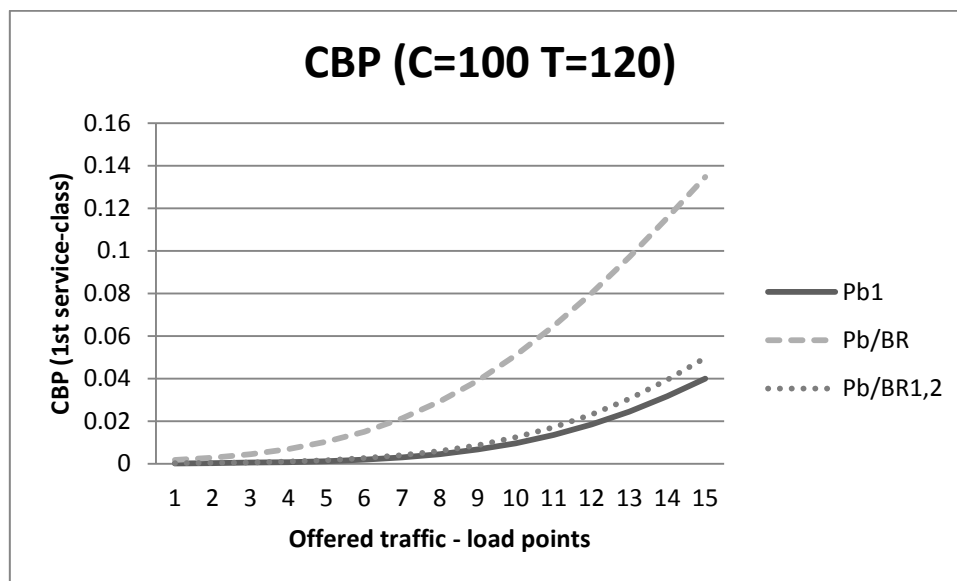
Για την περίπτωση $T=120$

C=100, T=120	Pb₁	Pb₂	Pb₃	Pb₄	Pb/BR	Pb/BR_{1,2}	Pb/BR_{3,4}
$\lambda_1=12.0, \lambda_2=6.0,$ $\lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,000129	0,000276	0,000629	0,002363	0,001668	0,0002	0,00213
$\lambda_1=14.0, \lambda_2=7.0,$ $\lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,000233	0,000496	0,001119	0,004089	0,002746	0,000352	0,003673
$\lambda_1=16.0, \lambda_2=8.0,$ $\lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,000541	0,001142	0,002544	0,008887	0,004389	0,000604	0,006159
$\lambda_1=18.0, \lambda_2=9.0,$ $\lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,0007	0,001474	0,00327	0,011257	0,006809	0,001008	0,010037
$\lambda_1=20.0, \lambda_2=10.0,$ $\lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,001163	0,002438	0,005359	0,017885	0,010248	0,001639	0,015891
$\lambda_1=22.0, \lambda_2=11.0,$ $\lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,00188	0,003921	0,008534	0,027589	0,014968	0,002592	0,024434
$\lambda_1=24.0, \lambda_2=12.0,$ $\lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,002952	0,006128	0,013202	0,041304	0,021217	0,00399	0,036483
$\lambda_1=26.0, \lambda_2=13.0,$ $\lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,004506	0,009304	0,019834	0,060002	0,029209	0,005977	0,052892
$\lambda_1=28.0, \lambda_2=14.0,$ $\lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,006681	0,013724	0,028938	0,084575	0,039087	0,008716	0,074469
$\lambda_1=30.0, \lambda_2=15.0,$ $\lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,009629	0,019669	0,041008	0,115691	0,050905	0,01238	0,10186
$\lambda_1=32.0, \lambda_2=16.0,$ $\lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,013494	0,027404	0,056469	0,153657	0,064621	0,017139	0,135443
$\lambda_1=34.0, \lambda_2=17.0,$ $\lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,018398	0,037139	0,075612	0,198303	0,080095	0,023146	0,175227
$\lambda_1=36.0, \lambda_2=18.0,$ $\lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,024431	0,049011	0,098545	0,248944	0,09711	0,030527	0,220808

$\lambda_1=38.0, \lambda_2=19.0,$ $\lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,031636	0,063057	0,12517	0,304415	0,115395	0,039366	0,271375
$\lambda_1=40.0, \lambda_2=20.0,$ $\lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,040007	0,079213	0,15518	0,363194	0,134653	0,0497	0,32577

Πίνακας 6.3 Πιθανότητες απώλειας κλήσης ($C=100, T=120$)

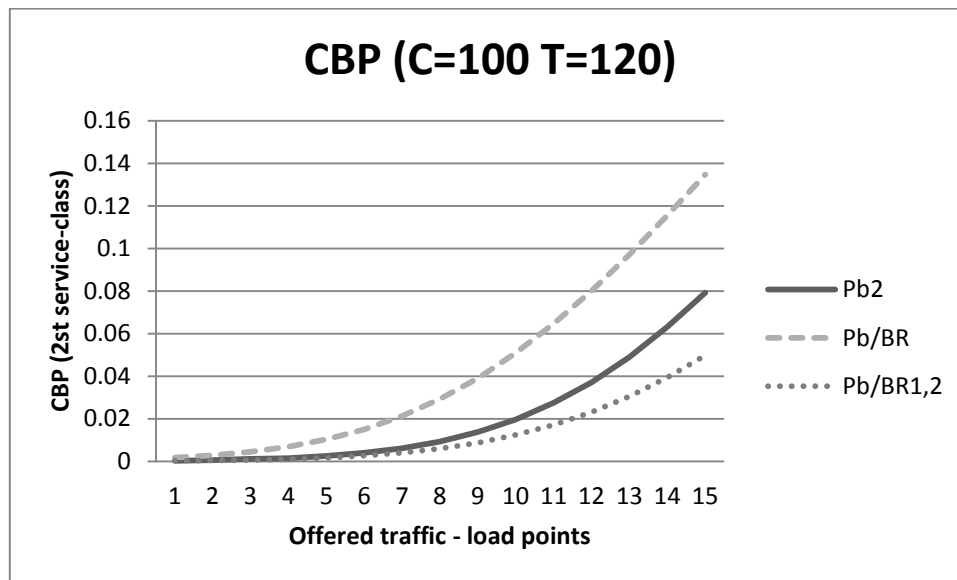
Στην περίπτωση $T=120$, και στην 1^η κατηγορία εξυπηρέτησης κλήσεων παρατηρούνται οι χαμηλότερες τιμές να εμφανίζονται στην πιθανότητα απώλειας κλήσης χωρίς πολιτική δέσμευσης, ακολουθεί η πιθανότητα απώλειας κλήσης με πολιτική δέσμευσης μονάδων τέτοια ώστε να υπάρχει ισορροπία ανάμεσα στην 1^η και 2^η κατηγορία εξυπηρέτησης κλήσης με αμελητέα διαφορά στις τιμές και τέλος είναι η πιθανότητα απώλειας κλήσης με πολιτική δέσμευσης εύρους ζώνης κοινή για όλες τις κατηγορίες κλήσεως. Τα παραπάνω σχόλια διαφαίνονται ευκολότερα στο σχήμα 6.5 που ακολουθεί.



Σχήμα 6.5 Πιθανότητες απώλειας κλήσης 1^{ης} κατηγορίας κλήσης ($C=100, T=120$)

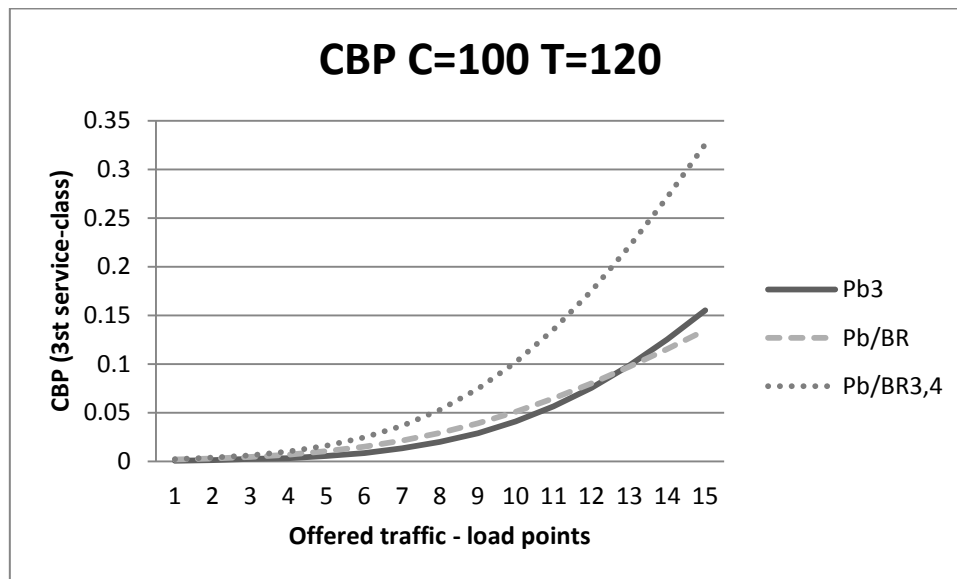
Σύμφωνα με τα αποτελέσματα για τις πιθανότητες απώλειας μιας κλήσης στην 2^η κατηγορία εξυπηρέτησης κλήσεως παρατηρείται ότι η πολιτική δέσμευσης μονάδων εύρους ζώνης με εξισορρόπηση ανάμεσα στις κλήσεις της 1^{ης} και 2^{ης} κατηγορίας έχει τις χαμηλότερες τιμές και κατά συνέπεια αποτελεί την καλύτερη επιλογή για ποιοτικότερη παροχή υπηρεσιών QoS. Ακολουθεί η πιθανότητα απώλειας κλήσεως της 2^{ης} κατηγορίας χωρίς την εφαρμογή της πολιτικής δέσμευσης και τελευταία με τις υψηλότερες τιμές είναι οι τιμές πιθανοτήτων απώλειας κλήσης

με κοινή, για όλες τις κατηγορίες κλήσης, πολιτική δέσμευσης μονάδων εύρους ζώνης (Σχήμα 6.6)



