



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΛΟΠΟΝΝΗΣΟΥ  
ΣΧΟΛΗ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ, ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ ΚΑΙ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ  
ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ

**ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ ΣΥΜΦΟΡΗΣΗΣ  
ΚΛΗΣΕΩΝ ΠΟΛΥΔΙΑΣΤΑΤΗΣ ΨΕΥΔΟΤΥΧΑΙΑΣ ΚΙΝΗΣΗΣ  
ΣΤΗΝ ΑΝΕΡΧΟΜΕΝΗ ΖΕΥΞΗ ΚΥΨΕΛΗΣ WCDMA**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

της

**ΚΑΤΣΙΒΑ ΜΑΡΙΑΣ του ΑΘΑΝΑΣΙΟΥ**

**ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΜΟΣΧΟΛΙΟΣ ΙΩΑΝΝΗΣ**

ΑΠΡΙΛΙΟΣ 2014

## Πίνακας περιεχομένων

Πρόλογος .....	1
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 .....	2
ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΠΩΛΕΙΩΝ ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ .....	2
1.1 Ορισμός.....	2
1.1.1 Διαδικασία άφιξης κλήσεων σε συστήματα απωλειών.....	2
1.1.2 Ρυθμός άφιξης κλήσεων.....	3
1.1.3 Διάρκεια κλήσης και ρυθμός εξυπηρέτησης .....	3
1.1.4 Φορτίο κίνησης.....	3
1.1.5 Βαθμός εξυπηρέτησης.....	4
1.2 Μοντέλο απωλειών Erlang .....	4
1.3 Μοντέλο απωλειών Engset.....	8
1.3.1 Υπολογισμός των πιθανοτήτων δυνατών καταστάσεων $P(n)$ στο μοντέλο απωλειών του Engset. ....	9
1.3.2 Υπολογισμός της CBP.....	11
1.4 Σύγκριση Μοντέλων Απωλειών Erlang και Engset.....	12
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 .....	17
ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΠΩΛΕΙΩΝ ΠΟΛΥΔΙΑΣΤΑΤΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ .....	17
2.1 Ορισμός Πολυδιάστατης Κίνησης .....	17
2.2 Το Μοντέλο Απωλειών Erlang για Συστήματα Πολυδιάστατης Τυχαίας Κίνησης (EMLM, Erlang Multi-rate Loss Model).....	17
2.2.1 Περιγραφή του EMLM .....	17
2.2.2 Υπολογισμός πιθανότητας απώλειας κλήσεως της κατηγορίας $k$ , $P_b$ της $k$ . ....	19
2.3 Το Μοντέλο Απωλειών Engset για Συστήματα Πολυδιάστατης Ψευδοτυχαίας Κίνησης (EnMLM, Engset Multi-rate Loss Model).....	28
2.3.1 Περιγραφή του EnMLM.....	28
2.3.2 Υπολογισμός πιθανότητας απώλειας κλήσεως της κατηγορίας κίνησης $k$ , $P_b$ . ....	30
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 .....	37
ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ W-CDMA.....	37
3.1 Περιγραφή κυψελωτού συστήματος πολλαπλής πρόσβασης.....	37
3.2 Παρεμβολές στα κυψελωτά συστήματα.....	37
3.3 Συστήματα πολλαπλής πρόσβασης και τεχνικές διαίρεσης εύρους ζώνης..	38

3.3.1	Πολλαπλή Πρόσβαση με Διαίρεση Συχνότητας ( <i>FDMA – Frequency Division Multiple Access</i> ) .....	38
3.3.2	Πολλαπλή Πρόσβαση με Διαίρεση Χρόνου ( <i>TDMA – Time Division Multiple Access</i> ) .....	38
3.3.3	Πολλαπλή Πρόσβαση Διαίρεσης Κώδικα ( <i>CDMA – Code Division Multiple Access</i> ) .....	39
3.3.3.1	Διαδικασία κωδικοποίησης και διασκορπισμού - αποδιασκορπισμού .....	39
3.3.3.2	Κέρδος επεξεργασίας .....	39
3.3.3.3	Ορθογωνιότητα κωδίκων διασκορπισμού .....	40
3.3.3.4	Είδη CDMA .....	40
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 .....		42
ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΜΕΓΙΣΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΚΛΗΣΕΩΝ ΣΕ ΚΥΨΕΛΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ W-CDMA ΚΑΙ ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΑΝΩ ΖΕΥΞΗΣ .....		42
4.1	Εισαγωγή .....	42
4.1.1	Παρεμβολές στο σύστημα W - CDMA .....	43
4.2	Μέγιστος αριθμός κλήσεων στην κυψέλη .....	45
4.3	Χωρητικότητα άνω ζεύξης και απαιτούμενο εύρος ζώνης ανά κλήση .....	49
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 .....		51
ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ ΑΠΩΛΕΙΑΣ ΚΛΗΣΗΣ ΣΕ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ LOCAL BLOCKING .....		51
5.1	Συστήματα με hard blocking .....	51
5.2	Συστήματα με hard και soft blocking .....	51
5.2.1	Υπολογισμός και χρήση της local blocking probability ( <i>L</i> ) .....	52
5.3	Εφαρμογή της πολιτικής δέσμευσης εύρους ζώνης σε σύστημα με άπειρο αριθμό πηγών κίνησης και local blocking, αριθμητικοί υπολογισμοί και σύγκριση ..	67
5.3.1	Η πολιτική δέσμευσης εύρους ζώνης .....	67
5.3.2	Η εφαρμογή της πολιτικής δέσμευσης εύρους ζώνης σε σύστημα με άπειρο αριθμό πηγών κίνησης και local blocking .....	68
5.3.3	Αριθμητικό παράδειγμα, γραφικές παραστάσεις και σύγκριση .....	68
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 .....		76
ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ ΑΠΩΛΕΙΑΣ ΚΛΗΣΗΣ ΣΕ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΟ ΑΡΙΘΜΟ ΠΗΓΩΝ ΚΙΝΗΣΗΣ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ ΔΕΣΜΕΥΣΗΣ ΕΥΡΟΥΣ ΖΩΝΗΣ .....		76
6.1	Υπολογισμός πιθανότητας απώλειας κλήσης σε σύστημα με πεπερασμένο αριθμό πηγών κίνησης και πιθανότητα local blocking .....	76
6.2	Εφαρμογή της πολιτικής <i>BR</i> σε σύστημα απωλειών με πεπερασμένο αριθμό πηγών κίνησης και πιθανότητα <i>LB</i> , αριθμητικοί υπολογισμοί και σύγκριση. ....	78
6.2.1	Η πολιτική δέσμευσης εύρους ζώνης και η εφαρμογή της σε σύστημα με πεπερασμένο αριθμό πηγών κίνησης και local blocking .....	78

6.2.2	Αριθμητικό παράδειγμα, γραφικές παραστάσεις και σύγκριση .....	79
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ.....		86
Παράρτημα 1:	Πως απλοποιούνται τα αθροίσματα στην απόδειξη του αναδρομικού τύπου των Kaufman-Roberts. ....	86
Παράρτημα 2:	Απόδειξη της σχέσης (2.25).....	87
Παράρτημα 3:	Όταν $NR = 3\text{dB}$ τότε $n_{UL} = 1/2$ .....	88
Παράρτημα 4:	Κανονική και λογάριθμο-κανονική κατανομή (normal and log-normal distribution) .....	89
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....		92

## ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΣΧΗΜΑΤΩΝ, ΠΙΝΑΚΩΝ ΚΑΙ ΕΙΚΟΝΩΝ

### ΣΧΗΜΑΤΑ

<b>Σχήμα 1.1:</b>	Σύστημα απωλειών $M/M/s(0)$ .....	4
<b>Σχήμα 1.2:</b>	Διάγραμμα Μεταπτώσεων Καταστάσεων $M/M/s(0)$ .....	6
<b>Σχήμα 1.3:</b>	Διάγραμμα Μεταπτώσεων Καταστάσεων Συστήματος απωλειών με 3 εξυπηρετητές και πεπερασμένο αριθμό πηγών κίνησης.....	9
<b>Σχήμα 1.4:</b>	Διάγραμμα Μεταπτώσεων Καταστάσεων Συστήματος απωλειών με 3 εξυπηρετητές και $N = 4$ πηγές κίνησης. ....	12
<b>Σχήμα 1.5:</b>	Διάγραμμα Μεταπτώσεων Καταστάσεων Συστήματος απωλειών με 3 εξυπηρετητές και $N = 8$ πηγές κίνησης. ....	13
<b>Σχήμα 1.6:</b>	Διάγραμμα Μεταπτώσεων Καταστάσεων Συστήματος απωλειών με 3 εξυπηρετητές και $N = 16$ πηγές κίνησης. ....	14
<b>Σχήμα 1.7:</b>	Διάγραμμα Μεταπτώσεων Καταστάσεων Συστήματος απωλειών με 3 εξυπηρετητές και $N = 32$ πηγές κίνησης. ....	14
<b>Σχήμα 1.8:</b>	Διάγραμμα Μεταπτώσεων Καταστάσεων Συστήματος απωλειών με 3 εξυπηρετητές και άπειρες πηγές κίνησης. ....	15
<b>Σχήμα 2.1:</b>	Σύνολο $\Omega$ για σύστημα πλήρους διάθεσης για δύο κατηγορίες κίνησης. ....	18
<b>Σχήμα 2.2:</b>	Διάγραμμα καταστάσεων για την περίπτωση που δεν απορρίπτεται καμία κλήση των κατηγοριών κίνησης 1 και 2.....	20
<b>Σχήμα 2.3:</b>	Διάγραμμα καταστάσεων για την περίπτωση που απορρίπτονται οι κλήσεις και των δύο κατηγοριών κίνησης.....	20
<b>Σχήμα 2.4:</b>	Διάγραμμα καταστάσεων για την περίπτωση που απορρίπτονται οι κλήσεις της δεύτερης κατηγορίας κίνησης.....	21
<b>Σχήμα 2.5:</b>	Σύνολα $\Omega$ , $\Omega_2$ για το σύστημα πλήρους διάθεσης του παραδείγματος 2.1. ....	23
<b>Σχήμα 2.6:</b>	Σύνολα καταστάσεων $\Omega_j$ και $\Omega_C$ σε ένα σύστημα πλήρους διάθεσης.....	24
<b>Σχήμα 2.7:</b>	Διάγραμμα μετάβασης από την κατάσταση $(0,0)$ στις καταστάσεις $(0,1)$ , $(1,0)$ και αντίστροφα. ....	29
<b>Σχήμα 5.1:</b>	Διάγραμμα μετάβασης καταστάσεων συστήματος απωλειών με local blocking με δύο κατηγορίες κίνησης και σταδιακή κατάληψη των μονάδων εύρους ζώνης. ....	53

<b>Σχήμα 5.2:</b> Διάγραμμα μετάβασης καταστάσεων συστήματος απωλειών με local blocking με $k$ κατηγορίες κίνησης μεταξύ των καταστάσεων $j-b_k$ και $j$ .	55
<b>Σχήμα 5.3:</b> Διάγραμμα μετάβασης καταστάσεων συστήματος απωλειών με local blocking με δύο κατηγορίες κίνησης και ταυτόχρονη κατάληψη όλων των απαιτούμενων μονάδων εύρους ζώνης.	55
<b>Σχήμα 5.4:</b> Διάγραμμα πιθανοτήτων απώλειας κλήσης για τις τέσσερις κατηγορίες κίνησης χωρίς την ύπαρξη μηχανισμού IC σύμφωνα με την πρώτη προσέγγιση [38].	59
<b>Σχήμα 5.5:</b> Διάγραμμα πιθανοτήτων απώλειας κλήσης για τις τέσσερις κατηγορίες κίνησης χωρίς την ύπαρξη μηχανισμού IC σύμφωνα με τη δεύτερη προσέγγιση [42].	60
<b>Σχήμα 5.6:</b> Διάγραμμα πιθανοτήτων απώλειας κλήσης για τις τέσσερις κατηγορίες κίνησης, για σταθερό φορτίο κίνησης και για διάφορες τιμές του $i$ , σύμφωνα με τη δεύτερη προσέγγιση [42].	62
<b>Σχήμα 5.7:</b> Διάγραμμα πιθανοτήτων απώλειας κλήσης για την πρώτη κατηγορία κίνησης για τρεις διαφορετικές τιμές του $\beta$ σύμφωνα με την προτεινόμενη προσέγγιση.	63
<b>Σχήμα 5.8:</b> Διάγραμμα πιθανοτήτων απώλειας κλήσης για τη δεύτερη κατηγορία κίνησης για τρεις διαφορετικές τιμές του $\beta$ σύμφωνα με την προτεινόμενη προσέγγιση.	64
<b>Σχήμα 5.9:</b> Διάγραμμα πιθανοτήτων απώλειας κλήσης για την τρίτη κατηγορία κίνησης για τρεις διαφορετικές τιμές του $\beta$ σύμφωνα με την προτεινόμενη προσέγγιση.	65
<b>Σχήμα 5.10:</b> Διάγραμμα πιθανοτήτων απώλειας κλήσης για την τέταρτη κατηγορία κίνησης για τρεις διαφορετικές τιμές του $\beta$ σύμφωνα με την προτεινόμενη προσέγγιση.	66
<b>Σχήμα 5.11:</b> Διάγραμμα μεταβολής της πιθανότητας απώλειας κλήσης για την πρώτη κατηγορία κίνησης χωρίς την ύπαρξη μηχανισμού IC ( $\beta=0$ ) με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS.	70
<b>Σχήμα 5.12:</b> Διάγραμμα μεταβολής της πιθανότητας απώλειας κλήσης για τη δεύτερη κατηγορία κίνησης χωρίς την ύπαρξη μηχανισμού IC ( $\beta=0$ ) με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS.	71
<b>Σχήμα 5.13:</b> Διάγραμμα μεταβολής της πιθανότητας απώλειας κλήσης για την τρίτη κατηγορία κίνησης χωρίς την ύπαρξη μηχανισμού IC ( $\beta=0$ ) με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS.	72
<b>Σχήμα 5.14:</b> Διάγραμμα μεταβολής της πιθανότητας απώλειας κλήσης για την πρώτη κατηγορία κίνησης με χρήση του μηχανισμού IC ( $\beta=0.8$ ) με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS.	73
<b>Σχήμα 5.15:</b> Διάγραμμα μεταβολής της πιθανότητας απώλειας κλήσης για την τρίτη κατηγορία κίνησης με χρήση του μηχανισμού IC ( $\beta=0.8$ ) με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS.	75
<b>Σχήμα 6.1:</b> Διάγραμμα μετάβασης καταστάσεων συστήματος απωλειών με local blocking και πεπερασμένο αριθμό πηγών κίνησης, με $k$ κατηγορίες κίνησης, μεταξύ των καταστάσεων $j-b_k$ και $j$ .	76
<b>Σχήμα 6.2:</b> Διάγραμμα μεταβολής της πιθανότητας απώλειας κλήσης για την πρώτη κατηγορία κίνησης χωρίς χρήση του μηχανισμού IC ( $\beta=0$ ) με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS για συστήματα απωλειών με άπειρο και πεπερασμένο αριθμό πηγών κίνησης.	80
<b>Σχήμα 6.3:</b> Διάγραμμα μεταβολής της πιθανότητας απώλειας κλήσης για τη δεύτερη κατηγορία κίνησης χωρίς χρήση του μηχανισμού IC ( $\beta=0$ ) με εφαρμογή των	

πολιτικών BR και CS για συστήματα απωλειών με άπειρο και πεπερασμένο αριθμό πηγών κίνησης.....	81
<b>Σχήμα 6.4:</b> Διάγραμμα μεταβολής της πιθανότητας απώλειας κλήσης για την τρίτη κατηγορία κίνησης χωρίς χρήση του μηχανισμού IC ( $\beta=0$ ) με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS για συστήματα απωλειών με άπειρο και πεπερασμένο αριθμό πηγών κίνησης.....	82
<b>Σχήμα 6.5:</b> Διάγραμμα μεταβολής της πιθανότητας απώλειας κλήσης για την πρώτη κατηγορία κίνησης με χρήση του μηχανισμού IC ( $\beta=0.8$ ) με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS για συστήματα απωλειών με άπειρο και πεπερασμένο αριθμό πηγών κίνησης. ....	83
<b>Σχήμα 6.6:</b> Διάγραμμα μεταβολής της πιθανότητας απώλειας κλήσης για τη δεύτερη κατηγορία κίνησης με χρήση του μηχανισμού IC ( $\beta=0.8$ ) με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS για συστήματα απωλειών με άπειρο και πεπερασμένο αριθμό πηγών κίνησης. ....	84
<b>Σχήμα 6.7:</b> Διάγραμμα μεταβολής της πιθανότητας απώλειας κλήσης για την τρίτη κατηγορία κίνησης με χρήση του μηχανισμού IC ( $\beta=0.8$ ) με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS για συστήματα απωλειών με άπειρο και πεπερασμένο αριθμό πηγών κίνησης. ....	85
<b>Σχήμα 2α:</b> Διάγραμμα μετάβασης από την κατάσταση $j-b_k$ στην κατάσταση $j$ . ....	87
<b>Σχήμα 4α:</b> Κανονική κατανομή [53]. ....	89
<b>Σχήμα 4β:</b> Λογάριθμο-κανονική κατανομή[55].....	91

## Πίνακες

<b>Πίνακας 1.1:</b> Αποτελέσματα πιθανοτήτων μονίμων δυνατών καταστάσεων σε σύστημα απωλειών, για διάφορες τιμές του $N$ .....	15
<b>Πίνακας 2.1:</b> Σύνολο μονίμων καταστάσεων για δύο κατηγορίες κίνησης σε σύστημα με $C = 8$ .....	22
<b>Πίνακας 2.2:</b> Σύνολο δυνατών καταστάσεων σε σύστημα απωλειών Engset. ....	28
<b>Πίνακας 2.3 :</b> Σύνολο δυνατών καταστάσεων και ισοδύναμο σύνολο για σύστημα απωλειών Engset. ....	33
<b>Πίνακας 2.4 :</b> Μέση τιμή των κλήσεων των δύο κατηγοριών κίνησης για κάθε δυνατή κατάσταση $j$ . ....	35
<b>Πίνακας 5.1:</b> Μέγιστος αριθμός κλήσεων και εύρος ζώνης ανά κλήση για τέσσερις κατηγορίες κίνησης όταν μεταβάλλεται η αποτελεσματικότητα $\beta$ του μηχανισμού IC. ....	56
<b>Πίνακας 5.2:</b> Αλγόριθμοι για τον υπολογισμό πιθανότητας συμφόρησης στο χρόνο σε συστήματα με κίνηση που χαρακτηρίζεται από την κατανομή Poisson.....	57
<b>Πίνακας 5.3:</b> Πιθανότητες απώλειας κλήσης για τέσσερις κατηγορίες κίνησης για διάφορες τιμές του $\alpha$ , σύμφωνα με την πρώτη προσέγγιση [38]. ....	59
<b>Πίνακας 5.4:</b> Πιθανότητες απώλειας κλήσης για τέσσερις κατηγορίες κίνησης για διάφορες τιμές του $\alpha$ , σύμφωνα με τη δεύτερη προσέγγιση [42]. ....	60
<b>Πίνακας 5.5:</b> Πιθανότητες απώλειας κλήσης για τέσσερις κατηγορίες κίνησης, για σταθερό φορτίο κίνησης και για διάφορες τιμές του $i$ , σύμφωνα με τη δεύτερη προσέγγιση [42]. ....	61
<b>Πίνακας 5.6:</b> Πιθανότητες απώλειας κλήσης για την πρώτη κατηγορία κίνησης για διάφορες τιμές του $\beta$ , σύμφωνα με την προτεινόμενη προσέγγιση. ....	63
<b>Πίνακας 5.7:</b> Πιθανότητες απώλειας κλήσης για τη δεύτερη κατηγορία κίνησης για διάφορες τιμές του $\beta$ , σύμφωνα με την προτεινόμενη προσέγγιση. ....	64

<b>Πίνακας 5.8:</b> Πιθανότητες απώλειας κλήσης για την τρίτη κατηγορία κίνησης για διάφορες τιμές του $\beta$ , σύμφωνα με την προτεινόμενη προσέγγιση. ....	65
<b>Πίνακας 5.9:</b> Πιθανότητες απώλειας κλήσης για την τέταρτη κατηγορία κίνησης για διάφορες τιμές του $\beta$ , σύμφωνα με την προτεινόμενη προσέγγιση. ....	66
<b>Πίνακας 5.10:</b> Παράμετροι κίνησης για τις τρεις κατηγορίες κίνησης στο μοντέλο απωλειών με άπειρο αριθμό πηγών κίνησης. ....	69
<b>Πίνακας 5.11:</b> Πιθανότητες απώλειας κλήσης για την πρώτη κατηγορία κίνησης με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS χωρίς χρήση του μηχανισμού IC ( $\beta = 0$ ).....	69
<b>Πίνακας 5.12:</b> Πιθανότητες απώλειας κλήσης για τη δεύτερη κατηγορία κίνησης με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS χωρίς χρήση του μηχανισμού IC ( $\beta = 0$ ).....	70
<b>Πίνακας 5.13:</b> Πιθανότητες απώλειας κλήσης για την τρίτη κατηγορία κίνησης με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS χωρίς χρήση του μηχανισμού IC ( $\beta = 0$ ).....	71
<b>Πίνακας 5.14:</b> Πιθανότητες απώλειας κλήσης για την πρώτη κατηγορία κίνησης με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS με χρήση του μηχανισμού IC ( $\beta = 0.8$ ).....	72
<b>Πίνακας 5.15:</b> Πιθανότητες απώλειας κλήσης για τη δεύτερη κατηγορία κίνησης με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS με χρήση του μηχανισμού IC ( $\beta = 0.8$ ).....	73
<b>Πίνακας 5.16:</b> Πιθανότητες απώλειας κλήσης για την τρίτη κατηγορία κίνησης με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS με χρήση του μηχανισμού IC ( $\beta = 0.8$ ).....	74
<b>Πίνακας 6.1:</b> Παράμετροι κίνησης για τις τρεις κατηγορίες κίνησης στο μοντέλο απωλειών με πεπερασμένο αριθμό πηγών κίνησης. ....	79
<b>Πίνακας 6.2:</b> Πιθανότητες απώλειας κλήσης για την πρώτη κατηγορία κίνησης με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS χωρίς χρήση του μηχανισμού IC ( $\beta = 0$ ) για συστήματα με πεπερασμένο και άπειρο αριθμό πηγών κίνησης. ....	79
<b>Πίνακας 6.3:</b> Πιθανότητες απώλειας κλήσης για τη δεύτερη κατηγορία κίνησης με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS χωρίς χρήση του μηχανισμού IC ( $\beta = 0$ ) για συστήματα με πεπερασμένο και άπειρο αριθμό πηγών κίνησης. ....	80
<b>Πίνακας 6.4:</b> Πιθανότητες απώλειας κλήσης για την τρίτη κατηγορία κίνησης με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS χωρίς χρήση του μηχανισμού IC ( $\beta = 0$ ) για συστήματα με πεπερασμένο και άπειρο αριθμό πηγών κίνησης. ....	81
<b>Πίνακας 6.5:</b> Πιθανότητες απώλειας κλήσης για την πρώτη κατηγορία κίνησης με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS και χρήση του μηχανισμού IC ( $\beta = 0.8$ ) για συστήματα με πεπερασμένο και άπειρο αριθμό πηγών κίνησης. ....	82
<b>Πίνακας 6.6:</b> Πιθανότητες απώλειας κλήσης για τη δεύτερη κατηγορία κίνησης με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS και χρήση του μηχανισμού IC ( $\beta = 0.8$ ) για συστήματα με πεπερασμένο και άπειρο αριθμό πηγών κίνησης. ....	83
<b>Πίνακας 6.7:</b> Πιθανότητες απώλειας κλήσης για την τρίτη κατηγορία κίνησης με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS και χρήση του μηχανισμού IC ( $\beta = 0.8$ ) για συστήματα με πεπερασμένο και άπειρο αριθμό πηγών κίνησης. ....	84
των πολιτικών BR και CS.....	72

## EΙΚΟΝΕΣ

<b>Εικόνα 4.1:</b> Φαινόμενο μετάδοσης σήματος μέσω πολλαπλών διαδρομών (multi-path) [37]. ....	43
<b>Εικόνα 4.2:</b> Παρεμβολές $P_{own}$ και $P_{other}$ στο Σταθμό Βάσης-1 (ΣΒ-1).....	44

## Πρόλογος

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η περιγραφή και ανάλυση του υπολογισμού της πιθανότητας απώλειας κλήσης (CBP) κατά την ανερχόμενη ζεύξη (uplink) μιας κυψέλης συστήματος W-CDMA, δεδομένων των χαρακτηριστικών του δικτύου και των παρεμβολών που οφείλονται σε χρήστες τόσο της ίδιας όσο και γειτονικών κυψελών.

Η δομή της εργασίας έχει ως εξής: Στο 1<sup>ο</sup> Κεφάλαιο αναφέρονται οι γενικές αρχές της Θεωρίας Τηλεπικοινωνιακής Κίνησης με την περιγραφή συστημάτων απωλειών μονοδιάστατης κίνησης. Οι έννοιες αυτές επεκτείνονται στο 2<sup>ο</sup> Κεφάλαιο όπου αναλύουμε συστήματα απωλειών πολυδιάστατης κίνησης, για να καταλήξουμε στην απόδειξη του αναδρομικού τύπου Kaufman – Roberts. Στο 3<sup>ο</sup> Κεφάλαιο, γίνεται εισαγωγή στα συστήματα W-CDMA καθώς και στα χαρακτηριστικά ενός τέτοιου δικτύου. Στο 4<sup>ο</sup> Κεφάλαιο υπολογίζεται ο μέγιστος αριθμός κλήσεων μιας κατηγορίας κίνησης που μπορεί να υπάρξει στην κυψέλη που μελετάμε, αναλύονται οι παράγοντες που τον επηρεάζουν, εισάγεται η έννοια του soft blocking και εξηγείται η σημασία της χρησιμοποίησης του μηχανισμού IC (Interference Cancellation) στα συστήματα W-CDMA. Στο 5<sup>ο</sup> και 6<sup>ο</sup> Κεφάλαιο, παρουσιάζεται ο τρόπος υπολογισμού της CBP σε συστήματα με local blocking και άπειρο ή πεπερασμένο αριθμό πηγών κίνησης αντίστοιχα. Στο 5<sup>ο</sup> Κεφάλαιο, γίνεται ανάλυση δύο προτεινόμενων μοντέλων υπολογισμού, μεταξύ τους σύγκριση, διεξαγωγή συμπερασμάτων αναφορικά με τη χρησιμότητά τους και προτείνεται μία τρίτη προσέγγιση για τον υπολογισμό της πιθανότητας απώλειας κλήσης. Οι παραπάνω περιγραφές – αναλύσεις συνοδεύονται από αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις. Στο τέλος του κεφαλαίου παρουσιάζεται η εφαρμογή της πολιτικής δέσμευσης εύρους ζώνης (BR) σε ένα τέτοιο σύστημα. Κάτι αντίστοιχο παρουσιάζεται στο 6<sup>ο</sup> Κεφάλαιο για σύστημα απωλειών με πεπερασμένο αριθμό πηγών κίνησης.

## Ευχαριστίες

Με την ολοκλήρωση της διπλωματικής μου εργασίας, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή κ. Ιωάννη Μοσχολιό για την καταλυτική βοήθεια, τη συνεχή καθοδήγηση και τις πολύτιμες συμβουλές του. Επιπλέον, θέλω να ευχαριστήσω τον συνάδελφο και φίλο κ. Κ. Πουλουπάτη για την προτροπή του να ασχοληθώ με το εν λόγω ΠΜΣ καθώς και για την πολύτιμη βοήθειά του καθ' όλη τη διάρκεια των μεταπτυχιακών σπουδών μου. Τέλος, ευχαριστώ θερμά το φίλο μου κ. Γ. Σεριάτο, για την ηθική και πρακτική στήριξή του κατά την εκπόνηση της παρούσας εργασίας.



# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

## ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΠΩΛΕΙΩΝ ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ

### 1.1 Ορισμός

Ένα σύστημα απωλειών αποτελείται από ένα σύνολο εξυπηρετητών (*servers*) και τις κλήσεις προς εξυπηρέτηση. Μία κλήση που εισέρχεται στο σύστημα, είτε εξυπηρετείται άμεσα, δεδομένου ότι υπάρχει διαθέσιμος ο αριθμός των μονάδων εύρους ζώνης (εξυπηρετητών) που απαιτούνται ώστε να εξυπηρετηθεί, είτε, σε αντίθετη περίπτωση, μπλοκάρεται και αποχωρεί από αυτό.

Ένα μοντέλο απωλειών, όπως θα δούμε στη συνέχεια, περιγράφει με μαθηματικό τρόπο ένα σύστημα απωλειών, για να καταλήξει στον υπολογισμό της πιθανότητας απόλειας κλήσης (*CBP-Call Blocking Probability*).

#### **1.1.1 Διαδικασία άφιξης κλήσεων σε συστήματα απωλειών**

Υπάρχουν πολλοί τρόποι γέννησης κλήσεων. Επί του παρόντος, θα θεωρήσουμε τον τυχαίο τρόπο γέννησης μιας κλήσης σύμφωνα με τον οποίο, οι συνδρομητές του δικτύου δεν ακολουθούν κάποια συγκεκριμένη στρατηγική όσον αφορά το πότε θα αιτηθούν εξυπηρέτηση. Για να χαρακτηρίσουμε τυχαία την άφιξη κλήσεων σε ένα σύστημα πρέπει να ικανοποιούνται οι παρακάτω προϋποθέσεις:

α. Η πιθανότητα  $P_1(\Delta t)$  να γεννηθεί μια κλήση σε χρόνο  $(t, t+\Delta t)$  για  $\Delta t \rightarrow 0$ , τείνει στο  $\lambda * \Delta t$ , όπου το  $\lambda$  είναι σταθερός αριθμός, ανεξάρτητα από το  $t$ . Το γεγονός ότι η πιθανότητα  $P_1(\Delta t)$  δεν εξαρτάται από το  $t$ , σημαίνει πως η άφιξη μιας κλήσης, με κανένα τρόπο δε σχετίζεται με προηγούμενες αφίξεις κλήσεων ως τη στιγμή  $t$ . Αυτή η διαδικασία άφιξης κλήσεων καλείται Poisson και περιγράφεται από την εξής κατανομή:

$$P_k(t) = \frac{(\lambda * t)^k}{k!} e^{-\lambda * t} \quad (1.1)$$

με μέση τιμή  $E = \lambda * t$  και διασπορά  $\sigma^2 = \lambda * t$ .

Επιπλέον, αν η πιθανότητα  $P_1(\Delta t)$  δεν εξαρτάται από το  $t$  για κάθε  $t$ , τότε η διαδικασία άφιξης κλήσεων καλείται Μαρκοβιανή.

β. Η πιθανότητα δύο ή περισσότερες κλήσεις να φτάσουν στο σύστημα ταυτόχρονα, τείνει στο μηδέν.

γ. Οι κλήσεις γεννώνται ανεξάρτητα η μία από την άλλη.

Από την κατανομή Poisson (1.1) προκύπτει ότι η πιθανότητα μηδέν κλήσεις να φτάσουν στο σύστημα στο χρονικό διάστημα  $(0,t]$  είναι:

$$P_0(t) = e^{-\lambda t} \quad (1.2)$$

Άρα, η πιθανότητα ότι ο χρόνος μεταξύ δύο διαδοχικών αφίξεων δε θα υπερβεί την τιμή  $t$ , δίνεται από τη σχέση:

$$A(t) = 1 - e^{-\lambda t} \quad (1.3)$$

που είναι η εκθετική κατανομή με μέση τιμή  $\lambda^{-1}$  (σελ 18, [1]).

### 1.1.2 Ρυθμός άφιξης κλήσεων

Ο ρυθμός άφιξης των κλήσεων προς εξυπηρέτηση σε ένα σύστημα απωλειών, προσδιορίζει τον αριθμό των κλήσεων που καταφθάνουν στο σύστημα στη μονάδα του χρόνου, και συμβολίζεται με  $\lambda$ . Στην περίπτωση τυχαίας διαδικασίας άφιξης κλήσεων, θεωρούμε τυχαίο και το ρυθμό με τον οποίο καταφθάνουν οι κλήσεις στο σύστημα.

### 1.1.3 Διάρκεια κλήσης και ρυθμός εξυπηρέτησης

Ως διάρκεια κλήσης  $h$ , ή χρόνος εξυπηρέτησης μιας κλήσης, ορίζεται το χρονικό διάστημα που απαιτείται από το σύστημα για την εξυπηρέτησή της. Αντίστοιχα, ο ρυθμός εξυπηρέτησης των κλήσεων προσδιορίζει τον αριθμό των εισερχομένων στο σύστημα κλήσεων που εξυπηρετούνται στη μονάδα του χρόνου, και συμβολίζεται με  $\mu = \frac{1}{h}$ .

### 1.1.4 Φορτίο κίνησης

Το φορτίο κίνησης  $\alpha$ , ορίζεται ως το άθροισμα των χρόνων εξυπηρέτησης στη διάρκεια του χρόνου παρατήρησης του συστήματος. Όπως προκύπτει από τον ορισμό του, το  $\alpha$  είναι αδιάστατο μέγεθος. Ωστόσο, έχει οριστεί ως μονάδα μέτρησής του το *erlang*, προς τιμήν του Δανού μαθηματικού A. K. Erlang που ήταν ο πρώτος που ασχολήθηκε με ζητήματα τηλεπικοινωνιακής κίνησης.

Το φορτίο κίνησης χαρακτηρίζεται από τις παρακάτω ιδιότητες [2]:

α. Αν  $c$  είναι ο αριθμός των κλήσεων που καταφθάνουν σε ένα σύστημα απωλειών και  $h$  ο μέσος χρόνος εξυπηρέτησής τους, τότε  $\alpha = c * h$ .

β. Το φορτίο κίνησης ισούται με τον αριθμό των κλήσεων που φτάνουν στο σύστημα σε χρόνο ίσο με το χρόνο εξυπηρέτησης  $h$ .

γ. Το φορτίο κίνησης που διεκπεραιώνεται από έναν εξυπηρετητή, ισούται με την πιθανότητα, ο εξυπηρετητής αυτός να είναι κατειλημμένος.

δ. Το φορτίο κίνησης που διεκπεραιώνεται από ένα σύνολο εξυπηρετητών, είναι ισοδύναμο με τη μέση τιμή των κατειλημμένων εξυπηρετητών του συνόλου αυτού.

### 1.1.5 Βαθμός εξυπηρέτησης

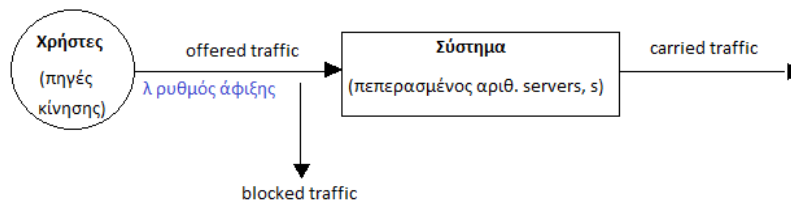
Ο βαθμός εξυπηρέτησης (*GoS- Grade of Service*) καθορίζει την ποιότητα εξυπηρέτησης που παρέχει ένα σύστημα και εκφράζει την πιθανότητα απώλειας κλήσεων αναφορικά με την ώρα αιχμής. Στη γενική του μορφή, υπολογίζεται ως εξής:

$$GoS = B = \frac{\text{Συνολικός Αριθμός Κλήσεων που Αποκλείονται}}{\text{Συνολικός Αριθμός Κλήσεων που Προσφέρονται}}$$

που σημαίνει πως  $GoS \leq 1$ . Επομένως, ένας υψηλός βαθμός εξυπηρέτησης υποδηλώνει κακή λειτουργία του συστήματος που μελετάμε.

## 1.2 Μοντέλο απωλειών Erlang

Ένα σύστημα απωλειών με πεπερασμένο αριθμό εξυπηρετητών ίσο με  $s$  και τυχαίες διαδικασίες άφιξης και εξυπηρέτησης κλήσεων, θα το συμβολίζουμε ως  $M/M/s(0)$  (συμβολισμός κατά Kendall). Οι δύο πρώτοι όροι  $M$  (*Markov*) συμβολίζουν την εκθετική κατανομή πιθανότητας των χρονικών διαστημάτων μεταξύ των διαδοχικών αφίξεων και την εκθετική κατανομή εξυπηρέτησης των κλήσεων αντίστοιχα. Το  $s(0)$  εκφράζει τη μη ύπαρξη ουράς στο σύστημα. Ένα τέτοιο σύστημα απεικονίζεται σχηματικά ως εξής:



Σχήμα 1.1: Σύστημα απωλειών  $M/M/s(0)$

Εφόσον οι αφιχθείσες κλήσεις που βρίσκουν το σύστημα γεμάτο, μπλοκάρονται και χάνονται, ο αριθμός των κλήσεων που βρίσκονται μέσα στο σύστημα, είναι ο ίδιος με τον αριθμό των απασχολημένων εξυπηρετητών, δεδομένου ότι μία κλήση εξυπηρετείται από έναν μόνο server. Αν θεωρήσουμε  $N(t)$  τον αριθμό των κλήσεων στο σύστημα τη στιγμή  $t$ , και θεωρώντας ότι σε χρόνο  $(t, t+\Delta t)$  με  $\Delta t \rightarrow 0$ , δεν γεννώνται δύο ή περισσότερες κλήσεις, τότε το γεγονός  $\{N(t+\Delta t)=r\}$ , όπου  $r$  ο αριθμός των κλήσεων στο σύστημα τη χρονική στιγμή  $t+\Delta t$ , προκύπτει ένα εκ των τριών γεγονότων που ακολουθούν:

A.  $N(t)=r$  και σε χρόνο  $(t, t+\Delta t)$  καμία κλήση δεν γεννάται ή τερματίζεται.

B.  $N(t)=r-1$  και σε χρόνο  $(t, t+\Delta t)$  γεννάται μία κλήση.

Γ.  $N(t)=r+1$  και σε χρόνο  $(t, t+\Delta t)$  μία κλήση τερματίζεται.