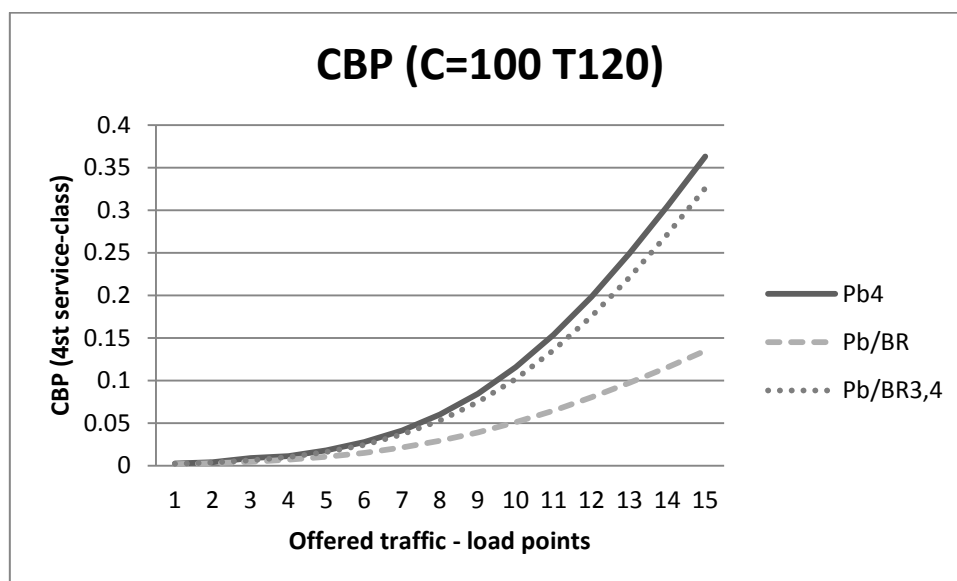
Σχήμα 6.6 Πιθανότητες απώλειας κλήσης 1^{ης} κατηγορίας κλήσης (C=100, T=120)

Για τις τιμές πιθανοτήτων απώλειας κλήσης της 3^{ης} κατηγορίας της περίπτωσης T=120 παρατηρείται ότι στις αρχικές τιμές του προσφερόμενου φορτίου κίνησης, τις χαμηλότερες τιμές τις έχει η πιθανότητα απώλειας κλήσης χωρίς δέσμευση εύρους ζώνης. Μετά την 13^η τιμή όμως του προσφερόμενου φορτίου κίνησης η πιθανότητα απώλειας κλήσης με κοινή πολιτική δέσμευσης έχει τις χαμηλότερες τιμές σε αντίθεση με τις τιμές πιθανοτήτων απώλειας μιας κλήσης με πολιτική δέσμευσης μονάδων εύρους ζώνης που προσφέρει εξισορρόπηση στην 3^η και 4^η κατηγορία κλήσεων όπου διατηρεί σε όλη την διάρκεια τις υψηλότερες τιμές και κατά συνέπεια είναι προτιμότερο να αποφευχθεί αυτή η επιλογή. Στο σχήμα 6.7 που ακολουθεί είναι εμφανή τα παραπάνω σχόλια.



Σχήμα 6.7 Πιθανότητες απώλειας κλήσης 3^{ης} κατηγορίας κλήσης (C=100, T=120)

Επιπλέον, για την 4^η και τελευταία κατηγορία κλήσης της περίπτωσης T=120 που εξετάζουμε, η εφαρμογή της κοινής και για τις τέσσερις κατηγορίες εξυπηρέτησης κλήσεων, πολιτικής δέσμευσης μονάδων εύρους ζώνης είναι επιθυμητή εφόσον παρουσιάζει όπως φαίνεται και στο σχήμα 6.8, τις χαμηλότερες τιμές συγκριτικά με την πιθανότητα απώλειας κλήσης με πολιτική δέσμευσης εύρους ζώνης, εξισορροπημένη για την 3^η και 4^η κατηγορία και την πιθανότητα απώλειας κλήσης χωρίς εφαρμογή πολιτικής δέσμευσης εύρους ζώνης.



Σχήμα 6.8 Πιθανότητες απώλειας κλήσης 4^{ης} κατηγορίας κλήσης (C=100, T=120)

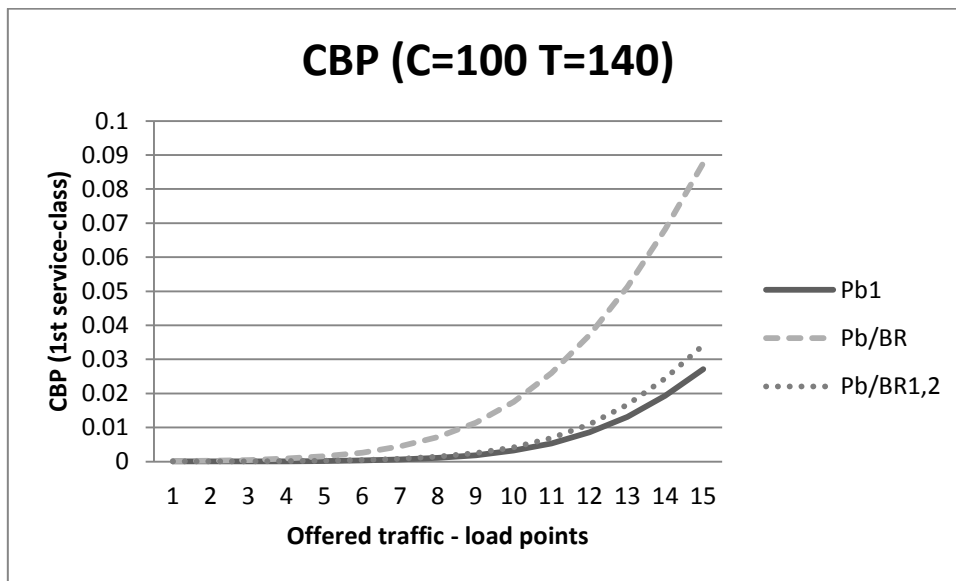
Για την περίπτωση $T=140$

$C=100, T=140$	Pb_1	Pb_2	Pb_3	Pb_4	Pb/BR	$Pb/BR_{1,2}$	$Pb/BR_{3,4}$
$\lambda_1=12.0, \lambda_2=6.0, \lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,000009	0,00002	0,000046	0,000186	0,000132	0,000015	0,000169
$\lambda_1=14.0, \lambda_2=7.0, \lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,000019	0,000042	0,000096	0,000373	0,000253	0,00003	0,000339
$\lambda_1=16.0, \lambda_2=8.0, \lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,00004	0,000085	0,000194	0,000733	0,000472	0,000061	0,000665
$\lambda_1=18.0, \lambda_2=9.0, \lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,000081	0,000171	0,000386	0,00141	0,000858	0,00012	0,001273
$\lambda_1=20.0, \lambda_2=10.0, \lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,000159	0,000335	0,000749	0,002648	0,001523	0,00023	0,002383
$\lambda_1=22.0, \lambda_2=11.0, \lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,000305	0,000642	0,001419	0,004855	0,002632	0,000434	0,004352
$\lambda_1=24.0, \lambda_2=12.0, \lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,000573	0,001199	0,002625	0,008674	0,004426	0,000797	0,007747
$\lambda_1=26.0, \lambda_2=13.0, \lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,00105	0,002183	0,004728	0,015072	0,007228	0,00143	0,013415
$\lambda_1=28.0, \lambda_2=14.0, \lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,001867	0,003862	0,008268	0,025407	0,011447	0,002497	0,022546
$\lambda_1=30.0, \lambda_2=15.0, \lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,003216	0,006616	0,013997	0,041423	0,017549	0,00423	0,036673
$\lambda_1=32.0, \lambda_2=16.0, \lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,00535	0,010938	0,02286	0,06509	0,025999	0,006934	0,057552
$\lambda_1=34.0, \lambda_2=17.0, \lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,008559	0,017391	0,03589	0,098239	0,037172	0,010962	0,086871
$\lambda_1=36.0, \lambda_2=18.0, \lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,013134	0,026515	0,054008	0,142013	0,051257	0,016673	0,125803
$\lambda_1=38.0, \lambda_2=19.0, \lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,019297	0,038698	0,077766	0,196327	0,068184	0,024356	0,174544
$\lambda_1=40.0, \lambda_2=20.0, \lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,027148	0,054063	0,107146	0,259608	0,087618	0,034174	0,232046

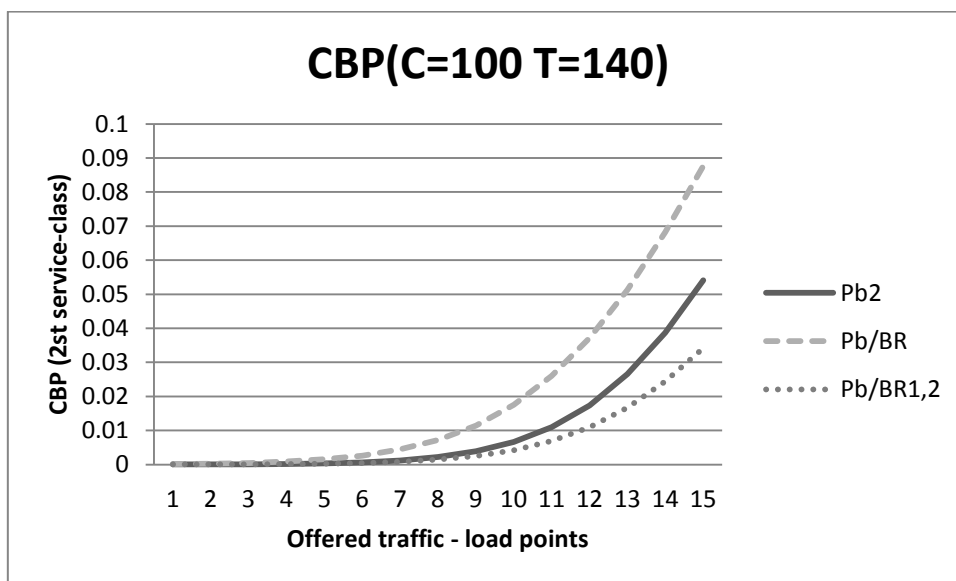
Πίνακας 6.4 Πιθανότητες απώλειας κλήσης ($C=100, T=140$)