Θεωρούμε ότι  $P_r(t)=P\{N(t)=r\}$ . Αν υποθέσουμε πως έχουμε  $r$  κλήσεις σε εξέλιξη, τότε η πιθανότητα να τερματιστεί μια κλήση σε χρονικό διάστημα  $(t, t+\Delta t)$  είναι  $r\mu\Delta t$  και οι αντίστοιχες πιθανότητες για τα παραπάνω ενδεχόμενα A, B, και Γ διαμορφώνονται ως εξής:

$$P(A) = P_r(t) * (1 - \lambda * \Delta t - r * \mu * \Delta t)$$

$$P(B) = P_{r-1}(t) * \lambda * \Delta t \quad (1.4)$$

$$P(\Gamma) = P_{r+1}(t) * (r+1) * \mu * \Delta t$$

Κι επειδή αυτά τα γεγονότα είναι μεταξύ τους ανεξάρτητα, προκύπτει η σχέση:

$$\begin{aligned} P(t+\Delta t) &= P(A) + P(B) + P(\Gamma) = \\ P_r(t) [\lambda * P_{r-1}(t) - (\lambda + r\mu) * P_r(t) + (r+1) * \mu * P_{r+1}(t)] * \Delta t \end{aligned} \quad (1.5)$$

που αποδίδει τη διαφορική εξίσωση:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P_r(t+\Delta t) - P_r(t)}{\Delta t} = \frac{dP_r(t)}{dt} = \lambda * P_{r-1}(t) - (\lambda + r\mu) * P_r(t) + \mu * P_{r+1}(t) \quad (1.6)$$

Θεωρώντας  $\Delta t \rightarrow 0$  λαμβάνουμε την παράγωγο:

$$\frac{dP_r(t)}{dt} = \lambda * P_{r-1}(t) - (\lambda + r\mu) * P_r(t) + (r+1) * \mu * P_{r+1}(t) \quad (1.7)$$

Στην πράξη μας ενδιαφέρει η σταθερή κατάσταση του συστήματος (*steady state*) και συγκεκριμένα ύστερα από ικανό χρονικό διάστημα από την αρχή της λειτουργίας του ώστε να είναι εντελώς ανεξάρτητη από αυτήν. Στην κατάσταση αυτή ισχύει  $\frac{dP_r(t)}{dt} = 0$ , επομένως η

(1.7) γράφεται ως εξής:

$$\lambda * P_{r-1}(t) - (\lambda + r\mu) * P_r(t) + (r+1) * \mu * P_{r+1}(t) = 0 \quad (1.8)$$

Παρατηρούμε πως οι πιθανότητες  $P_{r-1}$ ,  $P_r$ ,  $P_{r+1}$  είναι πλέον ανεξάρτητες από το χρόνο  $t$ . Έτσι η πιθανοτική κατανομή ύπαρξης κλήσεων είναι ανεξάρτητη από την πρότερη κατάσταση. Αυτό είναι το νόημα της σταθερής κατάστασης που αναφέρεται παραπάνω.

Προσθέτοντας κατά μέλη τις εξισώσεις που προκύπτουν από τις σχέσεις (1.4) για  $r=0$  ως  $r=i-1$  και θέτοντας  $\alpha = \lambda/\mu$ , προκύπτει η αναδρομική σχέση:

$$P_i = \frac{\alpha}{i} P_{i-1} \quad i = 1, 2, \dots, s \quad (1.9)$$

Εφαρμόζοντας την (1.9) για τις διαδοχικές τιμές του  $i$ , έχουμε:

$$P_i = \frac{\alpha}{i} P_{i-1} = \left[ \frac{\alpha^2}{i(i-1)} \right] * P_{i-2} = \dots = \left( \frac{\alpha^i}{i!} \right) * P_0 \quad (1.10)$$

όπου  $P_0$  η πιθανότητα να μην υπάρχει καμία κλήση στο σύστημα.

Από τη συνθήκη κανονικοποίησης προκύπτει:

$$\sum_{i=0}^s P_i = P_0 + P_0 \sum_{i=1}^s \frac{\alpha^i}{i!} = 1 \quad (1.11)$$

δηλαδή

$$P_0 = \left( \sum_{i=0}^s \frac{a^i}{i!} \right)^{-1} \quad (1.12)$$

Χρησιμοποιώντας την (1.12) στην (1.10), παίρνουμε την κατανομή Erlang (Erlang B Formula)

$$P_r = \frac{\frac{a^r}{r!}}{\sum_{i=0}^s \frac{a^i}{i!}} \quad r = 0, 1, \dots, s \quad (1.13)$$

που εκφράζει την πιθανότητα να υπάρχουν  $r$  κατειλημμένοι εξυπηρετητές στο σύστημα με  $r \in [0, s]$ .

Για  $r = s$  η (1.13) γράφεται

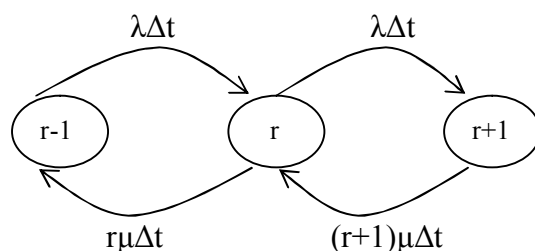
$$P_s = \frac{\frac{a^s}{s!}}{\sum_{i=0}^s \frac{a^i}{i!}} \quad (1.14)$$

και εκφράζει την πιθανότητα όλοι οι εξυπηρετητές να είναι κατειλημμένοι. Γνωρίζοντας ότι μία κλήση που βρίσκει το σύστημα πλήρως κατειλημμένο, το εγκαταλείπει χωρίς να εξυπηρετηθεί, εύκολα καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι η  $P_s$  ορίζει επίσης την *CBP* μιας εισερχόμενης κλήσης.

Να σημειώσουμε εδώ ότι η κατανομή (1.13) είναι εύχρηστη για μικρές τιμές του αριθμού εξυπηρετητών,  $s$ , δεδομένου ότι, σε αντίθετη περίπτωση, συναντάται ιδιαίτερη δυσκολία στον υπολογισμό του  $s!$ . Για το λόγο αυτό, για τον υπολογισμό της πιθανότητας απώλειας κλήσεων σε σύστημα απωλειών με μεγάλο αριθμό εξυπηρετητών  $s$ , στο οποίο προσφέρεται φορτίο κίνησης ίσο με  $a$  *erlang*, χρησιμοποιούμε τον αναδρομικό τύπο:

$$E_s(a) = \frac{a * E_{s-1}(a)}{s + aE_{s-1}(a)}, \quad E_0(a) = 1 \quad (1.15)$$

Τέλος παρατηρούμε ότι η μετάβαση του συστήματος από μία κατάσταση σε μία άλλη, μπορεί να παρασταθεί σχηματικά με τη βοήθεια ενός διαγράμματος μεταπτώσεων ως ακολούθως



Σχήμα 1.2: Διάγραμμα Μεταπτώσεων Καταστάσεων M/M/s(0)

Αν πολλαπλασιάσουμε την (1.8) με  $\Delta t$ , παίρνουμε:

$$\lambda * P_{r-1}(t) * \Delta t - (\lambda + r\mu) * P_r(t) * \Delta t + (r+1) * \mu * P_{r+1}(t) * \Delta t = 0$$

δηλαδή

$$\lambda * P_{r-1}(t) * \Delta t + (r+1) * \mu * P_{r+1}(t) * \Delta t = (\lambda + r\mu) * P_r(t) * \Delta t .$$

Παρατηρούμε ότι το αριστερό μέλος της εξίσωσης που προκύπτει, εκφράζει τους ρυθμούς με τους οποίους μπορούμε να καταλήξουμε στην κατάσταση  $r$  ενώ το δεξιό, τους ρυθμούς με τους οποίους μπορούμε να βγούμε από αυτήν. Η ισότητα μεταξύ των ρυθμών εισόδου – εξόδου προς και από την κατάσταση  $r$ , υποδηλώνει την ιδιότητα της σφαιρικής ισορροπίας (global balance), βασικής έννοιας για τα Μαρκοβιανά συστήματα (σελ 34-36, [1]).

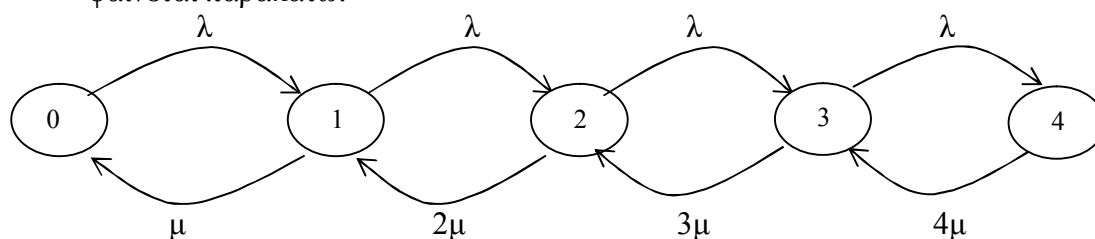
### Παράδειγμα 1.1

Θεωρούμε ένα σύστημα απωλειών με 4 κανάλια και προσφερόμενη κίνηση που ακολουθεί την κατανομή Poisson. Ο ρυθμός άφιξης είναι  $\lambda = 1$  κλήση/sec και ο μέσος ρυθμός εξυπηρέτησης είναι  $h = 2$  sec. Το σύστημα θεωρείται πως βρίσκεται σε στατιστική ισορροπία.

1. Να βρεθεί η προσφερόμενη κίνηση και να σχεδιαστεί το διάγραμμα μεταπτώσεων του συστήματος.
2. Να βρεθούν οι πιθανότητες μονίμου καταστάσεως, η συμφόρηση στο χρόνο (*TM-Time Congestion*), η συμφόρηση κλήσεων (*CC-Call Congestion*) και η συμφόρηση κίνησης (*TC-Traffic Congestion*).
3. Να υπολογιστεί η *TC* χρησιμοποιώντας τον αναδρομικό τύπο της *Erlang B* φόρμουλα.

### Απάντηση

1. Η προσφερόμενη κίνηση είναι  $\alpha = \frac{\lambda}{\mu} = 1 * 2 = 2$  erlang . Το διάγραμμα μεταπτώσεων φαίνεται παρακάτω:



2. Για να υπολογίσουμε τις πιθανότητες μονίμου καταστάσεως χρησιμοποιούμε τη σχέση (1.14) όπου  $\alpha = 2$ ,  $s = 4$ . Προκύπτουν τα εξής αποτελέσματα:

$$P_0 = \frac{\frac{2^0}{0!}}{\frac{2^0}{0!} + \frac{2^1}{1!} + \frac{2^2}{2!} + \frac{2^3}{3!} + \frac{2^4}{4!}} = \frac{2}{7} = 0.2857$$

$$P_1 = \frac{2^1}{1!} = \frac{2}{7} = 0.2857$$

$$P_2 = \frac{2^2}{2!} = \frac{2}{7} = 0.2857$$

$$P_3 = \frac{2^3}{3!} = \frac{4}{21} = 0.19$$

$$P_4 = \frac{2^4}{4!} = \frac{2}{21} = 0.0952$$

Κι επειδή οι άφιξεις ακολουθούν την κατανομή Poisson ισχύει ότι *time congestion* = *traffic congestion* = *call congestion* =  $P_4 = 0.0952$

3. Για να υπολογίσουμε τη συμφόρηση στο χρόνο, χρησιμοποιούμε τη σχέση (1.15) και δίνεται από το  $E_4(2)$  ως ακολούθως:

$$E_0(2) = 1$$

$$E_1(2) = \frac{2 * E_0(2)}{4 + 2 * E_0(2)} = \frac{1}{3} = 0.3333$$

$$E_2(2) = \frac{2 * E_1(2)}{4 + 2 * E_1(2)} = \frac{1}{7} = 0.1428$$

$$E_3(2) = \frac{2 * E_2(2)}{4 + 2 * E_2(2)} = \frac{1}{15} = 0.0666$$

$$E_4(2) = \frac{2 * E_3(2)}{4 + 2 * E_3(2)} = \frac{1}{31} = 0.0322$$

### **1.3 Μοντέλο απωλειών Engset**

Στο μοντέλο απωλειών του *Erlang* που μελετήσαμε, θεωρούμε πως ο αριθμός των πηγών κίνησης (χρηστών) που αιτούνται εξυπηρέτηση από το σύστημα απωλειών, είναι άπειρος. Στην περίπτωση ύπαρξης πεπερασμένου αριθμού πηγών κίνησης (έστω  $N$ ), χρησιμοποιούμε το μοντέλο απωλειών του *Engset*.

Θεωρώντας  $N$  τον αριθμό των πηγών κίνησης και  $a' = \nu * h$  το προσφερόμενο φορτίο κίνησης ανά πηγή που δεν εξυπηρετείται, όπου  $\nu$  είναι η μέση τιμή του ρυθμού άφιξης κλήσεων και  $h$  η μέση τιμή του χρόνου εξυπηρέτησης των κλήσεων (εκθετικά κατανομημένος), τότε το συνολικό προσφερόμενο φορτίο κίνησης στο σύστημα που

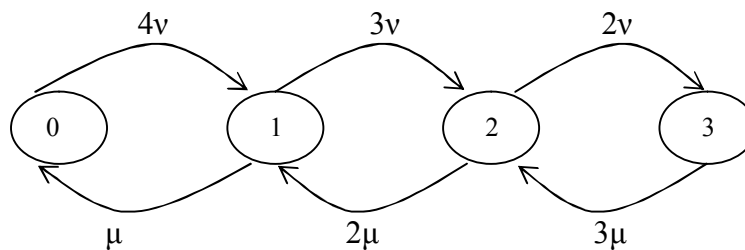
μελετάμε είναι  $\alpha = \alpha' * N$ . Στην περίπτωση αυτή, όπως και στο μοντέλο του *Erlang*, μία κλήση καταλαμβάνει έναν εξυπηρετητή.

Όταν βρισκόμαστε σε μία κατάσταση  $n$ , όταν δηλαδή εξυπηρετούνται  $n$  από τις  $N$  πηγές κίνησης, τότε έχουμε  $N-n$  ελεύθερες πηγές κίνησης και οι κλήσεις που προέρχονται από αυτές φτάνουν στο σύστημα με ρυθμό  $\lambda(n) = (N-n)*\nu$ . Στην περίπτωση που εξυπηρετούνται οι κλήσεις όλων των πηγών κίνησης έχουμε  $\lambda(n) = 0$ .

Ομοίως, η μέση τιμή του ρυθμού εξυπηρέτησης των κλήσεων στην κατάσταση  $n$ , δίνεται από τη σχέση  $\mu(n) = n-\mu$  (σελ 38-42, [1]).

### 1.3.1 Υπολογισμός των πιθανοτήτων δυνατών καταστάσεων $P(n)$ στο μοντέλο απωλειών του Engset.

Έστω ένα σύστημα απωλειών όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, με χρήση Μαρκοβιανής αλυσίδας, με  $s = 3$  εξυπηρετητές,  $N = 4$  πηγές κίνησης και  $\nu = \mu = 1$ .



Σχήμα 1.3: Διάγραμμα Μεταπτώσεων Καταστάσεων Συστήματος απωλειών με 3 εξυπηρετητές και πεπερασμένο αριθμό πηγών κίνησης.

Αν  $\alpha' = \frac{\nu}{\mu} = 1$  το προσφερόμενο φορτίο κίνησης ανά πηγή κίνησης, τότε  $\alpha = 4\alpha' = 4$  το συνολικό προσφερόμενο φορτίο κίνησης.

Θα υπολογίσουμε τις  $P(n)$ ,  $n = 0, 1, 2, 3$  με τη βοήθεια των εξισώσεων σφαιρικής ισορροπίας.

$$\text{Για } n = 0 : 4\nu * P(0) = \mu * P(1) \rightarrow \mu * P(1) - 4\nu * P(0) = 0 \rightarrow P(1) - 4P(0) = 0$$

$$\text{Για } n = 1 : 4\nu * P(0) + 2\mu * P(2) = (3\nu + \mu) * P(1) \rightarrow 4P(0) + 2P(2) - 4P(1) = 0$$

$$\text{Για } n = 2 : 3\nu * P(1) + 3\mu * P(3) = 2(\nu + \mu) * P(2) \rightarrow 3P(1) + 3P(3) - 4P(2) = 0$$

$$\text{Για } n = 3 : 2\nu * P(2) = 3\mu * P(3) \rightarrow 2\nu * P(2) - 3\mu * P(3) = 0 \rightarrow 2P(2) - 3P(3) = 0$$

Λύνοντας το σύστημα με τους τέσσερις άγνωστους όρους, καταλήγουμε στα εξής αποτελέσματα:

$$P(0) = 0,066666$$

$$P(1) = 0,266666$$

$$P(2) = 0,4$$



$$P(3) = 0,266666$$

Από τις παραπάνω εξισώσεις προκύπτουν οι εξής αντίστοιχες

$$P(1) = \frac{4\nu}{1\mu} * P(0) \quad (\alpha)$$

$$P(2) = \frac{3\nu}{2\mu} * P(1) \quad (\beta)$$

$$P(3) = \frac{2\nu}{3\mu} * P(2) \quad (\gamma)$$

οι οποίες, συναρτήσει της  $P(0)$ , εκφράζονται ως εξής:

$$P(1) = \frac{4\nu}{1\mu} * P(0) \quad (\delta)$$

$$P(2) = \frac{3\nu}{4\mu} * \frac{4\nu}{1\mu} * P(0) = \frac{4 * 3 * \nu^2}{2 * 1 * \mu^2} * P(0) \Rightarrow$$

$$P(2) = \binom{4}{2} * \frac{\nu^2}{\mu^2} * P(0) \quad (\epsilon)$$

$$P(3) = \frac{2\nu}{3\mu} * \frac{4 * 3 * \nu^2}{2 * 1 * \mu^2} * P(0) = \frac{4 * 3 * 2}{3 * 2 * 1} * \frac{\nu^3}{\mu^3} * P(0) = \binom{4}{3} * \left(\frac{\nu}{\mu}\right)^3 * P(0) \Rightarrow$$

$$P(3) = \binom{4}{3} * \left(\frac{\nu}{\mu}\right)^3 * P(0) \quad (\sigma\tau)$$

Γενικά:

$$P(n) = \binom{N}{n} * \left(\frac{\nu}{\mu}\right)^n * P(0) \quad (1.16)$$

Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (δ), (ε) και (στ) και λαμβάνοντας υπόψη ότι  $P(0) + P(1) + P(2) + P(3) = 1$ , υπολογίζουμε το  $P(0)$  ως εξής:

$$P(0) + \frac{4\nu}{1\mu} * P(0) + \frac{4 * 3 * \nu^2}{2 * 1 * \mu^2} * P(0) + \frac{4 * 3 * 2}{3 * 2 * 1} * \frac{\nu^3}{\mu^3} * P(0) = 1 \Rightarrow$$

$$P(0) = \frac{1}{\sum_{i=0}^3 \binom{4}{i} * \left(\frac{\nu}{\mu}\right)^i}$$

και γενικά:

$$P(0) = \frac{1}{\sum_{i=0}^s \binom{N}{i} * \binom{\nu}{\mu}^i}$$

και λόγω της (1.16) προκύπτει η παρακάτω σχέση

$$P(n) = \frac{\binom{N}{n} * \binom{\nu}{\mu}^n}{\sum_{i=0}^s \binom{N}{i} * \binom{\nu}{\mu}^i} \quad (1.17)$$

που ονομάζεται κατανομή *Engset* και εκφράζει την πιθανότητα να υπάρχουν  $n$  κατειλημμένοι εξυπηρετητές στο σύστημα.

### 1.3.2 Υπολογισμός της CBR.

Συμβολίζοντας με  $a$  το προσφερόμενο φορτίο κίνησης (offered traffic) και με  $a_c$  το φορτίο κίνησης που εξυπηρετείται (carried traffic), τότε η πιθανότητα απώλειας κλήσης ή αλλιώς ο βαθμός εξυπηρέτησης *GoS* όπως αναφέρθηκε παραπάνω, δίνεται από τη σχέση:

$$B = \frac{a - a_c}{a} \quad (1.18)$$

όπου  $a - a_c$  το φορτίο κίνησης που χάνεται (lost traffic).

Έστω  $n$  ο αριθμός των κλήσεων που εξυπηρετούνται. Από τις ιδιότητες του φορτίου κίνησης, το μεταφερόμενο φορτίο  $a_c$  ισούται με τη μέση τιμή του  $n$ . Άρα:

$$a_c = E(n) = \sum_{i=1}^s iP(i) = P(0) * N * \nu * h * \sum_{i=1}^{s-1} \binom{N-1}{i} \binom{\nu}{\mu}^i \quad (1.19)$$

Το προσφερόμενο φορτίο  $a$  εκτιμάται ως:

$$a = E(N - n) * \nu * h = \sum_{i=1}^s (N - i) * P(i) * \nu * h = \nu * h * \sum_{i=1}^s (N - i) \binom{N}{i} \binom{\nu}{\mu}^i * P(0) \Rightarrow$$

$$a = P(0) * N * \nu * h * \sum_{i=1}^s \binom{N-1}{i} \binom{\nu}{\mu}^i \quad (1.20)$$

Αντικαθιστώντας την (1.19) και την (1.20) στην (1.18), παίρνουμε τον τύπο απωλειών *Engset*:

$$B = \frac{\binom{N-1}{s} \binom{\nu}{\mu}^s}{\sum_{i=1}^s \binom{N-1}{i} \binom{\nu}{\mu}^i} \quad (1.21)$$

Και σε αυτό το μοντέλο απωλειών, στη περίπτωση ύπαρξης μεγάλου αριθμού εξυπηρετητών, ο υπολογισμός της πιθανότητας απώλειας κλήσης καθίσταται ιδιαίτερα επίπονος λόγω της ύπαρξης ανάγκης υπολογισμού των παραγοντικών. Για το λόγο αυτό χρησιμοποιείται ο παρακάτω ακριβής αναδρομικός τύπος:

$$B(s, N, \nu h) = \frac{(N-s) * \nu * h * B(s-1, N, \nu h)}{s + (N-s) * \nu * h * B(s-1, N, \nu h)}, \quad s \geq 1 \quad (1.22)$$

#### 1.4 Σύγκριση Μοντέλων Απωλειών Erlang και Engset

Όπως έχουμε ήδη αναφέρει, στο μοντέλο απωλειών του *Engset* θεωρούμε πεπερασμένο τον αριθμό των πηγών κίνησης, ενώ στο μοντέλο απωλειών του *Erlang*, ο αριθμός αυτός θεωρείται άπειρος.

Εξετάζοντας το μοντέλο απωλειών του *Engset*, και αυξάνοντας σταδιακά τον αριθμό, έστω  $N$ , των πηγών προσφερόμενης κίνησης στο σύστημα απωλειών, παρατηρούμε πως πλησιάζουμε στο μοντέλο του *Erlang* για να φτάσουμε στην εφαρμογή του όταν  $N \rightarrow \infty$ .

Πράγματι, αν  $N \rightarrow \infty$  και  $N * \frac{\nu}{\mu} = \alpha = \text{σταθερό}$  με  $\alpha$  το συνολικό προσφερόμενο φορτίο κίνησης από τις  $N$  πηγές, τότε:

$$\binom{N}{n} \left( \frac{\nu}{\mu} \right)^n = \frac{N!}{n!(N-n)!} \left( \frac{\nu}{\mu} \right)^n = \frac{N(N-1)(N-2)\dots(N-n+1)}{n!N^n} * N \left( \frac{\nu}{\mu} \right)^n \rightarrow \frac{\alpha^n}{n!}$$

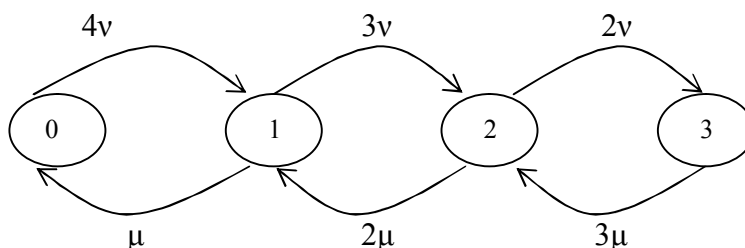
Άρα η (1.21) όταν  $N \rightarrow \infty$  γράφεται  $P(n) = \frac{\alpha^n}{\sum_{i=0}^s \frac{\alpha^i}{i!}}$  που είναι η κατανομή Erlang.

Ας δούμε αναλυτικά αυτή την προσέγγιση με τη χρήση του παρακάτω παραδείγματος:

##### Παράδειγμα 1.2 [2]

Θεωρούμε ένα σύστημα με  $s = 3$  εξυπηρετητές,  $N = 4$  πηγές κίνησης,  $\alpha = 4$  erlang συνολικό προσφερόμενο φορτίο κίνησης (1 erlang ανά ελεύθερη πηγή). Θα υπολογίσουμε τις πιθανότητες μονίμων καταστάσεων  $P(n)$  μέσω των εξισώσεων σφαιρικής ισορροπίας.

Το διάγραμμα μετάβασης καταστάσεων που αντιστοιχεί στο παραπάνω σύστημα είναι το ακόλουθο:



**Σχήμα 1.4:** Διάγραμμα Μεταπτώσεων Καταστάσεων Συστήματος απωλειών με 3 εξυπηρετητές και  $N = 4$  πηγές κίνησης.

Η εξίσωση σφαιρικής ισορροπίας για την κατάσταση 0 είναι,

$$4\nu P(0) = \mu P(1) \Rightarrow P(1) - 4P(0) = 0$$

Αντίστοιχα, για τις επόμενες τρεις καταστάσεις προκύπτουν οι παρακάτω εξισώσεις:

$$4\nu P(0) + 2\mu P(2) = (3\nu + \mu)P(1) \Rightarrow 4P(0) + 2P(2) - 4P(1) = 0$$

$$3\nu P(1) + 3\mu P(3) = (2\mu + 2\nu)P(2) \Rightarrow 3P(1) + 3P(3) - 4P(2) = 0$$

$$2\nu P(2) = 3\mu P(3) \Rightarrow 2P(2) - 3P(3) = 0$$

Επιλύοντας το σύστημα που προκύπτει από τις τέσσερις παραπάνω εξισώσεις, καταλήγουμε στα εξής αποτελέσματα:

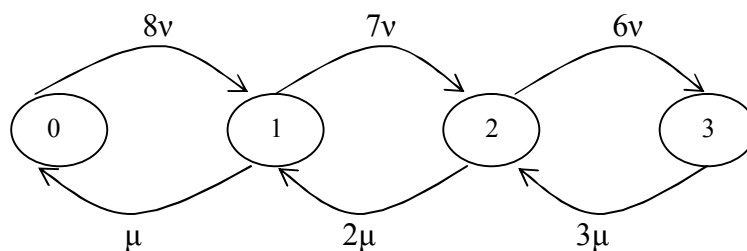
$$P(0) = 0.066666$$

$$P(1) = 0.266666$$

$$P(2) = 0.4$$

$$P(3) = 0.266666$$

Αν αυξήσουμε τον αριθμό των πηγών κίνησης σε  $N = 8$ , και διατηρώντας σταθερό το συνολικό προσφερόμενο φορτίο κίνησης  $\alpha = 4$ , προκύπτουν οι τιμές  $\nu = 0.5$  και  $\mu = 1$  (ώστε  $N \frac{\nu}{\mu} = \alpha = 4 \text{ erlang}$ ). Το διάγραμμα μεταπτώσεων είναι το παρακάτω:



**Σχήμα 1.5:** Διάγραμμα Μεταπτώσεων Καταστάσεων Συστήματος απωλειών με 3 εξυπηρετητές και  $N = 8$  πηγές κίνησης.

Οι αντίστοιχες εξισώσεις σφαιρικής ισορροπίας για τις τέσσερις δυνατές καταστάσεις του συστήματος είναι:

$$8\nu P(0) = \mu P(1) \Rightarrow P(1) - 4P(0) = 0$$

$$8\nu P(0) + 2\mu P(2) = (7\nu + \mu)P(1) \Rightarrow 4P(0) + 2P(2) - 4.5P(1) = 0$$

$$7\nu P(1) + 3\mu P(3) = 6\nu P(2) + 2\mu P(2) \Rightarrow 3.5P(1) + 3P(3) - 5P(2) = 0$$

$$6\nu P(2) = 3\mu P(3) \Rightarrow 3P(2) - 3P(3) = 0$$

Για αποτελέσματα που προκύπτουν από την επίλυση του συστήματος που προκύπτει, είναι τα ακόλουθα:

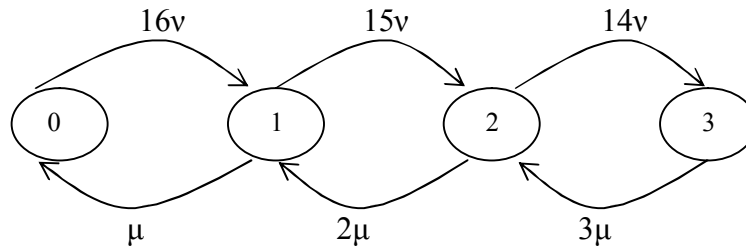
$$P(0) = 0.052632$$

$$P(1) = 0.210526$$

$$P(2) = 0.368421$$

$$P(3) = 0.368421$$

Για την περίπτωση που  $N = 16$  και  $\nu = 0.25$ ,  $\mu = 1$  έχουμε το παρακάτω διάγραμμα μεταπτώσεων, δυνατών καταστάσεων:



**Σχήμα 1.6:** Διάγραμμα Μεταπτώσεων Καταστάσεων Συστήματος απολειών με 3 εξυπηρετητές και  $N = 16$  πηγές κίνησης.

Και οι εξισώσεις σφαιρικής ισορροπίας είναι οι παρακάτω:

$$P(1) - 4P(0) = 0$$

$$16\nu P(0) + 2\mu P(2) = (15\nu + \mu)P(1) \Rightarrow 4P(0) + 2P(2) - 4.75P(1) = 0$$

$$15\nu P(1) + 3\mu P(3) = (14\nu + 2\mu)P(2) \Rightarrow 3.75P(1) + 3P(3) - 5.5P(2) = 0$$

$$14\nu P(2) = 3\mu P(3) \Rightarrow 3.5P(2) - 3P(3) = 0$$

Από την επίλυση του συστήματος προκύπτουν τα αποτελέσματα:

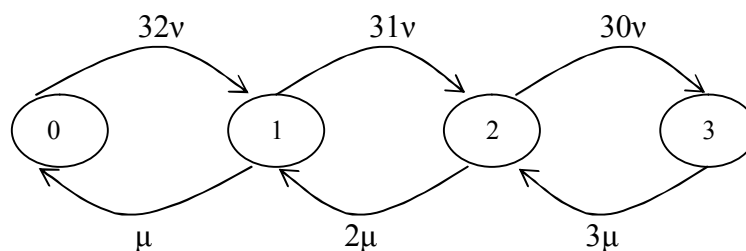
$$P(0) = 0.047059$$

$$P(1) = 0.188235$$

$$P(2) = 0.352941$$

$$P(3) = 0.411765$$

Με τον ίδιο τρόπο ακριβώς εργαζόμαστε και για την περίπτωση που έχουμε  $N = 32$  πηγές κίνησης. Σ' αυτή την περίπτωση  $\nu = 0.125$  και  $\mu = 1$ .



**Σχήμα 1.7:** Διάγραμμα Μεταπτώσεων Καταστάσεων Συστήματος απολειών με 3 εξυπηρετητές και  $N = 32$  πηγές κίνησης.

$$32\nu P(0) = \mu P(1) \Rightarrow P(1) - 4P(0) = 0$$

$$32\nu P(0) + 2\mu P(2) = (31\nu + \mu)P(1) \Rightarrow 4P(0) + 2P(2) - 4.875P(1) = 0$$

$$31\nu P(1) + 3\mu P(3) = (30\nu + 2\mu)P(2) \Rightarrow 3.0875P(1) + 3P(3) - 5.75P(2) = 0$$

$$30\nu P(2) - 3\mu P(3) = 0 \Rightarrow 3.75P(2) - 3P(3) = 0$$

και τελικά

$$P(0) = 0.044568$$

$$P(1) = 0.178273$$

$$P(2) = 0.345404$$

$$P(3) = 0.431755$$

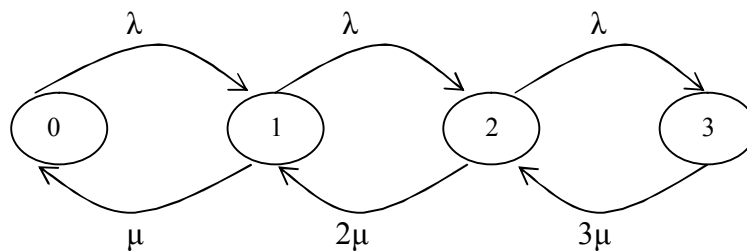
Για τις παραπάνω τέσσερις περιπτώσεις θα προέκυπταν ακριβώς τα ίδια αποτελέσματα αν αντί για επίλυση των συστημάτων, κάναμε χρήση της σχέσης (1.17).

Ο πίνακας που ακολουθεί περιλαμβάνει τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την επίλυση των τεσσάρων παραπάνω συστημάτων για τις διάφορες τιμές του  $N$ .

	P(0)	P(1)	P(2)	P(3)
$N = 4$	0.066666	0.266666	0.4	0.266666
$N = 8$	0.052362	0.210526	0.368421	0.368421
$N = 16$	0.047059	0.188235	0.3529411	0.411765
$N = 32$	0.044568	0.178273	0.345404	0.431755

**Πίνακας 1.1:** Αποτελέσματα πιθανοτήτων μονίμων δυνατών καταστάσεων σε σύστημα απωλειών, για διάφορες τιμές του  $N$ .

Αν θεωρήσουμε τώρα το μοντέλο του Erlang, δηλαδή  $N \rightarrow \infty$ ,  $\lambda = 4$  και  $\mu = 1$  το διάγραμμα μεταπτώσεων είναι το εξής:



**Σχήμα 1.8:** Διάγραμμα Μεταπτώσεων Καταστάσεων Συστήματος απωλειών με 3 εξυπηρετητές και άπειρες πηγές κίνησης.

Οι εξισώσεις και τα αποτελέσματα που προκύπτουν είναι τα ακόλουθα:

$$P(1) - 4P(0) = 0$$

$$4P(0) + 2P(2) - 5P(1) = 0$$

$$3P(3) + 4P(1) - 6P(2) = 0$$

$$4P(2) - 3P(3) = 0$$

$$P(0) = 0.042254$$

$$P(1) = 0.169014$$

$$P(2) = 0.338028$$

$$P(3) = 0.450704$$

Συγκρίνοντας τις τιμές που προκύπτουν μέσω του μοντέλου του *Erlang*, με αυτές του Πίνακα 1.1, καταλήγουμε στο συμπέρασμα πως όσο οι τιμή του  $N$  στο μοντέλο του *Engset* αυξάνεται, διατηρώντας παράλληλα σταθερό το συνολικό προσφερόμενο φορτίο κίνησης  $a$ , οι τιμές των πιθανοτήτων των δυνατών καταστάσεων του συστήματος,  $P(n)$ , τείνουν στις τιμές του μοντέλου του *Erlang*.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

### ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΠΩΛΕΙΩΝ ΠΟΛΥΔΙΑΣΤΑΤΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ

#### 2.1 Ορισμός Πολυδιάστατης Κίνησης

Η πολυδιάστατη κίνηση αφορά τη σύγχρονη πρακτική των τηλεπικοινωνιακών δικτύων που παρέχουν ενοποιημένες υπηρεσίες τηλεπικοινωνίας όπως διαδικτυακή σύνδεση, υπηρεσίες φωνής κλπ. Οι υπηρεσίες αυτές απαιτούν συνήθως ανόμοιες ποσότητες πόρων, έχουν δηλαδή διαφορετικές ανάγκες σε εύρος ζώνης το οποίο δεσμεύουν για διαφορετικούς χρόνους. Επιπλέον, χαρακτηρίζονται από διαφορετικά στατιστικά χαρακτηριστικά αφίξεων και εξυπηρέτησης. Η ιδέα της τυχαίας κίνησης βρίσκει εφαρμογή και σε αυτή την περίπτωση, επομένως ακολουθείται η λογική της Μαρκοβιανής ανάλυσης.

#### 2.2 Το Μοντέλο Απωλειών Erlang για Συστήματα Πολυδιάστατης Τυχαίας Κίνησης (EMLM, Erlang Multi-rate Loss Model).

##### 2.2.1 Περιγραφή του EMLM

Στην ανάλυση που ακολουθεί θεωρούμε  $K$  κατηγορίες κίνησης που εξυπηρετούνται από σύστημα απωλειών χωρητικότητας  $C$  μονάδων εύρους ζώνης, με  $\lambda_k$  το ρυθμό άφιξης κλήσεων κάθε κατηγορίας ( $k = 1, \dots, K$ )  $\mu_k$  το ρυθμό εξυπηρέτησης των κλήσεων κάθε κατηγορίας και  $b_k$  το αντίστοιχο απαιτούμενο εύρος ζώνης. Μία κλήση τύπου  $k$  που εισέρχεται στο σύστημα, παραμένει σε αυτό για χρόνο ίσο με το χρόνο εξυπηρέτησης  $h_k$  εφόσον το εύρος ζώνης  $b_k$  που απαιτεί ώστε να εξυπηρετηθεί, είναι διαθέσιμο. Σε αντίθετη περίπτωση, η κλήση απορρίπτεται και εγκαταλείπει το σύστημα. Ύστερα από χρόνο  $h_k$ , οι  $b_k$  μονάδες εύρους ζώνης αποδεσμεύονται [2].

Σε αυτό το σύστημα απωλειών χρησιμοποιούμε πολιτική πλήρους διάθεσης σύμφωνα με την οποία μία κλήση κατηγορίας  $k$  που εισέρχεται σε αυτό, εξυπηρετείται όταν υπάρχει διαθέσιμος ο απαιτούμενος αριθμός μονάδων εύρους ζώνης  $b_k$  ακόμα κι αν αυτές δεν είναι συνεχόμενες.

Για την περιγραφή του μοντέλου απωλειών πολυδιάστατης τυχαίας κίνησης χρησιμοποιούμε τους παρακάτω συμβολισμούς:

- α.  $n_k$ : ο αριθμός των κλήσεων της κατηγορίας  $k$  που βρίσκονται στο σύστημα στη μόνιμη κατάσταση
- β.  $n = (n_1, n_2, \dots, n_k)$ : το διάνυσμα μόνιμης κατάστασης
- γ.  $n_k^+$ : το διάνυσμα μόνιμης κατάστασης που εκφράζει την περίπτωση να αυξηθεί κατά μία κλήση ο αριθμός των κλήσεων της κατηγορίας κίνησης  $k$  που βρίσκονται στο σύστημα,  $n_k^+ = (n_1, n_{k-1}, n_k+1, n_{k+1}, \dots, n_k)$
- δ.  $n_k^-$ : το διάνυσμα μόνιμης κατάστασης που εκφράζει την περίπτωση να μειωθεί κατά μία κλήση ο αριθμός των κλήσεων της κατηγορίας κίνησης  $k$  που βρίσκονται στο σύστημα,  $n_k^- = (n_1, n_{k-1}, n_k-1, n_{k+1}, \dots, n_k)$
- ε.  $\Omega$ : το σύνολο δυνατών καταστάσεων του συστήματος που ορίζεται ως:



$$\Omega = \{n: 0 \leq nb \leq C\} \quad nb = \sum_{k=1}^K n_k b_k \quad (2.1)$$

Η περιγραφή αυτή γίνεται εύκολα αντιληπτή αν σκεφτούμε πως ο συνολικός απαιτούμενος αριθμός μονάδων εύρους ζώνης ώστε το σύστημα να βρίσκεται σε μία από τις δυνατές καταστάσεις του, όπως φαίνεται και σχηματικά παρακάτω (Σχήμα 2.1), δεν μπορεί να ξεπερνάει το συνολικό αριθμό των διαθέσιμων μονάδων εύρους ζώνης.

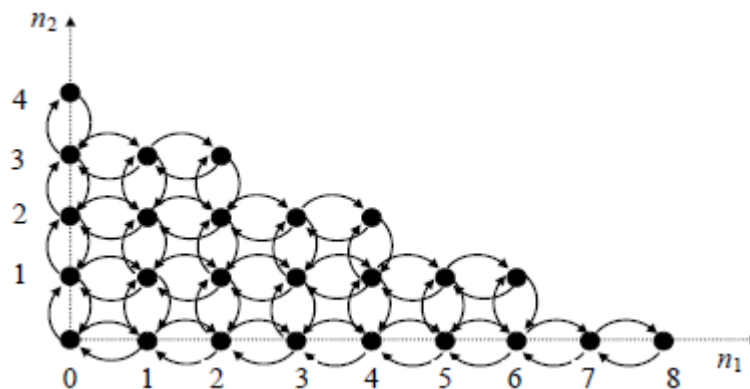
### Παράδειγμα 2.1

Για να κατανοήσουμε καλύτερα την παραπάνω ανάλυση, θεωρούμε δύο κατηγορίες κίνησης  $n_1$  και  $n_2$  οι οποίες απαιτούν αντίστοιχα  $b_1$  και  $b_2$  μονάδες εύρους ζώνης, και ένα σύστημα απωλειών χωρητικότητας  $C = 8$  μονάδων εύρους ζώνης.

Οι δυνατές καταστάσεις του παραδείγματος, αποτελούν το σύνολο  $\Omega$  που προκύπτει από τον ορισμό (2.1) δηλαδή:

$$\Omega = \{n: 0 \leq n_1 + 2n_2 \leq 8\}$$

και σχηματικά απεικονίζεται ως εξής (σελ 143, [1]):



Σχήμα 2.1: Σύνολο  $\Omega$  για σύστημα πλήρους διάθεσης για δύο κατηγορίες κίνησης.

Το σύνολο  $\Omega$ , δεδομένου ότι χρησιμοποιείται η πολιτική πλήρους διάθεσης εύρους ζώνης, έχει τα εξής χαρακτηριστικά:

α. Οι προβολές ενός οποιουδήποτε σημείου του συνόλου  $\Omega$  προς τους άξονες  $n_1$  και  $n_2$ , περιλαμβάνουν σημεία που ανήκουν επίσης στο σύνολο  $\Omega$ .

Αυτό γίνεται εύκολα αντιληπτό παρατηρώντας το Σχ. 2.1. Ας δούμε όμως αν κάτι τέτοιο ισχύει στην περίπτωση που ακολουθείται πολιτική διάθεσης εύρους ζώνης με περιορισμούς. Ας θεωρήσουμε δύο κατηγορίες κίνησης 1 και 2 με  $n_1$  και  $n_2$  αριθμούς κλήσεων και  $b_1 = 1$  και  $b_2 = 2$  απαιτούμενες μονάδες εύρους ζώνης για κάθε κατηγορία αντίστοιχα και  $C = 8$  μονάδες διαθέσιμου εύρους ζώνης.

Εδώ θέτουμε επιπλέον τον εξής περιορισμό σε σχέση με τη διάθεση των πόρων του συστήματος :

$$n_1 b_1 \leq n_{i+1} b_{i+1} \text{ που στην περίπτωση αυτή σημαίνει } n_1 \leq 2n_2.$$

Με βάση όσα είπαμε παραπάνω για το σύνολο  $\Omega$  ισχύει επίσης  $\Omega = \{n: 0 \leq nb \leq C\}$  επομένως:  $n_1 + 2n_2 \leq 8$ .

Σ' αυτή την περίπτωση, είναι προφανές ότι υπάρχουν δυνατές καταστάσεις του συνόλου  $\Omega$ , των οποίων οι προβολές προς τους άξονες  $n_1$  και  $n_2$  δεν περιλαμβάνουν σημεία του συνόλου  $\Omega$  (σελ 145, [1]).

β. Η πιθανότητα μόνιμης κατάστασης εκφράζεται μέσω μιας λύσης μορφής γινομένου.

γ. Σε ένα σύστημα που ακολουθεί πολιτική πλήρους διάθεσης και χαρακτηρίζεται από ένα σύνολο  $\Omega$ , μια κλήση γίνεται δεκτή όταν η νέα κατάσταση που θα προκύψει, ανήκει στο σύνολο  $\Omega$ .

### 2.2.2 Υπολογισμός πιθανότητας απώλειας κλήσεως της κατηγορίας $k$ , $P_b$ της $k$ .

Αν ορίσουμε ως  $P(n)$  την πιθανότητα μόνιμης κατάστασης τότε:

$$P_{b_k} = \sum_{n \in B_k^+} P(n) \text{ όπου } B_k^+ = \{n \in \Omega : n_k^+ \notin \Omega\} \quad (2.2)$$

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, η πιθανότητα μόνιμης κατάστασης  $P(n)$  για την πολιτική πλήρους διάθεσης του εύρους ζώνης του συστήματος, δίνεται από την ακόλουθη λύση μορφής γινομένου.

$$P(n) = G^{-1} \left( \prod_{k=1}^K \frac{a_k^{n_k}}{n_k!} \right) \quad (2.3)$$

όπου  $G \equiv G(\Omega) = \sum_{n \in \Omega} \left( \prod_{k=1}^K \frac{a_k^{n_k}}{n_k!} \right)$  είναι η σταθερά κανονικοποίησης του συστήματος και  $a_k$

το προσφερόμενο φορτίο κίνησης των κλήσεων της κατηγορίας  $k$  με  $a_k = \frac{\lambda_k}{\mu_k}$ .

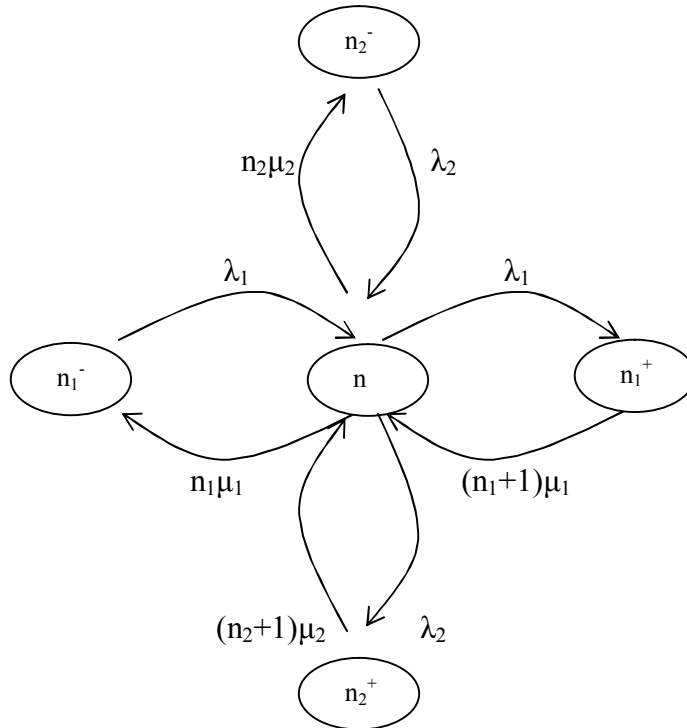
Η σχέση (2.3) αποδεικνύεται παρακάτω:

Αν θεωρήσουμε ένα σύστημα απωλειών πολυδιάστατης τυχαίας κίνησης με όλα τα χαρακτηριστικά που περιγράψαμε παραπάνω και δύο κατηγορίες κίνησης ( $K=2$ ), ρυθμούς άφιξης κλήσεων  $\lambda_1$  και  $\lambda_2$  και ρυθμούς εξυπηρέτησης  $\mu_1$  και  $\mu_2$  αντίστοιχα.

Το διάνυσμα μόνιμης κατάστασης είναι το  $n$  ( $n_1, n_2$ ) όπου  $n_1$  οι κλήσεις της πρώτης κατηγορίας κίνησης και  $n_2$  οι κλήσεις της δεύτερης κατηγορίας κίνησης.

Επιπλέον έστω  $n_1^+ = (n_1+1, n_2)$ ,  $n_2^+ = (n_1, n_2+1)$ ,  $n_1^- = (n_1-1, n_2)$ ,  $n_2^- = (n_1, n_2-1)$ .

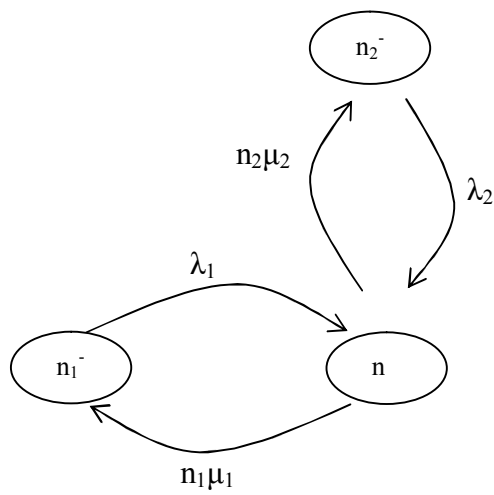
Τελικά προκύπτουν τα παρακάτω διαγράμματα καταστάσεων:



**Σχήμα 2.2:** Διάγραμμα καταστάσεων για την περίπτωση που δεν απορρίπτεται καμία κλήση των κατηγοριών κίνησης 1 και 2.

Από την εξίσωση σφαιρικής ισορροπίας, σύμφωνα με την οποία Ρυθμός εισόδου = Ρυθμός εξόδου, προκύπτει η εξής σχέση:

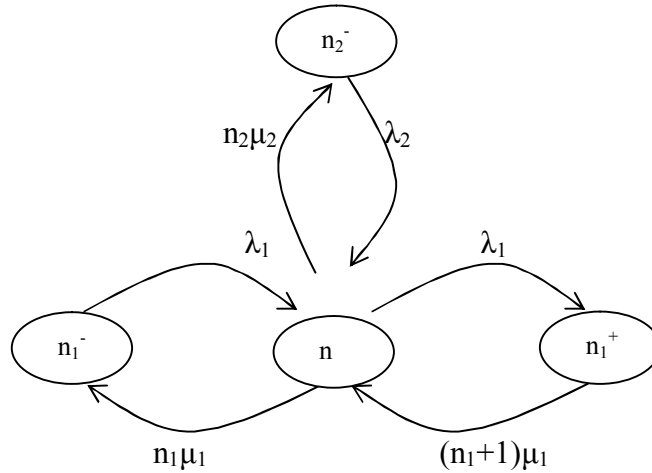
$$\lambda_1 * P(n_1^-) + \lambda_2 * P(n_2^-) + (n_1 + 1) * \mu_1 * P(n_1^+) + (n_2 + 1) * \mu_2 * P(n_2^+) = (n_1 * \mu_1 + n_2 * \mu_2 + \lambda_1 + \lambda_2) * P(n) \tag{2.4}$$



**Σχήμα 2.3:** Διάγραμμα καταστάσεων για την περίπτωση που απορρίπτονται οι κλήσεις και των δύο κατηγοριών κίνησης.

Σε αυτή την περίπτωση, από την εξίσωση σφαιρικής ισορροπίας, προκύπτει η παρακάτω σχέση:

$$\lambda_1 * P(n_1^-) + \lambda_2 * P(n_2^-) = (n_1 * \mu_1 + n_2 * \mu_2) * P(n) \quad (2.5)$$



**Σχήμα 2.4:** Διάγραμμα καταστάσεων για την περίπτωση που απορρίπτονται οι κλήσεις της δεύτερης κατηγορίας κίνησης.

Από την εξίσωση σφαιρικής ισορροπίας, προκύπτει:

$$\lambda_1 * P(n_1^-) + \lambda_2 * P(n_2^-) + (n_1 + 1) * \mu_1 * P(n_1^+) = (n_1 * \mu_1 + n_2 * \mu_2 + \lambda_1) * P(n) \quad (2.6)$$

### Παράδειγμα 2.2

Έστω δύο κατηγορίες κίνησης ( $K = 2$ ) με απαιτήσεις σε μονάδες εύρους ζώνης  $b_1 = 1$  και  $b_2 = 2$  αντίστοιχα, προσφερόμενο φορτίο κίνησης  $a_1 = a_2 = 1$  erlang ανά κατηγορία κίνησης και  $C = 8$  ο συνολικός αριθμός μονάδων εύρους ζώνης του συστήματος (χωρητικότητα). Συμβολίζοντας με  $j$  τον αριθμό των κατειλημμένων πόρων για κάθε κατάσταση, και δεδομένου ότι  $j = n_1 b_1 + n_2 b_2$  δηλαδή  $j = n_1 + 2n_2$ , προκύπτει ο πίνακας 2.1.

Εύκολα γίνεται αντιληπτό ότι στις καταστάσεις που ο αριθμός των κατειλημμένων πόρων είναι  $j = 8$ , όταν δηλαδή όλοι οι πόροι του συστήματος είναι απασχολημένοι, δεν είναι δυνατόν να γίνει δεκτή καμία νέα κλήση οποιασδήποτε κατηγορίας κίνησης. Επιπλέον, για την δεύτερη κατηγορία κίνησης του παραδείγματος, αυτό συμβαίνει και στην περίπτωση που  $j = 7$  αφού δεν υπάρχουν  $b_2 = 2$  διαθέσιμες μονάδες εύρους ζώνης ώστε να εξυπηρετηθεί.

$n_1$	$n_2$	$j$
0	0	0
0	1	2
0	2	4
0	3	6
0	4	8
1	0	1
1	1	3
1	2	5
1	3	7
2	0	2
2	1	4
2	2	6
2	3	8
3	0	3
3	1	5
3	2	7
4	0	4
4	1	6
4	2	8
5	0	5
5	1	7
6	0	6
6	1	8
7	0	7
8	0	8

**Πίνακας 2.1:** Σύνολο μονίμων καταστάσεων για δύο κατηγορίες κίνησης σε σύστημα με  $C = 8$ .

Σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν παραπάνω, προκύπτει πως για να βρούμε την πιθανότητα blocking για την πρώτη κατηγορία κίνησης του συστήματος, αρκεί να υπολογίσουμε το άθροισμα των πιθανοτήτων μονίμου καταστάσεως για τις οποίες ισχύει  $j = 8$ .

Στον παραπάνω πίνακα οι καταστάσεις αυτές είναι σημειωμένες με ανοιχτό γκρι και είναι οι ακόλουθες:

$$P_{b_1} = q(8) \Rightarrow$$

$$P_{b_1} = P(0,4) + P(2,3) + P(4,2) + P(6,1) + P(8,0)$$

Ομοίως, για τη δεύτερη κατηγορία κίνησης, εκτός από τις καταστάσεις για τις οποίες προκύπτει  $j = 8$ , λαμβάνουμε υπόψη και τις καταστάσεις με  $j = 7$ , οι οποίες στον παραπάνω πίνακα είναι σημειωμένες με σκούρο γκρι, και η πιθανότητα απώλειας κλήσεων προκύπτει ως εξής:

$$P_{b_2} = q(7) + q(8) \Rightarrow$$

$$P_{b_2} = P(0,4) + P(2,3) + P(4,2) + P(6,1) + P(8,0) + P(1,3) + P(3,2) + P(5,1) + P(7,0).$$

Οι πιθανότητες μονίμου καταστάσεως υπολογίζονται μέσω του τύπου μορφής γινομένου (2.3) που στο συγκεκριμένο παράδειγμα παίρνει τη μορφή:

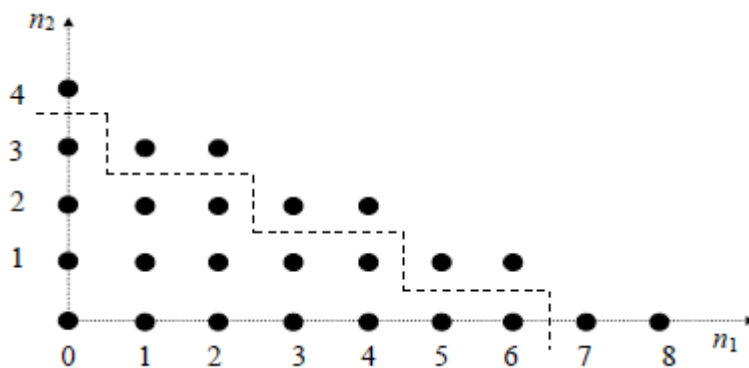
$$P(n_1, n_2) = \frac{a_1^{n_1} * a_2^{n_2}}{n_1! * n_2!} \sum_{i=1}^2 \prod \frac{a_i^{n_i}}{n_i!} \quad (2.7)$$

Είναι προφανές, πως στη περίπτωση ενός συστήματος απωλειών που εξυπηρετεί μεγάλο αριθμό κατηγοριών κίνησης, ο υπολογισμός των πιθανοτήτων απώλειας κλήσεων με χρήση του παραπάνω τύπου, γίνεται ιδιαίτερα πολύπλοκος. Για το λόγο αυτό, γεννήθηκε η ανάγκη εύρεσης ενός απλού, μονοδιάστατου αναδρομικού τύπου για τον υπολογισμό των  $q(j)$ .

Επιστρέφουμε στο σύνολο  $\Omega$  για σύστημα που εξυπηρετεί δύο κατηγορίες κίνησης και θεωρούμε το υποσύνολό του  $\Omega_k = \{n \in \Omega: nb \leq C - b_k\}$ . Μία νέα κλήση της κατηγορίας κίνησης  $k$ , που φτάνει στο σύστημα, θα εξυπηρετηθεί μόνο αν αυτό βρίσκεται σε κάποια κατάσταση του υποσυνόλου  $\Omega_k$  κι επειδή  $\sum_{n \in \Omega_k} P(n)$  είναι η συνολική πιθανότητα να συμβαίνει αυτό, η πιθανότητα απώλειας κλήσης της κατηγορίας κίνησης  $k$  προκύπτει ως:

$$P_{b_k} = 1 - \sum_{n \in \Omega_k} P(n). \quad (2.8)$$

Το υποσύνολο  $\Omega_2$  για το παράδειγμα 2.1, φαίνεται στο παρακάτω σχήμα και αποτελείται από τις δυνατές καταστάσεις που βρίσκονται κάτω από τη διακεκομμένη γραμμή (σελ 155, [1]).



Σχήμα 2.5: Σύνολα  $\Omega$ ,  $\Omega_2$  για το σύστημα πλήρους διάθεσης του παραδείγματος 2.1.

Η σχέση (2.7) λόγω της (2.3) γράφεται:

$$P_{b_k} = 1 - \frac{\sum_{n \in \Omega_k} \prod_{k=1}^K \frac{a_k^{n_k}}{n_k!}}{\sum_{n \in \Omega} \prod_{k=1}^K \frac{a_k^{n_k}}{n_k!}} \Rightarrow P_{b_k} = 1 - \frac{G(C - b_k, K)}{G(C, K)} \quad (2.9)$$

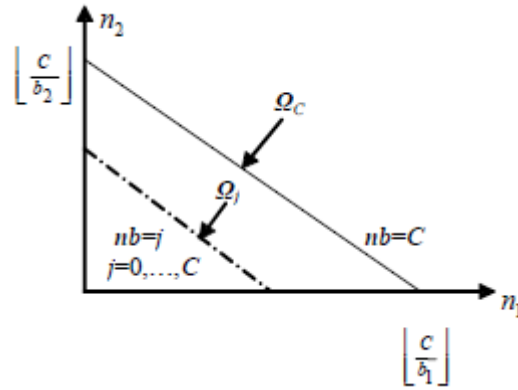
όπου  $G(C, K) = G(\Omega)$ .

Ο παραπάνω υπολογισμός γίνεται με τη βοήθεια του παρακάτω αναδρομικού τύπου για το  $G(C, K)$ :

$$G(j, k) = \sum_{l=0}^j \frac{a_k^l}{l!} G(j - lb_k, k - 1) \quad k = 2, \dots, K \quad j = 0, 1, \dots, C \quad (2.10)$$

$$G(j, 1) = \sum_{l=0}^j \frac{a_1^l}{l!} \quad j = 0, 1, \dots, C$$

Για μεγάλες τιμές των  $C$  και  $K$ , ο παραπάνω υπολογισμός γίνεται ιδιαίτερα πολύπλοκος. Για το λόγο αυτό θεωρούμε ένα σύνολο (σελ 157, [1])  $\Omega_j = \{n \in \Omega_j : nb = j\}$  όπου υπάρχουν ακριβώς  $j$  κατειλημμένες μονάδες εύρους ζώνης. Στο παρακάτω σχήμα, οι δυνατές καταστάσεις του συνόλου  $\Omega_j$  βρίσκονται πάνω στη διαγώνιο  $nb = j$ . (Σχ. 2.7)



Σχήμα 2.6: Σύνολα καταστάσεων  $\Omega_j$  και  $\Omega_C$  σε ένα σύστημα πλήρους διάθεσης.

Η πιθανότητα να υπάρχουν  $j$  κατειλημμένες γραμμές στο σύστημα, στην κατάσταση ισορροπίας, δίνεται από τη σχέση:

$$q(j) = \sum_{n \in \Omega_j} P(n) = \sum_{n \in \Omega_j} \prod_{k=1}^K \frac{a_k^{n_k}}{n_k!} G^{-1}(C, K) \quad (2.11)$$

Η πιθανότητα απώλειας κλήσης  $P_{b_k}$  εκφράζεται και ως:

$$P_{b_k} = \sum_{\{n: nb > C - b_k\}} P(n) \quad (2.12)$$

Όταν οι κατειλημμένες γραμμές στο σύστημα είναι  $j = nb > C - b_k$ , τότε μία κλήση της κατηγορίας κίνησης  $k$  που θα φτάσει σε αυτό, θα απορριφθεί χωρίς να εξυπηρετηθεί. Άρα η πιθανότητα  $P_{b_k}$  εκφράζεται και ως το άθροισμα των πιθανοτήτων  $q(j)$  όπου  $j > C - b_k$ , επομένως:

$$P_{b_k} = \sum_{j=C-b_k+1}^n q(j) = \sum_{j=0}^{b_k-1} q(C-j) \quad (2.13)$$

Παρατηρούμε πως για να υπολογίσουμε την  $P_{b_k}$  πρέπει να βρούμε έναν μονοδιάστατο αναδρομικό τύπο για τον υπολογισμό των  $q(j)$ . Για το σκοπό αυτό ακολουθούμε τα παρακάτω βήματα:

Αρχικά θεωρούμε πως η πιθανότητα  $P_{b_k}$  μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$P_{b_k} = \frac{a_k - a_k^*}{a_k} \quad (2.14)$$

όπου  $a_k$  είναι το προσφερόμενο φορτίο κίνησης των κλήσεων τύπου  $k$  και  $a_k^*$  το φορτίο κίνησης που διεκπεραιώνεται από το σύστημα.

Σύμφωνα με τις ιδιότητες του φορτίου κίνησης, το φορτίο κίνησης που διεκπεραιώνεται από το σύστημα,  $a_k^*$ , είναι η μέση τιμή του αριθμού των κλήσεων τύπου  $k$ ,  $n_k$ . Επομένως:

$$E[n_k] = a_k(1 - P_{b_k}) = a_k^* \quad (2.15)$$

Αν πολλαπλασιάσουμε το αριστερό μέλος της (2.14) με  $b_k$  και πάρουμε το άθροισμα, για  $k = 1, 2, \dots, K$  προκύπτει η μέση τιμή της χωρητικότητας του συστήματος,  $E(j)$ .

$$E(j) = \sum_{k=1}^K b_k E(n_k) \quad (2.16)$$

Και από τον ορισμό της μέσης τιμής έχουμε:

$$E(j) = \sum_{j=0}^C jq(j) \quad (2.17)$$

Επίσης ισχύει:

$$E(n_k) = a_k(1 - P_{b_k}) = a_k \sum_{n \in \Omega_k} P(n) = a_k \sum_{j=0}^{C-b_k} q(j) \quad (2.18)$$

Πολλαπλασιάζοντας το αριστερό και το δεξιό μέλος της (2.17) με  $b_k$  και παίρνοντας το άθροισμα για  $k = 1, \dots, K$  προκύπτει:

$$\sum_{k=1}^K b_k E(n_k) = \sum_{k=1}^K a_k b_k \sum_{j=0}^{C-b_k} q(j) = \sum_{j=0}^C \sum_{k=1}^K a_k b_k q(j - b_k) \quad (2.19)$$



Λόγω της (2.15), προκύπτει από τις (2.16) και (2.18) ότι:

$$\sum_{j=0}^C jq(j) = \sum_{j=0}^C \sum_{k=1}^K a_k b_k q(j - b_k) \quad (2.20)$$

Άρα:

$$q(j) = \begin{cases} 1 & \text{για } j = 0 \\ \frac{1}{j} \sum_{k=1}^K a_k b_k q(j - b_k) & \text{για } j = 1, \dots, C \\ 0 & \text{αλλού} \end{cases} \quad (2.21)$$

όπου  $\sum_{j=0}^C q(j) = 1$  και  $q(x) = 0$  για  $x < 0$ .

Ο τύπος αυτός είναι γνωστός ως αναδρομικός τύπος των *Kaufman* και *Roberts* [3], [4].

Η αξία του παραπάνω αναδρομικού τύπου πιστοποιείται από το γεγονός ότι στην βιβλιογραφία έχουν προταθεί επεκτάσεις του τόσο σε ενσύρματα (π.χ. [5]-[18]) όσο και ασύρματα (π.χ. [19]-[24]) ή οπτικά δίκτυα (π.χ. [25]-[30]).

Σημείωση: Στο Παράρτημα 1, εξηγείται αναλυτικά ο λόγος που απλοποιούνται τα αθροίσματα της σχέσης (2.19) ώστε να καταλήξουμε στη σχέση (2.21).

Ας λύσουμε εκ νέου το παράδειγμα (2.2), χρησιμοποιώντας αυτή τη φορά τον αναδρομικό τύπο των Kaufman-Roberts που αποδείξαμε παραπάνω.

Σκοπός της άσκησης ήταν να υπολογίσουμε την πιθανότητα απώλειας κλήσης για τις κατηγορίες κίνησης 1 και 2. Για να φτάσουμε στο ζητούμενο αποτέλεσμα, υπολογίζουμε αρχικά τις πιθανότητες  $q(j)$  κάνοντας χρήση της σχέσης (2.21) και εργαζόμαστε ως εξής:

$$K = 2 \text{ άρα (2.20)} \Rightarrow jq(j) = a_1 b_1 q(j - b_1) + a_2 b_2 q(j - b_2) \quad (2.22)$$

Για τις τιμές του  $j=1, \dots, C$  η σχέση (2.22) δίνει τα παρακάτω αποτελέσματα:

$$1q(1) = 1q(0) + 2q(-1) = 1 + 0 \Rightarrow q(1) = 1$$

$$2q(2) = 1q(1) + 2q(0) = 1 + 2 \Rightarrow q(2) = \frac{3}{2} = 1,5$$

$$3q(3) = 1q(2) + 2q(1) = 1,5 + 2 \Rightarrow q(3) = \frac{3,5}{3} = 1,16666$$

$$4q(4) = 1q(3) + 2q(2) = \frac{3,5}{3} + 3 \Rightarrow q(4) = \frac{12,5}{12} = 1,04166$$

$$5q(5) = 1q(4) + 2q(3) = 1,04166 + 2,33332 \Rightarrow q(5) = \frac{3,37498}{5} = 0,67499$$

$$6q(6) = 1q(5) + 2q(4) = 0,67499 + 2,08332 \Rightarrow q(6) = \frac{2,75831}{6} = 0,45971$$

$$7q(7) = 1q(6) + 2q(5) = 0,45971 + 1,34998 \Rightarrow q(7) = \frac{1,80969}{7} = 0,25852$$

$$8q(8) = 1q(7) + 2q(6) = 0,25852 + 0,91942 \Rightarrow q(8) = \frac{1,17794}{8} = 0,14724$$

Στη συνέχεια, επειδή οι πιθανότητες που προέκυψαν από τους παραπάνω υπολογισμούς είναι μη κανονικοποιημένες, ακολουθεί η διαδικασία κανονικοποίησης.

$$G = q(0) + q(1) + q(2) + q(3) + q(4) + q(5) + q(6) + q(7) + q(8) = 7,24878 \text{ και}$$

$$q'(0) = \frac{q(0)}{G} = \frac{1}{7,24878} = 0,13795$$

$$q'(1) = \frac{q(1)}{G} = \frac{1}{7,24878} = 0,13795$$

$$q'(2) = \frac{q(2)}{G} = \frac{1,5}{7,24878} = 0,20693$$

$$q'(3) = \frac{q(3)}{G} = \frac{1,16666}{7,24878} = 0,16094$$

$$q'(4) = \frac{q(4)}{G} = \frac{1,04166}{7,24878} = 0,1437$$

$$q'(5) = \frac{q(5)}{G} = \frac{0,67499}{7,24878} = 0,09311$$

$$q'(6) = \frac{q(6)}{G} = \frac{0,45971}{7,24878} = 0,06341$$

$$q'(7) = \frac{q(7)}{G} = \frac{0,25852}{7,24878} = 0,03566$$

$$q'(8) = \frac{q(8)}{G} = \frac{0,14724}{7,24878} = 0,02031$$

$$\text{Επιπλέον ισχύει } \sum_{j=0}^8 q'(j) = 1.$$

Και τελικά υπολογίζουμε τις πιθανότητες απώλειας κλήσης για τις δύο κατηγορίες κίνησης:

$$P_{b_1} = q'(8) = 0,02031 \quad \text{και}$$

$$P_{b_2} = q'(7) + q'(8) = 0,03566 + 0,02031 = 0,05597 .$$

## **2.3 Το Μοντέλο Απωλειών Engset για Συστήματα Πολυδιάστατης Ψευδοτυχαίας Κίνησης (EnMLM, Engset Multi-rate Loss Model).**

### **2.3.1 Περιγραφή του EnMLM**

Στην περίπτωση ύπαρξης πεπερασμένου αριθμού πηγών κίνησης σε σύστημα πολυδιάστατης ψευδοτυχαίας κίνησης, χρησιμοποιείται μια επέκταση του μοντέλου απωλειών του Engset.

#### Παράδειγμα 2.3

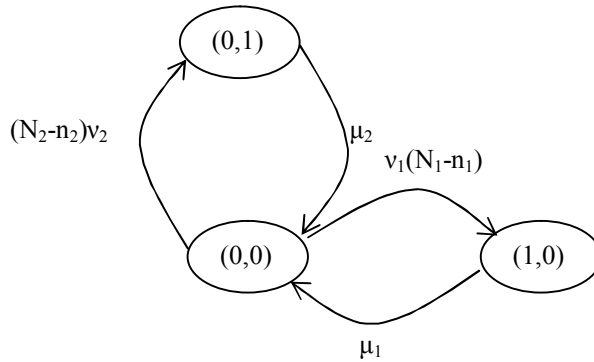
Ας θεωρήσουμε την περίπτωση ενός συστήματος πολυδιάστατης κίνησης με χωρητικότητα  $C = 7$  που εξυπηρετεί δύο κατηγορίες κίνησης 1 και 2,  $\lambda_1 = 0,1$  και  $\lambda_2 = 0,1$  τους αντίστοιχους ρυθμούς άφιξης κλήσεων,  $b_1 = 2$  και  $b_2 = 1$  τις απαιτούμενες μονάδες εύρους ζώνης ανά κατηγορία κίνησης και  $N_1 = N_2 = 10$  το αντίστοιχο αριθμό πηγών κίνησης για κάθε κατηγορία κίνησης.

Το σύνολο των δυνατών καταστάσεων του εν λόγω παραδείγματος, παρουσιάζεται στον παρακάτω πίνακα.

$n_1$	$n_2$	$j$
0	0	0
0	1	1
0	2	2
0	3	3
0	4	4
0	5	5
0	6	6
0	7	7
1	0	2
1	1	3
1	2	4
1	3	5
1	4	6
1	5	7
2	0	4
2	1	5
2	2	6
2	3	7
3	0	6
3	1	7

**Πίνακας 2.2: Σύνολο δυνατών καταστάσεων σε σύστημα απωλειών Engset.**

Όπως φαίνεται παρακάτω, για κάθε δυνατή κατάσταση, με τη βοήθεια των διαγραμμάτων μετάβασης, προκύπτει η αντίστοιχη εξίσωση σφαιρικής ισορροπίας. Η πρώτη δυνατή κατάσταση του συστήματος, αναπαρίσταται στο διάγραμμα του σχήματος 2.8 και εκφράζεται μέσω της εξίσωσης που ακολουθεί.



**Σχήμα 2.7:** Διάγραμμα μετάβασης από την κατάσταση (0,0) στις καταστάσεις (0,1), (1,0) και αντίστροφα.

$$P(1,0) + P(0,1) - 3P(0,0) = 0$$

Με τον ίδιο τρόπο, βρίσκουμε είκοσι εξισώσεις σφαιρικής ισορροπίας, που περιλαμβάνουν όλες τις δυνατές καταστάσεις  $P(n_1, n_2)$ .

Λύνοντας το εν λόγω σύστημα καταλήγουμε στα εξής αποτελέσματα:

$P(0,0) = 0,065273$	$P(1,2) = 0.117492$
$P(0,1) = 0.130546$	$P(1,3) = 0.062662$
$P(0,2) = 0.117492$	$P(1,4) = 0.021932$
$P(0,3) = 0.062662$	$P(1,5) = 0.005264$
$P(0,4) = 0.021932$	$P(2,0) = 0.029373$
$P(0,5) = 0.005264$	$P(2,1) = 0.058746$
$P(0,6) = 0.000877$	$P(2,2) = 0.052871$
$P(0,7) = 0.0001$	$P(2,3) = 0.028198$
$P(1,0) = 0.065273$	$P(3,0) = 0.007833$
$P(1,1) = 0.130546$	$P(3,1) = 0.015666$

Από τις παραπάνω πιθανότητες, προκύπτουν και οι  $q(j)$  ως εξής:

$$q(0) = 0.065273$$

$$q(1) = 0.130546$$

$$q(2) = P(0, 2) + P(0, 1) = 0.182765$$

$$q(3) = P(0, 3) + P(1, 1) = 0.193208$$

$$q(4) = P(0, 4) + P(1, 2) + P(2, 0) = 0.168797$$

$$q(5) = P(0, 5) + P(1, 3) + P(2, 1) = 0.126672$$

$$q(6) = P(0, 6) + P(1, 4) + P(2, 2) + P(3, 0) = 0.083513$$

$$q(7) = P(0, 7) + P(1, 5) + P(2, 3) + P(3, 1) = 0.049228$$

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, η πρώτη κατηγορία κίνησης απαιτεί  $b_1 = 2$  μονάδες εύρους ζώνης για την εξυπηρέτηση κάθε κλήσης. Συνεπώς, μία κλήση αυτής της κατηγορίας, γίνεται δεκτή στο σύστημα όταν υπάρχουν τουλάχιστον δύο διαθέσιμες μονάδες εύρους ζώνης. Σε αντίθετη περίπτωση, απορρίπτεται από το σύστημα χωρίς να εξυπηρετηθεί. Αυτό θα συμβεί όταν τουλάχιστον 6 εξυπηρετητές του συστήματος είναι κατειλημμένοι, δηλαδή για  $j = 6$  και  $j = 7$ . Άρα, η πιθανότητα συμφόρησης στο χρόνο για αυτή την περίπτωση ισούται με  $P_{b1} = q(6) + q(7)$ .

Αντίστοιχα, η πιθανότητα συμφόρησης στο χρόνο για τη δεύτερη κατηγορία κίνησης του παραδείγματος που μελετάμε, υπολογίζεται ως εξής:  $P_{b2} = q(7)$ . Αυτό συμβαίνει γιατί μία κλήση της κατηγορίας κίνησης 2, απορρίπτεται από το σύστημα στην περίπτωση που δεν υπάρχει  $b_2 = 1$  διαθέσιμος πόρος.

$$P_{b1} = q(6) + q(7) = 0.132741 \text{ και}$$

$$P_{b2} = q(7) = 0.049228$$

### 2.3.2 Υπολογισμός πιθανότητας απώλειας κλήσεως της κατηγορίας κίνησης $k$ , $P_b$ .

Για να υπολογίσουμε την πιθανότητα απώλειας κλήσης στο σύστημα του παραδείγματος 2.3, θα πρέπει να λάβουμε υπόψη ότι οι αφίξεις των κλήσεων σε αυτή την περίπτωση γίνονται με ψευδοτυχαίο τρόπο. Στην πράξη, αυτό σημαίνει πως η πιθανότητα απώλειας κλήσης διαφέρει από την πιθανότητα συμφόρησης στο χρόνο για κάθε κατηγορία κίνησης.

Για την πρώτη κατηγορία κίνησης, θα ακολουθήσουμε ξανά την ίδια διαδικασία υπολογισμού των πιθανοτήτων μονίμων καταστάσεων μέσω των εξισώσεων σφαιρικής ισορροπίας, θεωρώντας σε αυτή την περίπτωση  $N_1' = N_1 - I = 9$  και  $N_2 = 10$ . Αντίστοιχα, για τη δεύτερη κατηγορία κίνησης θεωρούμε  $N_1 = 10$  και  $N_2' = N_2 - I = 9$ . Θα υπολογίσουμε δηλαδή την πιθανότητα μία κλήση μιας πηγής κίνησης να απορριφθεί από το σύστημα, όταν όλοι οι πόροι του είναι κατειλημμένοι από τις υπόλοιπες 9 πηγές κίνησης κάθε κατηγορίας αντίστοιχα.

Συνεπώς, αφού θεωρήσαμε τις παραπάνω τιμές για τα  $N_1$  και  $N_2$ , υπολογίζουμε όπως παραπάνω και προκύπτουν οι εξής τιμές για την πρώτη κατηγορία κίνησης:

$$\begin{aligned}
P(0,0) &= 0,071136 \\
P(0,1) &= 0.142288 \\
P(0,2) &= 0.128098 \\
P(0,3) &= 0.068384 \\
P(0,4) &= 0.024027 \\
P(0,5) &= 0.004887 \\
P(0,6) &= 0.000814 \\
P(0,7) &= 0.000093 \\
P(1,0) &= 0.064005 \\
P(1,1) &= 0.127999
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P(1,2) &= 0,11517 \\
P(1,3) &= 0.061367 \\
P(1,4) &= 0.021385 \\
P(1,5) &= 0.00501 \\
P(2,0) &= 0.025599 \\
P(2,1) &= 0.051193 \\
P(2,2) &= 0.046065 \\
P(2,3) &= 0.02456 \\
P(3,0) &= 0.005973 \\
P(3,1) &= 0.011945
\end{aligned}$$

Άρα:

$$\begin{aligned}
q(0) &= 0.071136 \\
q(1) &= 0.142288 \\
q(2) &= P(0,2) + P(0,1) = 0.270386 \\
q(3) &= P(0,3) + P(1,1) = 0.196383 \\
q(4) &= P(0,4) + P(1,2) + P(2,0) = 0.164796 \\
q(5) &= P(0,5) + P(1,3) + P(2,1) = 0.1130487 \\
q(6) &= P(0,6) + P(1,4) + P(2,2) + P(3,0) = 0.074237 \\
q(7) &= P(0,7) + P(1,5) + P(2,3) + P(3,1) = 0.041608
\end{aligned}$$

Επομένως  $P_b' = q(6) + q(7) = 0.115845$  είναι η πιθανότητα απώλειας κλήσης της πρώτης κατηγορίας κίνησης.