Συνεχίζοντας την ανάλυση του συστήματος, στην περίπτωση με $T=140$ και εδώ παρατηρείται ακριβώς η ίδια συμπεριφορά με αυτή που σχολιάστηκε προηγουμένως στην περίπτωση δηλαδή με μέγιστη χωρητικότητα συστήματος $T=120$. Αναλυτικότερα, στην 1^η κατηγορία εξυπηρέτησης η πιθανότητα απώλειας κλήσης χωρίς εφαρμογή της πολιτικής δέσμευσης έχει τις καλύτερες τιμές. Στην 2^η κατηγορία η πιθανότητα απώλειας κλήσης με πολιτική δέσμευσης μονάδων εύρους ζώνης τέτοια ώστε να εξισορροπείται η 1^η και η 2^η κατηγορία εξυπηρέτησης κλήσης είναι αυτή που παρουσιάζει τις χαμηλότερες τιμές. Στην 3^η κατηγορία χαμηλότερες τιμές έχει η πιθανότητα απώλειας κλήσης χωρίς πολιτική δέσμευσης με αμελητέα διαφορά από

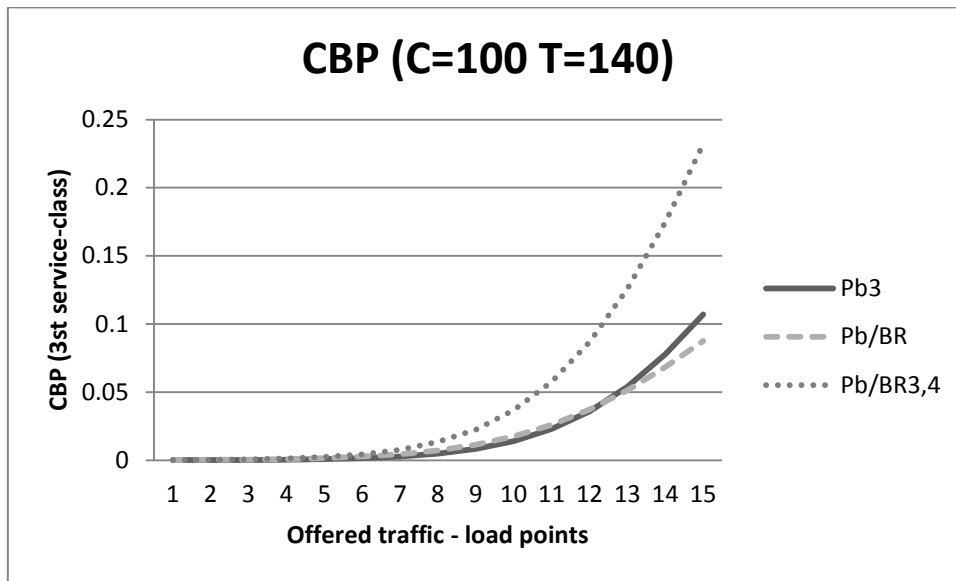
την πιθανότητα απώλειας με πολιτική δέσμευσης κοινή για όλες τις κατηγορίες κλήσης, όπου μετά την 13^η τιμή του προσφερόμενου φορτίου κίνησης αλλάζουν θέσεις και γίνεται αυτή η πιθανότητα με τις χαμηλότερες τιμές. Και εδώ η 4^η κατηγορία είναι αυτή που η πολιτική δέσμευσης εύρους ζώνης κοινή για όλες τις κατηγορίες κλήσης έχει σημαντικό λόγο ύπαρξης αφού παρουσιάζει τις χαμηλότερες τιμές εν συγκρίσει με τις άλλες δύο πιθανότητες. Τα παραπάνω φαίνονται στα σχήματα 6.9, 6.10, 6.11 και 6.12 που ακολουθούν.



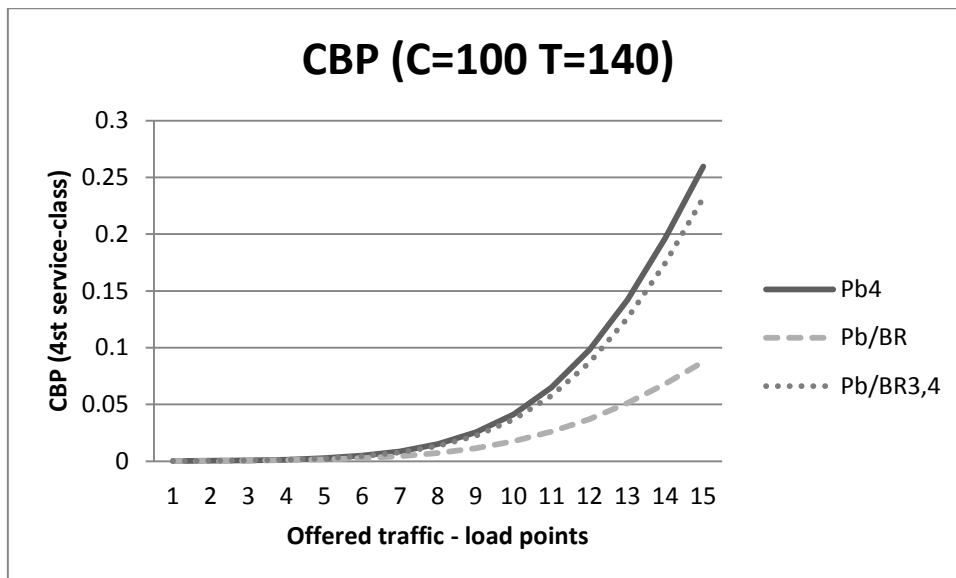
Σχήμα 6.9 Πιθανότητες απώλειας κλήσης 1^{ης} κατηγορίας κλήσης (C=100, T=140)



Σχήμα 6.10 Πιθανότητες απώλειας κλήσης 2^{ης} κατηγορίας κλήσης (C=100, T=140)



Σχήμα 6.11 Πιθανότητες απώλειας κλήσης 3^{ης} κατηγορίας κλήσης (C=100, T=140)



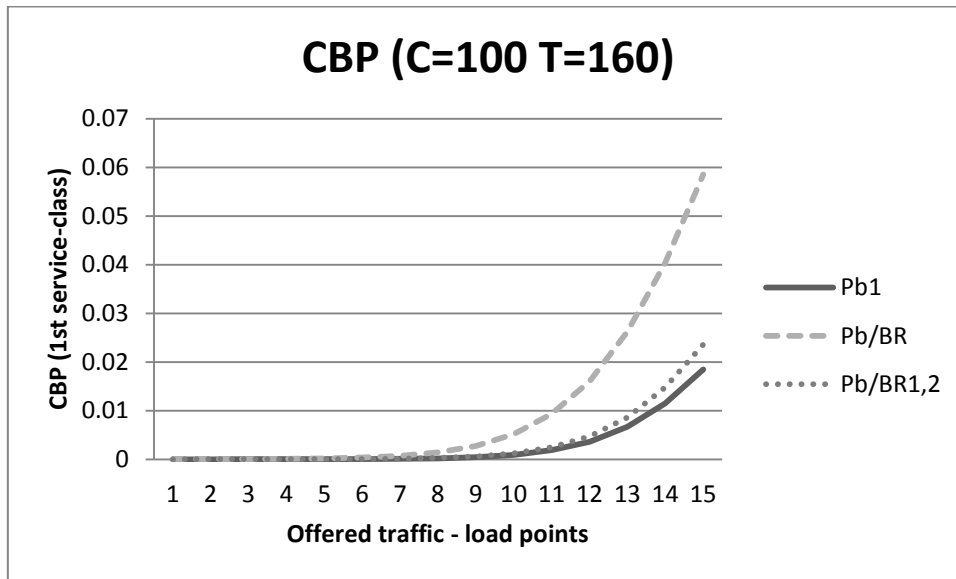
Σχήμα 6.12 Πιθανότητες απώλειας κλήσης 4^{ης} κατηγορίας κλήσης (C=100, T=140)

Για την περίπτωση $T=160$

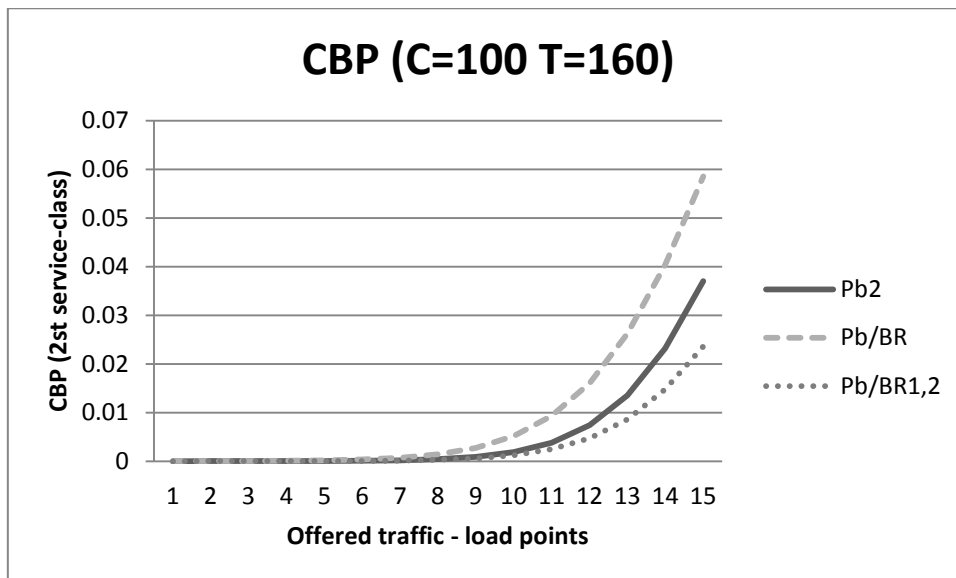
$C=100, T=160$	Pb_1	Pb_2	Pb_3	Pb_4	Pb/BR	$Pb/BR_{1,2}$	$Pb/BR_{3,4}$
$\lambda_1=12.0, \lambda_2=6.0, \lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,000000	0,000001	0,000003	0,000011	0,000008	0,000001	0,00001
$\lambda_1=14.0, \lambda_2=7.0, \lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,000001	0,000003	0,000006	0,000025	0,000017	0,000002	0,000023
$\lambda_1=16.0, \lambda_2=8.0, \lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,000003	0,000006	0,000015	0,000058	0,000038	0,000005	0,000053
$\lambda_1=18.0, \lambda_2=9.0, \lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,000007	0,000015	0,000034	0,000132	0,000085	0,000011	0,00012
$\lambda_1=20.0, \lambda_2=10.0, \lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,000016	0,000035	0,000079	0,000295	0,000171	0,000025	0,000269
$\lambda_1=22.0, \lambda_2=11.0, \lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,000038	0,000081	0,000181	0,00065	0,000355	0,000056	0,00059
$\lambda_1=24.0, \lambda_2=12.0, \lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,000087	0,000183	0,000406	0,001407	0,00072	0,000124	0,00127
$\lambda_1=26.0, \lambda_2=13.0, \lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,000194	0,000407	0,000894	0,00298	0,00143	0,000272	0,002681
$\lambda_1=28.0, \lambda_2=14.0, \lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,000425	0,000885	0,00192	0,00616	0,002763	0,000583	0,005521
$\lambda_1=30.0, \lambda_2=15.0, \lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,000904	0,00187	0,004006	0,012352	0,005173	0,001217	0,011032
$\lambda_1=32.0, \lambda_2=16.0, \lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,00185	0,003806	0,00805	0,02383	0,009322	0,002452	0,021224
$\lambda_1=34.0, \lambda_2=17.0, \lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,003616	0,00739	0,015426	0,043801	0,016047	0,004725	0,038941
$\lambda_1=36.0, \lambda_2=18.0, \lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,006672	0,013542	0,027887	0,075889	0,026204	0,008621	0,067452
$\lambda_1=38.0, \lambda_2=19.0, \lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,011513	0,023205	0,047115	0,122808	0,040365	0,014761	0,109355
$\lambda_1=40.0, \lambda_2=20.0, \lambda_3=3.0, \lambda_4=2.0$	0,018484	0,036987	0,07402	0,184722	0,058544	0,0236	0,165168