Θεωρώντας  $N_1 = 10$  και  $N_2 = 9$ , προκύπτουν τα παρακάτω αποτελέσματα για τη δεύτερη κατηγορία κίνησης:

$$\begin{aligned}
P(0,0) &= 0,077821 \\
P(0,1) &= 0.14009 \\
P(0,2) &= 0.112098 \\
P(0,3) &= 0.052357 \\
P(0,4) &= 0.1577 \\
P(0,5) &= 0.002628 \\
P(0,6) &= 0.00035 \\
P(0,7) &= 0.00003 \\
P(1,0) &= 0.077809 \\
P(1,1) &= 0.140049
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P(1,2) &= 0.112019 \\
P(1,3) &= 0.052238 \\
P(1,4) &= 0.015609 \\
P(1,5) &= 0.00304 \\
P(2,0) &= 0.035012 \\
P(2,1) &= 0.063017 \\
P(2,2) &= 0.050406 \\
P(2,3) &= 0.023517 \\
P(3,0) &= 0.009336 \\
P(3,1) &= 0.016805
\end{aligned}$$

Δηλαδή,

$$q(0) = 0.077821$$

$$q(1) = 0.14009$$

$$q(2) = P(0, 2) + P(0, 1) = 0.252188$$

$$q(3) = P(0, 3) + P(1, 1) = 0.192406$$

$$q(4) = P(0, 4) + P(1, 2) + P(2, 0) = 0.304731$$

$$q(5) = P(0, 5) + P(1, 3) + P(2, 1) = 0.117883$$

$$q(6) = P(0, 6) + P(1, 4) + P(2, 2) + P(3, 0) = 0.075701$$

$$q(7) = P(0, 7) + P(1, 5) + P(2, 3) + P(3, 1) = 0.043392$$

και η πιθανότητα απώλειας κλήσης της δεύτερης κατηγορίας κίνησης είναι

$$P_{b_2}' = q(7) = 0.043392$$

Εκτός από τον παραπάνω τρόπο υπολογισμού των πιθανοτήτων των δυνατών καταστάσεων στο σύστημα, υπάρχει επιπλέον η δυνατότητα χρήσης της παρακάτω λύσης μορφής γινομένου [31]:

$$P(n) = \frac{\prod_{k=1}^K \binom{N_k}{n_k} \left(\frac{v_k}{\mu_k}\right)^{n_k}}{\sum_{n \in \Omega} \left( \prod_{k=1}^K \binom{N_k}{n_k} \left(\frac{v_k}{\mu_k}\right)^{n_k} \right)} \quad (2.23)$$

όπου  $\Omega = \{n : 0 \leq nb \leq C\}$  το σύνολο των δυνατών καταστάσεων.

Παρά τη χρησιμότητά της, η λύση μορφής γινομένου γίνεται ιδιαίτερα πολύπλοκη για μεγάλα συστήματα υψηλής χωρητικότητας που εξυπηρετούν πολλές κατηγορίες κίνησης. Για το λόγο αυτό, προτείνεται ο εξής ακριβής, αναδρομικός τύπος που θυμίζει αρκετά τον τύπο των Kaufman-Roberts [31]:

$$jq(j) = \sum_{k=1}^K (N_k - n_k + 1) \alpha_k b_k q(j - b_k) \quad (2.24)$$

Έστω ότι θέλουμε να υπολογίσουμε το  $q(2)$ . Το  $j$  παίρνει την τιμή 2 στις δυνατές καταστάσεις  $(n_1, n_2) = (0, 2)$  και  $(n_1, n_2) = (1, 0)$ . Στο σημείο αυτό τίθεται το εξής ερώτημα: ποια από τις δύο δυνατές καταστάσεις πρέπει να χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό του  $q(2)$ ;

Δεδομένου ότι δεν υπάρχει κριτήριο επιλογής ανάμεσα στις δύο δυνατές καταστάσεις και ότι η χρήση τους στον παραπάνω αναδρομικό τύπο, δίνει διαφορετικά αποτελέσματα, γεννήθηκε η ανάγκη δημιουργίας ενός ισοδύναμου συνόλου όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

$n_1$	$n_2$	$j$	$j_{equivalent}$
0	0	0	0
0	1	1	5
0	2	2	10
0	3	3	15
0	4	4	20
0	5	5	25
0	6	6	30
0	7	7	35
1	0	2	11
1	1	3	16
1	2	4	21
1	3	5	26
1	4	6	31
1	5	7	36
2	0	4	22
2	1	5	27
2	2	6	32
2	3	7	37
3	6	6	33
3	7	7	38

**Πίνακας 2.3 :** Σύνολο δυνατών καταστάσεων και ισοδύναμο σύνολο για σύστημα απωλειών Engset.

Τα χαρακτηριστικά ενός ισοδύναμου συνόλου είναι τα παρακάτω:

- α) Το ισοδύναμο σύνολο περιλαμβάνει ακριβώς τον ίδιο αριθμό δυνατών καταστάσεων με το αρχικό σύνολο.
- β) Το ισοδύναμο σύνολο εμφανίζει ακριβώς τις ίδιες καταστάσεις blocking με το αρχικό σύστημα.
- γ) Τα  $b_1, b_2, \dots, b_k$  επιλέγονται με τέτοιο τρόπο ώστε για κάθε κατάσταση να προκύπτει εντελώς διαφορετικό  $j = n_1 b_1 + \dots + n_k b_k$ .
- δ) Η μέγιστη τιμή του  $j$  που προκύπτει, επιλέγεται ως η χωρητικότητα  $C$  του συστήματος.

Με τη χρήση του ισοδύναμου συνόλου δυνατών καταστάσεων, μπορούμε να οδηγηθούμε σε ακριβή αποτελέσματα μέσω του αναδρομικού τύπου (2.24).

Για το παράδειγμα που μελετάμε προκύπτουν οι παρακάτω τιμές:



$$\begin{aligned}
q(5) &= 2 \\
q(10) &= 1.8 \\
q(15) &= 0.96 \\
q(20) &= 0.336 \\
q(25) &= 0.08064 \\
q(30) &= 0.01344 \\
q(35) &= 0.001536 \\
q(11) &= 1 \\
q(16) &= 2 \\
q(21) &= 1.8
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
q(26) &= 0.96 \\
q(31) &= 0.336 \\
q(36) &= 0.08064 \\
q(22) &= 0.45 \\
q(27) &= 0.9 \\
q(32) &= 0.81 \\
q(37) &= 0.432 \\
q(33) &= 0.12 \\
q(38) &= 0.24
\end{aligned}$$

Κανονικοποιώντας τις παραπάνω τιμές υπολογίζοντας τον παράγοντα κανονικοποίησης ως εξής:

$$G = \sum_{j=0}^{38} q(j) = 15.320256$$

και διαιρώντας με αυτόν κάθε μία από τις πιθανότητες, όπως είδαμε παραπάνω, υπολογίζουμε την πιθανότητα συμφοράς στο χρόνο για τις δύο κατηγορίες κίνησης.

$$P_{b_1} = \frac{\sum_{j=C-b_1+1}^C q(j)}{G} = \frac{\sum_{j=38-11+1}^{38} q(j)}{G} = \frac{\sum_{j=28}^{38} q(j)}{G} =$$

$$\frac{q(30) + q(35) + q(31) + q(36) + q(32) + q(37) + q(33) + q(38)}{G} \Rightarrow$$

$$P_{b_1} = \frac{2.033616}{G} = 0.13274$$

$$P_{b_2} = \sum_{j=C-b_2+1}^C \frac{q(j)}{G} = \sum_{j=34}^{38} \frac{q(j)}{G} = \frac{q(35) + q(36) + q(37) + q(38)}{G} = \frac{0.754176}{G} = 0.049227$$

Παρατηρούμε πως τα αποτελέσματα που προκύπτουν είναι τα ίδια με εκείνα που υπολογίσαμε επιλύοντας το σύστημα των είκοσι εξισώσεων σφαιρικής ισορροπίας.

Λαμβάνοντας υπόψη ότι για τον υπολογισμό της πιθανότητας απώλειας κλήσης της πρώτης κατηγορίας κίνησης, θεωρούμε ως δεδομένο ότι  $N_1' = N_1 - 1 = 9$  και  $N_2 = 10$  και αντίστοιχα για τη δεύτερη κατηγορία κίνησης  $N_1 = 10$  και  $N_2' = N_2 - 1 = 9$ , μπορούμε να υπολογίσουμε μέσω του αναδρομικού τύπου (2.24) τις τιμές των  $q(j)$ , με ανάλογο τρόπο.

Και σε αυτή την περίπτωση, τα αποτελέσματα είναι τα ίδια με εκείνα που προέκυψαν από την επίλυση του συστήματος των εξισώσεων σφαιρικής ισορροπίας.

Η εύρεση του ισοδύναμου συστήματος, μπορεί να γίνει αδύνατη όταν το προς μελέτη σύστημα εξυπηρετεί πολλές κατηγορίες κίνησης και περιλαμβάνει μεγάλο αριθμό εξυπηρετητών  $C$ , λόγω της ύπαρξης τεράστιου αριθμού δυνατών καταστάσεων.

Προκειμένου να αποφευχθεί το παραπάνω πρόβλημα, προτάθηκε ο ακόλουθος προσεγγιστικός τρόπος [32].

Αρχικά θεωρούμε το μοντέλο ως Erlang Multirate Loss Model και υπολογίζουμε όλα τα  $q(j)$  μέσω του αναδρομικού τύπου Kaufman – Roberts. Για το παράδειγμα που μελετάμε προκύπτουν οι κανονικοποιημένες τιμές:

$$\begin{aligned} q(0) &= 0.05460 & q(4) &= 0.172906 \\ q(1) &= 0.109204 & q(5) &= 0.141965 \\ q(2) &= 0.163806 & q(6) &= 0.104957 \\ q(3) &= 0.182007 & q(7) &= 0.070549 \end{aligned}$$

Στη συνέχεια, μέσω της σχέσης

$$y_k(j) = \frac{\alpha_k q(j - b_k)}{q(j)} \quad (2.25)$$

υπολογίζουμε τη μέση τιμή των κλήσεων της κατηγορίας  $k$  σε κάθε κατάσταση  $j$ . Η κατάσταση  $j$  υπολογίζεται ως  $j = \sum_{k=1}^K b_k y_k(j)$  και εκφράζει το συνολικό αριθμό των κατειλημμένων πόρων του συστήματος, από όλες τις κατηγορίες κίνησης. (Στο Παράρτημα 2 υπάρχει η απόδειξη της σχέσης 2.25).

Για το συγκεκριμένο παράδειγμα παίρνουμε τα αποτελέσματα που φαίνονται στον πίνακα (2.4):

$y_1(j)$	$y_2(j)$	$j$
0	0	0
0	1	1
0.3333	1.3333	2
0.6	1.8	3
0.947368	2.10526	4
1.28205	2.435897	5
1.647398	2.70520	6
2.01228	2.97542	7

**Πίνακας 2.4 :** Μέση τιμή των κλήσεων των δύο κατηγοριών κίνησης για κάθε δυνατή κατάσταση  $j$ .

Με χρήση των αποτελεσμάτων του πίνακα 2.4, μέσω του τύπου

$q(j) = \frac{1}{j} \sum_{k=1}^K (N_k - y_k(j - b_k)) a_k b_k q(j - b_k)$ , επανερχόμαστε στο μοντέλο του Engset και υπολογίζουμε τα  $q(j)$ . Ακολουθούν οι κανονικοποιημένες τιμές για  $G = 15.23090$ .

$$q(0) = 0.065656$$

$$q(1) = 0.131311$$

$$q(2) = 0.183836$$

$$q(3) = 0.193758$$

$$q(4) = 0.168295$$

$$q(5) = 0.125998$$

$$q(6) = 0.08255279$$

$$q(7) = 0.0485902$$

και τελικά:

$$P_{b_1} = 0.131143$$

$$P_{b_2} = 0.04859$$

Παρατηρούμε ότι τα αποτελέσματα των πιθανοτήτων απώλειας κλήσης που προέκυψαν, είναι πολύ κοντά στις ακριβείς τιμές που υπολογίσαμε στην παράγραφο 2.3.1.,  $P_{b_1} = 0.132741$  και  $P_{b_2} = q(7) = 0.049228$

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

### ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ W-CDMA

#### 3.1 Περιγραφή κυψελωτού συστήματος πολλαπλής πρόσβασης

Τα κυψελωτά συστήματα δημιουργήθηκαν αντικαθιστώντας έναν πομπό μεγάλης ισχύος που κάλυπτε μία μεγάλη γεωγραφική περιοχή, από πολλούς πομπούς μικρής ισχύος, ο καθένας από τους οποίους καλύπτει μικρό τμήμα της περιοχής εξυπηρέτησης του συστήματος κινητών επικοινωνιών, που λέγεται κυψέλη (cell). Οι βασικές οντότητες ενός κυψελωτού συστήματος είναι οι ακόλουθες (σελ [33]):

##### **Κινητός Σταθμός (Mobile Station)**

Ο όρος κινητός σταθμός ή κινητό τερματικό αναφέρεται σε όλο τον απαραίτητο εξοπλισμό του χρήστη ώστε να επικοινωνεί μέσω ενός δικτύου κινητής τηλεφωνίας.

##### **Σταθμός Βάσης (Base Station)**

Πρόκειται για πύργους μετάδοσης κινητής τηλεφωνίας που τοποθετούνται σε ύψος κατάλληλο για την προσφορά καλύτερης κάλυψης στην κυψέλη που βρίσκονται και αποτελείται από τις κεραίες και τον απαραίτητο ηλεκτρονικό εξοπλισμό, τους πομποδέκτες.

Η επικοινωνία μεταξύ σταθμών βάσης και κινητών τερματικών γίνεται αμφίδρομα μέσω ραδιοκυμάτων. Τα χαρακτηριστικά της επικοινωνίας διαφέρουν όταν αυτή γίνεται από το σταθμό βάσης προς το κινητό τερματικό και όταν γίνεται από το κινητό τερματικό προς το σταθμό βάσης. Για το λόγο αυτό, η ζεύξη ανάμεσα στις δύο αυτές οντότητες, διαχωρίζεται ως ακολούθως (σελ 136, [33]):

##### **Άνω ζεύξη (uplink)**

Ως άνω ζεύξη χαρακτηρίζεται η τηλεπικοινωνιακή σύνδεση μεταξύ κινητού σταθμού και σταθμού βάσης, που χρησιμοποιείται όταν ο κινητός σταθμός στέλνει δεδομένα και ο σταθμός βάσης τα λαμβάνει.

##### **Κάτω ζεύξη (downlink)**

Αντίστοιχα με παραπάνω, πρόκειται για την τηλεπικοινωνιακή ζεύξη που εξυπηρετεί την αποστολή δεδομένων από το σταθμό βάσης προς το κινητό τερματικό.

Τέλος, να σημειωθεί ότι απαιτείται συνεχής έλεγχος των σταθμών βάσης, των κινητών τερματικών και των κέντρων μεταγωγής μέσω πρωτοκόλλων και διαύλων σηματοδότησης.

#### 3.2 Παρεμβολές στα κυψελωτά συστήματα

Ένα κυψελωτό σύστημα αποτελείται από γειτονικές κυψέλες, που χρησιμοποιούν τους ίδιους ραδιοδιαύλους του συστήματος. Για το λόγο αυτό, οι γειτονικές κυψέλες παρεμβάλλονται μεταξύ τους. Την ισχύ αυτών των παρεμβολών

τη συμβολίζουμε με  $P_{other}$  αφού πρόκειται για παρεμβολή που προέρχεται από άλλη κυψέλη πέραν αυτής που θα αποτελέσει παρακάτω αντικείμενο μελέτης.

Όπως θα αναλύσουμε και παρακάτω, υπάρχει και η ισχύς των παρεμβολών που προέρχονται από τους χρήστες της ίδιας της κυψέλης και είναι ανάλογη του αριθμού των χρηστών στην κυψέλη. Θα τη συμβολίζουμε  $P_{own}$ .

Τέλος, μία κυψέλη μπορεί να επηρεάζεται από τη συνεχή ισχύ θορύβου του περιβάλλοντος, που συμβολίζουμε  $P_{noise}$ .

### **3.3 Συστήματα πολλαπλής πρόσβασης και τεχνικές διαίρεσης εύρους ζώνης**

Τα συστήματα πολλαπλής πρόσβασης επιτρέπουν στους χρήστες να μοιράζονται ταυτόχρονα ένα κοινό εύρος ζώνης. Για να επιτευχθεί κάτι τέτοιο χωρίς προβλήματα, δημιουργήθηκαν κάποιες τεχνικές διαμοιρασμού του εύρους ζώνης. Η *πολλαπλή πρόσβαση με διαίρεση συχνότητας (FDMA)*, η *πολλαπλή πρόσβαση με διαίρεση χρόνου (TDMA)* και η *πολλαπλή πρόσβαση με διαίρεση κώδικα (CDMA)* είναι οι τρεις βασικές τεχνικές που χρησιμοποιούνται για το σκοπό αυτό [34].

#### **3.3.1 Πολλαπλή Πρόσβαση με Διαίρεση Συχνότητας (FDMA – Frequency Division Multiple Access)**

Η τεχνική αυτή αντιστοιχεί συγκεκριμένες μπάντες συχνοτήτων (κανάλια) σε ανεξάρτητους χρήστες. Όταν ένα τμήμα του φάσματος συχνοτήτων χρησιμοποιείται από έναν χρήστη, δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί από κανέναν άλλο. Ακόμη και τις στιγμές που είναι αδρανές κατά τη διάρκεια της χρήσης του, όπως για παράδειγμα κατά τη διάρκεια των παύσεων σε μία τηλεφωνική συνδιάλεξη, δε μπορεί να χρησιμοποιηθεί από άλλους χρήστες έτσι ώστε να αυξήσει τη χωρητικότητα του συστήματος.

#### **3.3.2 Πολλαπλή Πρόσβαση με Διαίρεση Χρόνου (TDMA – Time Division Multiple Access)**

Τα συστήματα που χρησιμοποιούν τη συγκεκριμένη τεχνική, διαιρούν το χρόνο μετάδοσης σε χρονοθυρίδες (*timeslots*) κάθε μία από τις οποίες χρησιμοποιείται για την εκπομπή ή τη λήψη ενός μόνο χρήστη. Δηλαδή, σε κάθε χρονικό πλαίσιο (*frame*), επαναλαμβάνονται κάποιες μη αλληλεπικαλυπτόμενες χρονοθυρίδες που αντιστοιχούν σε συγκεκριμένους χρήστες.

Σε αυτή την περίπτωση, οι χρήστες χρησιμοποιούν τις ίδιες συχνότητες αλλά σε διαφορετικές χρονικές στιγμές. Αντίστοιχα, όπως και στην περίπτωση της τεχνικής *FDMA*, όταν μία χρονοθυρίδα δε χρησιμοποιείται από το χρήστη στον οποίο αντιστοιχεί, παραμένει αδρανής και δε χρησιμοποιείται από κάποιον άλλο χρήστη.

Η μετάδοση δεδομένων για τους χρήστες ενός συστήματος *TDMA* δεν είναι συνεχόμενη αφού γίνεται σε συγκεκριμένες χρονικές στιγμές κατά τη διάρκεια ενός χρονικού πλαισίου. Για το λόγο αυτό είναι απαραίτητη η χρήση επικεφαλίδων συγχρονισμού όπως και χρονοθυρίδων που ξεχωρίζουν τους χρήστες μεταξύ τους (*guard slots*).

Σε αντίθεση με τα *FDMA* συστήματα, που χρησιμοποιούνται στην αναλογική διαμόρφωση συχνότητας (*FM*), τα ψηφιακά δεδομένα και η ψηφιακή διαμόρφωση απαιτούν χρήση της τεχνικής *TDMA*. Γενικά, τα συστήματα *TDMA* είναι πολύ πιο πολύπλοκα από τα *FDMA*.

### 3.3.3 Πολλαπλή Πρόσβαση Διαίρεσης Κώδικα (CDMA – Code Division Multiple Access)

Σε ένα τέτοιο σύστημα όλοι οι χρήστες χρησιμοποιούν το ίδιο φέρον, μπορούν να μεταδίδουν ταυτόχρονα και ο κάθε χρήστης χρησιμοποιεί όλο το διαθέσιμο φάσμα. Υπάρχουν όμως κάποιες βασικές διαδικασίες που ακολουθούνται προκειμένου να επιτευχθεί η ορθή μετάδοση της πληροφορίας. Αρχικά, ακολουθείται η διαδικασία της κωδικοποίησης των bit της ακολουθίας προς μετάδοση. Κάθε bit του σήματος αντιστοιχίζεται σε ένα αριθμό bit του κώδικα που χρησιμοποιούμε (ο αριθμός αυτός εξαρτάται από το ρυθμό του κώδικα). Έτσι προκύπτει ένα κωδικοποιημένο σήμα. Το κωδικοποιημένο σήμα κάθε χρήστη πολλαπλασιάζεται με ένα σήμα πολύ μεγάλου εύρους ζώνης, το λεγόμενο *σήμα διασκορπισμού (spreading signal)* που είναι μία κωδική ακολουθία ψευδοθορύβου. Στο δέκτη, χρησιμοποιείται μία αντίστοιχη ακολουθία αποδιασκορπισμού για τη λήψη των αρχικών δεδομένων. Οι διαδικασίες αυτές περιγράφονται αναλυτικά παρακάτω.

#### 3.3.3.1 Διαδικασία κωδικοποίησης και διασκορπισμού - αποδιασκορπισμού

Για την αποστολή μιας ακολουθίας bit με ρυθμό  $R_s$  (bps) από τον πομπό στο δέκτη, προστίθενται σε αυτή κάποια bits για την προστασία της από το θόρυβο ώστε να αποφευχθούν σφάλματα στο δέκτη. Ο δέκτης, χρησιμοποιεί ειδικούς αλγόριθμους ώστε να εξάγει την αρχική ακολουθία των bits του χρήστη, ελαχιστοποιώντας την πιθανότητα σφάλματος. Επιπλέον, με τη χρήση ειδικών αλγορίθμων μπορεί να γίνει ανίχνευση ή/και διόρθωση σφαλμάτων. Η διαδικασία αυτή ονομάζεται κωδικοποίηση και προστατεύει το σήμα από τις παρεμβολές.

Η ακολουθία αυτή, πριν αποσταλεί μέσω του καναλιού στον δέκτη, υπόκειται στη διαδικασία του διασκορπισμού κατά την οποία, κάθε αρχικό της bit πολλαπλασιάζεται με έναν αριθμό από bits μικρότερης διάρκειας (chips) που αντιστοιχούν σε μια ακολουθία διασκορπισμού. Στα *W-CDMA* συστήματα, ο ρυθμός μετάδοσης μιας ακολουθίας διασκορπισμού είναι  $W = 3,84 Mcps$ .

Στο δέκτη γίνεται η διαδικασία του αποδιασκορπισμού. Το διασκορπισμένο σήμα που φτάνει σε αυτόν, πολλαπλασιάζεται εκ νέου με την ίδια ακολουθία που χρησιμοποιήθηκε για το διασκορπισμό του και προκύπτει η αρχική ακολουθία  $R_b$ . Ο βαθμός στον οποίο ο δέκτης μπορεί να ανασυντάξει το αρχικό σήμα καθορίζεται από την ύπαρξη των παρεμβολών καθώς και από την ανοχή του συστήματος στα σφάλματα που αυτές προκαλούν. Αυτό το κομμάτι περιγράφεται αναλυτικά στο επόμενο κεφάλαιο της εργασίας (4.1).

#### 3.3.3.2 Κέρδος επεξεργασίας

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, οι κώδικες που χρησιμοποιεί η τεχνική *W-CDMA* έχουν chip rate  $W = 3,84 Mcps$  δηλαδή διάρκεια  $T_{chip}$  (sec) =  $\frac{1}{W}$ . Σε κάθε bit ρυθμού  $R_b$  (bps) της προς μετάδοση ακολουθίας σήματος, αντιστοιχούν  $\frac{W}{R_b}$  bit κώδικα. Αυτό το πηλίκο καλείται κέρδος επεξεργασίας, συμβολίζεται με  $G_k$  για μια κατηγορία κίνησης  $k$  και ποικίλει ανάλογα με το ρυθμό  $R_b$  της αρχικής ακολουθίας.

Ουσιαστικά, δηλώνει τον αριθμό των chips που αντιστοιχούν σε ένα bit της προς μετάδοση ακολουθίας. Όσο μεγαλύτερο είναι τόσο περισσότερα chips αντιστοιχούν σε ένα bit. Κατά συνέπεια, μειώνεται η πιθανότητα σφάλματος αφού όσα περισσότερα chips αναπαριστούν ένα bit, τόσο πιο δύσκολο είναι ένα σφάλμα σε κάποιο από αυτά, να προκαλέσει εσφαλμένη αποκωδικοποίηση.

Ας εξηγήσουμε τώρα με ποιο τρόπο, το κέρδος επεξεργασίας επηρεάζει τα αποδεκτά όρια του λόγου σήματος προς θόρυβο  $\frac{S}{N}$  όπου  $S$  η ισχύς του σήματος και  $N$  η φασματική πυκνότητα ισχύος του θορύβου.

Αν θεωρήσουμε μία υπηρεσία φωνής με ρυθμό μετάδοσης  $R_b = 12,2 Kbps$ , το κέρδος επεξεργασίας  $G_k$  σε W – CDMA σύστημα είναι:

$$G_k = \frac{W}{R_b} = \frac{3,84 Mcps}{12,2 Kbps} = 314,75 \rightarrow 10 \log 314,75 \approx 25dB$$

Για τον υπολογισμό του λόγου σήματος προς θόρυβο για μία κατηγορία κίνησης  $k$  στο δέκτη, θεωρούμε ότι  $\left(\frac{E_b}{N_0}\right)_k = 5dB$  και εργαζόμαστε ως εξής:

$$\left(\frac{S}{N}\right) = \left(\frac{E_b}{N_0}\right)_k - G_k = 5dB - 25dB = -20dB$$

Με άλλα λόγια, η ισχύς του σήματος μπορεί να είναι μέχρι και  $20dB$  μικρότερη από την ισχύ των παρεμβολών ή του θερμικού θορύβου, και ο δέκτης να είναι σε θέση να ανακτήσει το αρχικό σήμα επιτυχώς. Συνεπώς, όσο μεγαλύτερη τιμή έχει το κέρδος επεξεργασίας, τόσο μεγαλύτερη ανοχή στο θόρυβο παρουσιάζει το σήμα.

Δηλαδή, όταν κωδικοποιούμε υπηρεσίες με χαμηλό bit rate, πετυχαίνουμε μεγαλύτερο  $G_k$ , αφού έχουμε σταθερό  $W = 3,84 Mcps$ , και επομένως μεγαλύτερη ανοχή στο θόρυβο και στα σφάλματα που αυτός προκαλεί (σελ.41-43, [35]).

### 3.3.3.3 Ορθογωνιότητα κωδικών διασκορπισμού

Για να μη δημιουργείται πρόσθετη παρεμβολή στο επιθυμητό σήμα λόγω της ύπαρξης παράλληλων μεταδόσεων από άλλους χρήστες, αρκεί οι κώδικες που χρησιμοποιούνται να είναι μεταξύ τους ορθογώνιοι. Με τον τρόπο αυτό, στη λήψη, θα έχουμε μόνο το επιθυμητό σήμα αφού το εσωτερικό του γινόμενο με όλα τα υπόλοιπα, που υποθέσαμε πως χρησιμοποιούν ορθογώνιους μεταξύ τους κώδικες, θα είναι μηδέν.

Αναλυτικά, αν υποθέσουμε πως έχουμε δύο σήματα  $s_1(t)$  και  $s_2(t)$  που ορίζονται στο διάστημα  $[a,b]$ , αυτά είναι ορθογώνια μεταξύ τους όταν το εσωτερικό τους γινόμενο είναι μηδέν. Δηλαδή:

$$\langle s_1, s_2 \rangle = \int_a^b s_1(t) * s_2(t) dt = 0$$

### 3.3.3.4 Είδη CDMA

- **CDMA με μεταπήδηση συχνότητας (FH-CDMA, Frequency Hopping CDMA):** Στα συστήματα αυτά, το φέρον του διαμορφωμένου σήματος πληροφορίας αλλάζει περιοδικά μετά την παρέλευση χρόνου  $T$ . Η

ακολουθία του κώδικα καθορίζει το σχήμα μεταπήδησης και είναι γνωστή μόνο στον πομπό και στο δέκτη.

- **CDMA με μεταπήδηση χρόνου (TH-CDMA, Time Hopping CDMA):**  
Σε αυτή την περίπτωση, αφού ο χρόνος έχει διαιρεθεί σε πλαίσια και κάθε πλαίσιο σε έναν αριθμό χρονοθυρίδων, καθορίζεται μέσω του κώδικα του χρήστη, ποια χρονοθυρίδα θα χρησιμοποιεί κάθε φορά.
- **CDMA ευθείας ακολουθίας (DS-CDMA, Direct Sequence CDMA):**  
Πρόκειται για τα συστήματα όπου το σήμα πληροφορίας διαμορφώνεται απ' ευθείας από το σήμα κωδικοποίησης και το σήμα που προκύπτει διαμορφώνει το φέρον ευρείας ζώνης.

Από τις τρεις παραπάνω τεχνικές, η DS-CDMA χρησιμοποιείται στα δίκτυα κινητής τηλεφωνίας (σελ. 4 – 21, [35]).



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

# ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΜΕΓΙΣΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΚΛΗΣΕΩΝ ΚΑΙ ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΑΝΩ ΖΕΥΞΗΣ ΣΕ ΚΥΨΕΛΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ W-CDMA

### 4.1 Εισαγωγή

Θεωρούμε ένα κυψελωτό σύστημα W-CDMA και μία από τις κυψέλες του ως κυψέλη αναφοράς. Το σύστημα αυτό, εξυπηρετεί κλήσεις από  $K$  διαφορετικές κατηγορίες κίνησης.

Υποθέτουμε πως στην εν λόγω κυψέλη χρησιμοποιείται μηχανισμός *IC* – *Interference Cancellation*, σκοπός του οποίου είναι η όσο το δυνατό μεγαλύτερη εξάλειψη των παρεμβολών που προκαλούνται από τους χρήστες της ίδιας της κυψέλης –η ισχύς αυτών των παρεμβολών, όπως θα συζητηθεί και παρακάτω, συμβολίζεται με  $P_{own}$ – με τη χρήση δεκτών που διαχωρίζουν τα σήματα ώστε να μην παρεμβάλλονται μεταξύ τους.

Ένας χρήστης μπορεί να υπάρχει στην κυψέλη ενεργητικά ή παθητικά δεδομένου ότι κατά τη διάρκεια μιας κλήσης, μία πηγή κίνησης συνήθως εναλλάσσεται μεταξύ ενεργών και σιωπηλών περιόδων, κάτι που υποδηλώνεται από τον παράγοντα δραστηριότητας (*activity factor*) του χρήστη,  $v_k$ , ο οποίος αναπαριστά το ποσοστό του χρόνου που μία πηγή παράγει κίνηση. Δηλαδή, αν υπάρχουν  $N$  χρήστες σε κλήση, η πιθανότητα  $n$  χρήστες να απασχολούν την ραδιοζεύξη ταυτόχρονα δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{P_n}{N} = \binom{N}{n} v_k^n (1-v_k)^{N-n} \quad (4.1)$$

Για δεδομένο  $N$ , ο αριθμός των χρηστών που παράγουν κίνηση ταυτόχρονα, εξαρτάται από τον παράγοντα δραστηριότητάς τους  $v_k$  καθώς και από τη διαδικασία της πολυπλεξίας της κίνησης, άρα το  $n$  μπορεί να ποικίλει. Συνεπώς, ο παράγοντας δραστηριότητας είναι ένα ιδιαίτερος σημαντικό χαρακτηριστικό του χρήστη αφού σε περίπτωση παρέκκλισης του  $n$ , δημιουργείται η ανάγκη ενεργοποίησης κάποιου μηχανισμού ελέγχου συμφόρησης των κλήσεων ώστε να διατηρείται η ορθή λειτουργία των διαφορετικών συνδέσεων (σελ 125-126, [34]).

Επιπλέον, αναλόγως με την υπηρεσία που χαρακτηρίζει, ο παράγοντας δραστηριότητας, αντανάκλα την πιθανότητα να υπάρξουν ασυνεχείς/διακοπτόμενες μεταδόσεις και πως ο  $n$ -οστός χρήστης, συμβάλλει στο φορτίο του συστήματος μόνο όταν μεταδίδει (σελ 183, [34]).

#### 4.1.1 Παρεμβολές στο σύστημα W - CDMA

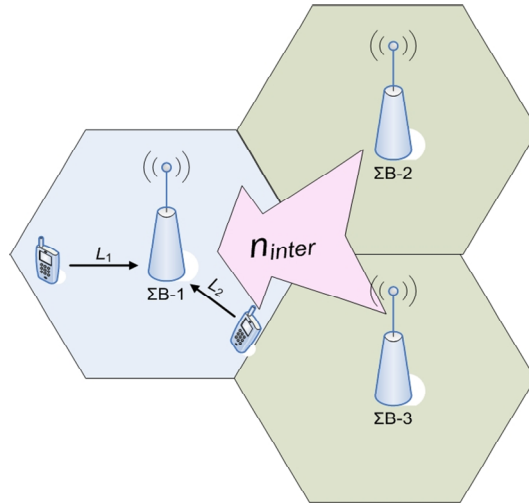
Υποθέτουμε ότι η επίδοση του δικτύου/κυψέλης εξαρτάται από τις παρακάτω τυχαίες επιρροές:

$P_{own}$ : η ισχύς των παρεμβολών που λαμβάνει η κυψέλη από τους χρήστες της ίδιας της κυψέλης είναι ανάλογη με τον αριθμό τους (όπως θα δούμε παρακάτω  $P_{own} = p_k * N_k$  όπου  $p_k$  είναι η λαμβανόμενη ισχύς κάθε χρήστη και  $N_k$  ο μέγιστος αριθμός κλήσεων τύπου  $k$  στην κυψέλη) και αναπαριστά το άθροισμα όλων των κυματομορφών των χρηστών που επικοινωνούν με την κυψέλη και επιπλέον περιλαμβάνει την παρεμβολή που δημιουργείται στο σήμα επειδή αυτό φτάνει στον προορισμό του μέσω περισσότερων της μία διαδρομής. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα, στη λήψη, να καταφθάνει το ίδιο σήμα περισσότερες από μία φορές. Αυτές οι επαναλήψεις του σήματος που οφείλονται στη μετάδοση μέσω πολλαπλών διαδρομών (multi-path), παρεμβάλλονται μεταξύ τους [36]. Το φαινόμενο αυτό φαίνεται στην παρακάτω εικόνα (Εικόνα 1).



Εικόνα 4.1: Φαινόμενο μετάδοσης σήματος μέσω πολλαπλών διαδρομών (multi-path) [37].

$P_{other}$ : η ισχύς των παρεμβολών που λαμβάνει η κυψέλη από τους χρήστες των γειτονικών κυψελών, λόγω της χρησιμοποίησης κοινών συχνοτήτων, αναπαριστά το άθροισμα των κυματομορφών των χρηστών που δεν ανήκουν στην κυψέλη αλλά σε γειτονικές της και επικοινωνούν «παράτυπα» με αυτήν χωρίς να υπόκεινται σε έλεγχο ισχύος [36]. Αυτού του είδους η παρεμβολή φαίνεται στο παρακάτω σχήμα (Εικόνα 2) όπου ο Σταθμός Βάσης-1 (ΣΒ-1) δέχεται παρεμβολές από τις γειτονικές κυψέλες – Σταθμούς Βάσης ΣΒ-2 και ΣΒ-3.



Εικόνα 4.2: Παρεμβολές  $P_{own}$  και  $P_{other}$  στο Σταθμό Βάσης-1 (ΣΒ-1).

$P_{noise}$ : η ισχύς του θερμικού θορύβου που θεωρείται συνεχής

Οι παρεμβολές που προέρχονται από τους χρήστες της κυψέλης αναφοράς, μπορούν να περιοριστούν με χρήση του μηχανισμού εξάλειψης παρεμβολών, (*IC*, *Interference Cancellation*). Ο μηχανισμός αυτός δεν είναι αποτελεσματικός για τις παρεμβολές που προέρχονται από τις γειτονικές κυψέλες ή από το θερμικό θόρυβο.

Η αποδοτικότητα του μηχανισμού *IC*,  $\beta$ , προσδιορίζεται από το λόγο:

$$\beta = \frac{P_{own}^{NoIC} - P_{own}}{P_{own}^{NoIC}} \Rightarrow P_{own} = P_{own}^{NoIC} (1 - \beta) \quad (4.2)$$

όπου  $P_{own}^{NoIC}$  είναι η ισχύς των παρεμβολών των χρηστών της κυψέλης, χωρίς χρήση του μηχανισμού εξάλειψης των παρεμβολών.

Από τη σχέση αυτή, είναι προφανές πως όσο μειώνεται η ισχύς  $P_{own}$  με τη χρήση του μηχανισμού *IC*, τόσο αυξάνεται η διαφορά  $P_{own}^{NoIC} - P_{own}$  που αναπαριστά την ισχύ παρεμβολών που εξαλείφεται μέσω του μηχανισμού *IC*, άρα αυξάνεται το  $\beta$ . Επομένως, όσο αυξάνεται το  $\beta$  τόσο πιο αποδοτικός γίνεται ο μηχανισμός. Ιδανικά, το  $\beta$  θα έπαιρνε την τιμή 1 αν η ισχύς  $P_{own}$  μπορούσε να μηδενιστεί λόγω της εξάλειψης των παρεμβολών. Πρακτικά αυτό δε συμβαίνει οπότε  $\beta < 1$ .

Θεωρούμε ότι το  $\beta$  ( $0 \leq \beta < 1$ ) είναι συνεχές και ανεξάρτητο από τα χαρακτηριστικά ενός συγκεκριμένου δέκτη και τις συνθήκες της ραδιοζεύξης.

Στην άνω ζεύξη συστήματος W-CDMA, ο παράγοντας που περιορίζει τη χωρητικότητα είναι η εκπεμπόμενη ισχύς από τα τερματικά των χρηστών. Ενώ η συμβολή της ισχύος θορύβου που προέρχεται από τις γειτονικές κυψέλες,  $P_{other}$ , φαίνεται να καλύπτει το 35-40% περίπου της συνολικής ισχύος θορύβου στην κυψέλη,  $P_{total}$ , και συνήθως θεωρείται ανεξάρτητη, λογαριθμοκανονική, τυχαία μεταβλητή, ωστόσο, η πιθανότητα απώλειας μιας νέας σύνδεσης στην κυψέλη είναι τυχαία μεταβλητή και εξαρτάται από την κατάσταση του συστήματος (το υπάρχον

$P_{total}$  του συστήματος δηλαδή) και από το εύρος ζώνης της νέας σύνδεσης που σχετίζεται άμεσα με το Noise Rise που θα αναλύσουμε στη συνέχεια.

Κατά συνέπεια, εξαιτίας των παρεμβολών προκύπτει soft blocking που σημαίνει ότι μία αφιχθείσα κλήση μπορεί να απορριφθεί σε οποιαδήποτε κατάσταση του συστήματος με πιθανότητα που εξαρτάται από την κατάσταση αυτή. Αυτό μπορεί να συμβεί γιατί λόγω των παρεμβολών που υπάρχουν ήδη στο σύστημα, η επιπλέον παρεμβολή που θα προκληθεί από μία νέα κλήση, είναι ικανή να μειώσει το QoS των άλλων χρηστών. Έτσι, αυτή μπλοκάρεται και εγκαταλείπει το σύστημα χωρίς να εξυπηρετηθεί, ακόμα κι αν υπάρχουν διαθέσιμοι οι απαραίτητοι πόροι που απαιτούνται για την εξυπηρέτησή της [38].