Πίνακας 6.5 Πιθανότητες απώλειας κλήσης ($C=100, T=160$)

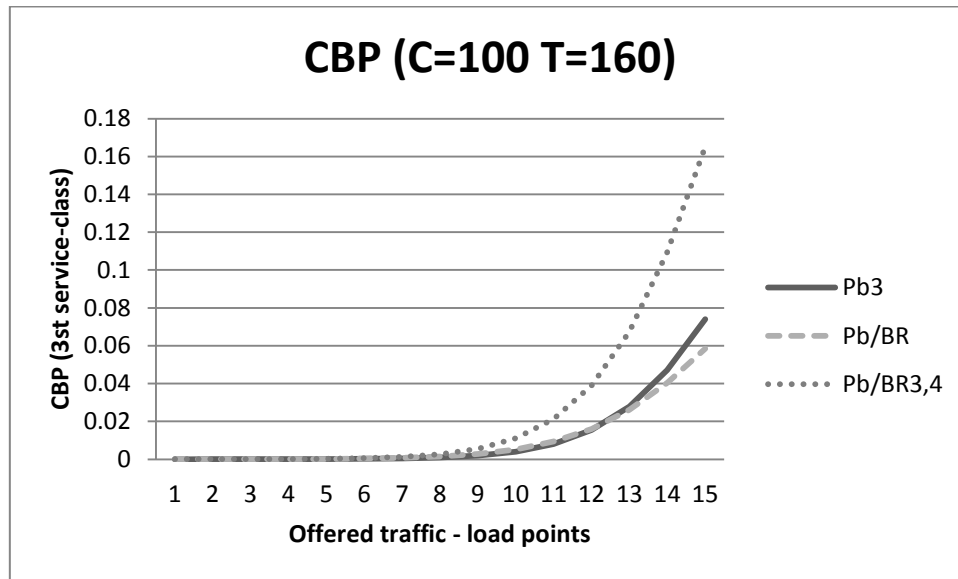
Τέλος, στην περίπτωση όπου το σύστημα έχει μέγιστη δυνατή χωρητικότητα $T=160$ παρατηρούνται και εδώ τα ίδια με τις δύο προηγούμενες περιπτώσεις και αυτό είναι ευκολότερο να διακριθεί με την χρήση των παρακάτω σχημάτων 6.13, 6.14, 6.15 και 6.16.



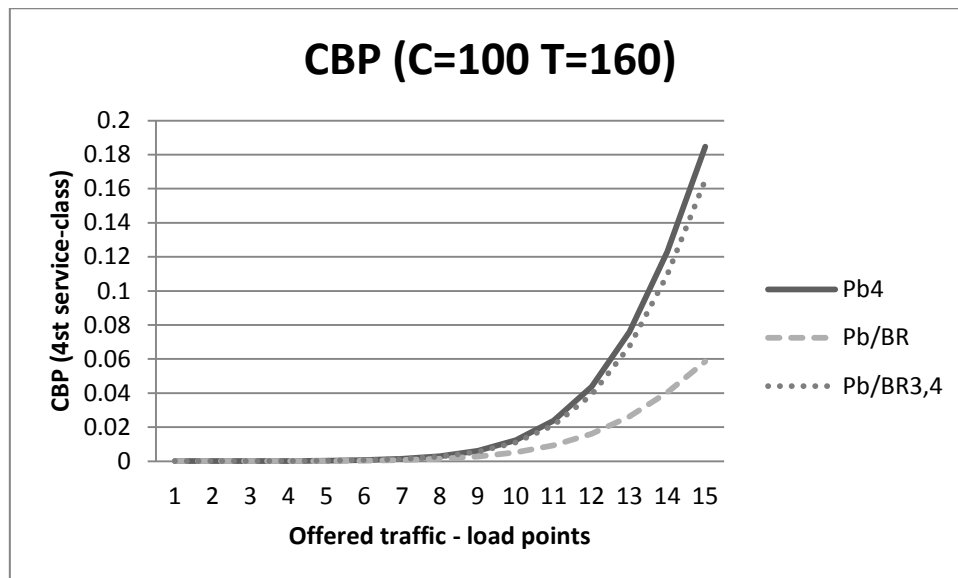
Σχήμα 6.13 Πιθανότητες απώλειας κλήσης 1^{ης} κατηγορίας κλήσης (C=100, T=160)



Σχήμα 6.14 Πιθανότητες απώλειας κλήσης 2^{ης} κατηγορίας κλήσης (C=100, T=160)



Σχήμα 6.15 Πιθανότητες απώλειας κλήσης 3^{ης} κατηγορίας κλήσης (C=100, T=160)



Σχήμα 6.16 Πιθανότητες απώλειας κλήσης 4^{ης} κατηγορίας κλήσης (C=100, T=160)

Οδηγούμαστε, λοιπόν, στο συμπέρασμα της αναγκαιότητας συνύπαρξής μέσα σε ένα σύστημα που εξυπηρετεί ελαστική και προσαρμοζόμενη κίνησης, του μοντέλου υπολογισμού της πιθανότητας απώλειας κλήσης κάτω από την πολιτική δέσμευσης εύρους ζώνης και του μοντέλου χωρίς την εφαρμογή της προαναφερθείσας πολιτικής. Επιπρόσθετα, αξίζει να σημειωθεί ότι καθώς αυξάνεται

η τιμή της μέγιστης χωρητικότητας στις περιπτώσεις που εξετάστηκαν στο παρών τηλεπικοινωνιακό σύστημα, $T=100$, $T=120$, $T=140$, $T=160$ η περιοχή τιμών όπου διακυμαίνονταν κάθε φορά οι πιθανότητες απωλειών κλήσης των τεσσάρων κατηγοριών εξυπηρέτησης κλήσεων και αντίστοιχα της κάθε περίπτωσης, μειώνονται αισθητά. Πιο αναλυτικά στην περίπτωση $T=100$ η περιοχή διακύμανσης ήταν από 0,001284 έως 0,558512, στην περίπτωση $T=120$ ήταν από 0,000129 έως 0,363194, στην περίπτωση $T=140$ ήταν από 0,000009 έως 0,259608 και στην περίπτωση $T=160$ ήταν από 0,000001 έως 0,184722 κατά προσέγγιση. Καταλυτικά, λοιπόν έχουμε ότι όσο αυξάνεται η μέγιστη δυνατή χωρητικότητα ενός συστήματος μειώνεται η πιθανότητα απώλειας κλήσης του συστήματος.

6.2 Μοντελοποίηση 2^{ου} συστήματος – Αποτελέσματα

Για την καλύτερη κατανόηση όσων αναφέρθηκαν στην προηγούμενη ενότητα ακολουθεί η ανάλυση ενός ακόμα συστήματος με πέντε κατηγορίες εξυπηρέτησης.

Θεωρούμε ένα δίκτυο με τα εξής χαρακτηριστικά:

- ✓ Οι διαθέσιμοι πόροι του συστήματος είναι $C=100$
- ✓ Η κίνηση στο δίκτυο αποτελείται από πέντε κατηγορίες, τρεις για ελαστική κίνηση και δύο για προσαρμοζόμενη με το ακόλουθο προσφερόμενο φορτίο κίνησης ανά κατηγορία:

α_1	α_2	α_3	α_4	α_5
10	2	2	5	2
14	4	3	5	2
18	6	4	5	2
22	8	5	5	2
26	10	6	5	2
30	12	7	5	2
34	14	8	5	2
38	16	9	5	2
42	18	10	5	2
46	20	11	5	2
50	22	12	5	2

Πίνακας 6.6 Προσφερόμενο φορτίο κίνησης ($C=100$, $T=130$)

- ✓ Οι απαιτήσεις σε πόρους κάθε κατηγορίας είναι $b_1=1$, $b_2=2$, $b_3=4$, $b_4=6$, $b_5=8$ αντίστοιχα.

✓ Το σύστημα διεκπεραιώνει ελαστική και προσαρμοζόμενη κίνηση με μέγιστη θεωρητική χωρητικότητα $T=130$.

Όπου $\alpha_i = \lambda_i / \mu_i$ με μέσο ρυθμό εξυπηρέτησης μ_i σταθερό και ίσο με 1. Κύριο μέλημα μας και σε αυτό το παράδειγμα είναι ο υπολογισμός της πιθανότητας απώλειας κλήσεως CBP ως Pb_i , όπου $i=1,2,3,4,5$, της πιθανότητας απώλειας κλήσεως μετά την εφαρμογή της πολιτικής δέσμευσης εύρους ζώνης ως Pb/BR καθώς και των πιθανοτήτων απώλειας κλήσεως μετά την πολιτική δέσμευσης εύρους ζώνης αλλά εφαρμοζόμενη έτσι ώστε να εξισορροπείται το blocking της πρώτης με της δεύτερης και της τρίτης κατηγορίας ως $Pb/BR_{i,j,l}$, και η πολιτική δέσμευσης ευρους ζώνης με εξισορρόπηση της τέταρτης με της πέμπτης κατηγορίας ως Pb/BR_{ij} , για την εξαγωγή των απαραίτητων συμπερασμάτων, όπου $j=1,2,3,4,5$ και $l=1,2,3,4,5$.