## **4.2 Μέγιστος αριθμός κλήσεων στην κυψέλη**

Ο λόγος σήματος προς παρεμβολή (*SINR- Signal to Interference Noise Ratio*) για μία κατηγορία κίνησης  $k$  είναι:

$$\left( \frac{E_b}{N_o} \right)_k = \frac{P_k}{P_{total} - P_k} \quad (4.3)$$

και εκφράζει την ποσοτική σχέση της ισχύος του σήματος με αυτή των παρεμβολών.

$E_b$  είναι η ισχύς του σήματος ενώ ο όρος  $N_o$  εκφράζει τη φασματική πυκνότητα ισχύος του θορύβου που προκαλούν οι παρεμβολές.

Ο όρος  $P_k$  αναπαριστά την ισχύ του σήματος ενός χρήστη κατηγορίας κίνησης  $k$  και  $P_{total}$  είναι η συνολική λαμβανόμενη ισχύς παρεμβολών στην κεραία. Δηλαδή [9]:

$$P_{total} = P_{own} + P_{other} + P_{noise} \quad (4.4)$$

Στον παρονομαστή της σχέσης (4.3), αφαιρούμε την ισχύ σήματος από το σύνολο των παρεμβολών, για να προκύψει η «καθαρή» παρεμβολή.

Συνεπώς, ο λόγος σήματος προς θόρυβο λόγω παρεμβολών (SINR) χαρακτηρίζει την ποιότητα ενός σήματος και κατ' επέκταση μιας υπηρεσίας αφού η αύξησή του υποδηλώνει αντίστοιχη αύξηση της ισχύος του σήματος έναντι αυτής των παρεμβολών που πλήττουν το σήμα.

Μέσω του λόγου αυτού, τίθεται ένα όριο σχετικά με την ποιότητα του σήματος. Δηλαδή, υπάρχει ένας συγκεκριμένος περιορισμός στον αριθμό σφαλμάτων που προκαλούν οι παρεμβολές που καθορίζεται από το λόγο αυτό. Αν στο δέκτη, ο λόγος σήματος προς παρεμβολή είναι μικρότερος από το κατώτερο αποδεκτό όριο, τότε τα σφάλματα που προκύπτουν στην αποκωδικοποίηση είναι περισσότερα από όσα επιτρέπει το σύστημα. Κατά συνέπεια, προκύπτει κακή ποιότητα υπηρεσίας ή και διακοπή αυτής.

Η σχέση (4.3) λόγω της σχέσης (4.4) γράφεται:

$$\left( \frac{E_b}{N_o} \right)_k = \frac{P_k}{P_{own} + P_{other} + P_{noise} - P_k} \quad (4.5)$$

Αν υπάρχει IC, κι επειδή ο μηχανισμός αυτός λειτουργεί μειώνοντας την ισχύ των παρεμβολών  $P_{own}$ , η σχέση (4.5) γράφεται:

$$\left(\frac{E_b}{N_0}\right)_k = G_k \frac{P_k}{(P_{own} - p_k)(1 - \beta) + P_{other} + P_{noise}} \quad (4.6)$$

$$\text{όπου } G_k = \frac{W}{v_k R_k} \quad (4.7)$$

το κέρδος επεξεργασίας σε W-CDMA συστήματα. Στο κεφάλαιο 3 της εργασίας (παράγραφος 3.3.2) αναφέραμε το κέρδος επεξεργασίας ως το λόγο  $\frac{W}{R_k}$ . Στην περίπτωση του παρόντος μοντέλου όμως, λαμβάνουμε υπόψη και τον παράγοντα δραστηριότητας (activity factor) γιατί εύκολα μπορεί να γίνει αντιληπτό ότι ο ρυθμός μετάδοσης  $R_k$  υπάρχει στο σύστημα μόνο κατά την ενεργή παρουσία του χρήστη στην κυψέλη.

$W$ : chip rate W-CDMA (3,84 Mcps)

$R_k$ : εύρος ζώνης του χρήστη

$v_k$ : παράγοντας δραστηριότητας (activity factor)

Επιλύοντας την (4.6) ως προς  $p_k$  έχουμε:

$$\begin{aligned} p_k &= \left(\frac{E_b}{N_0}\right)_k \frac{P_{own}(1 - \beta) + P_{other} + P_{noise} - p_k(1 - \beta)}{G_k} = \\ &= \left(\frac{E_b}{N_0}\right)_k \frac{P_{own}(1 - \beta) + P_{other} + P_{noise}}{G_k} - \left(\frac{E_b}{N_0}\right)_k \frac{p_k(1 - \beta)}{G_k} \Rightarrow \\ p_k + \left(\frac{E_b}{N_0}\right)_k \frac{p_k(1 - \beta)}{G_k} &= \left(\frac{E_b}{N_0}\right)_k \frac{P_{own}(1 - \beta) + P_{other} + P_{noise}}{G_k} \Rightarrow \\ \frac{G_k + \left(\frac{E_b}{N_0}\right)_k (1 - \beta)}{G_k} p_k &= \left(\frac{E_b}{N_0}\right)_k \frac{P_{own}(1 - \beta) + P_{other} + P_{noise}}{G_k} \Rightarrow \\ p_k &= \left(\frac{E_b}{N_0}\right)_k \frac{P_{own}(1 - \beta) + P_{other} + P_{noise}}{G_k + \left(\frac{E_b}{N_0}\right)_k (1 - \beta)} \end{aligned} \quad (4.8)$$

Από τη σχέση (4.8) διαπιστώνουμε πως η λαμβανόμενη ισχύς του χρήστη της κατηγορίας κίνησης  $k$ , αυξάνεται με την αύξηση των παρεμβολών γιατί αυτές

προστίθενται στο σήμα. Παράλληλα, με την αύξηση των παρεμβολών μειώνεται ο SINR.

Θεωρώντας ότι  $P_{own} = p_k N_k$  όπου  $N_k$  είναι ο μέγιστος αριθμός κλήσεων κατηγορίας κίνησης  $k$  στην κυψέλη, η σχέση (4.8) γίνεται:

$$\begin{aligned} \frac{P_{own}}{N_k} &= \left( \frac{E_b}{N_0} \right)_k \frac{P_{own}(1-\beta) + P_{other} + P_{noise}}{G_k + \left( \frac{E_b}{N_0} \right)_k (1-\beta)} \Rightarrow \\ & \frac{G_k + \left( \frac{E_b}{N_0} \right)_k (1-\beta) - \left( \frac{E_b}{N_0} \right)_k N_k (1-\beta)}{N_k \left( G_k + \left( \frac{E_b}{N_0} \right)_k (1-\beta) \right)} P_{own} = \left( \frac{E_b}{N_0} \right)_k \frac{P_{other} + P_{noise}}{G_k + \left( \frac{E_b}{N_0} \right)_k (1-\beta)} \Rightarrow \\ P_{own} &= \frac{N_k \left( \frac{E_b}{N_0} \right)_k (P_{other} + P_{noise})}{G_k + \left( \frac{E_b}{N_0} \right)_k (1-\beta) - \left( \frac{E_b}{N_0} \right)_k N_k (1-\beta)} \end{aligned} \quad (4.9)$$

Στη σχέση αυτή αποτυπώνεται με ξεκάθαρο τρόπο η σημασία του κέρδους επεξεργασίας στον περιορισμό των παρεμβολών. Προφανώς, με την αύξηση του  $G_k$  μειώνονται οι παρεμβολές της κυψέλης  $P_{own}$  (παράγραφος 3.3.2).

Ας θεωρήσουμε το NR:Noise Rise,  $NR = \frac{P_{total}}{P_{noise}}$  που εκφράζει πόση είναι η συνολική

ισχύς των παρεμβολών στην κυψέλη σε σχέση με την ισχύ των παρεμβολών λόγω του θερμικού θορύβου που παραμένει σταθερός και είναι ο ελάχιστος δυνατός θόρυβος στην κυψέλη (noise floor of the cell), καθώς και την αύξηση του θορύβου που θα προκαλέσει η άφιξη μιας νέας κλήσης στο σύστημα με δεδομένη την παρούσα κατάσταση. Αυτό γίνεται εύκολα αντιληπτό αν σκεφτούμε πως με την είσοδο μιας νέας σύνδεσης στο σύστημα, αυξάνεται η  $P_{own}$  και κατ' επέκταση η  $P_{total}$ . Έτσι, αυξάνεται και ο λόγος NR [40]. Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, ο λόγος αυτός αποτελεί ένα από τα κριτήρια για την ύπαρξη ή όχι soft blocking.

$$\frac{P_{total}}{P_{noise}} = \frac{P_{own} + P_{other} + P_{noise}}{P_{noise}} \Rightarrow 1 = \frac{P_{own} + P_{other}}{P_{total}} + \frac{P_{noise}}{P_{total}} \Rightarrow$$

$$\frac{P_{noise}}{P_{total}} = 1 - \frac{P_{own} + P_{other}}{P_{total}} = 1 - \eta_{UL} \Rightarrow \frac{P_{total}}{P_{noise}} = NR = \frac{1}{1 - \eta_{UL}} \quad (4.10)$$

όπου  $\eta_{UL}$  είναι το συνολικό φορτίο της κυψέλης στην άνω ζεύξη ή αλλιώς ο παράγοντας χρησιμοποίησης της άνω ζεύξης. Να σημειωθεί πως η τιμή των 3dB του λόγου NR αντιστοιχεί στο 50% της χρησιμοποίησης της άνω ζεύξης του συστήματος. (Παράρτημα 3)

Η χωρητικότητα της άνω ζεύξης εξαρτάται από το θόρυβο που παράγεται από τους χρήστες. Αυτό συμβαίνει γιατί η ποιότητα της υπηρεσίας που προσφέρεται (QoS) πλήττεται σημαντικά από την ύπαρξη του θορύβου. Συνεπώς πρέπει να τεθεί ένα όριο στον επιτρεπόμενο αριθμό χρηστών, δηλαδή στη χωρητικότητα της κυψέλης, ώστε η ποιότητα της υπηρεσίας να διατηρηθεί σε αποδεκτά επίπεδα. Τυπικά, το αποδεκτό φορτίο της άνω ζεύξης θα μπορούσε να περιοριστεί από ένα συγκεκριμένο NR [40].

Αντικαθιστώντας τη σχέση (4.7) στη σχέση (4.9) και λύνοντας ως προς  $N_k$ , προκύπτει:

$$\begin{aligned} & \frac{N_k (P_{other} + P_{noise})}{(1-\beta) - N_k(1-\beta) + \frac{G_k}{\left(\frac{E_b}{N_0}\right)_k}} + P_{other} + P_{noise} \\ & \frac{P_{noise}}{P_{noise}} = \frac{1}{1-\eta_{UL}} \Rightarrow \\ & \frac{N_k \left(\frac{E_b}{N_0}\right)_k (P_{other} + P_{noise})}{\left(\frac{E_b}{N_0}\right)_k [(1-\beta) - N_k(1-\beta)] + G_k} + P_{other} + P_{noise} \\ & \frac{P_{noise}}{P_{noise}} = \frac{1}{1-\eta_{UL}} \Rightarrow \\ & \frac{(P_{other} + P_{noise}) \left[ N_k \left(\frac{E_b}{N_0}\right)_k + \left(\frac{E_b}{N_0}\right)_k [(1-\beta) - N_k(1-\beta)] + G_k \right]}{P_{noise} \left[ \left(\frac{E_b}{N_0}\right)_k [(1-\beta) - N_k(1-\beta)] + G_k \right]} = \frac{1}{1-\eta_{UL}} \stackrel{\delta = \frac{P_{other}}{P_{noise}}}{\Rightarrow} \\ & (\delta + 1)(1-\eta_{UL}) \left[ N_k \left(\frac{E_b}{N_0}\right)_k + \left(\frac{E_b}{N_0}\right)_k [(1-\beta) - N_k(1-\beta)] + G_k \right] = \\ & \left[ \left(\frac{E_b}{N_0}\right)_k [(1-\beta) - N_k(1-\beta)] + G_k \right] \Rightarrow \\ & N_k = \frac{\left(\frac{E_b}{N_0}\right)_k (1-\beta) + G_k - (\delta + 1)(1-\eta_{UL}) \left[ \left(\frac{E_b}{N_0}\right)_k (1-\beta) + G_k \right]}{\left(\frac{E_b}{N_0}\right)_k (\delta + 1)(1-\eta_{UL}) [1 - (1-\beta)] + \left(\frac{E_b}{N_0}\right)_k (1-\beta)} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$N_k = \frac{\left[ \left( \frac{E_b}{N_0} \right)_k (1-\beta) + G_k \right] [1-(\delta+1)(1-\eta_{UL})]}{\left( \frac{E_b}{N_0} \right)_k [\beta(\delta+1)(1-\eta_{UL}) + (1-\beta)]} \Rightarrow \quad (4.11)$$

$$N_k = \frac{\left[ \left( \frac{E_b}{N_0} \right)_k (1-\beta) + G_k \right] [\eta_{UL}(\delta+1) - \delta]}{\left( \frac{E_b}{N_0} \right)_k [1 + \beta(\delta - \eta_{UL}\delta - \eta_{UL})]}$$

Γνωρίζοντας το φορτίο  $\eta_{UL}$  και το  $\delta$ , μπορούμε να υπολογίσουμε τον μέγιστο αριθμό κλήσεων μιας κατηγορίας κίνησης  $k$ , μέσω της σχέσης (4.11).

Θα διαπιστώσουμε ότι για μεγάλους ρυθμούς  $R_k$  (ρυθμός κάθε χρήστη της κατηγορίας κίνησης  $k$ ), ακόμα και για μεγάλες τιμές του  $\beta$  ( $\beta \rightarrow 1$ ) η απόδοση του μηχανισμού  $IC$  μειώνεται. Αυτό συμβαίνει γιατί το συνολικό εύρος ζώνης της κυψέλης,  $W$ , παραμένει σταθερό με αποτέλεσμα ο μέγιστος αριθμός των κλήσεων μιας κατηγορίας κίνησης  $k$  να μειώνεται όσο αυξάνεται το απαιτούμενο  $R_k$  για καθεμία από αυτές. Έτσι, η αύξηση του  $N_k$  λόγω μείωσης των παρεμβολών, είναι κάτι που περιορίζεται σημαντικά λόγω του περιορισμού που τίθεται από το εύρος ζώνης της κυψέλης.

Ο μηχανισμός  $IC$  μπορεί να χρησιμοποιηθεί τόσο για την αύξηση του *bit rate* των χρηστών αφού μειώνει τις παρεμβολές, όσο και για την αύξηση του συνολικού αριθμού κλήσεων μιας κατηγορίας κίνησης  $k$ , διατηρώντας σταθερό το *bit rate* τους [36].

### **4.3 Χωρητικότητα άνω ζεύξης και απαιτούμενο εύρος ζώνης ανά κλήση**

Αφού προσδιορίσαμε το μέγιστο αριθμό των κλήσεων μιας κατηγορίας κίνησης  $k$ ,  $N_k$  στην κυψέλη, πρώτα υπολογίζουμε το εύρος ζώνης  $R_{s,k}$  για την εξυπηρέτηση κάθε χρήστη της κατηγορίας, ως το ποσοστό του συνολικού διαθέσιμου εύρους ζώνης,  $W$ , της κυψέλης. Δηλαδή:

$$R_{s,k} = \frac{W}{N_k} \quad (4.12)$$

Η παραπάνω σχέση εξηγεί και τον περιορισμό του  $N_k$  που συζητήσαμε στην προηγούμενη ενότητα.

Τα μεγέθη  $R_{s,k}$  και  $W$  παίρνουν δεκαδικές, ακριβείς τιμές. Αυτό καθιστά αδύνατη τη χρήση τους στο γνωστό αναδρομικό τύπο των Kaufman – Roberts καθώς και στην επέκταση αυτού για το αντίστοιχο μοντέλο απωλειών του Engset (EnMLM). Για το λόγο αυτό μετατρέπουμε το συνολικό εύρος ζώνης,  $W$ , της κυψέλης σε



χωρητικότητα άνω ζεύξης  $C$  και το εύρος ζώνης  $R_{s,k}$  του χρήστη σε απαιτούμενο εύρος ζώνης ανά κλήση,  $b_k$  κάθε κατηγορίας κίνησης  $k$ . Τα μεγέθη  $C$  και  $b_k$ , καθότι παίρνουν αποκλειστικά ακέραιες τιμές, καθίστανται εύχρηστα για υπολογισμούς μέσω των τύπων που αναφέρθηκαν νωρίτερα.

Η μετατροπή αυτή γίνεται με τη βοήθεια μίας βασικής μονάδας εύρους ζώνης ( $bbu$ , *basic bandwidth unit*) η οποία προσδιορίζεται είτε ως ο μέγιστος κοινός διαιρέτης των απαιτούμενων πόρων εξυπηρέτησης των κλήσεων των πηγών όλων των κατηγοριών κίνησης, είτε αυθαίρετα μικρή.

Για παράδειγμα, αν θεωρήσουμε μία αυθαίρετη τιμή της  $bbu = 10$  Kcps, τότε προκύπτουν τα μεγέθη  $C$  και  $b_k$  ως εξής:

$$C = \left\lfloor \frac{W}{bbu} \right\rfloor = 384 \text{ κανάλια} \quad (4.13)$$

$$b_k = \left\lfloor \frac{R_{s,k}}{bbu} \right\rfloor = x \text{ κανάλια} \quad (4.14)$$

Ανακεφαλαιώνοντας, καταλήγουμε στο συμπέρασμα πως ο μέγιστος αριθμός κλήσεων μιας κατηγορίας κίνησης  $k$  στην κυψέλη αναφοράς και κατ' επέκταση η πιθανότητα απώλειας μιας κλήσης μέσω του μηχανισμού του soft blocking, εξαρτάται άμεσα από τις συνθήκες θορύβου στην κυψέλη, που μπορούν εν μέρει να εξαλειφθούν μέσω του μηχανισμού  $IC$  του οποίου οι επιδόσεις περιορίζονται λόγω των απαιτήσεων των αφιχθέντων κλήσεων σε εύρος ζώνης. Ο παράγοντας δραστηριότητας  $\nu_k$  είναι ένα επιπλέον σημαντικό χαρακτηριστικό που αντανακλά το μέγεθος της ισχύος θορύβου στο σύστημα.

Τέλος, να σημειωθεί πως όταν σε ένα σύστημα W-CDMA, μελετώντας την κυψέλη αναφοράς, αν δε λάβουμε υπόψη μας τις παρεμβολές από τις γειτονικές κυψέλες ( $P_{other}$ ), δεν υπολογίσουμε δηλαδή το εύρος ζώνης που χάνεται λόγω αυτών των παρεμβολών, τότε υπερεκτιμούμε το μέγιστο αριθμό κλήσεων μιας κατηγορίας κίνησης  $k$ , που χωράνε στην κυψέλη αναφοράς και παρουσιάζουμε μία ιδανική περίπτωση υπολογισμού του  $N_k$ . Παράλληλα, η αύξηση της αποτελεσματικότητας  $\beta$  του μηχανισμού  $IC$  κατά των παρεμβολών που δέχεται η κυψέλη αναφοράς από τους ίδιους της τους χρήστες ( $P_{own}$ ), αυξάνει, όπως είναι φυσικό, και το μέγιστο αριθμό κλήσεων μιας κατηγορίας κίνησης  $k$ .

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

# ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ ΑΠΩΛΕΙΑΣ ΚΛΗΣΗΣ ΣΕ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ LOCAL BLOCKING

### 5.1 Συστήματα με hard blocking

Όπως αναλύσαμε στο δεύτερο κεφάλαιο (παράγραφος 2.2), σε ένα σύστημα απωλειών, όταν εισέρχεται μία νέα κλήση μιας κατηγορίας κίνησης  $k$ , μπλοκάρεται και αποχωρεί χωρίς να εξυπηρετηθεί όταν δεν υπάρχουν ελεύθεροι πόροι για την εξυπηρέτησή της, με πιθανότητα που υπολογίζεται από τον αναδρομικό τύπο των Kaufman – Roberts (σχέση 2.20). Πρόκειται για το γνωστό μοντέλο απωλειών EMLM και τη διαδικασία του hard blocking.

Αναλύοντας το αντίστοιχο μοντέλο για περιορισμένο αριθμό πηγών κίνησης (παράγραφος 2.3), ο παραπάνω αναδρομικός τύπος προσαρμόζεται και καταλήγουμε στη σχέση 2.22.

### 5.2 Συστήματα με hard και soft blocking

Στα κυψελωτά δίκτυα W-CDMA υπάρχουν κάποιες καταστάσεις  $j$  (αριθμός κατειλημμένων μονάδων εύρους ζώνης του συστήματος) που είναι σίγουρα καταστάσεις blocking για μία κατηγορία κίνησης  $k$ . Δηλαδή, όταν μία νέα κλήση εισέρχεται στο σύστημα και δεν υπάρχουν διαθέσιμοι οι απαραίτητοι πόροι ώστε να εξυπηρετηθεί, τότε αυτή μπλοκάρεται και εγκαταλείπει το σύστημα. Η διαδικασία αυτή ονομάζεται *hard blocking*.

Υπάρχουν όμως και κάποιες καταστάσεις που αποτελούν καταστάσεις blocking για μία κατηγορία κίνησης  $k$  με πιθανότητα  $0 < L_{j,b_k} < 1$ , παρόλο που στο σύστημα μπορεί να υπάρχουν διαθέσιμοι πόροι για την εξυπηρέτησή της. Πρόκειται για το φαινόμενο του *soft blocking* που συζητήσαμε στην προηγούμενη ενότητα.

Η πιθανότητα  $L_{j,b_k}$  σχετίζεται με τις παρεμβολές που δέχεται η κυψέλη και γενικότερα το σύστημα στην κατάσταση  $j$ . Για τον υπολογισμό των παρεμβολών από τις γειτονικές κυψέλες, ο αριθμός των καναλιών  $j$  που είναι απασχολημένος λόγω αυτών, προσεγγίζεται μέσω μιας ανεξάρτητης, λογαριθμοκανονικής (lognormal), τυχαίας μεταβλητής με παραμέτρους  $\mu$  και  $\sigma$  που δίνονται από τη σχέση:

$$\mu = \frac{P_{other} + P_{noise}}{P_{own} + P_{other} + P_{noise}} UC = \frac{\frac{P_{other}}{P_{own}} + \frac{P_{noise}}{P_{own}}}{\frac{P_{own}}{P_{own}} + \frac{P_{other}}{P_{own}} + \frac{P_{noise}}{P_{own}}} UC =$$

$$\begin{aligned}
& i + \frac{\frac{P_{noise}}{P_{own}}}{1 + \frac{P_{other}}{P_{own}}} & i + \frac{\frac{1}{\delta}}{1 + \frac{1}{\delta}} & \frac{1 + \frac{i}{\delta}}{i + 1 + \frac{i}{\delta}} \\
= \frac{\frac{P_{other}}{P_{noise}}}{1 + i + \frac{P_{other}}{P_{own}}} UC & = \frac{\frac{1}{\delta}}{1 + i + \frac{1}{\delta}} UC & = \frac{1 + \frac{i}{\delta}}{i + 1 + \frac{i}{\delta}} UC = \sigma
\end{aligned} \tag{5.1}$$

$\mu$ : εκφράζει τη μέση χωρητικότητα της κυψέλης που χάνεται εξαιτίας του  $P_{other}$  και του  $P_{noise}$

$\sigma$ : εκφράζει τη διακύμανση των τιμών γύρω από τη μέση τιμή

$U$ : το ποσοστό της χωρητικότητας  $C$  που απασχολείται από τις κλήσεις που εξυπηρετούνται και  $i = \frac{P_{other}}{P_{own}}$

Στην παραπάνω περίπτωση, θεωρήσαμε  $\mu = \sigma$ . Αυτό σημαίνει πως όσο αυξάνεται το  $\mu$ , τόσο αυξάνεται και το  $\sigma$ . Όμως σε μία κατανομή μίας τυχαίας μεταβλητής, όσο αποκλίνουν οι τιμές της από τη μέση τιμή, όσο μεγαλύτερη είναι δηλαδή η διακύμανση  $\sigma$ , τόσο πιο κακή είναι η κατανομή αφού μία τυχαία τιμή είναι λιγότερο αντιπροσωπευτική της κατανομής.

Αναφορικά με τη μεταβλητή που χρησιμοποιούμε στην παρούσα μελέτη για την προσέγγιση της  $P_{other}$ , η κατανομή είναι καλύτερη για μικρές τιμές του  $\mu$  που αντιπροσωπεύει τη μέση χωρητικότητα της κυψέλης που χάνεται εξαιτίας του  $P_{other}$  και του  $P_{noise}$ . Συνεπώς, μία καλή κατανομή μας συμφέρει αφού παράλληλα σημαίνει λιγότερη χαμένη χωρητικότητα λόγω παρεμβολών.

Οπότε καταλήγουμε πως όταν  $\mu = \sigma$  μπορούμε να πετύχουμε μία αντιπροσωπευτική κατανομή και ταυτόχρονα περιορισμό της χωρητικότητας που δεσμεύεται εξαιτίας των παρεμβολών. Αυτός είναι ένας καλός λόγος για να θεωρήσουμε  $\mu = \sigma$ .

Αν δε λάβουμε υπόψη μας τις παρεμβολές λόγω του θερμικού θορύβου, τότε η σχέση (5.1) παίρνει τη μορφή

$$\mu = \frac{P_{other}}{P_{own} + P_{other}} C \xrightarrow{i = \frac{P_{other}}{P_{own}}} \mu = \frac{i}{1+i} C, \quad \sigma = \mu \tag{5.2}$$

### 5.2.1 Υπολογισμός και χρήση της local blocking probability ( $L$ )

Η πιθανότητα local blocking στην κατάσταση  $j$ , που συμβολίζεται με  $L_j$ , εκφράζει στην ουσία, την πιθανότητα, η κατειλημμένη χωρητικότητα λόγω των παρεμβολών που δημιουργούνται στην κυψέλη αναφοράς από τις γειτονικές κυψέλες, να είναι μεγαλύτερη από τη διαθέσιμη χωρητικότητα της κυψέλης αναφοράς στην κατάσταση αυτή ( $C-j$ ). Επιπλέον, η πιθανότητα  $L_j$  είναι ανεξάρτητη της απαίτησης της κατηγορίας κίνησης που αφορά, σε μονάδες εύρους ζώνης.

Δηλαδή:

$$L_j = P(j' > C - j) = 1 - P(j' < C - j) \Rightarrow L_j = 1 - CDF(C - j) \quad (5.3)$$

όπου  $j'$  οι κατειλημμένες μονάδες εύρους ζώνης λόγω παρεμβολών από τις γειτονικές κυψέλες ( $P_{other}$ ) και  $CDF$  η αθροιστική συνάρτηση κατανομής για τη lognormal κατανομή. [Παράρτημα 3]

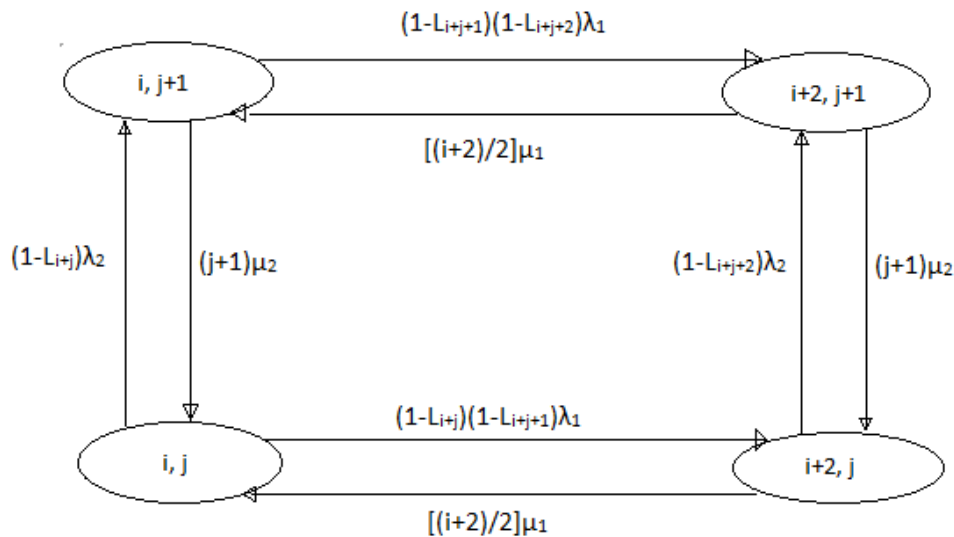
Ας θεωρήσουμε την άφιξη μίας νέας κλήσης μιας κατηγορίας κίνησης  $k$ . Η πιθανότητα η νέα αυτή κλήση να μπλοκαριστεί και να εγκαταλείψει το σύστημα σε μία κατάσταση  $j$ , πριν το σύστημα καταλήξει στην κατάσταση αυτή, συμβολίζεται με  $L_{j,b_k}$  όπου  $b_k$  η απαίτηση της κλήσης κατηγορίας κίνησης  $k$  σε εύρος ζώνης. Συνεπώς, η πιθανότητα να μη μπλοκαριστεί η εν λόγω κλήση είναι  $1 - L_{j,b_k}$  και εκφράζεται συναρτήσει του αριθμού των απασχολημένων καναλιών στην κυψέλη και της απαίτησης σε εύρος ζώνης  $b_k$ , ως εξής:

$$1 - L_{j,b_k} = \prod_{x=j}^{j+b_k-1} (1 - L_x) = (1 - L_j)(1 - L_{j+1})(1 - L_{j+2}) \dots (1 - L_{j+b_k-1}) \quad (5.4)$$

Πρόκειται για την προσέγγιση του V. Iversen [38] σύμφωνα με την οποία, μία κλήση που απαιτεί περισσότερες της μίας μονάδες εύρους ζώνης για την εξυπηρέτησή της, τις καταλαμβάνει μία προς μία με συγκεκριμένη πιθανότητα (local blocking πιθανότητα) για κάθε μία από τις καταστάσεις που τους αντιστοιχούν.

Όπως θα δούμε παρακάτω, αυτή η απαίτηση γεννήθηκε από την ανάγκη χρήσης λύσεων μορφής γινομένου και εύρεσης αναδρομικών τύπων που οδηγούν με μεγάλη ακρίβεια στον υπολογισμό της πιθανότητας απώλειας μιας κλήσης.

Αν θεωρήσουμε δύο κατηγορίες κίνησης 1 και 2 με  $b_1 = 2$  και  $b_2 = 1$  οι αντίστοιχες απαιτήσεις σε εύρος ζώνης,  $\lambda_1$  και  $\lambda_2$  οι αντίστοιχοι ρυθμοί άφιξης των κλήσεων και  $i$  και  $j$  το συνολικό κατειλημμένο εύρος ζώνης για την πρώτη και δεύτερη κατηγορία κίνησης αντίστοιχα, τότε προκύπτει το παρακάτω διάγραμμα καταστάσεων.



**Σχήμα 5.1:** Διάγραμμα μετάβασης καταστάσεων συστήματος απωλειών με local blocking με δύο κατηγορίες κίνησης και σταδιακή κατάληψη των μονάδων εύρους ζώνης.

Να σημειώσουμε πως ο συντελεστής  $(1-L_{i+j+2})$  του  $\lambda_1$  στη μετάβαση από την κατάσταση  $i, j+1$ , στην  $i+2, j+1$ , αντιστοιχεί στην ενδιάμεση των δύο καταστάσεων, όταν δηλαδή έχει καταληφθεί η μία εκ των δύο μονάδων εύρους ζώνης που χρειάζεται η κλήση τύπου 1 για να εξυπηρετηθεί. Κάτι αντίστοιχο συμβαίνει με το συντελεστή  $(1-L_{i+j+1})\lambda_1$  κατά τη μετάβαση από την κατάσταση  $i, j$  στην κατάσταση  $i+2, j$ .

Κατά τον Iversen, αν η πιθανότητα local blocking  $L_{i+j}$  (στην κατάσταση  $i+j$  δηλαδή) ισούται με μηδέν, τότε το παραπάνω διάγραμμα είναι αντιστρέψιμο και έχει λύση μορφής γινομένου. Σύμφωνα με το κριτήριο του Kolmogorov, η αντιστρεψιμότητα διασφαλίζεται όταν η ροή μεταξύ των τεσσάρων καταστάσεων είναι η ίδια δεξιόστροφα και αριστερόστροφα (σελ.192, [41]). Πράγματι, για το παραπάνω διάγραμμα ισχύει:

$$(1-L_{i+j+1})(1-L_{i+j+2})\lambda_1 * (j+1)\mu_2 * \left(\frac{i+2}{2}\right)\mu_1 * (1-L_{i+j})\lambda_2 =$$

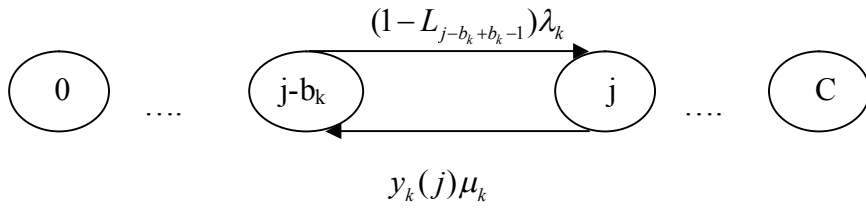
$$\left(\frac{i+2}{2}\right)\mu_1 * (1-L_{i+j+2})\lambda_2 * (1-L_{i+j})(1-L_{i+j+1})\lambda_1 * (j+1)\mu_2$$

Όταν ισχύει η αντιστρεψιμότητα, και παράλληλα ισχύει η τοπική ισορροπία, τότε είναι πολύ πιθανό να υπάρχει λύση μορφής γινομένου. Αυτή οδηγεί σχετικά εύκολα στην ανάπτυξη ακριβούς αναδρομικού τύπου για τον υπολογισμό των πιθανοτήτων μόνιμων καταστάσεων.

Σε αντίθετη περίπτωση, αν δηλαδή δεν ισχύει η αντιστρεψιμότητα, θα πρέπει να λύσουμε ένα μεγάλο σύστημα γραμμικών εξισώσεων για να καταλήξουμε σε αποτελέσματα.

Για να ισχύει η αντιστρεψιμότητα, σε ένα σύστημα που εξυπηρετεί κατηγορίες κίνησης που ίσως απαιτούν περισσότερες της μίας μονάδες εύρους ζώνης ώστε να εξυπηρετηθούν, ο παράγοντας που καθορίζει την πιθανότητα να μη μπλοκαριστεί μία νέα κλήση,  $1-L_{i+j}$  αποτελείται από τόσες συνιστώσες όσες οι απαιτούμενες μονάδες εύρους ζώνης για την εξυπηρέτηση της κλήσης κατηγορίας κίνησης  $k$ , όπως φαίνεται και στη σχέση (5.4). Αυτό σημαίνει πως με την κατάληψη μιας μονάδας εύρους ζώνης από τη νέα κλήση, η παρεμβολή στο σύστημα, μεταβάλλεται. Μέχρι να καταληφθούν και οι  $b_k$  μονάδες εύρους ζώνης, έχουμε μία συνεχώς μεταβαλλόμενη κατάσταση.

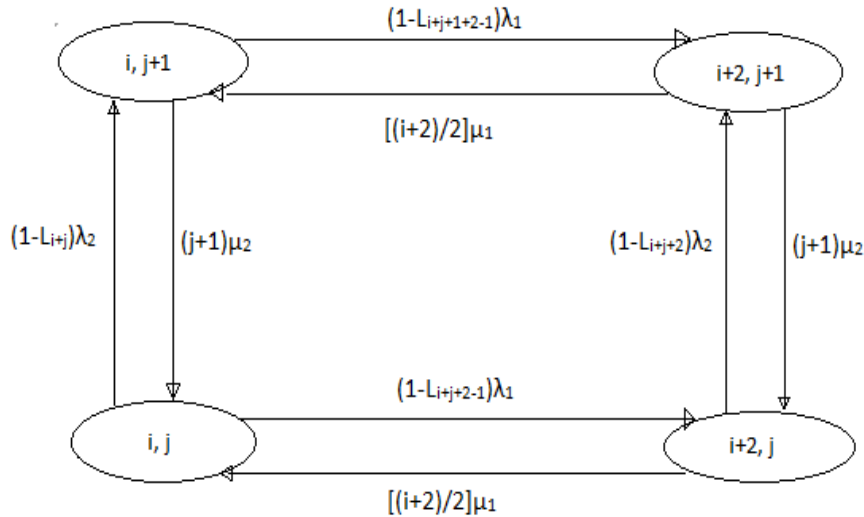
Μία διαφορετική προσέγγιση [42], είναι η εξής: με την άφιξη μίας νέας κλήσης κατηγορίας κίνησης  $k$  στο σύστημα, που απαιτεί αριθμό μονάδων εύρους ζώνης ίσο με  $b_k$  ώστε να εξυπηρετηθεί, έχουμε μετάβαση του συστήματος από την κατάσταση  $j-b_k$  στην κατάσταση  $j$  όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα καταστάσεων.



**Σχήμα 5.2:** Διάγραμμα μετάβασης καταστάσεων συστήματος απολειών με local blocking με  $k$  κατηγορίες κίνησης μεταξύ των καταστάσεων  $j-b_k$  και  $j$ .

Επομένως η πιθανότητα μετάβασης στην κατάσταση  $j$  εξαρτάται μόνο από την τελευταία κατάσταση του συστήματος αφού οι απαραίτητοι πόροι για την εξυπηρέτηση της αφιχθείσας κλήσης, καταλαμβάνονται ταυτόχρονα. Συνεπώς η σχέση της χωρητικότητας που καταλαμβάνεται λόγω των παρεμβολών από τις γειτονικές κυψέλες με την διαθέσιμη χωρητικότητα, παραμένει αμετάβλητη κατά τη διάρκεια αυτής της διαδικασίας.

Σ'αυτή την περίπτωση, το διάγραμμα μετάβασης καταστάσεων έχει την παρακάτω μορφή:



**Σχήμα 5.3:** Διάγραμμα μετάβασης καταστάσεων συστήματος απολειών με local blocking με δύο κατηγορίες κίνησης και ταυτόχρονη κατάληψη όλων των απαιτούμενων μονάδων εύρους ζώνης.

Αντίστοιχα, η σχέση (2.20) παίρνει τη μορφή:

$$q(j) = \begin{cases} 1 & \text{για } j = 0 \\ \frac{1}{j} \sum_{k=1}^K a_k b_k q(j-b_k) (1-L_{j-b_k, b_k}) & \text{για } j = 1, \dots, C \\ 0 & \text{αλλού} \end{cases} \quad (5.5)$$

Η πιθανότητα να εισέλθει μία νέα κλήση που θα οδηγήσει το σύστημα σε μία κατάσταση  $j$ , υπολογίζεται από τη σχέση

$$1 - L_{j,b_k} = (1 - L_{j+b_k-1}) \quad (5.6)$$

και η πιθανότητα συμφόρησης στο χρόνο δίνεται από τη σχέση

$$P_{b_k} = \sum_{j=0}^C G^{-1} L_{j,j+b_k} q(j) \quad (5.7)$$

$$\text{όπου } G = \sum_{j=0}^C q(j) \text{ η σταθερά κανονικοποίησης.} \quad (5.8)$$

Συμπερασματικά, η δεύτερη περίπτωση [42], κατά την οποία μία νέα κλήση καταλαμβάνει κατευθείαν όλους τους πόρους που απαιτούνται για την εξυπηρέτησή της, φαίνεται πιο ρεαλιστική έναντι της πρώτης προσέγγισης [38], σύμφωνα με την οποία κάθε απαιτούμενη μονάδα εύρους ζώνης καταλαμβάνεται ξεχωριστά. Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, στην περίπτωση αυτή, φαίνεται πως με την κατάληψη κάθε μονάδας εύρους ζώνης, μεταβάλλεται η παρεμβολή στο σύστημα. Δηλαδή κάθε φορά που καταλαμβάνεται ένας πόρος, το σύστημα επανεξετάζει τις παρεμβολές για να καταλήξει στο αν τελικά μπορεί να εξυπηρετηθεί ή όχι η κλήση. Παρακάτω παρουσιάζεται ένα παράδειγμα υπολογισμού των πιθανοτήτων απώλειας κλήσης για τέσσερις κατηγορίες κίνησης, για την πρώτη [38] και τη δεύτερη [42] προσέγγιση αντίστοιχα.