Έτσι λοιπόν έχουν τα εξής μετά την χρήση του πηγαίου κώδικα για την ελαστική και προσαρμοζόμενη κίνηση έχουμε τα εξής αποτελέσματα:

C=100, T=130	Pb₁	Pb₂	Pb₃	Pb₄	Pb₅	Pb/BR	Pb/BR_{1,2,3}	Pb/BR_{4,5}
$\lambda_1=10.0,$ $\lambda_2=2.0,$ $\lambda_3=2.0,$ $\lambda_4=5.0,$ $\lambda_5=2.0$	0,000311	0,000657	0,001471	0,002473	0,003705	0,002782	0,001037	0,003272
$\lambda_1=14.0,$ $\lambda_2=4.0,$ $\lambda_3=3.0,$ $\lambda_4=5.0,$ $\lambda_5=2.0$	0,00157	0,00327	0,007092	0,011543	0,016709	0,011226	0,004827	0,014466
$\lambda_1=18.0,$ $\lambda_2=6.0,$ $\lambda_3=4.0,$ $\lambda_4=5.0,$ $\lambda_5=2.0$	0,00574	0,001177	0,024737	0,038977	0,054561	0,032992	0,016291	0,046373
$\lambda_1=22.0,$ $\lambda_2=8.0,$ $\lambda_3=5.0,$ $\lambda_4=5.0,$	0,015469	0,03123	0,063602	0,097059	0,131532	0,108774	0,040817	0,110399

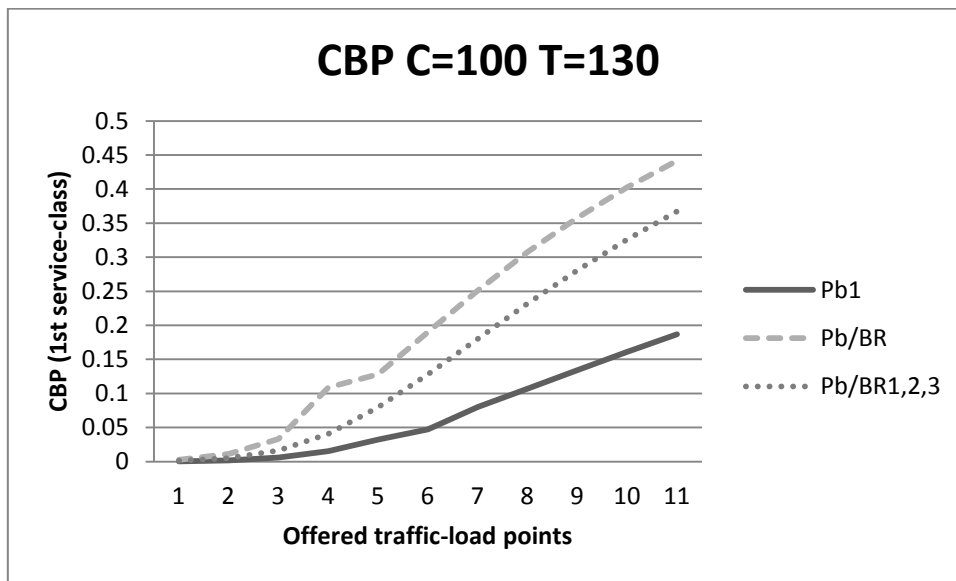
Πολιτική δέσμευσης εύρους ζώνης σε δίκτυα πολυδιάστατης τηλεπικοινωνιακής κίνησης για ελαστική και προσαρμοζόμενη κίνηση

$\lambda_5=2.0$								
$\lambda_1=26.0,$ $\lambda_2=10.0,$ $\lambda_3=6.0,$ $\lambda_4=5.0,$ $\lambda_5=2.0$	0,032074	0,063746	0,125825	0,186119	0,244521	0,128219	0,079506	0,204491
$\lambda_1=30.0,$ $\lambda_2=12.0,$ $\lambda_3=7.0,$ $\lambda_4=5.0,$ $\lambda_5=2.0$	0,047016	0,092443	0,178637	0,258803	0,333174	0,190205	0,127933	0,313285
$\lambda_1=34.0,$ $\lambda_2=14.0,$ $\lambda_3=8.0,$ $\lambda_4=5.0,$ $\lambda_5=2.0$	0,080022	0,154139	0,286234	0,399205	0,495615	0,251379	0,180116	0,420627
$\lambda_1=38.0,$ $\lambda_2=16.0,$ $\lambda_3=9.0,$ $\lambda_4=5.0,$ $\lambda_5=2.0$	0,107039	0,203021	0,366122	0,496915	0,601606	0,307737	0,231764	0,517162
$\lambda_1=42.0,$ $\lambda_2=18.0,$ $\lambda_3=10.0,$ $\lambda_4=5.0,$ $\lambda_5=2.0$	0,134222	0,250745	0,439583	0,581575	0,688173	0,358004	0,280667	0,599749
$\lambda_1=46.0,$ $\lambda_2=20.0,$ $\lambda_3=11.0,$ $\lambda_4=5.0,$ $\lambda_5=2.0$	0,160921	0,296197	0,505381	0,652913	0,75682	0,402419	0,325959	0,668607
$\lambda_1=50.0,$ $\lambda_2=22.0,$ $\lambda_3=12.0,$ $\lambda_4=5.0,$ $\lambda_5=2.0$	0,186802	0,338909	0,563496	0,712151	0,810429	0,441505	0,367455	0,725209

Πίνακας 6.7 Πιθανότητες απώλειας κλήσης (C=100, T=130)

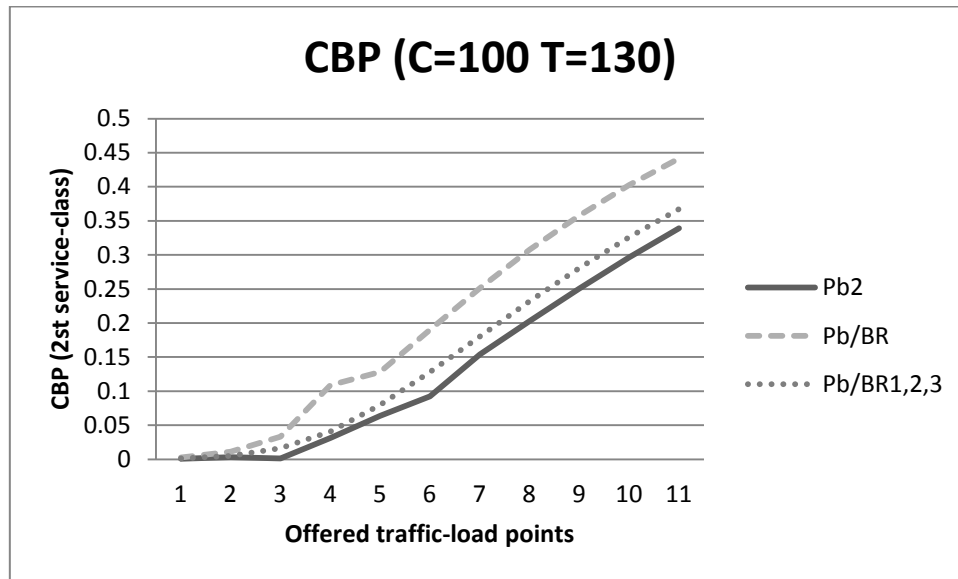
Σύμφωνα με τον παραπάνω πίνακα των αποτελεσμάτων συμπεραίνουμε τα ακόλουθα:

Για την 1^η κατηγορία κλήσεων, η εφαρμογή της πολιτικής δέσμευσης εύρους ζώνης, κοινή για όλες τις κατηγορίες κλήσεων, παρουσιάζει τις υψηλότερες τιμές όπως διαπιστώνεται και στο σχήμα 6.17 που ακολουθεί. Το ίδιο ισχύει και για την πολιτική δέσμευσης μονάδων εύρους ζώνης με λογική εξισορρόπησης των τριών πρώτων κατηγοριών κλήσης αφού η πιθανότητα απώλειας κλήσης και με αυτή την πολιτική παρουσιάζει τιμές αρκετά υψηλότερες από την πιθανότητα απώλειας κλήσης χωρίς πολιτική δέσμευσης εύρους ζώνης.



Σχήμα 6.17 Πιθανότητες απώλειας κλήσης 1^{ης} κατηγορίας κλήσης (C=100, T=130)

Συνεχίζουμε με την 2^η κατηγορία κλήσεων όπου διαπιστώνονται τα ίδια σχόλια που απορρέουν από την ανάλυση της 1^{ης} κατηγορίας κλήσεων όπως παρουσιάζονται και διαγραμματικά στο ακόλουθο σχήμα.

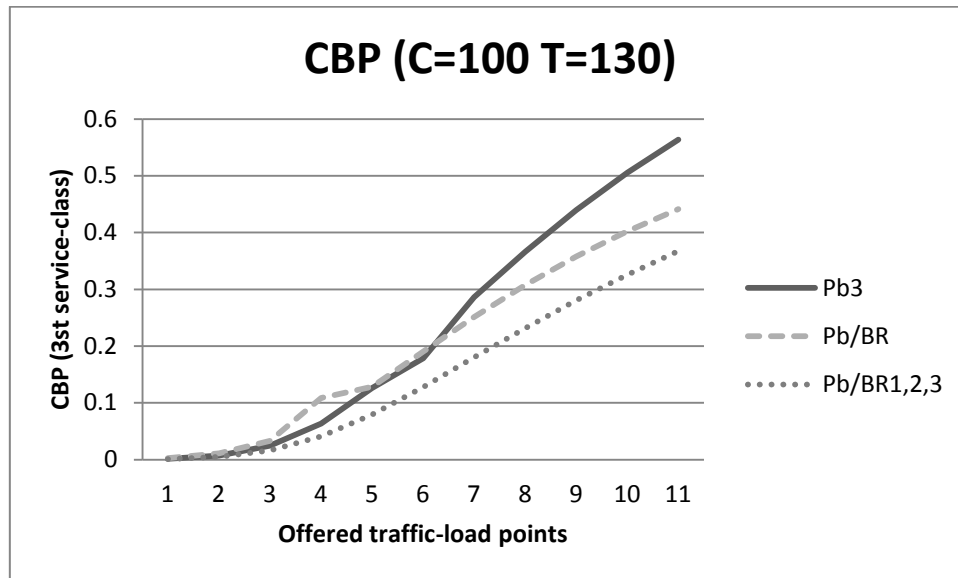


Σχήμα 6.18 Πιθανότητες απώλειας κλήσης 2^{ης} κατηγορίας κλήσης (C=100, T=130)

Στις πιθανότητες απώλειας κλήσης της 3^{ης} κατηγορίας έχουμε διαφορετική έκβαση και οι χαμηλότερες τιμές παρουσιάζονται από την πιθανότητα απώλειας κλήσης μετά την εφαρμογή της πολιτικής δέσμευσης εύρους ζώνης με λογική εξισορρόπησης των τριών πρώτων κατηγοριών κλήσης. Ακολουθεί η πιθανότητα απώλειας κλήσης με πολιτική δέσμευσης μονάδων εύρους ζώνης κοινή για όλες τις κατηγορίες κλήσης και ύστερα η πιθανότητα απώλειας κλήσης χωρίς εφαρμογή κάποιας πολιτικής δέσμευσης εύρους ζώνης.

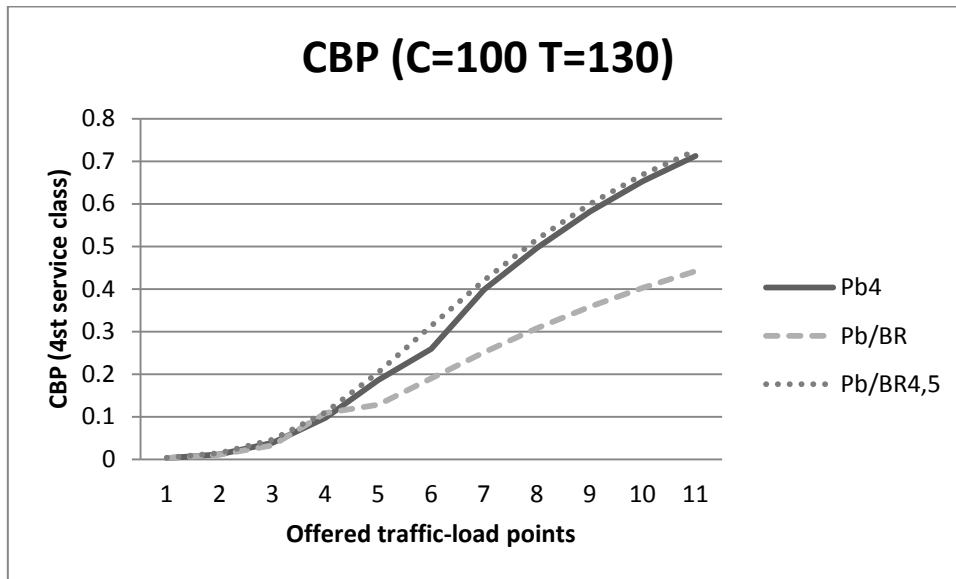
Σε αυτό το σημείο αξίζει να σημειωθεί ότι παρατηρείται μια μικρή διακύμανση τιμών στην πιθανότητα απώλειας κλήσης με κοινή πολιτική δέσμευσης μονάδων εύρους ζώνης και στην απλή πιθανότητα απώλειας κλήσης. Πιο συγκεκριμένα, παρουσιάζεται μια μικρή ταλάντευση τιμών για τις αρχικές τιμές του προσφερόμενου φορτίου κίνησης, που αυτό παρατηρείται στην εξέταση και των πέντε κατηγοριών εξυπηρέτησης κλήσης, κρίθηκε όμως αναγκαία η αναφορά του σε αυτό το σημείο γιατί όπως διαπιστώνεται και στο διάγραμμα που ακολουθεί (Σχήμα 6.19) στην 6^η τιμή του προσφερόμενου φορτίου κίνησης η πιθανότητα απώλειας κλήσης χωρίς την εφαρμογή της πολιτικής δέσμευσης έχει, με μικρή απόκλιση, μικρότερη τιμή από αυτή της πιθανότητας με την εφαρμογή της κοινής πολιτικής δέσμευσης μονάδων εύρους ζώνης. Αυτή λοιπόν η ταλάντευση των τιμών οφείλεται στο γεγονός ότι στις μικρές τιμές του προσφερόμενου φορτίου κίνησης η απόδοση του συστήματος βελτιώνεται διαρκώς και αυτό είναι λογικό για το συγκεκριμένο παράδειγμα αρκεί να

αναλογιστούμε ότι η μεταβολή του προσφερόμενου φορτίου κίνησης οφείλεται καθαρά σε αύξηση μόνο του ρυθμού άφιξης των κλήσεων που καθιστά δυσκολότερη την διαχείριση αυτών από το συγκεκριμένο σύστημα.



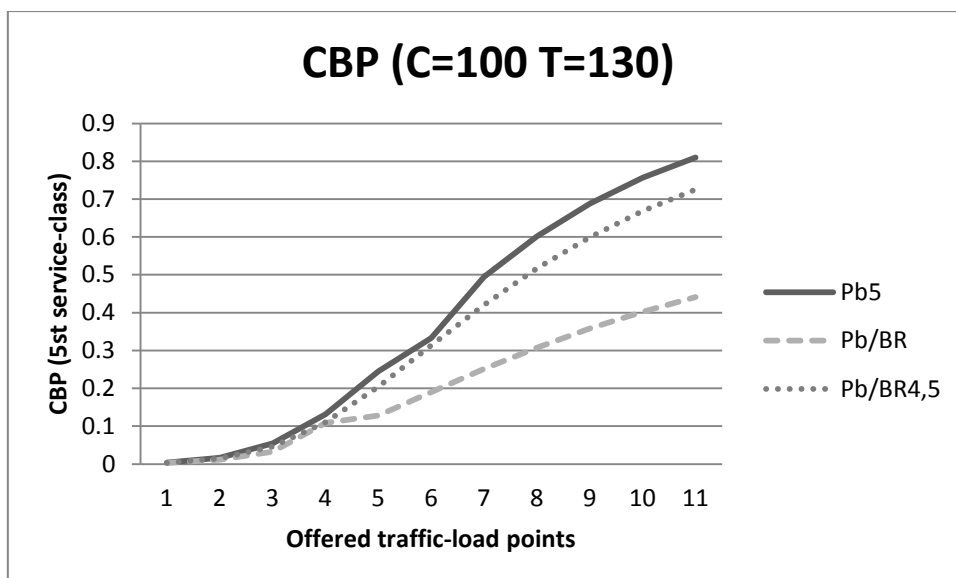
Σχήμα 6.19 Πιθανότητες απώλειας κλήσης 3^{ης} κατηγορίας κλήσης (C=100, T=130)

Στην ανάλυση για την 4^η κατηγορία κλήσεων παρατηρείται η πιθανότητα απώλειας μιας κλήσης μετά την εφαρμογή της πολιτικής δέσμευσης μονάδων εύρους ζώνης που εξισορροπεί όλες τις κατηγορίες εξυπηρέτησης κλήσεων να εμφανίζει τις χαμηλότερες τιμές. Ακολουθεί η πιθανότητα απώλειας κλήσης χωρίς δέσμευση και στη συνέχεια η πιθανότητα απώλειας κλήσης με την πολιτική δέσμευσης μονάδων εύρους ζώνης τέτοια ώστε να επιτυγχάνεται η εξισορρόπηση της 4^{ης} και 5^{ης} κατηγορίας κλήσης (Σχήμα 6.20).



Σχήμα 6.20 Πιθανότητες απώλειας κλήσης 4^{ης} κατηγορίας κλήσης (C=100, T=130)

Τέλος, στην ανάλυση των πιθανοτήτων απώλειας κλήσης της 5^{ης} και τελευταίας κατηγορίας κλήσεων του συστήματος, διαφαίνεται πλέον καθαρά ότι η πιθανότητα απώλειας κλήσης με πολιτικής δέσμευσης μονάδων εύρους ζώνης με κοινή εξισορρόπηση όλων των κατηγοριών κλήσεων έχει τις χαμηλότερες τιμές άρα και ποιοτικότερη παροχή υπηρεσιών QoS. Ακολουθεί η πιθανότητα απώλειας κλήσης με πολιτική δέσμευσης εύρους ζώνης για εξισορρόπηση της 4^{ης} και 5^{ης} κατηγορίας κλήσεων και τέλος με τις υψηλότερες εν συγκρίσει τιμές είναι η πιθανότητα απώλειας μιας κλήσης της 5^{ης} κατηγορίας χωρίς την εφαρμογή πολιτικής δέσμευσης εύρους (Σχήμα 6.21).



Σχήμα 6.21 Πιθανότητες απώλειας κλήσης 5^{ης} κατηγορίας κλήσης (C=100, T=130)

Συμπερασματικά, λοιπόν, από την ανάλυση που προηγήθηκε για όλο το παρών τηλεπικοινωνιακό σύστημα καταλήγουμε στην αναγκαιότητα της χρήσης της πολιτικής δέσμευσης μονάδων εύρους ζώνης με εξισορρόπηση όλων των κατηγοριών εξυπηρέτησης κλήσεων, όσο αφορά την πιθανότητα απώλειας κλήσης, ενός πολυδιάστατου συστήματος με πέντε συνολικά κατηγορίες, να σημειώνεται στις δύο τελευταίες κατηγορίες κλήσης που υποστηρίζουν προσαρμοζόμενη κίνηση. Έτσι και σε αυτό το αναλυθέν παράδειγμα μοντέλου συστήματος με ελαστική και προσαρμοζόμενη κίνηση κρίνεται αναγκαία η συνύπαρξη και συνοχή του υπολογισμού της πιθανότητας απώλειας κλήσης με πολιτική δέσμευσης μονάδων εύρους ζώνης και της πιθανότητας απώλειας κλήσης χωρίς την εφαρμογή της παραπάνω πολιτικής. Η εφαρμογή της λογικής δέσμευσης εύρους ζώνης χρησιμοποιείται για την επίτευξη συγκεκριμένης ποιότητας παροχής υπηρεσιών QoS ή την εξισορρόπηση των πιθανοτήτων μπλοκαρίσματος μιας κλήσης. Το γεγονός ότι η τιμές των πιθανοτήτων απώλειας κλήσης παρουσιάζουν πολύ μικρή απόκλιση αυτών με πολιτική δέσμευσης εύρους ζώνης αποδεικνύει την ακρίβεια του μοντέλου που εφαρμόζεται κάτω από αυτή την πολιτική.