Στον πίνακα που ακολουθεί φαίνονται τα αριθμητικά αποτελέσματα του μέγιστου αριθμού κλήσεων μιας κατηγορίας κίνησης  $k$ ,  $N_k$  όπως υπολογίζονται με βάση τη σχέση (4.11) και κατ' επέκταση του εύρους ζώνης που καταλαμβάνει κάθε κλήση της κατηγορίας κίνησης  $k$ ,  $R_{s,k}$  μέσω της σχέσης (4.12). Για τους εν λόγω υπολογισμούς θεωρούμε  $\eta_{UL}=0.5$ ,  $i=0.55$  και  $\delta=0.5$ . Θεωρούμε επίσης  $\beta=0$ .

Κατηγορία κίνησης $k$	$R_k$ (kbps)	$v_k$	$\left(\frac{E_b}{N_o}\right)_k$ (σε dB)	$\left(\frac{E_b}{N_0}\right)_k$	$\beta=0, \delta=0$	
					$N_k$ (4.10)	$R_{s,k}$ (4.11)
1	7.95	0.67	4.0	2.51	144	26.67
2	7.95	0.67	7.0	5.01	72.4	53.02
3	32	1.0	3.0	2.00	30.6	125.61
4	64	1.0	2.0	1.58	19.4	197.65

**Πίνακας 5.1: Μέγιστος αριθμός κλήσεων και εύρος ζώνης ανά κλήση για τέσσερις κατηγορίες κίνησης όταν μεταβάλλεται η αποτελεσματικότητα  $\beta$  του μηχανισμού IC.**

Τα παραπάνω αποτελέσματα προέκυψαν ως εξής:

Για την πρώτη κατηγορία κίνησης με ρυθμό δεδομένων  $R_k = 7.95$  και παράγοντα δραστηριότητας  $v_k = 0.67$  προκύπτει από τη σχέση (4.7) το κέρδος επεξεργασίας

$$G_k = \frac{W}{v_k R_k} = \frac{3840(kcps)}{0.67 * 7.95} = 720.92 \text{ (Κεφάλαιο 4, παράγραφος 4.2)}$$

Από τη σχέση (4.11) καταλήγουμε  $N_k = 1 + \frac{G_k}{2.51} * \frac{1}{2} = 1 + \frac{720.92}{5.02} \approx 144$

και μέσω της σχέσης (4.12) προκύπτει  $R_{s,k} = \frac{3840}{144} = 26.67$ .

Με ανάλογο τρόπο προέκυψαν και τα υπόλοιπα αποτελέσματα του παραπάνω πίνακα για τις τέσσερις κατηγορίες κίνησης.

Στον πίνακα που ακολουθεί, παρουσιάζονται οι τρόποι υπολογισμού των σχετικών μεγεθών για τους δύο αλγόριθμους που μελετάμε και τέλος για τον αλγόριθμο που επιλέγουμε και προτείνουμε.

	Αλγόριθμος για τον υπολογισμό της πιθανότητας συμφόρησης στο χρόνο για την πρώτη προσέγγιση [38]	Αλγόριθμος για τον υπολογισμό της πιθανότητας συμφόρησης στο χρόνο για τη δεύτερη προσέγγιση [42]	Αλγόριθμος για τον υπολογισμό της πιθανότητας συμφόρησης στο χρόνο για την προτεινόμενη προσέγγιση
1.	Προσδιορισμός $N_k$ (σχέση 4.11)	Προσδιορισμός $N_k$ (σχέση 4.11)	Προσδιορισμός $N_k$ (σχέση 4.11)
2.	Προσδιορισμός $R_{s,k}$ (σχέση 4.12)	Προσδιορισμός $R_{s,k}$ (σχέση 4.12)	Προσδιορισμός $R_{s,k}$ (σχέση 4.12)
3.	Προσδιορισμός $C, b_k$ (σχέσεις 4.13 και 4.14)	Προσδιορισμός $C, b_k$ (σχέσεις 4.13 και 4.14)	Προσδιορισμός $C, b_k$ (σχέσεις 4.13 και 4.14)
4.	Προσδιορισμός $\mu, \sigma$ (σχέση 5.1)	Προσδιορισμός $\mu, \sigma$ (σχέση 5.1)	Προσδιορισμός $\mu, \sigma$ (σχέση 5.2)
5.	Προσδιορισμός $L_j$ (σχέση 5.3)	Προσδιορισμός $L_j$ (σχέση 5.3)	Προσδιορισμός $L_j$ (σχέση 5.3)
6.	Προσδιορισμός $1 - L_{j,b_k}$ (σχέση 5.4)	Προσδιορισμός $1 - L_{j,b_k}$ (σχέση 5.6)	Προσδιορισμός $1 - L_{j,b_k}$ (σχέση 5.6)
7.	Προσδιορισμός $q(j)$ (σχέση 5.5)	Προσδιορισμός $q(j)$ (σχέση 5.5)	Προσδιορισμός $q(j)$ (σχέση 5.5)
8.	Προσδιορισμός $Pb_k$ (σχέση 5.7)	Προσδιορισμός $Pb_k$ (σχέση 5.7)	Προσδιορισμός $Pb_k$ (σχέση 5.7)

**Πίνακας 5.2: Αλγόριθμοι για τον υπολογισμό πιθανότητας συμφόρησης στο χρόνο σε συστήματα με κίνηση που χαρακτηρίζεται από την κατανομή Poisson.**

Στην τρίτη στήλη του πίνακα 3.2 παρουσιάζεται ο προτεινόμενος αλγόριθμος για τον υπολογισμό της πιθανότητας απώλειας κλήσεων σε σύστημα με αφίξεις που χαρακτηρίζονται από κατανομή Poisson.

Παρατηρούμε ότι ο υπολογισμός του  $N_k$ , γίνεται μέσω της σχέσης (4.11) όπως και στους δύο αλγόριθμους που αναλύσαμε. Στην προτιμώμενη προσέγγιση



όμως θα υπολογίσουμε και την περίπτωση ύπαρξης του μηχανισμού *IC* καθότι όπως έχουμε ήδη αναφέρει, η χρήση του μειώνει την πιθανότητα συμφόρησης στο χρόνο.

Για τον προσδιορισμό των  $\mu$  και  $\sigma$ , προτιμάται η σχέση (5.2) έναντι της (5.1) που χρησιμοποιείται στις εργασίες [38] και [42] επειδή μέσω αυτής λαμβάνουμε υπόψη και τις παρεμβολές λόγω της ύπαρξης του θερμικού θορύβου ( $P_{noise}$ ).

Τέλος, μεταξύ των δύο τρόπων υπολογισμού της πιθανότητας  $1 - L_{j,b_k}$  επιλέγουμε αυτόν που περιγράφεται στο άρθρο [42] δεδομένου ότι, όπως αναλύσαμε παραπάνω, αποτελεί μία πιο ρεαλιστική άποψη για τον προσδιορισμό της έννοιας της *local blocking* πιθανότητας.

Ας δούμε ένα αναλυτικό παράδειγμα με βάση τα στοιχεία του πίνακα 5.1. Ας θεωρήσουμε μία κυψέλη WCDMA που εξυπηρετεί τέσσερις κατηγορίες κίνησης ( $K=4$ ) με φορτίο κίνησης ανά κατηγορία  $\alpha_1 = 8$ ,  $\alpha_2 = 4$ ,  $\alpha_3 = 0.5$  και  $\alpha_4 = 1$ . Αν υποθέσουμε ότι οι ρυθμοί αφίξεων των κλήσεων των παραπάνω κατηγοριών ακολουθούν την κατανομή Poisson και ο χρόνος εξυπηρέτησης είναι εκθετικά κατανομημένος καθώς και ότι  $b_{bu}=13,5$  Kcps, τότε για την πρώτη προσέγγιση [38] προκύπτουν τα αποτελέσματα που φαίνονται στον παρακάτω πίνακα. Πρόκειται για τις πιθανότητες συμφόρησης στο χρόνο σε συνάρτηση με τις μεταβολές του προσφερόμενου φορτίου κίνησης. Υπενθυμίζουμε ότι οι πιθανότητες συμφόρησης στον χρόνο συμπίπτουν με τις πιθανότητες απώλειες κλήσεως επειδή η άφιξη των κλήσεων ακολουθεί μια διαδικασία Poisson.

Στα σημεία 1 ως 13 του οριζόντιου άξονα των σχημάτων 5.1 έως 5.6, τα φορτία κίνησης  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  και  $\alpha_4$  αυξάνονται με βήμα 2.0, 1.0, 0.5, 0.25, αντίστοιχα.

Από τη σχέση (4.13) προκύπτει ότι η χωρητικότητα του συστήματος είναι

$$C = \left\lceil \frac{3840 \text{ Kcps}}{13.5 \text{ Kcps}} \right\rceil = 285 \text{ κανάλια}$$

Με χρήση της σχέσης (4.14) υπολογίζουμε την απαίτηση της κάθε κατηγορίας κίνησης σε μονάδες εύρους ζώνης.

$$b_1 = \left\lceil \frac{26.67 \text{ Kcps}}{13.5 \text{ Kcps}} \right\rceil = 2 \text{ κανάλια}$$

$$b_2 = \left\lceil \frac{53.02 \text{ Kcps}}{13.5 \text{ Kcps}} \right\rceil = 4 \text{ κανάλια}$$

$$b_3 = \left\lceil \frac{125.61 \text{ Kcps}}{13.5 \text{ Kcps}} \right\rceil = 10 \text{ κανάλια}$$

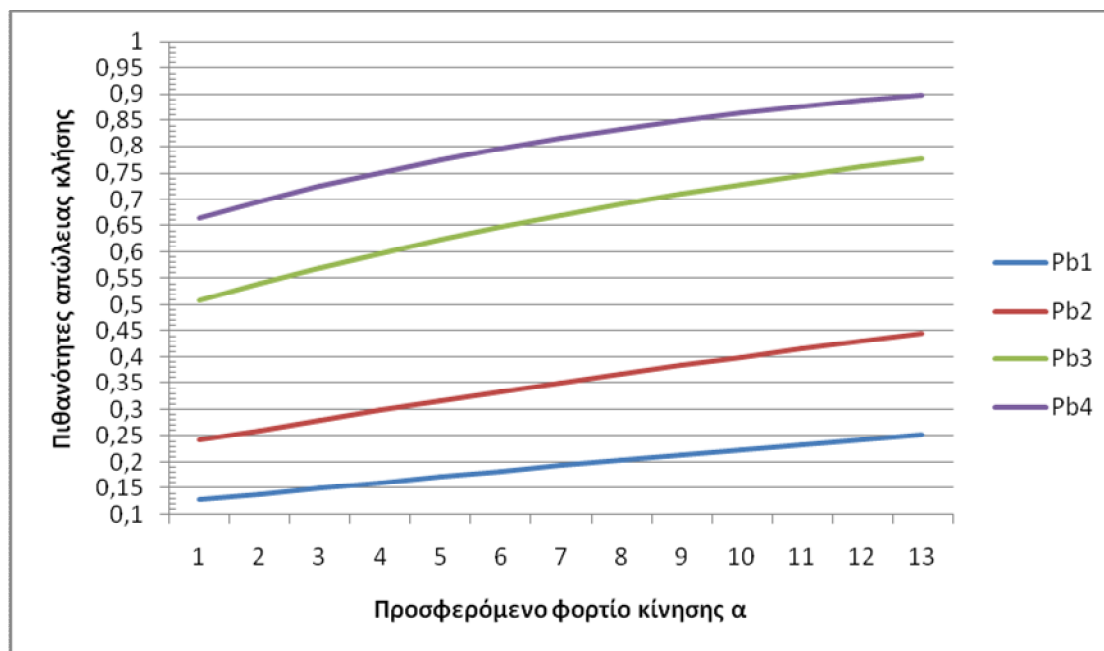
$$b_4 = \left\lceil \frac{197.65 \text{ Kcps}}{13.5 \text{ Kcps}} \right\rceil = 15 \text{ κανάλια}$$

Τέλος για τους παρακάτω υπολογισμούς θεωρήσαμε  $\beta = 0$ .

$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$P_{b1}$	$P_{b2}$	$P_{b3}$	$P_{b4}$
8.0	4.0	0.5	1.0	0.12839	0.24210	0.50906	0.66412
10.0	5.0	1.0	1.25	0.13927	0.26103	0.53966	0.69548
12.0	6.0	1.5	1.5	0.15021	0.27980	0.56880	0.72430
14.0	7.0	2.0	1.75	0.16114	0.29829	0.59635	0.75062
16.0	8.0	2.5	2.0	0.17199	0.31642	0.62228	0.77452
18.0	9.0	3.0	2.25	0.18274	0.33413	0.64658	0.79616
20.0	10.0	3.5	2.5	0.19335	0.35137	0.66929	0.81568
22.0	11.0	4.0	2.75	0.20379	0.36812	0.69047	0.83326
24.0	12.0	4.5	3.0	0.21405	0.38436	0.71019	0.84908
26.0	13.0	5.0	3.25	0.22412	0.40009	0.72854	0.86331
28.0	14.0	5.5	3.5	0.23399	0.41531	0.74560	0.87610
30.0	15.0	6.0	3.75	0.24366	0.43003	0.76147	0.88760
32.0	16.0	6.5	4.0	0.25313	0.44426	0.77622	0.89794

**Πίνακας 5.3: Πιθανότητες απώλειας κλήσης για τέσσερις κατηγορίες κίνησης για διάφορες τιμές του  $\alpha$ , σύμφωνα με την πρώτη προσέγγιση [38].**

Η γραφική παράσταση των παραπάνω αποτελεσμάτων είναι η ακόλουθη:



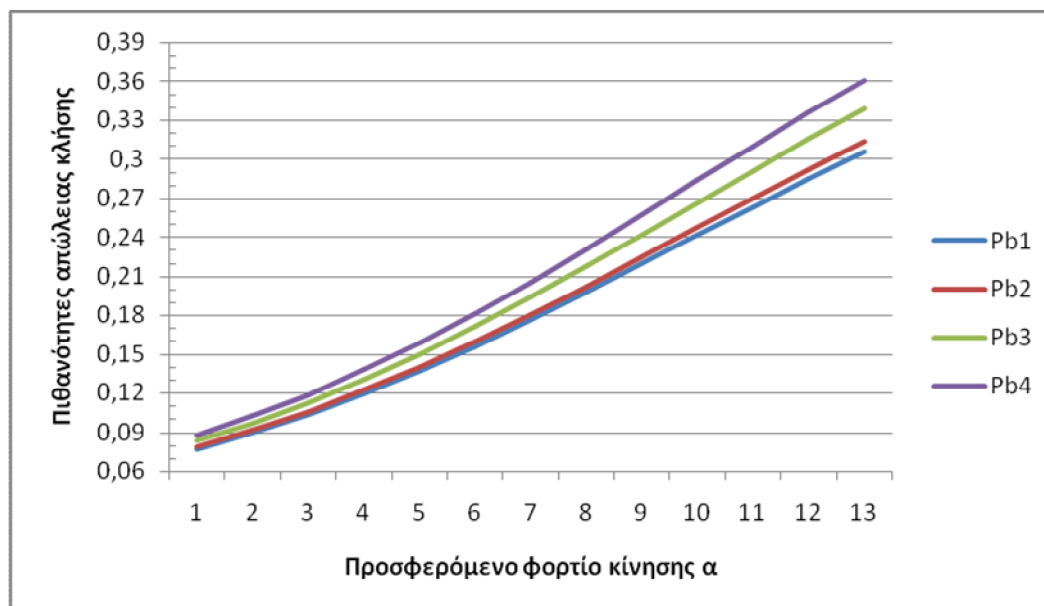
**Σχήμα 5.4: Διάγραμμα πιθανοτήτων απώλειας κλήσης για τις τέσσερις κατηγορίες κίνησης χωρίς την ύπαρξη μηχανισμού IC σύμφωνα με την πρώτη προσέγγιση [38].**

Για το παραπάνω παράδειγμα, χρησιμοποιώντας τη δεύτερη προσέγγιση [42], προκύπτει αντίστοιχα ο παρακάτω πίνακας αποτελεσμάτων:

$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$P_{b1}$	$P_{b2}$	$P_{b3}$	$P_{b4}$
8.0	4.0	0.5	1.0	0.07719	0.07870	0.08346	0.08770
10.0	5.0	1.0	1.25	0.08954	0.09135	0.09706	0.10216
12.0	6.0	1.5	1.5	0.10364	0.10581	0.11265	0.11876
14.0	7.0	2.0	1.75	0.11953	0.12210	0.13025	0.13754
16.0	8.0	2.5	2.0	0.13709	0.14014	0.14977	0.15841
18.0	9.0	3.0	2.25	0.15616	0.15972	0.17101	0.18116
20.0	10.0	3.5	2.5	0.17645	0.18058	0.19366	0.20544
22.0	11.0	4.0	2.75	0.19763	0.20235	0.21735	0.23086
24.0	12.0	4.5	3.0	0.21934	0.22469	0.24168	0.25699
26.0	13.0	5.0	3.25	0.24127	0.24725	0.26626	0.28340
28.0	14.0	5.5	3.5	0.26311	0.26973	0.29077	0.30974
30.0	15.0	6.0	3.75	0.28463	0.29187	0.31491	0.33568
32.0	16.0	6.5	4.0	0.30564	0.31350	0.33849	0.36100

**Πίνακας 5.4:** Πιθανότητες απώλειας κλήσης για τέσσερις κατηγορίες κίνησης για διάφορες τιμές του  $\alpha$ , σύμφωνα με τη δεύτερη προσέγγιση [42].

Και η ακόλουθη γραφική παράσταση:



**Σχήμα 5.5:** Διάγραμμα πιθανοτήτων απώλειας κλήσης για τις τέσσερις κατηγορίες κίνησης χωρίς την ύπαρξη μηχανισμού IC σύμφωνα με τη δεύτερη προσέγγιση [42].

Και στις δύο παραπάνω περιπτώσεις παρατηρούμε ότι με την αύξηση των φορτίων κίνησης των τεσσάρων κατηγοριών, αυξάνεται και η πιθανότητα απώλειας κλήσεων. Στη δεύτερη περίπτωση όμως οι πιθανότητες αυτές είναι αρκετά μικρότερες σε σχέση με τις αντίστοιχες που προκύπτουν από τους υπολογισμούς που υπαγορεύει η πρώτη, λιγότερο ρεαλιστική προσέγγιση.

Διατηρώντας όλα τα δεδομένα του παραδείγματος για τη δεύτερη προσέγγιση, για τις τιμές των φορτίων κίνησης  $\alpha_1 = 8$ ,  $\alpha_2 = 4$ ,  $\alpha_3 = 0,5$  και  $\alpha_4 = 1$  ας δούμε τι θα συμβεί αναφορικά με τις πιθανότητες απώλειας κλήσης  $P_{bk}$  ( $k = 1, 2, 3, 4$ ) όταν το  $i = \frac{P_{other}}{P_{own}}$  παίρνει τιμές από 0,55 έως και 0,65.

Το  $i$  μπορεί να αυξηθεί είτε με την αύξηση του  $P_{other}$ , οπότε και αναμένουμε, όπως είναι λογικό την αύξηση των πιθανοτήτων απώλειας κλήσης για όλες τις κατηγορίες κίνησης, είτε με την μείωση του  $P_{own}$ . Το τελευταίο, μπορεί να συμβεί με χρήση του μηχανισμού  $IC$ . Όπως θα δούμε παρακάτω, η αύξηση της αποτελεσματικότητας του μηχανισμού ( $\beta$ ) προκαλεί μείωση της πιθανότητας απώλειας κλήσης. Συνεπώς, μείωση της  $P_{own}$ , δηλαδή αύξηση του  $i$ , υπό την εφαρμογή του μηχανισμού  $IC$ , δεν συνεπάγεται και αύξηση των  $P_{bk}$  ( $k = 1, 2, 3, 4$ ).

Ακόμη πιο πολύπλοκη γίνεται η πρόβλεψη αν σκεφτούμε πως το  $i = \frac{P_{other}}{P_{own}}$  μπορεί να αυξηθεί με ταυτόχρονη αύξηση του  $P_{other}$  και μείωση του  $P_{own}$  (δηλαδή χρήση της  $IC$ ).

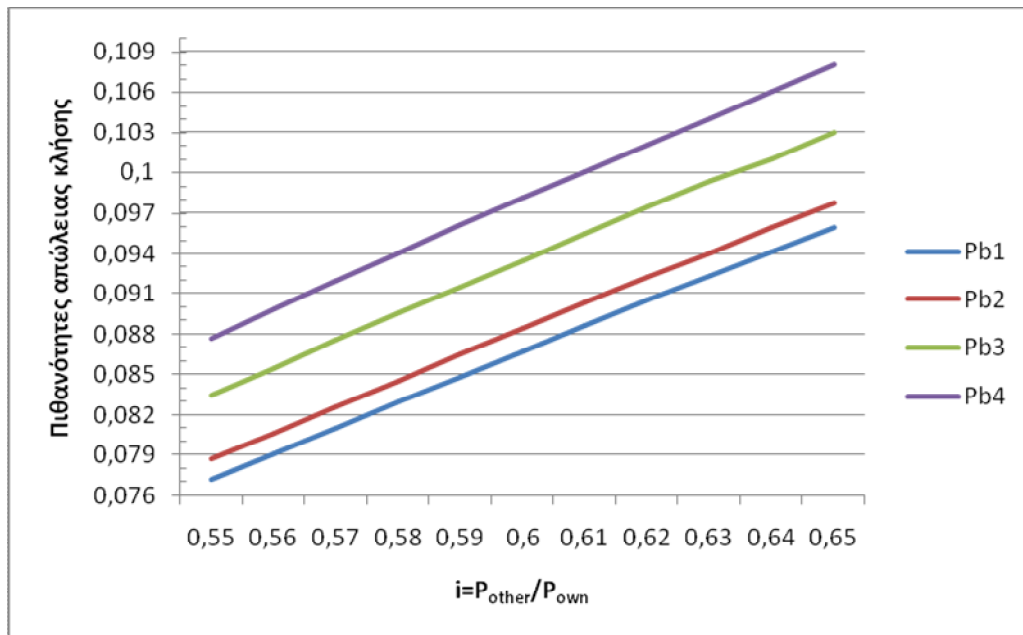
Στην περίπτωση που ακολουθεί, δε χρησιμοποιούμε το μηχανισμό  $IC$  ( $\beta = 0$ ) και δε λαμβάνουμε υπόψη την ύπαρξη του  $P_{noise}$  ( $\delta = 0$ ).

Τα αποτελέσματα του υπολογισμού των πιθανοτήτων απώλειας κλήσης των τεσσάρων κατηγοριών κίνησης, υπό τις παραπάνω συνθήκες, φαίνονται στον πίνακα που ακολουθεί.

$i$	$P_{b1}$	$P_{b2}$	$P_{b3}$	$P_{b4}$
0,55	0,0771	0,0787	0,0834	0,0877
0,56	0,0791	0,0806	0,0855	0,0898
0,57	0,0810	0,0826	0,0875	0,0919
0,58	0,0829	0,0845	0,0895	0,0940
0,59	0,0848	0,0864	0,0915	0,0961
0,60	0,0867	0,0884	0,0935	0,0981
0,61	0,0886	0,0903	0,0955	0,1
0,62	0,0904	0,09219	0,0975	0,102
0,63	0,0923	0,0940	0,0994	0,104
0,64	0,0941	0,0959	0,1010	0,106
0,65	0,0959	0,0977	0,1030	0,108

**Πίνακας 5.5: Πιθανότητες απώλειας κλήσης για τέσσερις κατηγορίες κίνησης, για σταθερό φορτίο κίνησης και για διάφορες τιμές του  $i$ , σύμφωνα με τη δεύτερη προσέγγιση [42].**

Ακολουθεί το διάγραμμα που αντιστοιχεί στις παραπάνω τιμές και απεικονίζει την αύξηση των  $P_b$  για τις τέσσερις κατηγορίες κίνησης.



Σχήμα 5.6: Διάγραμμα πιθανοτήτων απώλειας κλήσης για τις τέσσερις κατηγορίες κίνησης, για σταθερό φορτίο κίνησης και για διάφορες τιμές του  $i$ , σύμφωνα με τη δευτέρα προσέγγιση [42].

Εφαρμόζοντας τώρα την προτεινόμενη προσέγγιση όπως φαίνεται στην τρίτη στήλη του πίνακα 5.2, θα υπολογίσουμε τις πιθανότητες απώλειας κλήσεως για τις τέσσερις προαναφερθείσες κατηγορίες κίνησης, λαμβάνοντας αυτή τη φορά υπόψη μας το μηχανισμό  $IC$ . Συγκεκριμένα, θα υπολογίσουμε τις  $P_{b1}$ ,  $P_{b2}$ ,  $P_{b3}$  και  $P_{b4}$  για τρεις διαφορετικές τιμές του  $\beta$ . Δηλαδή για  $\beta = 0,2$ ,  $\beta = 0,5$  και  $\beta = 0,8$ . Και στις τρεις αυτές περιπτώσεις, θεωρούμε  $\delta = 0,5$  και  $i = 0,55$ . Με αυτά τα δεδομένα και χρησιμοποιώντας εκ νέου τα στοιχεία του πίνακα 5.1, υπολογίζουμε για κάθε περίπτωση τις τιμές των  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$  και  $b_4$ .

Για  $\beta = 0,2$  προκύπτουν  $b_1 = 4$ ,  $b_2 = 8$ ,  $b_3 = 18$  και  $b_4 = 28$ . Αντίστοιχα, για  $\beta = 0,5$  έχουμε τα αποτελέσματα  $b_1 = 4$ ,  $b_2 = 7$ ,  $b_3 = 17$  και  $b_4 = 26$  και για  $\beta = 0,8$ ,  $b_1 = 4$ ,  $b_2 = 8$ ,  $b_3 = 16$  και  $b_4 = 24$ .

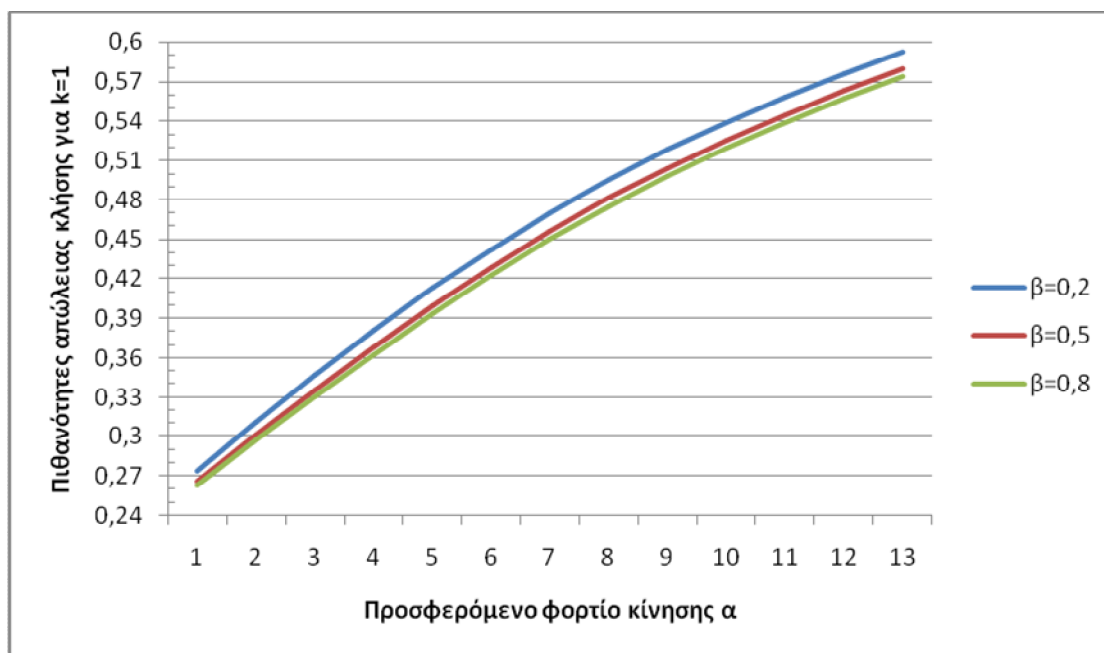
Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται αναλυτικά οι τιμές της  $P_{b1}$  για τις τρεις διαφορετικές τιμές του  $\beta$ , αυξάνοντας και σε αυτή την περίπτωση το φορτίο κίνησης της κατηγορίας.

Παρατηρώντας τα δεδομένα του πίνακα, διαπιστώνουμε τη μείωση της πιθανότητας απώλειας κλήσης, όσο αυξάνεται η αποτελεσματικότητα του μηχανισμού  $IC$ , λόγω της μείωσης των παρεμβολών που προκαλούνται από τους χρήστες της κυψέλης αναφοράς ( $P_{own}$ ).

Ακολουθεί η αντίστοιχη γραφική παράσταση.

$\alpha_1$	$P_{b1}$		
	$\beta = 0,2$	$\beta = 0,5$	$\beta = 0,8$
8.0	0.27369	0.26613	0.26320
10.0	0.31068	0.30100	0.29702
12.0	0.34673	0.33536	0.33053
14.0	0.38102	0.36842	0.36297
16.0	0.41310	0.39969	0.39382
18.0	0.44277	0.42890	0.42280
20.0	0.47006	0.45598	0.44980
22.0	0.49506	0.48098	0.47482
24.0	0.51794	0.50400	0.49795
26.0	0.53889	0.52519	0.51929
28.0	0.55809	0.54469	0.53898
30.0	0.57572	0.56267	0.55716
32.0	0.59194	0.57926	0.57397

Πίνακας 5.6: Πιθανότητες απώλειας κλήσης για την πρώτη κατηγορία κίνησης για διάφορες τιμές του  $\beta$ , σύμφωνα με την προτεινόμενη προσέγγιση.



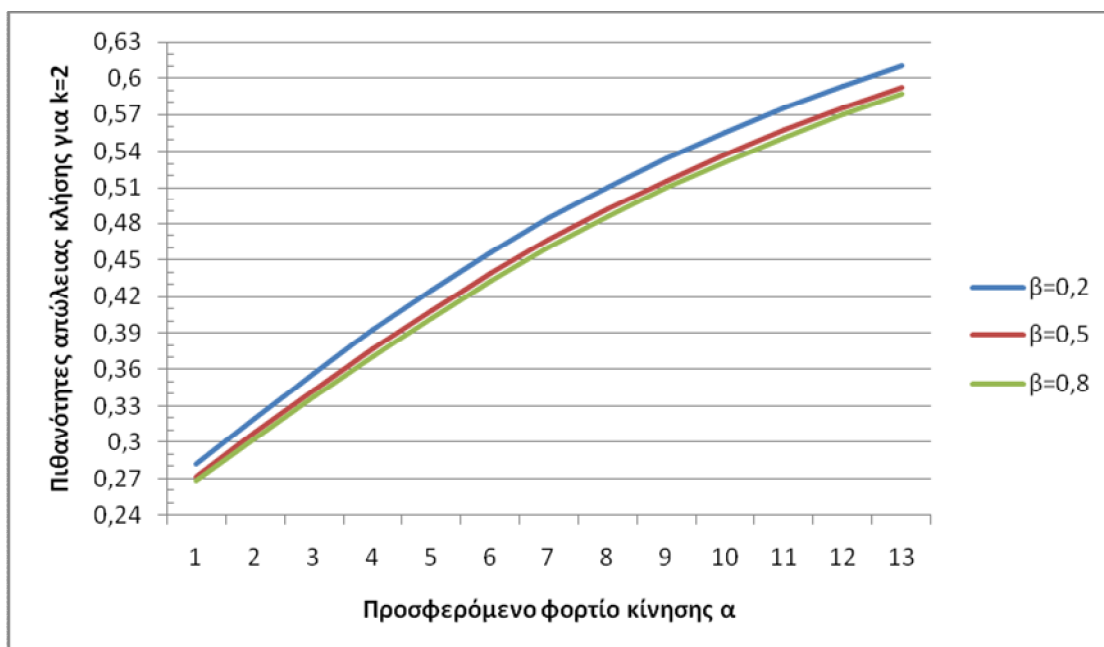
Σχήμα 5.7: Διάγραμμα πιθανοτήτων απώλειας κλήσης για την πρώτη κατηγορία κίνησης για τρεις διαφορετικές τιμές του  $\beta$  σύμφωνα με την προτεινόμενη προσέγγιση.

Παρατηρούμε ότι με την αύξηση του παράγοντα  $\beta$  του μηχανισμού  $IC$ , μειώνεται η πιθανότητα απώλειας κλήσης. Αυτό είναι λογικό αν σκεφτούμε πως με τη χρήση του μηχανισμού, μειώνονται οι παρεμβολές που οφείλονται στους χρήστες της κυψέλης αναφοράς ( $P_{own}$ ). Αυξάνοντας την αποτελεσματικότητα του μηχανισμού πετυχαίνουμε την ολοένα και μεγαλύτερη μείωση των εν λόγω παρεμβολών και συνεπώς την μείωση της πιθανότητας απώλειας κλήσης.

Με τον ίδιο τρόπο προκύπτουν οι πίνακες και τα αντίστοιχα διαγράμματα για τις πιθανότητες απώλειας κλήσης των υπολοίπων τριών κατηγοριών κίνησης.

$P_{b2}$			
$\alpha_2$	$\beta = 0,2$	$\beta = 0,5$	$\beta = 0,8$
4.0	0.28159	0.27184	0.26883
5.0	0.31983	0.30797	0.30350
6.0	0.35710	0.34282	0.33787
7.0	0.39254	0.37672	0.37113
8.0	0.42567	0.40876	0.40275
9.0	0.45630	0.43868	0.43245
10.0	0.48444	0.46641	0.46010
11.0	0.51020	0.49199	0.48571
12.0	0.53375	0.51553	0.50936
13.0	0.55529	0.53718	0.53117
14.0	0.57501	0.55710	0.55128
15.0	0.59309	0.57543	0.56984
16.0	0.60971	0.59234	0.58698

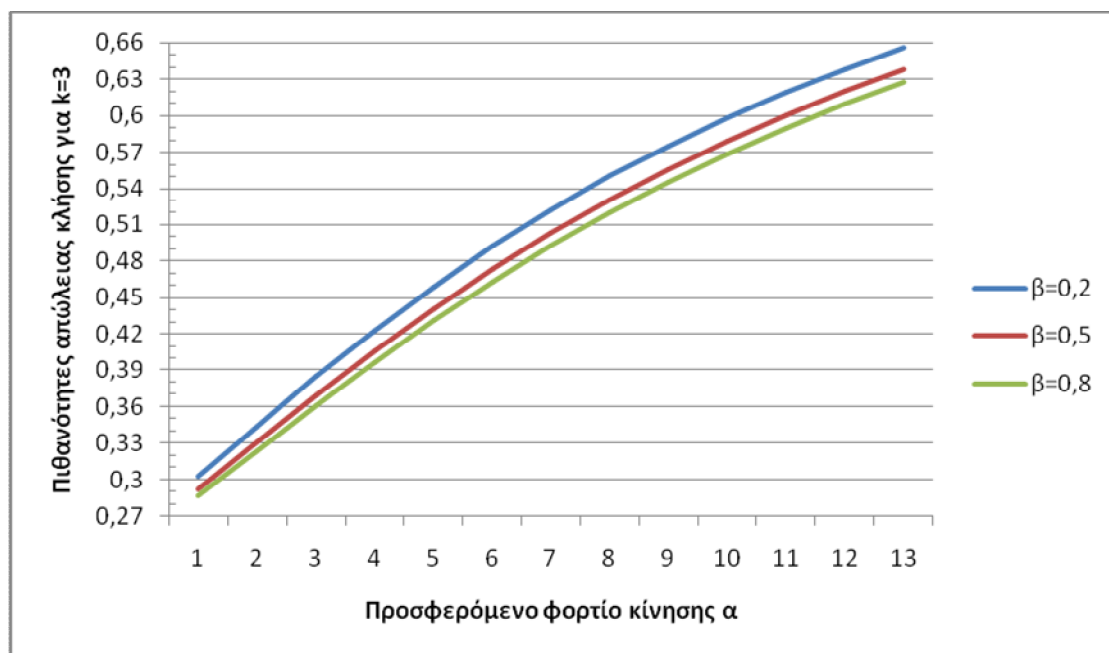
**Πίνακας 5.7:** Πιθανότητες απώλειας κλήσης για τη δεύτερη κατηγορία κίνησης για διάφορες τιμές του  $\beta$ , σύμφωνα με την προτεινόμενη προσέγγιση.



**Σχήμα 5.8:** Διάγραμμα πιθανοτήτων απώλειας κλήσης για τη δεύτερη κατηγορία κίνησης για τρεις διαφορετικές τιμές του  $\beta$  σύμφωνα με την προτεινόμενη προσέγγιση.

$P_{b3}$			
$\alpha_3$	$\beta = 0,2$	$\beta = 0,5$	$\beta = 0,8$
0.5	0.30252	0.29192	0.28659
1.0	0.34409	0.33079	0.32398
1.5	0.38458	0.36908	0.36102
2.0	0.42302	0.40588	0.39685
2.5	0.45889	0.44062	0.43088
3.0	0.49197	0.47299	0.46279
3.5	0.52228	0.50293	0.49244
4.0	0.54993	0.53046	0.51983
4.5	0.57513	0.55573	0.54507
5.0	0.59809	0.57889	0.56829
5.5	0.61904	0.60013	0.58963
6.0	0.63817	0.61961	0.60927
6.5	0.65569	0.63753	0.62736

**Πίνακας 5.8:** Πιθανότητες απώλειας κλήσης για την τρίτη κατηγορία κίνησης για διάφορες τιμές του  $\beta$ , σύμφωνα με την προτεινόμενη προσέγγιση.