Επίλογος

Η παρούσα εργασία αποτελεί μια προσπάθεια ανάλυσης των συστημάτων που εξυπηρετούν ελαστική και προσαρμοζόμενη κίνηση και εφαρμόζεται σε αυτά η πολιτική δέσμευσης μονάδων εύρους ζώνης. Αρχικά αναφέρθηκαν οι βασικές αρχές της Θεωρίας Τηλεπικοινωνιακής Κίνησης και τα διαδεδομένα μοντέλα για μονοδιάστατη και πολυδιάστατη κίνηση. Αναπτύχθηκε η έννοια της πολιτικής δέσμευσης εύρους ζώνης σε πολυδιάστατο σύστημα καθώς και η εφαρμογή της στο μοντέλο του Kaufman – Roberts ενώ στη συνέχεια εξετάστηκε η απόδοση των συστημάτων απωλειών που εξυπηρετούν ελαστική κίνηση και αφού αποδόθηκε η έννοια της αντιστρεψιμότητας πραγματοποιήθηκε μια ανάλυση του ελαστικού μοντέλου και του μοντέλου του Κουκουλίδη.

Εν κατακλείδι, παρουσιάστηκε ένα αναλυτικό μοντέλο για τον υπολογισμό με αντιστρεψιμότητα της πιθανότητας απώλειας μιας κλήσης σε πολυδιάστατα τηλεπικοινωνιακά συστήματα που εξυπηρετούν ελαστική και προσαρμοζόμενη κίνηση κλήσεων και ακολουθούν Poisson κατανομή κάτω από την πολιτική δέσμευσης μονάδων εύρους ζώνης. Η πολιτική χρησιμοποιείται με σκοπό είτε την επίτευξη συγκεκριμένου QoS (ποιότητα υπηρεσιών) πάνω στην ελαστική και προσαρμοζόμενη κίνηση, ή για την εξισορρόπηση των πιθανοτήτων απώλειας μιας κλήσης ανάμεσα στις κατηγορίες εξυπηρέτησης κλήσης. Με τις υπολογιστικές αναλύσεις και τα παραδείγματα που αναπτύχθηκαν στο παρόν σύγγραμμα αποδείχθηκε η ορθότητα του μοντέλου που μελετήθηκε, του μοντέλου δηλαδή για τον υπολογισμό της πιθανότητας απώλειας κλήσης σε ελαστική και προσαρμοζόμενη κίνηση με χρήση της πολιτικής δέσμευσης. Η σύγκριση των αναλυτικών αποτελεσμάτων ανάμεσα στις πιθανότητες απώλειας κλήσης με την εφαρμογή της πολιτικής δέσμευσης εύρους ζώνης (E-EMLM/BR) και των αντίστοιχων αποτελεσμάτων των πιθανοτήτων απώλειας κλήσης χωρίς την ύπαρξη αυτής της πολιτικής (E-EMLM) αποδεικνύουν την αναγκαιότητα και την συνοχή του μοντέλου με χρήση της πολιτικής δέσμευσης μονάδων εύρους ζώνης.

Η εφαρμογή της πολιτικής δέσμευσης μονάδων εύρους ζώνης σε πολυδιάστατα τηλεπικοινωνιακά συστήματα που υποστηρίζουν ελαστική και προσαρμοζόμενη κίνηση αποτελεί ένα αντικείμενο ιδιαίτερα ευρύ και ενδιαφέρον, ενώ παράλληλα η

εξέλιξη του αναμένεται να βελτιώσει τις παρεχόμενες υπηρεσίες στους τελικούς χρήστες που τελικά είναι και το ζητούμενο της επιστήμης.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

Πηγαίος κώδικας υλοποίησης του μοντέλου Kaufman – Roberts

```
#include <stdio.h>
#include <string.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>

#define N 1000
#define M 10

int main()
{
    int c,j,i,K;
    double q_fr[N]; //Πίνακας μη κανονικοποιημένων τιμών q
    double q_pr[N]; //Πίνακας κανονικοποιημένων τιμών q
    double i_array[M]; //Πίνακας εύρους ζώνης
    double erlang[M]; //Πίνακας φορτίου κίνησης
    double T[M]; //Πίνακας κράτησης μονάδων εύρους ζώνης
    double D[M][N]; //Πίνακας D της πολιτικής δέσμευσης μονάδων εύρους ζώνης
    double Gin[M][N]; //Πίνακας υπολογισμού γινομένου  $a_i \cdot D_i(j-b_i)$ 
    double Tmp[M][N]; //Βοηθητικός προσωρινός δυσδιάστατος πίνακας
    double Pblock[M]; //Πίνακας πιθανοτήτων απώλειας κλήσης
    double pros[N],sum[N],G;

    //Εισαγωγή πλήθος κατηγοριών
    printf("Dwse ton arithmo twn katigoriwn\n");
    scanf("%d", &K);

    //Εισαγωγή μονάδων εύρους ζώνης, φορτίου κίνησης και κράτηση ανά κατηγοριών
    for(i=1;i<=K;i++)
    {
```

```
printf("Dwse ton b %d speed\n",i);  
scanf("%lf", &i_array[i]);
```

```
printf("Dwse ton a %d erlang\n",i);  
scanf("%lf", &erlang[i]);
```

```
printf("Dwse ton T %d reservation\n",i);  
scanf("%lf", &T[i]);  
}
```

```
//Εισαγωγή χωρητικότητας συστήματος
```

```
printf("Dwse tin xwritokotita c\n");  
scanf("%d", &c);
```

```
//Υπολογισμός της πολιτικής δέσμευσης εύρους ζώνης (πίνακας D)
```

```
for(i=1;i<=K;i++)  
{  
  for (j=1;j<=c;j++)  
  {  
    if (j<=(c-T[i]))  
    {  
      D[i][j-((int)(i_array[i]))]=i_array[i];  
      Gin[i][j-((int)(i_array[i]))]=erlang[i]*D[i][j-((int)(i_array[i]))];  
    }  
    else if(j>(c-T[i]))  
    {  
      Gin[i][j-((int)(i_array[i]))]=0;  
    }  
  }  
}
```

```
q_fr[0]=1;
```

```
for(j=1;j<=c;j++)
{
pros[j]=0;
sum[j]=0;
}

// Για i<0 τότε q[i]=0
for(i=-(N-c-1); i<=-1;i++)
{
q_fr[i]=0;
G=q_fr[0];
}

//Υπολογισμός των μη κανονικοποιημένων τιμών q και της σταθεράς G
for (j=1;j<=c;j++)
{
for(i=1;i<=K;i++)
{
Tmp[i][j-(int)(i_array[i])]=Gin[i][j-(int)(i_array[i])]*q_fr[j-(int)(i_array[i])];
pros[j]=pros[j]+Tmp[i][j-(int)(i_array[i])];
}
q_fr[j]=pros[j]/j;
G=G+q_fr[j];
}

//Τυπώνει τα μη κανονικοποιημένα q
for (j=0;j<=c;j++)
{
printf("to q[%d] einai %f \n",j,q_fr[j]);
}

//Τυπώνει την σταθερά αθροίσματος G
printf("to G einai=%f\n",G);
```

//Υπολογίζει και τυπώνει τα κανονικοποιημένα q

```
for(j=0;j<=c;j++)  
{  
    q_pr[j]=q_fr[j]/G;  
    printf("to q_pr[%d] einai=%f\n",j,q_pr[j]);  
}
```

//Υπολογίζει και τυπώνει τις πιθανότητες απώλειας κλήσης

```
for(i=1;i<=K;i++)  
{  
    for(j=(c-(int)(i_array[i])-(int)(T[i])+1);j<=c;j++)  
    {  
        sum[i]=sum[i]+q_fr[j];  
    }  
    Pblock[i]=sum[i]/G;  
    printf(" Η Pblock[%d] einai %f\n",i,Pblock[i]);  
}
```

```
system("PAUSE");
```

```
}
```


ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

Πηγαίος κώδικας υλοποίησης της φόρμουλας του Κουκουλίδη

```
#include <stdio.h>
#include <string.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>

#define N 1000
#define M 10

int main()
{
    int c,j,i,K,max_T;
    double q_fr[N]; //Πίνακας μη κανονικοποιημένων τιμών q
    double q_pr[N]; //Πίνακας κανονικοποιημένων τιμών q
    double i_array[M]; // Πίνακας εύρους ζώνης
    double erlang[M]; // Πίνακας φορτίου κίνησης
    double T[M]; //Πίνακας κράτησης μονάδων εύρους ζώνης
    double D[M][N]; //Πίνακας D της πολιτικής δέσμευσης εύρους ζώνης
    double Gin[M][N]; //Πίνακας υπολογισμού γινομένου  $a_i * D_i(j-b_i)$ 
    double Tmp[M][N]; //Βοηθητικός προσωρινός διδιάστατος πίνακας
    double Pblock[M]; //Πίνακας πιθανοτήτων απώλειας κλήσης
    double pros[N],sum[N],G;

    // Εισαγωγή πλήθος κατηγοριών
    printf("Dwse ton arithmo twn katigoriwn\n");
    scanf("%d", &K);

    // Εισαγωγή μονάδων εύρους ζώνης, φορτίου κίνησης, και κράτηση ανά
    // κατηγορία
    for(i=1;i<=K;i++)
    {
        printf("Dwse ton b %d speed\n",i);
        scanf("%lf", &i_array[i]);

        printf("Dwse ton a %d erlang\n",i);
        scanf("%lf", &erlang[i]);

        printf("Dwse ton T %d reservation\n",i);
        scanf("%lf", &T[i]);
    }

    // Εισαγωγή χωρητικότητας συστήματος
```

```
printf("Dwse tin xwritokotita c\n");  
scanf("%d", &c)
```

```
//Εισαγωγή μέγιστης χωρητικότητας T συστήματος
```

```
printf("Dwse tin megisti xwritokotita T\n");  
scanf("%d", &max_T);
```

```
//Υπολογισμός της πολιτικής δέσμευσης εύρους ζώνης (πίνακας D)
```

```
for(i=1;i<=K;i++)  
{  
    for (j=1;j<=max_T;j++)  
    {  
  
        if (j<=(max_T-T[i]))  
        {  
            D[i][j-((int)(i_array[i]))]=i_array[i];  
            Gin[i][j-((int)(i_array[i]))]=erlang[i]*D[i][j-((int)(i_array[i]))];  
        }  
        else if(j>(max_T-T[i]))  
        {  
            Gin[i][j-((int)(i_array[i]))]=0;  
        }  
    }  
}
```

```
q_fr[0]=1;
```

```
for(j=1;j<=max_T;j++)  
{  
    pros[j]=0;  
    sum[j]=0;  
}
```

```
// Για i<0 τότε q[i]=0
```

```
for(i=-(N-c-1); i<=-1;i++)  
{  
    q_fr[i]=0;  
    G=q_fr[0];  
}
```

```
//Υπολογισμός των μη κανονικοποιημένων τιμών q και της σταθεράς G για j<=C
```

```
for (j=1;j<=c;j++)  
{  
    for(i=1;i<=K;i++)  
    {  
        Tmp[i][j-(int)(i_array[i])]=Gin[i][j-(int)(i_array[i])]*q_fr[j-(int)(i_array[i])];
```

```
    pros[j]=pros[j]+Tmp[i][j-(int)(i_array[i])];
  }
  q_fr[j]=pros[j]/j;
  G=G+q_fr[j];
}

// Υπολογισμός των μη κανονικοποιημένων τιμών q και της σταθεράς G για
C+1<=j<=T
for (j=c+1;j<=max_T;j++)
{
  for(i=1;i<=K;i++)
  {
    Tmp[i][j-(int)(i_array[i])]=Gin[i][j-(int)(i_array[i])]*q_fr[j-(int)(i_array[i])];
    pros[j]=pros[j]+Tmp[i][j-(int)(i_array[i])];
  }
  q_fr[j]=pros[j]/c;
  G=G+q_fr[j];
}

//Τυπώνει τα μη κανονικοποιημένα q
for (j=0;j<=max_T;j++)
{
  printf("to q[%d] einai %f \n",j,q_fr[j]);
}

//Τυπώνει την σταθερά αθροίσματος G
printf("to G einai=%f\n",G);

//Υπολογίζει και τυπώνει τα κανονικοποιημένα q
for(j=0;j<=max_T;j++)
{
  q_pr[j]=q_fr[j]/G;
  printf("to q_pr[%d] einai=%f\n",j,q_pr[j]);
}

//Υπολογίζει και τυπώνει τις πιθανότητες απώλειας κλήσης
for(i=1;i<=K;i++)
{
  for(j=(max_T-(int)(i_array[i])-(int)(T[i])+1);j<=max_T;j++)
  {
    sum[i]=sum[i]+q_fr[j];
  }
  Pblock[i]=sum[i]/G;
  printf(" Η Pblock[%d] einai %f\n",i,Pblock[i]);
}
system("PAUSE");
}
```

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ

Πηγαίος κώδικας υλοποίησης του μοντέλου για ελαστική και προσαρμοζόμενη κίνηση

```
#include <stdio.h>
#include <string.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>

#define N 1000
#define M 10

int main()
{
    int eidos[M]; //Πίνακας για το είδος της κίνησης (1 για ελαστική, 2 για
    προσαρμοζόμενη)
    int c,j,i,K,max_T;
    double q_fr[N]; // Πίνακας μη κανονικοποιημένων τιμών q
    double q_pr[N]; // Πίνακας κανονικοποιημένων τιμών q
    double i_array[M]; // Πίνακας εύρους ζώνης
    double erlang[M]; // Πίνακας φορτίου κίνησης
    double T[M]; // Πίνακας κράτησης μονάδων εύρους ζώνης
    double D[M][N]; // Πίνακας D της πολιτικής δέσμευσης εύρους ζώνης
    double Gin[M][N]; // Πίνακας υπολογισμού γινομένου  $a_i \cdot D_i(j-b_i)$ 
    double Tmp[M][N]; // Βοηθητικός προσωρινός διδιάστατος πίνακας
    double Pblock[M]; // Πίνακας πιθανοτήτων απώλειας κλήσης
    double pros[N],pros_e[N],pros_a[N],sum[N],G;

    // Εισαγωγή πλήθος κατηγοριών
    printf("Dwse ton arithmo tw n katigoriwn\n");
    scanf("%d", &K);

    //Εισαγωγή είδους κίνησης, μονάδων εύρους ζώνης, φορτίου κίνησης, και
    κράτηση ανά κατηγορία
    for(i=1;i<=K;i++)
    {
        printf("Dwse to eidos tis kinisis tis %d katigorias 1 gia elastiki 2 gia
        prosarmozomeni\n",i);
        scanf("%d", &eidos[i]);

        printf("Dwse ton b %d speed \n",i);
        scanf("%lf", &i_array[i]);
    }
}
```

```
printf("Dwse ton a %d erlang\n",i);
scanf("%lf", &erlang[i]);

printf("Dwse ton T %d reservation\n",i);
scanf("%lf", &T[i]);
}

// Εισαγωγή χωρητικότητας συστήματος
printf("Dwse tin xwritokotita c\n");
scanf("%d", &c);

//Εισαγωγή μέγιστης χωρητικότητας T συστήματος
printf("Dwse tin megisti xwritokotita T\n");
scanf("%d", &max_T);

//Υπολογισμός της πολιτικής δέσμευσης εύρους ζώνης (πίνακας D)
for(i=1;i<=K;i++)
{
    for (j=1;j<=max_T;j++)
    {
        if (j<=(max_T-T[i]))
        {
            D[i][j-((int)(i_array[i]))]=i_array[i];
            Gin[i][j-((int)(i_array[i]))]=erlang[i]*D[i][j-((int)(i_array[i]))];
        }
        else if(j>(max_T-T[i]))
        {
            Gin[i][j-((int)(i_array[i]))]=0;
        }
    }
}

q_fr[0]=1;

for(j=1;j<=max_T;j++)
{
    pros[j]=0;
    pros_e[j]=0;
    pros_a[j]=0;
    sum[j]=0;
}

// Για i<0 τότε q[i]=0
for(i=-(N-c-1); i<=-1;i++)
{
```

```
q_fr[i]=0;
G=q_fr[0];
}

//Υπολογισμός των μη κανονικοποιημένων τιμών q και της σταθεράς G για j<=C
for (j=1;j<=c;j++)
{
    for(i=1;i<=K;i++)
    {
        Tmp[i][j-(int)(i_array[i])]=Gin[i][j-(int)(i_array[i])]*q_fr[j-(int)(i_array[i])];
        pros[j]=pros[j]+Tmp[i][j-(int)(i_array[i])];
    }
    q_fr[j]=pros[j]/j;
    G=G+q_fr[j];
}

// Υπολογισμός των μη κανονικοποιημένων τιμών q και της σταθεράς G για
C+1<=j<=T
for (j=c+1;j<=max_T;j++)
{
    for(i=1;i<=K;i++)
    {
        if(eidos[i]==1)
        {
            Tmp[i][j-(int)(i_array[i])]=Gin[i][j-(int)(i_array[i])]*q_fr[j-(int)(i_array[i])];
            pros_e[j]=pros_e[j]+Tmp[i][j-(int)(i_array[i])];
        }
        else if (eidos[i]==2)
        {
            Tmp[i][j-(int)(i_array[i])]=Gin[i][j-(int)(i_array[i])]*q_fr[j-(int)(i_array[i])];
            pros_a[j]=pros_a[j]+Tmp[i][j-(int)(i_array[i])];
        }
    }
    q_fr[j]=(pros_e[j]/c)+(pros_a[j]/j);
    G=G+q_fr[j];
}

//Τυπώνει τα μη κανονικοποιημένα q
for (j=0;j<=max_T;j++)
{
    printf("to q[%d] einai %f \n",j,q_fr[j]);
}

//Τυπώνει την σταθερά αθροίσματος G
printf("to G einai=%f\n",G);

// Υπολογίζει και τυπώνει τα κανονικοποιημένα q
```

```
for(j=0;j<=max_T;j++)
{
q_pr[j]=q_fr[j]/G;
printf("to q_pr[%d] einai=%f\n",j,q_pr[j]);
}

// Υπολογίζει και τυπώνει τις πιθανότητες απώλειας κλήσης
for(i=1;i<=K;i++)
{
for(j=(max_T-(int)(i_array[i])-(int)(T[i])+1);j<=max_T;j++)
{
sum[i]=sum[i]+q_fr[j];
}
Pblock[i]=sum[i]/G;
printf(" Η Pblock[%d] einai %f\n",i,Pblock[i]);
}

system("PAUSE");

}
```

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Μ. Λογοθέτης, Θεωρία Τηλεπικοινωνιακής Κινήσεως και Εφαρμογές, Εκδόσεις Παπασωτηρίου, Β' έκδοση, 2012.
2. I. D. Moscholios, V. G. Vassilakis, M. D. Logothetis and John S. Vardakas, Bandwidth Reservation in the Erlang Multirate Loss Model for Elastic and Adaptive Traffic, Proc. Of 9th Advanced Int. Conf. on Telecommunications, AICT 2013, Rome, Italy, 23 – 28 June 2013.
3. J. Kaufman, Blocking in a shared resource environment, IEEE Transactions on Communications, vol. 29, Oct 1981, pp. 1474-1481.
4. J. Roberts, “A service system with heterogeneous user requirements”, In G. Pujolle (Ed.), Performance of Data Communications system and their applications, North Holland, Amsterdam, 1981, pp.423-431.
5. G. Stamatelos and V. Koukoulidis, Reservation – Based Bandwidth Allocation in a Radio ATM Network, IEEE/ACM Transaction Networking, vol. 5, June 1997, pp. 420-428.
6. Ι. Δ. Μοσχολιός, Σημειώσεις Μεταπτυχιακού Μαθήματος «Προχωρημένα Θέματα Δικτύων», Τμήμα Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών, Πανεπιστήμιο Πελοποννήσου, Ακαδημαϊκό Έτος 2012-2013.
7. V. Koukoulidis, “A Characterization of Reversible Markov Processes with Applications to Shared- Resource Environments”, PhD Thesis, Concordia University, Montreal, Canada, April 1993.
8. V. Vassilakis, I. Moscholios, M. Logothetis, “Evaluation of Multirate Loss Models for Elastic Traffic”, 3. International Working conference on Performance Modelling and Evaluation of Heterogeneous Networks (HET – NETs'05), Ilkley, West Yorkshire, U.K., July 18-20, 2005.
9. V. Vassilakis, I. Moscholios, M. Logothetis, “Evaluation of Multirate Loss Models for Elastic and Adaptive Services”, 12 Polish Teletraffic Symposium (PSRT '05), Poznan, Poland, September 19-20, 2005.
10. I. Moscholios, V. Vassilakis, J. Vardakas and M. Logothetis, “Call Blocking Probabilities of Elastic and Adaptive Traffic with Retrials”, Proc. Of 8th Advanced Int. Conf. on Telecommunications, AICT 2012, Stuttgart, Germany, 27 May – 1 June 2012.