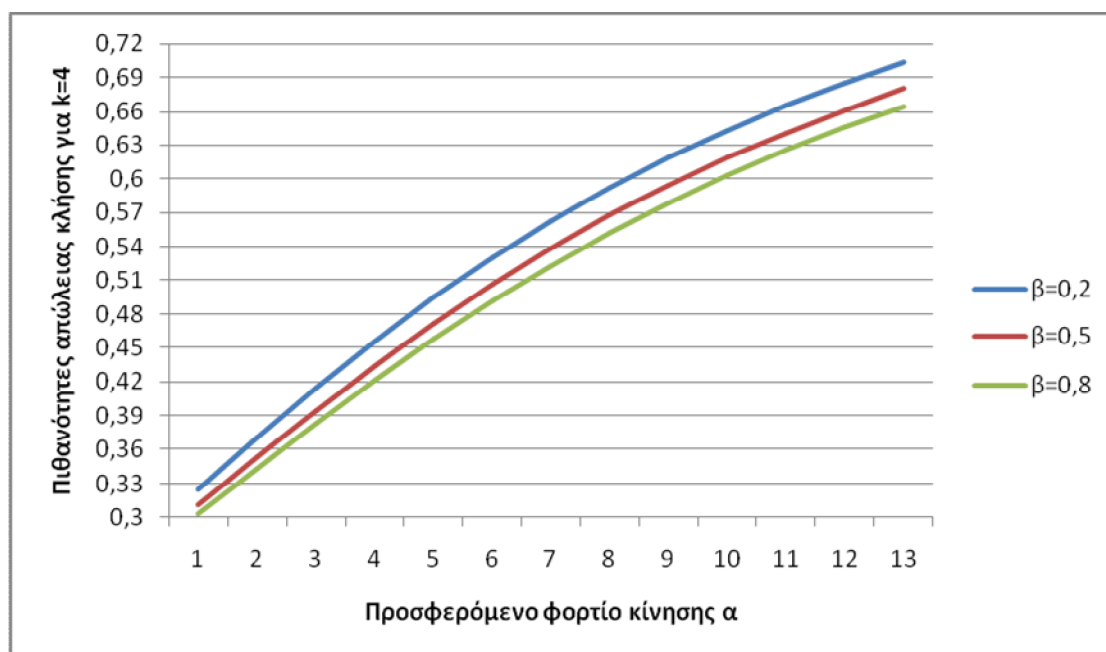


**Σχήμα 5.9:** Διάγραμμα πιθανοτήτων απώλειας κλήσης για την τρίτη κατηγορία κίνησης για τρεις διαφορετικές τιμές του  $\beta$  σύμφωνα με την προτεινόμενη προσέγγιση.



$P_{b4}$			
$\alpha_4$	$\beta = 0,2$	$\beta = 0,5$	$\beta = 0,8$
1,0	0.32528	0.31148	0.30354
1,25	0.37045	0.35339	0.34351
1,5	0.41439	0.39464	0.38311
1,75	0.45601	0.43422	0.42136
2,0	0.49472	0.47150	0.45763
2,25	0.53029	0.50615	0.499157
2,5	0.56274	0.53809	0.52303
2,75	0.59222	0.56736	0.55202
3,0	0.61894	0.59412	0.57864
3,25	0.64317	0.61856	0.60305
3,5	0.66516	0.64086	0.62542
3,75	0.68513	0.66124	0.64592
4,0	0.70332	0.67989	0.66474

**Πίνακας 5.9:** Πιθανότητες απώλειας κλήσης για την τέταρτη κατηγορία κίνησης για διάφορες τιμές του  $\beta$ , σύμφωνα με την προτεινόμενη προσέγγιση.



**Σχήμα 5.10:** Διάγραμμα πιθανοτήτων απώλειας κλήσης για την τέταρτη κατηγορία κίνησης για τρεις διαφορετικές τιμές του  $\beta$  σύμφωνα με την προτεινόμενη προσέγγιση.

### 5.3 Εφαρμογή της πολιτικής δέσμευσης εύρους ζώνης σε σύστημα με άπειρο αριθμό πηγών κίνησης και local blocking, αριθμητικοί υπολογισμοί και σύγκριση

#### 5.3.1 Η πολιτική δέσμευσης εύρους ζώνης

Η πολιτική δέσμευσης εύρους ζώνης (*BR-Bandwidth Reservation*) χρησιμοποιείται σε συστήματα απωλειών που εξυπηρετούν περισσότερες από μία κατηγορίες κίνησης με σκοπό την εξίσωση των πιθανοτήτων απώλειας κλήσης των κατηγοριών κίνησης ή την επίτευξη συγκεκριμένης ποιότητας υπηρεσίας για μία κατηγορία κίνησης. Εφαρμογές της πολιτικής δέσμευσης εύρους ζώνης σε ενσύρματα ή ασύρματα συστήματα προτείνονται στις εργασίες [9], [15], [43]-[49].

Για παράδειγμα ας θεωρήσουμε ένα σύστημα απωλειών που εξυπηρετεί δύο κατηγορίες κίνησης 1 και 2 με  $b_1=1$  και  $b_2=10$  τις αντίστοιχες απαιτήσεις τους σε μονάδες εύρους ζώνης. Αν η χωρητικότητα μιας κυψέλης είναι  $C=10$  κανάλια, τότε μία κλήση της δεύτερης κατηγορίας κίνησης δύσκολα θα μπορέσει να εξυπηρετηθεί σε σύγκριση με μία κλήση της πρώτης κατηγορίας κίνησης που απαιτεί μόνο μία μονάδα εύρους ζώνης. Για να εξισωθούν οι *CBP* των δύο κατηγοριών κίνησης, δεσμεύουμε τις 9 από τις 10 μονάδες εύρους ζώνης προς όφελος της δεύτερης κατηγορίας κίνησης. Με τον τρόπο αυτό, όταν φτάνει στο σύστημα μία νέα κλήση, οποιασδήποτε κατηγορίας κίνησης, απαιτεί μία μονάδα εύρους ζώνης. Έτσι έχουν την ίδια πιθανότητα αποκλεισμού. Τον αριθμό των μονάδων εύρους ζώνης που δεσμεύονται εις βάρος μίας κατηγορίας κίνησης  $k$ , τον συμβολίζουμε με  $t_k$  και ικανοποιεί την παρακάτω ισότητα:

$$b_1 + t_1 = b_2 + t_2 \quad (5.9)$$

Στο παράδειγμα που χρησιμοποιήσαμε, η παραπάνω ισότητα παίρνει τη μορφή

$$b_1 + 9 = b_2 + 0$$

και στη σχέση υπολογισμού πιθανοτήτων μονίμων καταστάσεων (2.21) εισάγεται μία νέα παράμετρος  $D_k(j - b_k)$  που εκφράζει τον αριθμό των μονάδων εύρους ζώνης που καταλαμβάνει μία κλήση τύπου  $k$  στην κατάσταση  $j$ . Συνεπώς προκύπτει η παρακάτω σχέση [43]:

$$q(j) = \begin{cases} 1 & \text{για } j = 0 \\ \frac{1}{j} \sum_{k=1}^K a_k D_k(j - b_k) q(j - b_k) & \text{για } j = 1, \dots, C \\ 0 & \text{αλλού} \end{cases} \quad (5.10)$$

όπου

$$D_k(j - b_k) = \begin{cases} b_k & \text{για } j \leq C - t_k \\ 0 & \text{για } j > C - t_k \end{cases} \quad (5.11)$$

Δηλαδή, όταν το σύστημα βρίσκεται στην κατάσταση  $j$  τότε μία κλήση της κατηγορίας κίνησης  $k$ , γίνεται δεκτή όταν  $j \leq C - t_k$ , όταν δηλαδή ο αριθμός  $j$  δεν ξεπερνάει τη συνολική διαθέσιμη χωρητικότητα που προκύπτει  $(C - t_k)$  με την εφαρμογή της πολιτικής  $BR$ . Σε αντίθετη περίπτωση, η αφιχθείσα κλήση μπλοκάρεται και εγκαταλείπει το σύστημα χωρίς να εξυπηρετηθεί (σελ 161-163,[1]).

### 5.3.2 Η εφαρμογή της πολιτικής δέσμευσης εύρους ζώνης σε σύστημα με άπειρο αριθμό πηγών κίνησης και local blocking

Ας δούμε τώρα την περίπτωση χρήσης της πολιτικής  $BR$  σε σύστημα απωλειών με πιθανότητα *local blocking* [50]. Όπως αναφέρθηκε στην παράγραφο 5.2.1, η πιθανότητα *local blocking*,  $L_j$  υπολογίζεται μέσω της CDF ως εξής:

$$L_{j,b_k} = 1 - CDF(C - j)$$

Αν λάβουμε υπόψη και την εφαρμογή της πολιτικής δέσμευσης εύρους ζώνης, στον παραπάνω τύπο προσαρμόζεται και η παράμετρος  $t_k$ . Δηλαδή:

$$L_{j,b_k} = 1 - CDF(C - t_k - j)$$

Αυτό σημαίνει πως ακόμα κι αν δεν αποκλειστεί μία κλήση εξαιτίας της υπαρξης των παρεμβολών από γειτονικές κυψέλες όπως υπαγορεύει η έννοια του *local blocking*, δε θα γίνει δεκτή στο σύστημα αν κάτι τέτοιο υπερβαίνει τους περιορισμούς που θέτει η εφαρμογή της πολιτικής  $BR$ . Συνεπώς, η σχέση (5.10) διαμορφώνεται ως ακολούθως:

$$q(j) = \begin{cases} 1, & \text{για } j = 0 \\ \frac{1}{j} \sum_{k=1}^K \alpha_k D_k(j - b_k) q(j - b_k) (1 - L_{j-b_k, b_k}) & \text{για } j = 1, \dots, C \\ 0 & \text{αλλού} \end{cases} \quad (5.12)$$

### 5.3.3 Αριθμητικό παράδειγμα, γραφικές παραστάσεις και σύγκριση

Ας θεωρήσουμε μία WCDMA κυψέλη που εξυπηρετεί τρεις κατηγορίες κίνησης ( $K=3$ ) με αντίστοιχους μέσους χρόνους εξυπηρέτησης  $h_1 = h_2 = h_3 = 1$ . Υποθέτουμε ότι  $n_{UL} = 0.75$ ,  $i = 0.35$ ,  $\delta = 2.0$ ,  $bbu = 13.5 \text{ kcps}$ . Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται οι παράμετροι  $R_k(\text{kbps})$ ,  $\nu_k$ ,  $\left(\frac{E_b}{N_0}\right)_k$  (σε dB),  $\left(\frac{E_b}{N_0}\right)_k$ , και  $\alpha_k$  (erl) για τις τρεις κατηγορίες κίνησης.

Κατηγορία κίνησης $k$	$R_k$ (kbps)	$\nu_k$	$(E_b/N_0)_k$ (σε dB)	$(E_b/N_0)_k$	$\alpha_k$ (σε erl)
1	7.95	0.67	4.0	2.51	3.0
2	12.20	0.67	4.0	2.51	2.0
3	144.00	1.0	2.0	1.58	0.05

**Πίνακας 5.10: Παράμετροι κίνησης για τις τρεις κατηγορίες κίνησης στο μοντέλο απωλειών με άπειρο αριθμό πηγών κίνησης.**

Από τη σχέση (4.13) προκύπτει ότι η χωρητικότητα του συστήματος είναι

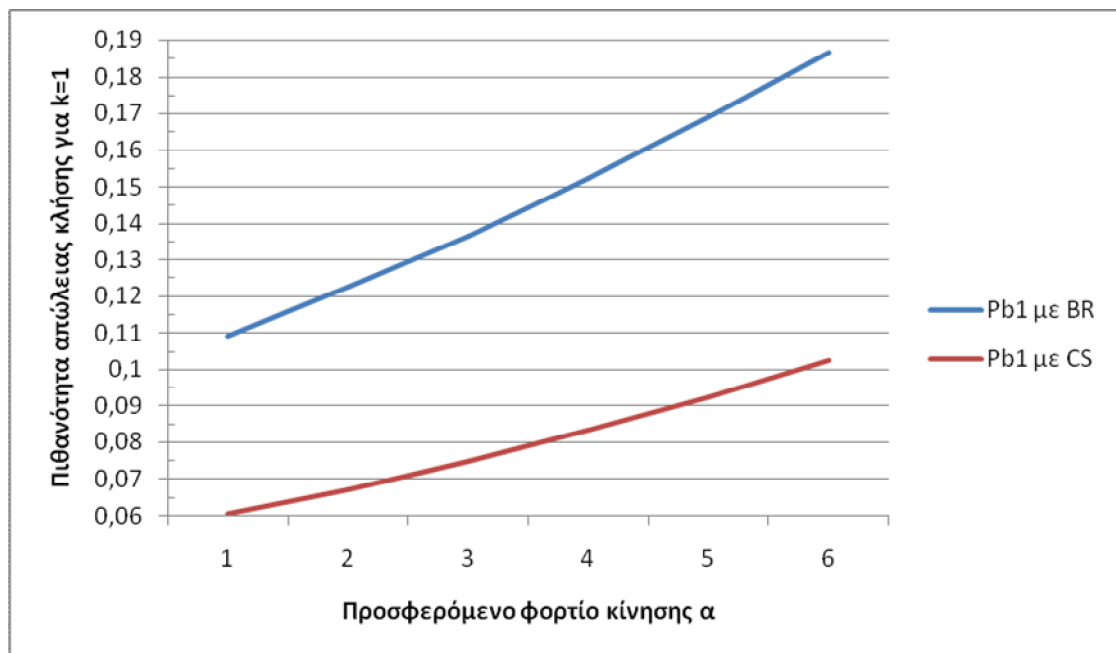
$$C = \left\lceil \frac{3840 \text{ Kcps}}{13.5 \text{ Kcps}} \right\rceil = 285 \text{ κανάλια.}$$

Για να υπολογίσουμε τις απαιτούμενες μονάδες εύρους ζώνης ανά κλήση για κάθε κατηγορία κίνησης όταν  $\beta = 0$ , χρησιμοποιούμε τους τύπους (4.11), (4.12) και (4.13) και καταλήγουμε στα  $b_1 = 4$ ,  $b_2 = 7$  και  $b_3 = 64$ . Με βάση τον κανόνα της πολιτικής BR, ισχύει:  $b_1+t_1 = b_2+t_2 = b_3+t_3$ . Επομένως, για το συγκεκριμένο παράδειγμα, προκύπτουν:  $t_1 = 60$ ,  $t_2 = 57$  και  $t_3 = 0$ .

Στους τρεις πίνακες και τα αντίστοιχα διαγράμματα που ακολουθούν, απεικονίζονται οι μεταβολές των πιθανοτήτων απώλειας κλήσης για τις τρεις κατηγορίες κίνησης αντίστοιχα, όταν τα φορτία κίνησης  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  και  $\alpha_3$  μεταβάλλονται με βήμα 1.0, 1.0, 0.01 erl, αντίστοιχα, και  $\beta = 0$ .

$\alpha_1$	$P_{bl}$ (BR)	$P_{bl}$ (CS)
3	0.1092	0.0603
4	0.1223	0.0672
5	0.1366	0.0748
6	0.1522	0.0832
7	0.1689	0.0925
8	0.1865	0.1026

**Πίνακας 5.11: Πιθανότητες απώλειας κλήσης για την πρώτη κατηγορία κίνησης με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS χωρίς χρήση του μηχανισμού IC ( $\beta = 0$ ).**

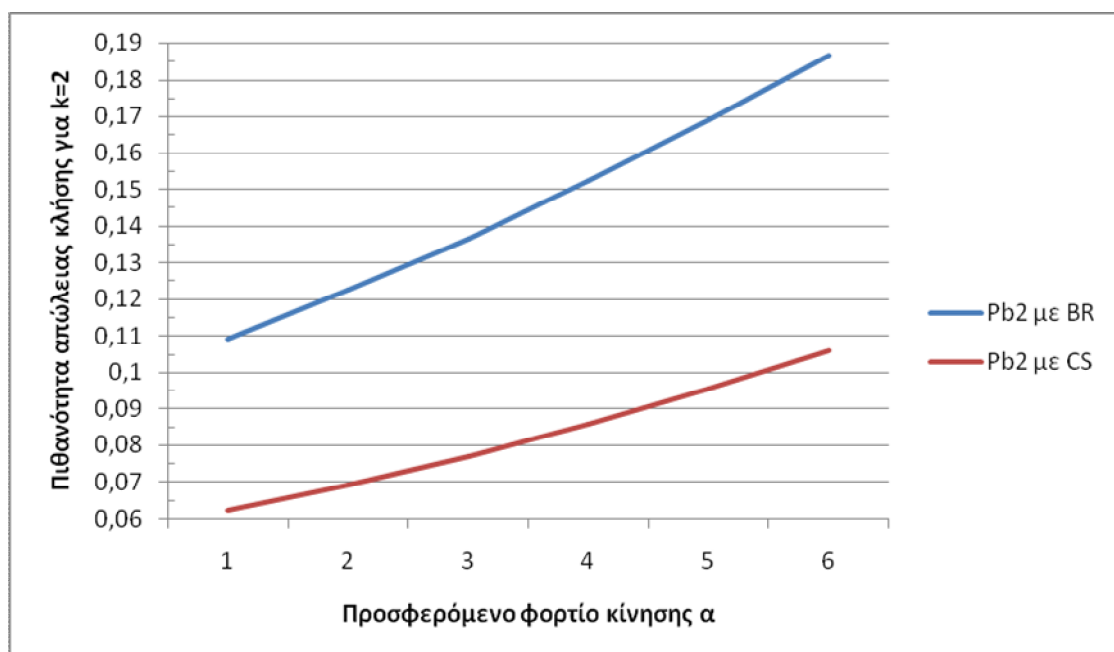


Σχήμα 5.11: Διάγραμμα μεταβολής της πιθανότητας απώλειας κλήσης για την πρώτη κατηγορία κίνησης χωρίς την ύπαρξη μηχανισμού IC ( $\beta=0$ ) με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS.

Ακολουθούν ο πίνακας και το αντίστοιχο διάγραμμα για την πιθανότητα απώλειας κλήσης της δεύτερης κατηγορίας κίνησης.

$\alpha_2$	$P_{b2}$ (BR)	$P_{b2}$ (CS)
2	0.1092	0.0621
3	0.1223	0.0692
4	0.1366	0.0771
5	0.1522	0.0858
6	0.1689	0.0954
7	0.1865	0.1059

Πίνακας 5.12: Πιθανότητες απώλειας κλήσης για τη δεύτερη κατηγορία κίνησης με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS χωρίς χρήση του μηχανισμού IC ( $\beta = 0$ ).

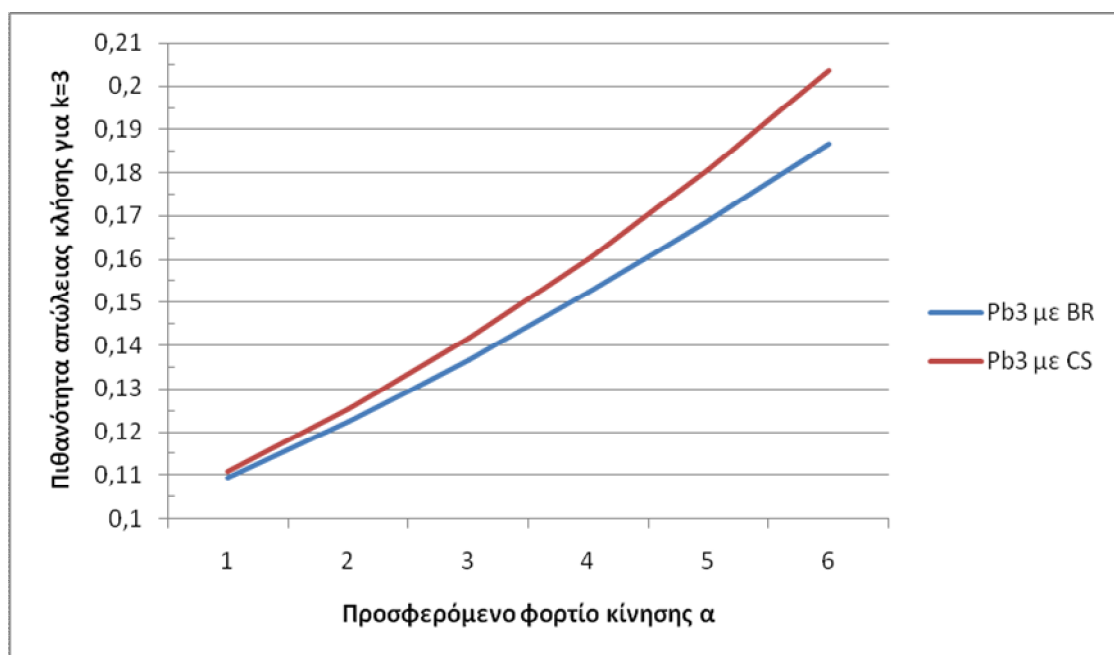


Σχήμα 5.12: Διάγραμμα μεταβολής της πιθανότητας απώλειας κλήσης για τη δεύτερη κατηγορία κίνησης χωρίς την ύπαρξη μηχανισμού IC ( $\beta=0$ ) με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS.

Παρακάτω, παρουσιάζεται ο πίνακας και το αντίστοιχο διάγραμμα με τις μεταβολές της τιμής της πιθανότητας απώλειας κλήσης της τρίτης κατηγορίας κλήσεων.

$\alpha_3$	$P_{b3}$ (BR)	$P_{b3}$ (CS)
0.05	0.1092	0.1108
0.06	0.1223	0.1252
0.07	0.1366	0.1416
0.08	0.1522	0.1601
0.09	0.1689	0.1807
0.10	0.1865	0.2035

Πίνακας 5.13: Πιθανότητες απώλειας κλήσης για την τρίτη κατηγορία κίνησης με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS χωρίς χρήση του μηχανισμού IC ( $\beta = 0$ ).



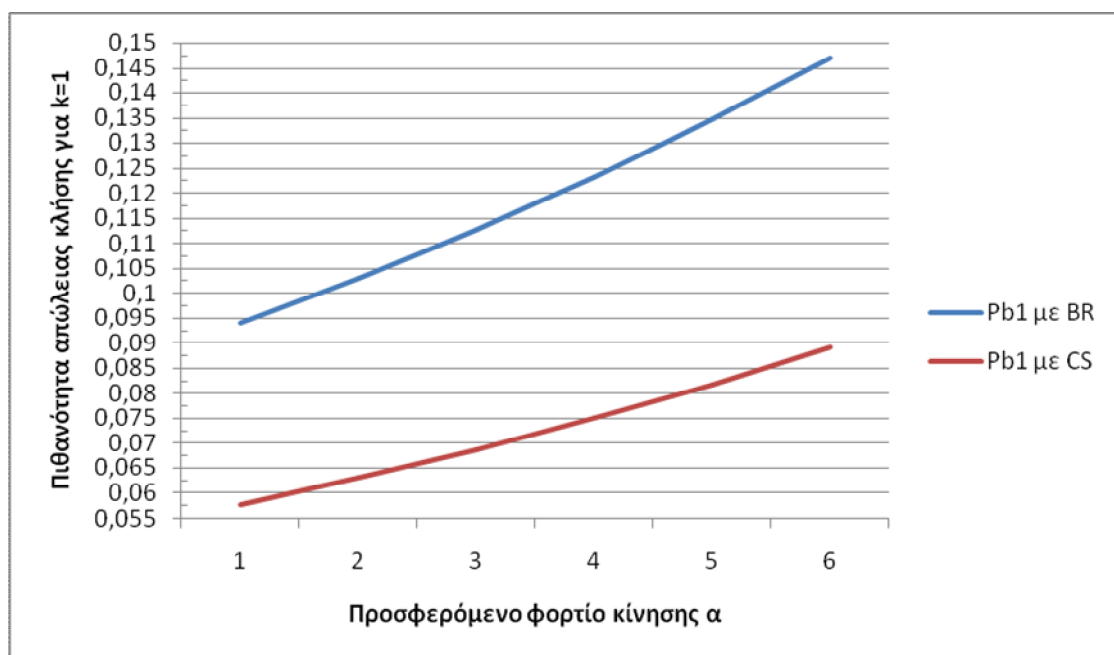
**Σχήμα 5.13:** Διάγραμμα μεταβολής της πιθανότητας απώλειας κλήσης για την τρίτη κατηγορία κίνησης χωρίς την ύπαρξη μηχανισμού IC ( $\beta=0$ ) με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS.

Παρατηρούμε ότι με εφαρμογή της πολιτικής BR, οι πιθανότητες απώλειας κλήσης των κατηγοριών κίνησης με  $k = 1$  και  $k = 2$ , μειώνονται σε αντίθεση με την πιθανότητα απώλειας κλήσης της τρίτης κατηγορίας κίνησης που αυξάνεται. Αυτό είναι λογικό εφόσον η δέσμευση του εύρους ζώνης έγινε εις βάρος των δύο πρώτων κατηγοριών κίνησης και προς όφελος της τρίτης. Θυμίζουμε ότι  $b_1+t_1 = b_2+t_2 = b_3+t_3$ ,  $t_1 = 60$ ,  $t_2 = 57$  και  $t_3 = 0$

Ακολουθούν οι τρεις πίνακες και τα αντίστοιχα διαγράμματα που απεικονίζουν τις μεταβολές των πιθανοτήτων απώλειας κλήσης για την περίπτωση χρήσης του μηχανισμού IC ( $\beta = 0.8$ ) με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS.

$\alpha_1$	$P_{b1}$ (BR)	$P_{b1}$ (CS)
3	0.0938	0.0577
4	0.1028	0.0629
5	0.1126	0.0687
6	0.1232	0.0749
7	0.1346	0.0817
8	0.1468	0.0891

**Πίνακας 5.14:** Πιθανότητες απώλειας κλήσης για την πρώτη κατηγορία κίνησης με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS με χρήση του μηχανισμού IC ( $\beta = 0.8$ ).



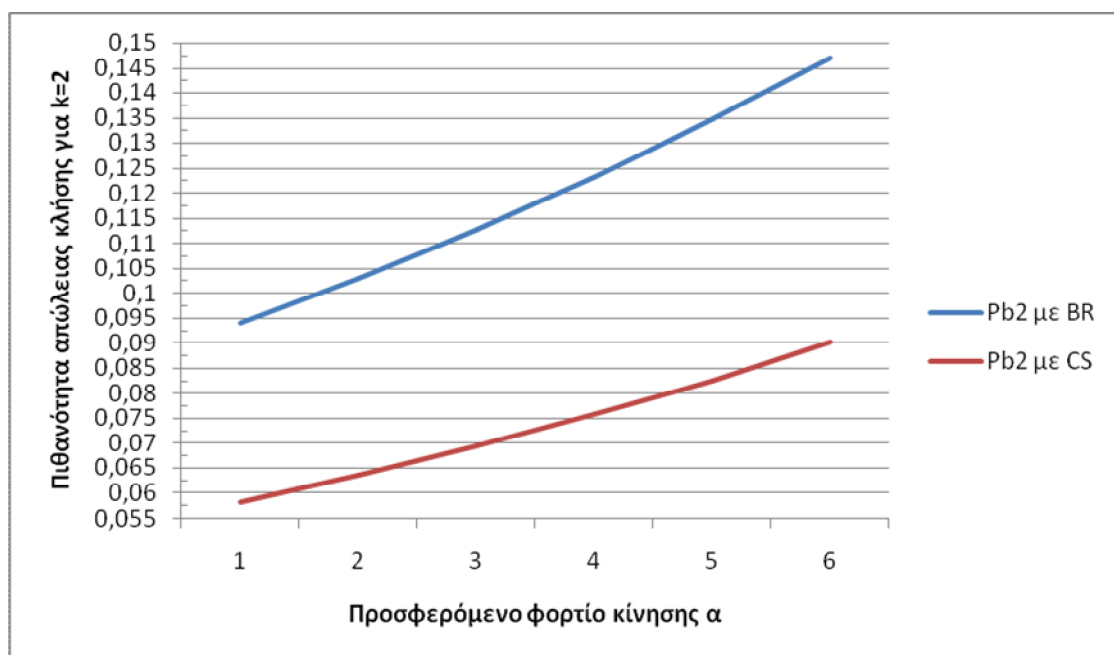
Σχήμα 5.14: Διάγραμμα μεταβολής της πιθανότητας απώλειας κλήσης για την πρώτη κατηγορία κίνησης με χρήση του μηχανισμού IC ( $\beta=0.8$ ) με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS.

Συγκρίνοντας την παραπάνω γραφική παράσταση με το διάγραμμα 5.7, παρατηρούμε ότι με χρήση του μηχανισμού IC, πετυχαίνουμε χαμηλότερες πιθανότητες απώλειας κλήσης δηλαδή καλύτερη ποιότητα εξυπηρέτησης.

$\alpha_2$	$P_{b2}$ (BR)	$P_{b2}$ (CS)
2	0.0938	0.0582
3	0.1028	0.0635
4	0.1126	0.0693
5	0.1232	0.0757
6	0.1346	0.0826
7	0.1468	0.0900

Πίνακας 5.15: Πιθανότητες απώλειας κλήσης για τη δεύτερη κατηγορία κίνησης με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS με χρήση του μηχανισμού IC ( $\beta = 0.8$ ).



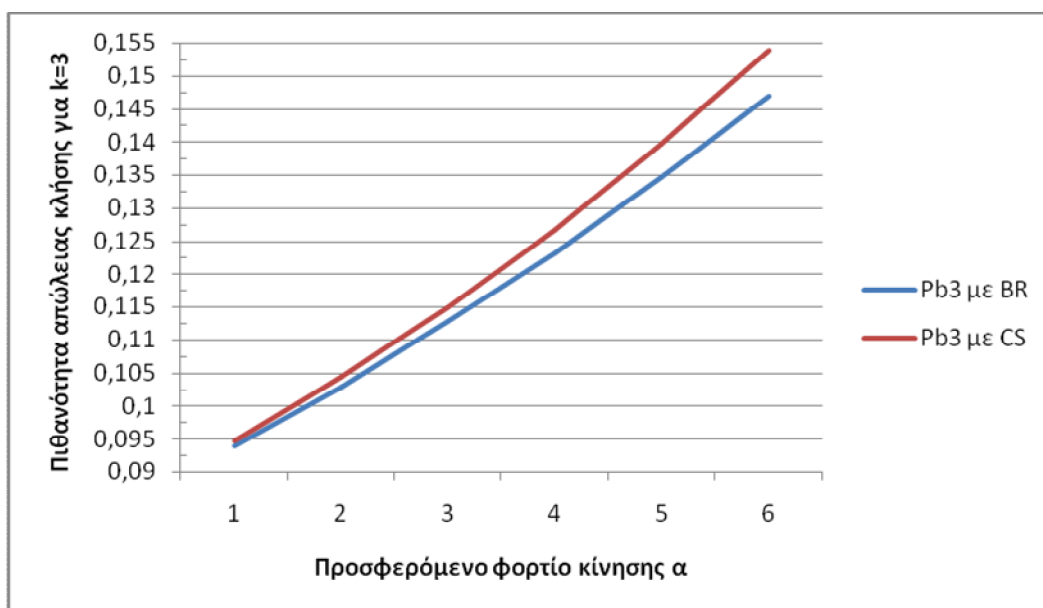


**Διάγραμμα 5.11:** Μεταβολή της πιθανότητας απώλειας κλήσης για τη δεύτερη κατηγορία κίνησης με χρήση του μηχανισμού IC ( $\beta=0.8$ ) με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS.

Όπως και στην πρώτη κατηγορία κίνησης, έτσι και σε αυτή την περίπτωση, η πιθανότητα απώλειας κλήσης μειώνεται με εφαρμογή του μηχανισμού IC.

$\alpha_3$	$P_{b3}$ (BR)	$P_{b3}$ (CS)
0.05	0.0938	0.0946
0.06	0.1028	0.1043
0.07	0.1126	0.1149
0.08	0.1232	0.1267
0.09	0.1346	0.1397
0.10	0.1468	0.1539

**Πίνακας 5.16:** Πιθανότητες απώλειας κλήσης για την τρίτη κατηγορία κίνησης με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS με χρήση του μηχανισμού IC ( $\beta = 0.8$ ).



**Σχήμα 5.15:** Διάγραμμα μεταβολής της πιθανότητας απώλειας κλήσης για την τρίτη κατηγορία κίνησης με χρήση του μηχανισμού IC ( $\beta=0.8$ ) με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS.

Συμπερασματικά, η εφαρμογή της πολιτικής δέσμευσης εύρους ζώνης, οδηγεί σε αύξηση των πιθανοτήτων απώλειας κλήσης των κατηγοριών κίνησης εις βάρος των οποίων γίνεται η δέσμευση των μονάδων χωρητικότητας και σε μείωση της πιθανότητας απώλειας κλήσης της κατηγορίας που ωφελείται από αυτήν. Για όλες τις κατηγορίες κίνησης, σημειώνεται μείωση των πιθανοτήτων απώλειας κλήσης όταν στο σύστημα χρησιμοποιείται ο μηχανισμός της IC σε σχέση με την περίπτωση που δε χρησιμοποιείται ο μηχανισμός.

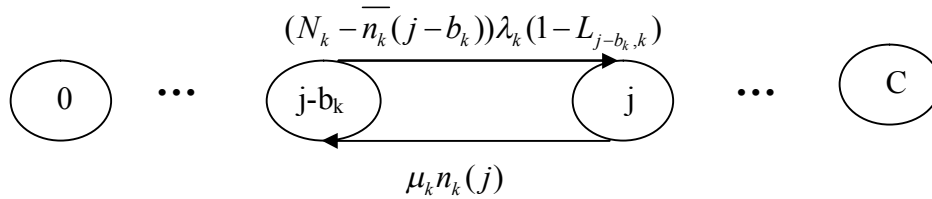
## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

### ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ ΑΠΩΛΕΙΑΣ ΚΛΗΣΗΣ ΣΕ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΟ ΑΡΙΘΜΟ ΠΗΓΩΝ ΚΙΝΗΣΗΣ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ ΔΕΣΜΕΥΣΗΣ ΕΥΡΟΥΣ ΖΩΝΗΣ

#### 6.1 Υπολογισμός πιθανότητας απώλειας κλήσης σε σύστημα με πεπερασμένο αριθμό πηγών κίνησης και πιθανότητα local blocking.

Για την προσέγγιση της πιθανότητας  $LB$  σε σύστημα απωλειών με πεπερασμένο αριθμό πηγών κίνησης, χρησιμοποιούμε, όπως και στην περίπτωση των άπειρων πηγών κίνησης, μία ανεξάρτητη τυχαία μεταβλητή με παραμέτρους  $\mu$  και  $\sigma$  (Κεφάλαιο 5, Παράγραφος 5.2).

Στο παρακάτω διάγραμμα φαίνεται η μετάβαση ενός τέτοιου συστήματος από την κατάσταση  $j-b_k$  στην κατάσταση  $j$ .



**Σχήμα 6.1:** Διάγραμμα μετάβασης καταστάσεων συστήματος απωλειών με local blocking και πεπερασμένο αριθμό πηγών κίνησης, με  $k$  κατηγορίες κίνησης, μεταξύ των καταστάσεων  $j-b_k$  και  $j$ .

Ο ρυθμός μετάβασης από την κατάσταση  $j-b_k$  στην κατάσταση  $j$ , είναι:  $(N_k - \bar{n}_k(j-b_k))\lambda_k(1-L_{j-b_k,k})$  όπου  $N_k$  είναι ο αριθμός των πηγών κίνησης της κατηγορίας κίνησης  $k$  και  $\bar{n}_k(j-b_k)$  ο μέσος αριθμός κλήσεων τύπου  $k$  στην κατάσταση  $j-b_k$ .

Μέσω του παραπάνω διαγράμματος, εύκολα καταλήγουμε στην εξίσωση τοπικής ισορροπίας που αντιστοιχεί στην εν λόγω μετάβαση.

$$(N_k - \bar{n}_k(j-b_k))\lambda_k(1-L_{j-b_k,k})q(j-b_k) = \mu_k \bar{n}_k(j)q(j) \quad (6.1)$$

Αν πολλαπλασιάσουμε και τα δύο μέλη της ισότητας με  $b_k$  και προσθέσουμε για όλες τις κατηγορίες κίνησης  $k$ , προκύπτει η σχέση:

$$q(j) = \frac{1}{j} \sum_{k=1}^K (N_k - n_k(j-b_k))a_k b_k (1-L_{j-b_k,k})q(j-b_k) \quad (6.2)$$

για  $j = 1, \dots, C$  και  $\sum_{j=0}^C q(j) = 1$

Ισχύει  $j = \sum_{k=1}^K \overline{n}_k(j) b_k$  αφού ο μέσος αριθμός των κλήσεων μιας κατηγορίας κίνησης  $k$  επί τον αριθμό των απαιτούμενων μονάδων εύρους ζώνης για καθεμία από αυτές, αποτελεί τη συνολική κατειλημμένη χωρητικότητα που αντιστοιχεί στην κατηγορία αυτή.

Παρατηρούμε ότι η σχέση (6.2) αποτελεί επέκταση της σχέσης (2.21) αν σε αυτή συμπεριλάβουμε την έννοια του  $LB$ .

Επιπλέον, στην περίπτωση που ισχύει  $\overline{n}_k(j) = n_k(j)$ , όταν δηλαδή ο αριθμός των κλήσεων μιας κατηγορίας κίνησης  $k$  στο σύστημα ισούται με το μέσο αριθμό τους, τότε

$$\overline{n}_k(j - b_k) = n_k(j) - 1 \quad (6.3)$$

που σημαίνει πως ο μέσος αριθμός των κλήσεων τύπου  $k$  του συστήματος, ισούται με τον αριθμό των κλήσεων τύπου  $k$  στην αμέσως επόμενη δυνατή κατάσταση (μετά την άφιξη μίας κλήσης τύπου  $k$  δηλαδή) αν αφαιρέσουμε μία κλήση.

Η ισότητα (6.3) αποτελεί προϋπόθεση για τη χρήση της σχέσης (6.2). Στην περίπτωση που δεν ισχύει, θα πρέπει με ανάλογο τρόπο όπως στην περίπτωση του EnMLM που περιγράφεται στο δεύτερο κεφάλαιο (παράγραφος 2.3) χρησιμοποιώντας ένα ισοδύναμο σύνολο και θεωρώντας εν τέλει άπειρο αριθμό πηγών κίνησης για κάθε κατηγορία κίνησης  $k$ . Αναλυτικά, θεωρούμε ότι:

$n_k(j) \approx \overline{n}_k'(j)$  όπου  $\overline{n}_k'$  ο μέσος αριθμός κλήσεων τύπου  $k$  στην κατάσταση  $j$ , θεωρώντας άπειρο αριθμό πηγών κίνησης οπότε η σχέση (6.1) θα παίρνει τη μορφή:

$$\lambda_k (1 - L_{j-b_k, k}) q(j - b_k) = \mu_k \overline{n}_k(j) q(j) \xrightarrow{:\mu_k} \alpha_k (1 - L_{j-b_k, k}) q(j - b_k) = \overline{n}_k'(j) q(j) \xrightarrow{:q(j)} n_k'(j) = \frac{\alpha_k (1 - L_{j-b_k, k}) q(j - b_k)}{q(j)} \quad (6.4)$$

Τελικά, η  $CBP$  κάθε κατηγορίας κίνησης  $k$ , καθορίζεται ως εξής:

$$B_k = \sum_{j=0}^{C-b_k} q(j) L_{j, k} + \sum_{j=C-b_k+1}^C q(j) \quad (6.5)$$

Το πρώτο μέρος της σχέσης αντιπροσωπεύει την έννοια του *soft blocking* ενώ το δεύτερο αυτή του *hard blocking*.

## 6.2 Εφαρμογή της πολιτικής BR σε σύστημα απωλειών με πεπερασμένο αριθμό πηγών κίνησης και πιθανότητα LB, αριθμητικοί υπολογισμοί και σύγκριση.

### 6.2.1 Η πολιτική δέσμευσης εύρους ζώνης και η εφαρμογή της σε σύστημα με πεπερασμένο αριθμό πηγών κίνησης και local blocking

Όπως και στην περίπτωση συστήματος με άπειρες πηγές κίνησης, έτσι κι εδώ θεωρούμε μια νέα κλήση κατηγορίας κίνησης  $k$  που απαιτεί  $b_k$  μονάδες εύρους ζώνης για να εξυπηρετηθεί και  $j$  τον αριθμό των κατειλημμένων καναλιών στο σύστημα. Αν θεωρήσουμε  $t_k$  την παράμετρο του BR, τότε η νέα κλήση δεν θα καταφέρει να μπει στο σύστημα αν αυτό βρίσκεται σε μία από τις καταστάσεις  $j=C-t_k+1, \dots, C$  [51].

Η διαθέσιμη χωρητικότητα της κυψέλης μετά την αποδοχή της κλήσης από το σύστημα (αν αυτό βρίσκεται σε κατάσταση  $j \leq C-t_k$ ), θα είναι  $C-t_k-j$ . Σ' αυτή την περίπτωση η πιθανότητα αποκλεισμού της κλήσης υπολογίζεται ως εξής:

$$L_j = P(j' > C - t_k - j) = 1 - P(j' < C - t_k - j) = 1 - CDF(C - t_k - j) \quad (6.6)$$

Η σχέση που χρησιμοποιήσαμε για τον υπολογισμό των πιθανοτήτων δυνατών καταστάσεων στην περίπτωση του finite μοντέλου, είναι:

$$q(j) = \begin{cases} 1 & \text{για } j = 0 \\ \frac{1}{j} \sum_{k=1}^K (Y_k - y_k(j - b_k)) \alpha_k b_k q(j - b_k) \alpha & \\ 0 & \text{αλλού} \end{cases} \quad (6.7)$$

Με την εισαγωγή της έννοιας του *local blocking*, η σχέση γίνεται:

$$q(j) = \begin{cases} 1 & \text{για } j = 0 \\ \frac{1}{j} \sum_{k=1}^K (Y_k - y_k(j - b_k)) \alpha_k b_k (1 - L_{j-b_k, b_k}) q(j - b_k) \alpha & \\ 0 & \text{αλλού} \end{cases} \quad (6.8)$$

Επιπλέον, με τη χρήση πολιτικής BR, σύμφωνα με την παραπάνω ανάλυση, προκύπτει η παρακάτω σχέση:

$$q(j) = \begin{cases} 1 & \text{για } j = 0 \\ \frac{1}{j} \sum_{k=1}^K (Y_k - y_k(j - b_k)) \alpha_k D_k(j - b_k) (1 - L_{j-b_k, b_k}) q(j - b_k) \alpha & \\ 0 & \text{αλλού} \end{cases} \quad (6.9)$$

με  $D_k(j - b_k) = \begin{cases} b_k & \text{για } j \leq C - t_k \\ 0 & \text{για } j > C - t_k \end{cases}$  αφού η κλήση θα γίνει δεκτή στο σύστημα μόνο

στην περίπτωση που δεν ξεπερνά τον περιορισμό που τίθεται λόγω της πολιτικής BR (αν δεν λάβω υπόψη την περίπτωση του *local blocking*).

### 6.2.2 Αριθμητικό παράδειγμα, γραφικές παραστάσεις και σύγκριση

Για τον υπολογισμό και τη γραφική απεικόνιση των πιθανοτήτων απώλειας κλήσης τριών κατηγοριών κίνησης, θα χρησιμοποιήσουμε το ίδιο παράδειγμα που εφαρμόσαμε στην παράγραφο 5.3.2. Οι τρεις κατηγορίες κίνησης χαρακτηρίζονται από τα δεδομένα του πίνακα 6.1. Επιπλέον, για το σύστημα απωλειών που εξετάζουμε θεωρούμε δεδομένο ότι  $h_1 = h_2 = h_3 = 1$ ,  $n_{UL} = 0.7$ ,  $i = 0.35$ ,  $\delta = 2.0$  και  $bbu = 13.5$  kcps.

Κατηγορία κίνησης $k$	$R_k$ (kbps)	$\nu_k$	$(E_b/N_0)_k$ (σε dB)	$(E_b/N_0)_k$	$S_k$	$\alpha_k, fin$ (σε erl)	$\alpha_k$ (σε erl)
1	7.95	0.67	4.0	2.51	20	0.15	3.0
2	12.20	0.67	4.0	2.51	10	0.20	2.0
3	144.00	1.0	2.0	1.58	5	0.01	0.05

**Πίνακας 6.1: Παράμετροι κίνησης για τις τρεις κατηγορίες κίνησης στο μοντέλο απωλειών με πεπερασμένο αριθμό πηγών κίνησης.**

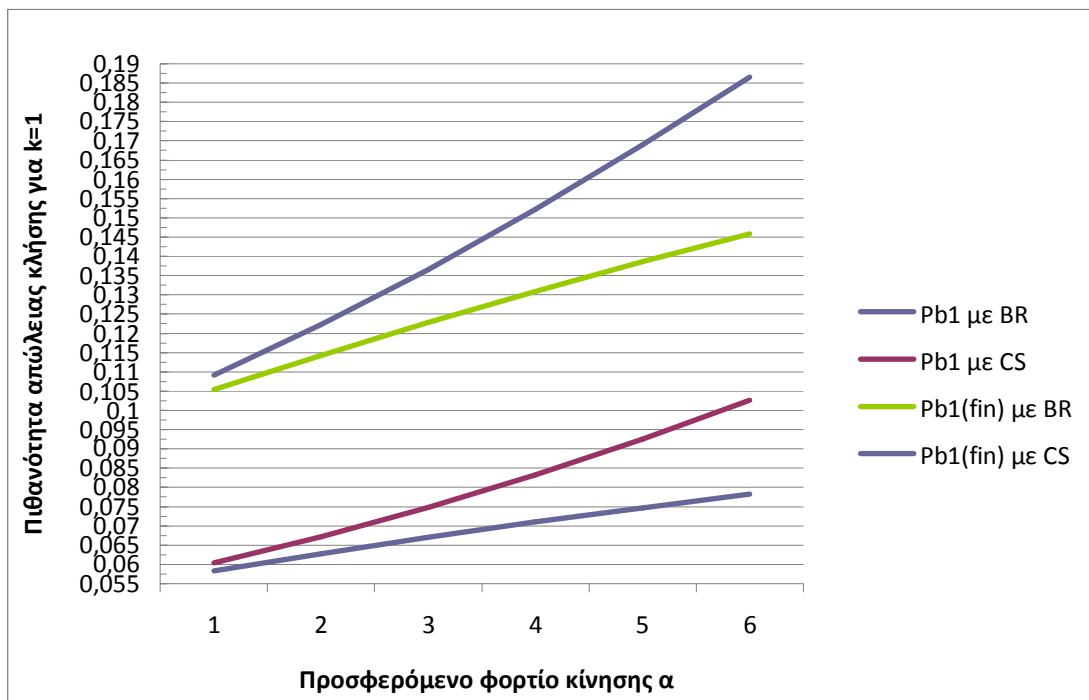
Με χρήση των τύπων (4.11), (4.12) και (4.13), για  $\beta = 0$ , προκύπτουν  $b_1 = 4$ ,  $b_2 = 7$  και  $b_3 = 64$  οι απαιτούμενες μονάδες εύρους ζώνης ανά κατηγορία κίνησης.

Οι τιμές των παραμέτρων της πολιτικής BR επιλέγονται σύμφωνα με τον κανόνα  $b_1 + t_1 = b_2 + t_2 = b_3 + t_3$  ώστε να εξισωθούν οι πιθανότητες απώλειας κλήσης των τριών κατηγοριών κίνησης. Επομένως  $t_1 = 60$ ,  $t_2 = 57$  και  $t_3 = 0$ . Με ανάλογο τρόπο προκύπτουν οι τιμές  $b_1 = 4$ ,  $b_2 = 5$ ,  $b_3 = 54$ ,  $t_1 = 50$ ,  $t_2 = 49$  και  $t_3 = 0$ , όταν  $\beta = 0.8$ .

Στους τρεις ακόλουθους πίνακες και στις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις, παρουσιάζονται οι μεταβολές των πιθανοτήτων απώλειας κλήσης για τις τρεις κατηγορίες κίνησης όταν δε χρησιμοποιείται ο μηχανισμός IC ( $\beta = 0$ ). Επιπλέον, γίνεται γραφικά η σύγκριση των αποτελεσμάτων του μοντέλου που μελετάμε σ' αυτό το κεφάλαιο, δηλαδή με πεπερασμένο αριθμό πηγών κίνησης, με αυτό που εξυπηρετεί άπειρο αριθμό πηγών κίνησης. Οι τιμές του οριζόντιου άξονα είναι τα φορτία κίνησης για κάθε κατηγορία, αυξανόμενα με βήμα 0.05, 0.10 και 0.002 erl, αντίστοιχα σε κάθε σημείο. Συνεπώς, το πρώτο σημείο αντιπροσωπεύει τις τιμές  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 = (0.15, 0.20, 0.01)$  ενώ το έκτο σημείο τις τιμές  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 = (0.40, 0.70, 0.02)$ .

$\alpha_1$	$\alpha_1 (fin)$	$Pb_1$ με BR	$Pb_1$ με CS	$Pb_1 (fin)$ με BR	$Pb_1 (fin)$ με CS
3.0	0.15	0.1092	0.0603	0.1054	0.0583
4.0	0.20	0.1223	0.0672	0.1143	0.0628
5.0	0.25	0.1366	0.0748	0.1228	0.0670
6.0	0.30	0.1522	0.0832	0.1309	0.071
7.0	0.35	0.1689	0.0925	0.1386	0.0747
8.0	0.40	0.1865	0.1026	0.1458	0.0783

**Πίνακας 6.2: Πιθανότητες απώλειας κλήσης για την πρώτη κατηγορία κίνησης με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS χωρίς χρήση του μηχανισμού IC ( $\beta = 0$ ) για συστήματα με πεπερασμένο και άπειρο αριθμό πηγών κίνησης.**

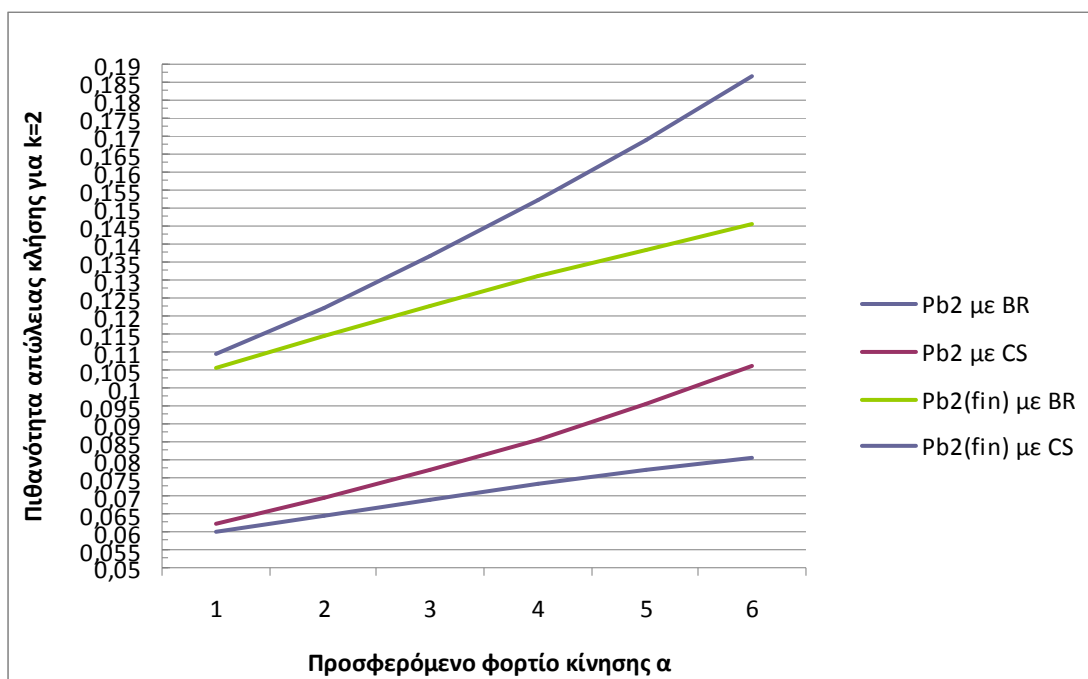


Σχήμα 6.2: Διάγραμμα μεταβολής της πιθανότητας απώλειας κλήσης για την πρώτη κατηγορία κίνησης χωρίς χρήση του μηχανισμού IC ( $\beta=0$ ) με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS για συστήματα απωλειών με άπειρο και πεπερασμένο αριθμό πηγών κίνησης.

Στη δεύτερη κατηγορία κίνησης, αντιστοιχούν ο παρακάτω πίνακας και η αντίστοιχη γραφική παράσταση της πιθανότητας απώλειας κλήσης.

$a_2$	$a_2 (fin)$	$Pb_2 με BR$	$Pb_2 με CS$	$Pb_2 (fin) με BR$	$Pb_2 (fin) με CS$
2.0	0.20	0.1092	0.0603	0.1054	0.0583
3.0	0.30	0.1223	0.0672	0.1143	0.0628
4.0	0.40	0.1366	0.0748	0.1228	0.0670
5.0	0.50	0.1522	0.0832	0.1309	0.071
6.0	0.60	0.1689	0.0925	0.1386	0.0747
7.0	0.70	0.1865	0.1026	0.1458	0.0783

Πίνακας 6.3: Πιθανότητες απώλειας κλήσης για τη δεύτερη κατηγορία κίνησης με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS χωρίς χρήση του μηχανισμού IC ( $\beta = 0$ ) για συστήματα με πεπερασμένο και άπειρο αριθμό πηγών κίνησης.



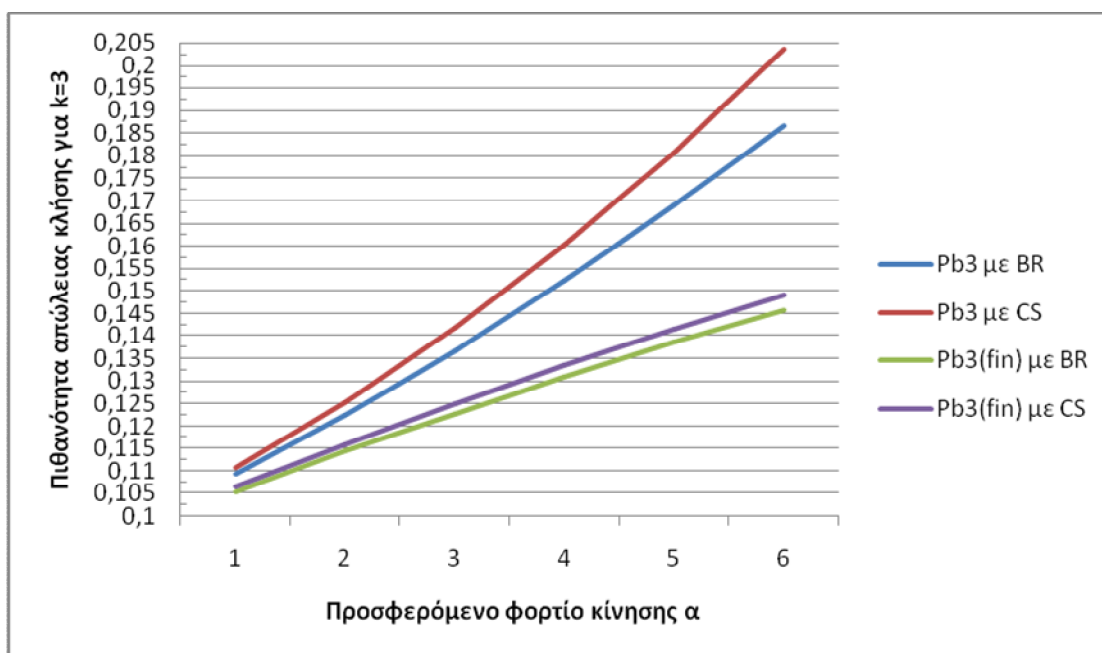
Σχήμα 6.3: Διάγραμμα μεταβολής της πιθανότητας απώλειας κλήσης για τη δεύτερη κατηγορία κίνησης χωρίς χρήση του μηχανισμού IC ( $\beta=0$ ) με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS για συστήματα απωλειών με άπειρο και πεπερασμένο αριθμό πηγών κίνησης.

Ακολουθούν ο πίνακας και η γραφική παράσταση που αντιστοιχούν στην πιθανότητα απώλειας κλήσης της τρίτης κατηγορίας κίνησης.

$\alpha_3$	$\alpha_3 (fin)$	$Pb_3 \text{ με BR}$	$Pb_3 \text{ με CS}$	$Pb_3 (fin) \text{ με BR}$	$Pb_3 (fin) \text{ με CS}$
0.05	0.01	0.1092	0.1108	0.1054	0.1065
0.06	0.012	0.1223	0.1252	0.1143	0.1159
0.07	0.014	0.1366	0.1416	0.1228	0.1249
0.08	0.016	0.1522	0.1601	0.1309	0.1334
0.09	0.018	0.1689	0.1807	0.1386	0.1415
0.10	0.020	0.1865	0.2035	0.1458	0.1491

Πίνακας 6.4: Πιθανότητες απώλειας κλήσης για την τρίτη κατηγορία κίνησης με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS χωρίς χρήση του μηχανισμού IC ( $\beta = 0$ ) για συστήματα με πεπερασμένο και άπειρο αριθμό πηγών κίνησης.





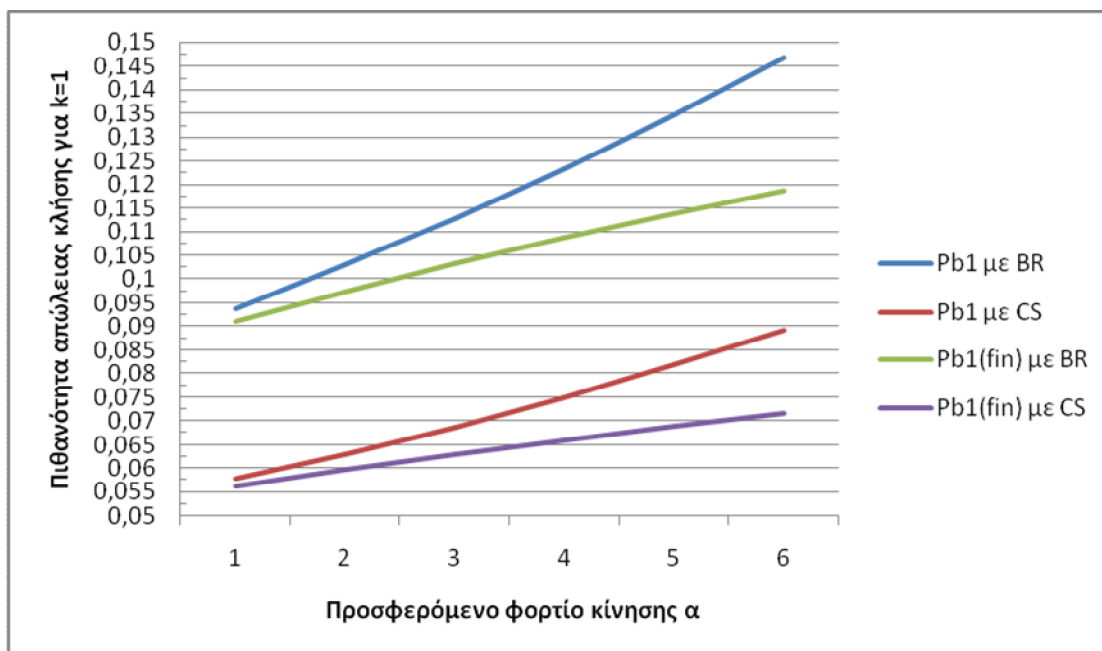
**Σχήμα 6.4:** Διάγραμμα μεταβολής της πιθανότητας απώλειας κλήσης για την τρίτη κατηγορία κίνησης χωρίς χρήση του μηχανισμού IC ( $\beta=0$ ) με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS για συστήματα απωλειών με άπειρο και πεπερασμένο αριθμό πηγών κίνησης.

Συμπεραίνουμε πως και για τις τρεις κατηγορίες κίνησης, η πιθανότητα απώλειας κλήσης είναι μεγαλύτερη όταν πρόκειται για σύστημα απωλειών με πεπερασμένο αριθμό πηγών κίνησης.

Στους πίνακες 6.5-6.7 που ακολουθούν, καθώς και στα διαγράμματα 6.5-6.7, απεικονίζονται οι αντίστοιχες μεταβολές των πιθανοτήτων απώλειας κλήσης των εν λόγω κατηγοριών κίνησης, για την περίπτωση που εφαρμόζεται ο μηχανισμός IC ( $\beta = 0.8$ ).

$\alpha_1$	$\alpha_1 (fin)$	$Pb_1 \text{ με BR}$	$Pb_1 \text{ με CS}$	$Pb_1 (fin) \text{ με BR}$	$Pb_1 (fin) \text{ με CS}$
3.0	0.15	0.0938	0.0577	0.0911	0.0561
4.0	0.20	0.1028	0.0629	0.0973	0.0596
5.0	0.25	0.1126	0.0687	0.1031	0.0629
6.0	0.30	0.1232	0.0749	0.1086	0.0659
7.0	0.35	0.1346	0.0817	0.1138	0.0688
8.0	0.40	0.1468	0.0891	0.1186	0.0714

**Πίνακας 6.5:** Πιθανότητες απώλειας κλήσης για την πρώτη κατηγορία κίνησης με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS και χρήση του μηχανισμού IC ( $\beta = 0.8$ ) για συστήματα με πεπερασμένο και άπειρο αριθμό πηγών κίνησης.

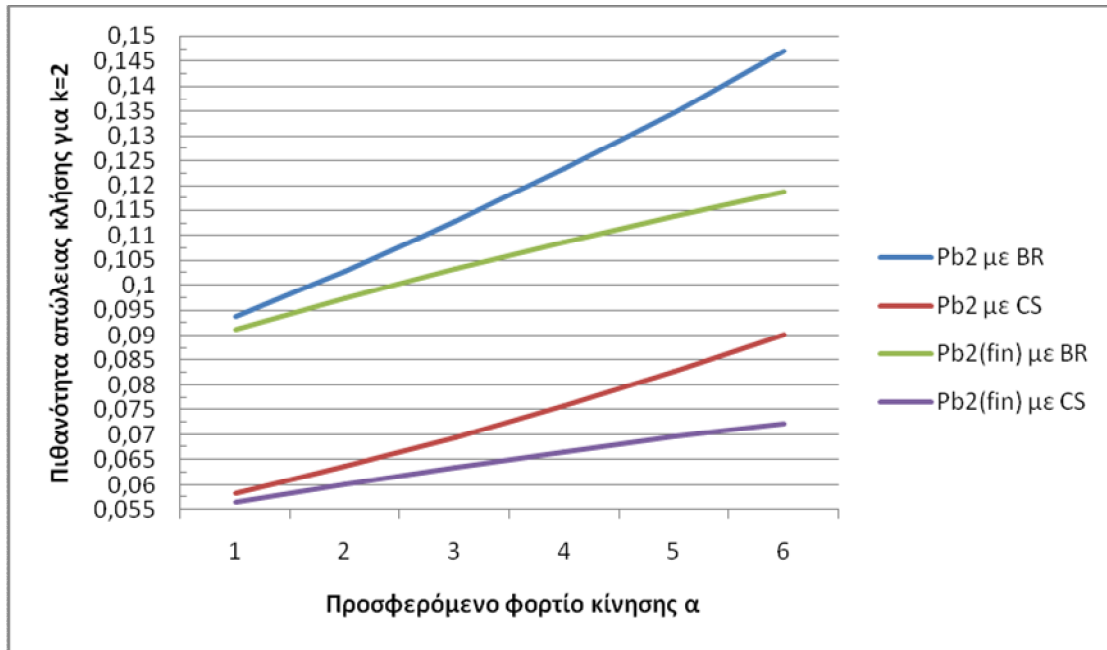


Σχήμα 6.5: Διάγραμμα μεταβολής της πιθανότητας απώλειας κλήσης για την πρώτη κατηγορία κίνησης με χρήση του μηχανισμού IC ( $\beta=0.8$ ) με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS για συστήματα απωλειών με άπειρο και πεπερασμένο αριθμό πηγών κίνησης.

Για τη δεύτερη κατηγορία κίνησης η πιθανότητα απώλειας κλήσης φαίνεται στον πίνακα που ακολουθεί και απεικονίζεται γραφικά στο αντίστοιχο διάγραμμα.

$\alpha_2$	$\alpha_2 (fin)$	$Pb_2$ με BR	$Pb_2$ με CS	$Pb_2 (fin)$ με BR	$Pb_2 (fin)$ με CS
2.0	0.20	0.0938	0.0582	0.0911	0.0566
3.0	0.30	0.1028	0.0635	0.0973	0.0601
4.0	0.40	0.1126	0.0693	0.1031	0.0635
5.0	0.50	0.1232	0.0757	0.1086	0.0666
6.0	0.60	0.1346	0.0826	0.1138	0.0695
7.0	0.70	0.1468	0.0900	0.1186	0.0722

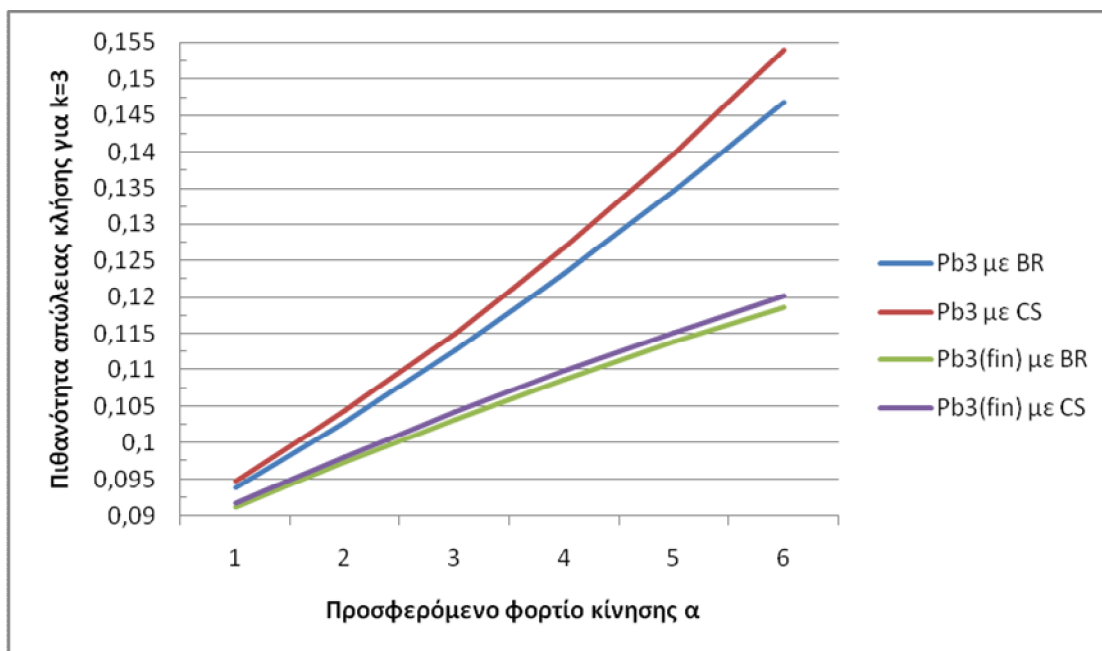
Πίνακας 6.6: Πιθανότητες απώλειας κλήσης για τη δεύτερη κατηγορία κίνησης με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS και χρήση του μηχανισμού IC ( $\beta = 0.8$ ) για συστήματα με πεπερασμένο και άπειρο αριθμό πηγών κίνησης.



Σχήμα 6.6: Διάγραμμα μεταβολής της πιθανότητας απώλειας κλήσης για τη δεύτερη κατηγορία κίνησης με χρήση του μηχανισμού IC ( $\beta=0.8$ ) με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS για συστήματα απωλειών με άπειρο και πεπερασμένο αριθμό πηγών κίνησης.

$\alpha_3$	$\alpha_3 (fin)$	$Pb_3 \text{ με BR}$	$Pb_3 \text{ με CS}$	$Pb_3 (fin) \text{ με BR}$	$Pb_3 (fin) \text{ με CS}$
0.05	0.01	0.09387	0.09468	0.09118	0.0917
0.06	0.012	0.10288	0.10431	0.09735	0.09814
0.07	0.014	0.11268	0.11490	0.10319	0.10420
0.08	0.016	0.12328	0.12674	0.10868	0.10980
0.09	0.018	0.13467	0.13970	0.11382	0.11518
0.10	0.020	0.14684	0.15394	0.11864	0.12015

Πίνακας 6.7: Πιθανότητες απώλειας κλήσης για την τρίτη κατηγορία κίνησης με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS και χρήση του μηχανισμού IC ( $\beta = 0.8$ ) για συστήματα με πεπερασμένο και άπειρο αριθμό πηγών κίνησης.



**Σχήμα 6.7: Διάγραμμα μεταβολής της πιθανότητας απώλειας κλήσης για την τρίτη κατηγορία κίνησης με χρήση του μηχανισμού IC ( $\beta=0.8$ ) με εφαρμογή των πολιτικών BR και CS για συστήματα απωλειών με άπειρο και πεπερασμένο αριθμό πηγών κίνησης.**

Η αύξηση του  $\beta$ , προκαλεί μείωση των πιθανοτήτων απώλειας κλήσης. Αυτό είναι λογικό αφού με χρήση του μηχανισμού IC μειώνονται οι παρεμβολές. Επιπλέον, η εφαρμογή της πολιτικής BR προκαλεί μείωση της πιθανότητας απώλειας κλήσης της τρίτης κατηγορίας κίνησης σε σύγκριση με τις πιθανότητες απώλειας κλήσης των δύο πρώτων κατηγοριών κίνησης που αυξάνονται λόγω της εις βάρος τους δέσμευσης εύρους ζώνης.

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ

Παράρτημα 1: Πως απλοποιούνται τα αθροίσματα στην απόδειξη του αναδρομικού τύπου των Kaufman-Roberts.

Ας γράψουμε τη σχέση (2.19) ως εξής:

$$\sum_{j=0}^C X(j) = \sum_{j=0}^C Y(j) \text{ όπου } X(j) = jq(j) \text{ και } Y(j) = \sum_{k=1}^K a_k b_k q(j - b_k)$$

Για  $C = 2$  προκύπτει:  $X(0) + X(1) = Y(0) + Y(1)$ .

Όμως, δε μπορώ να πω με σιγουριά ότι  $X(0) = Y(0)$  και  $X(1) = Y(1)$  επομένως δε μπορώ να απλοποιήσω τα αθροίσματα  $\sum_{j=0}^C$ .

Αν υπολογίσουμε το  $X(0)$  βλέπουμε ότι:  $X(0) = 0q(0) = 0$

Ομοίως, για  $K = 2$ :  $Y(0) = a_1 b_1 q(0 - b_1) + a_2 b_2 q(0 - b_2) = 0$  δεδομένου ότι  $b_1 > 0$  και  $b_2 > 0$

Άρα σίγουρα ισχύει  $X(0) = Y(0)$  κι επειδή  $X(0) + X(1) = Y(0) + Y(1)$  προκύπτει εύκολα πως  $X(1) = Y(1)$ .

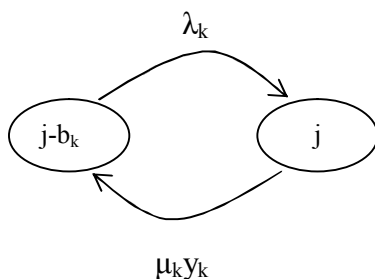
Αν θεωρήσουμε  $C = 3$  τότε:  $X(0) + X(1) + X(2) = Y(0) + Y(1) + Y(2)$  κι επειδή παραπάνω αποδείξαμε ότι  $X(0) = Y(0)$  και  $X(1) = Y(1)$ , συμπεραίνουμε πως  $X(2) = Y(2)$ .

Άρα μπορούμε να απλοποιήσουμε τα αθροίσματα, δηλαδή:

$$X(j) = Y(j) \Rightarrow jq(j) = \sum_{k=1}^K a_k b_k q(j - b_k) \Rightarrow q(j) = \frac{1}{j} \sum_{k=1}^K a_k b_k q(j - b_k).$$

## Παράρτημα 2: Απόδειξη της σχέσης (2.25)

Το διάγραμμα που ακολουθεί απεικονίζει τη μετάβαση από την κατάσταση  $j - b_k$  στην κατάσταση  $j$ .



**Σχήμα 2α: Διάγραμμα μετάβασης από την κατάσταση  $j - b_k$  στην κατάσταση  $j$ .**

Από την εξίσωση σφαιρικής ισοροπίας, προκύπτει για το παραπάνω διάγραμμα:

$$\lambda_k q(j - b_k) = \mu_k y_k(j) q(j) \Rightarrow \frac{\lambda_k}{\mu_k} q(j - b_k) = y_k(j) q(j) \Rightarrow$$

$$\alpha_k q(j - b_k) = y_k(j) q(j) \Rightarrow y_k(j) = \frac{\alpha_k q(j - b_k)}{q(j)}$$

**Παράρτημα 3: Όταν  $NR = 3dB$  τότε  $n_{UL} = 1/2$**

Γνωρίζουμε τη σχέση:

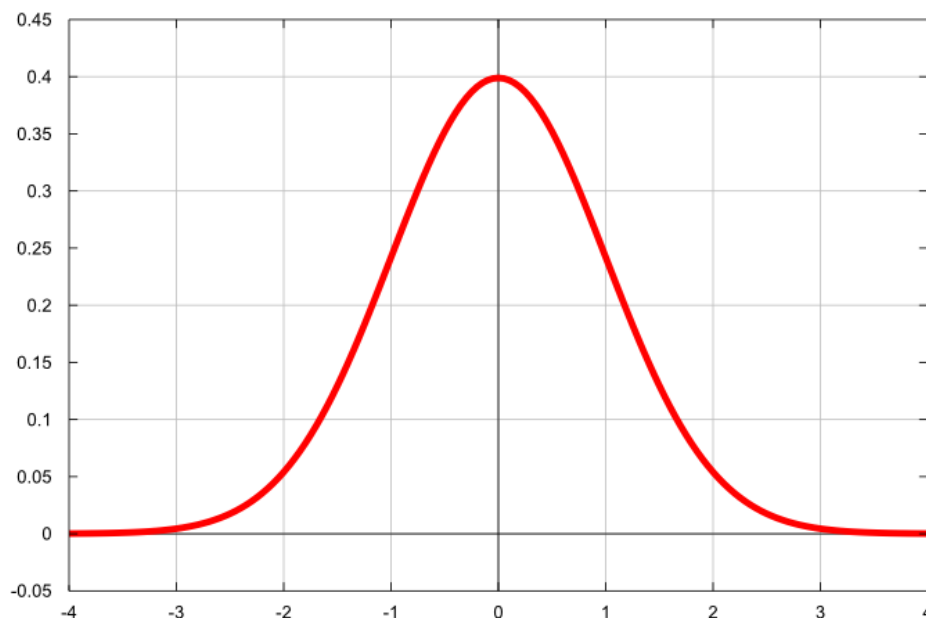
$$NR_{UL} = \left( \frac{1}{1 - n_{UL}} \right)$$

Αν  $NR = 3dB = 2$  τότε  $\frac{1}{1 - n_{UL}} = 2 \Rightarrow n_{UL} = \frac{1}{2}$

Πράγματι, η τιμή των 3dB του λόγου NR αντιστοιχεί στο 50% της χρησιμοποίησης της άνω ζεύξης του συστήματος.

#### Παράρτημα 4: Κανονική και λογάριθμο-κανονική κατανομή (normal and log-normal distribution)

Η κανονική ή Gaussian κατανομή (normal distribution) χαρακτηρίζεται από τη συμμετρική κατανομή όλων των τιμών μίας τυχαίας μεταβλητής γύρω από μία μέση τιμή, και έχει τη μορφή που φαίνεται στην παρακάτω εικόνα [52].



**Σχήμα 4α: Κανονική κατανομή [53].**

Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κανονικής κατανομής που χαρακτηρίζει μία τυχαία μεταβλητή  $X$  με παραμέτρους  $\mu$  και  $\sigma$  τη μέση τιμή και τη διακύμανση αντίστοιχα, είναι η εξής:

$$f(X) = \frac{\exp\left(\frac{-(X - \mu)^2}{2\sigma^2}\right)}{\sigma\sqrt{2\pi}} \quad (1)$$

Η αθροιστική συνάρτηση κατανομής (CDF – Cumulative distribution Function) μιας τυχαίας μεταβλητής με πραγματικές τιμές, δίνεται από τη σχέση  $CDF_X(x) = P(X \leq x)$  και εκφράζει την πιθανότητα μια τυχαία μεταβλητή  $X$  να παίρνει τιμή μικρότερη ή ίση του  $x$ .

Για την κανονική κατανομή, συνήθως συμβολίζεται με το γράμμα  $\Phi$  και είναι η παρακάτω:

$$\Phi(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad (3)$$

Εισάγοντας τη συνάρτηση σφάλματος (*erf-error function*)

$$erf(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-x}^x e^{-t^2} dt \quad (4)$$



στη σχέση (3), η CDF για την κανονική κατανομή παίρνει τη μορφή:

$$\Phi(x) = \frac{1}{2} \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{x}{\sqrt{2}} \right) \right] \quad (5)$$

Η συνάρτηση σφάλματος  $\operatorname{erf}(x)$  εκφράζει την πιθανότητα μία τυχαία μεταβλητή  $x$  με κανονική κατανομή με μέση τιμή  $\mu = 0$  και  $\sigma = \frac{1}{2}$ , να βρεθεί στο διάστημα  $[-x, x]$ . Για μία γενική κανονική κατανομή  $f$  με μέση τιμή  $\mu$  και διακύμανση  $\sigma$ , η αθροιστική συνάρτηση κατανομής είναι:

$$CDF(x) = \Phi \left( \frac{x - \mu}{\sigma} \right) = \frac{1}{2} \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{x - \mu}{\sigma \sqrt{2}} \right) \right] \quad (6)$$

Στη θεωρία πιθανοτήτων, μία log-normal κατανομή είναι μια συνεχής πιθανοτική κατανομή μιας τυχαίας μεταβλητής, της οποίας ο λογάριθμος είναι κανονικά κατανομημένος.

Αυτό σημαίνει πως οι τιμές μιας τυχαίας μεταβλητής  $X$  είναι κατανομημένες σύμφωνα με την log-normal κατανομή, τότε οι τιμές της  $Y = \log(X)$  έχουν κανονική κατανομή. Αντίστοιχα, αν οι τιμές της  $Y$  έχουν κανονική κατανομή, τότε οι τιμές της  $X = \exp(Y)$  έχουν log-normal κατανομή [54].

Μία τυχαία μεταβλητή με log-normal κατανομή, παίρνει μόνο θετικές, πραγματικές τιμές.

Για τους παραπάνω λόγους η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της log-normal κατανομής, με παραμέτρους  $\mu$  και  $\sigma$ , δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$f(x) = \frac{\exp \left\{ \frac{-[\ln(x) - M]^2}{2S^2} \right\}}{[x\sqrt{2\pi}S]}, \quad x > 0 \quad (7)$$

Να σημειωθεί πως οι παράμετροι  $M$  και  $S$  χαρακτηρίζουν την κανονική τυχαία μεταβλητή  $\log(x)$  και όχι την log-normal τυχαία μεταβλητή  $x$ .

Η αντίστοιχη CDF της log-normal κατανομής, έχει τη μορφή:

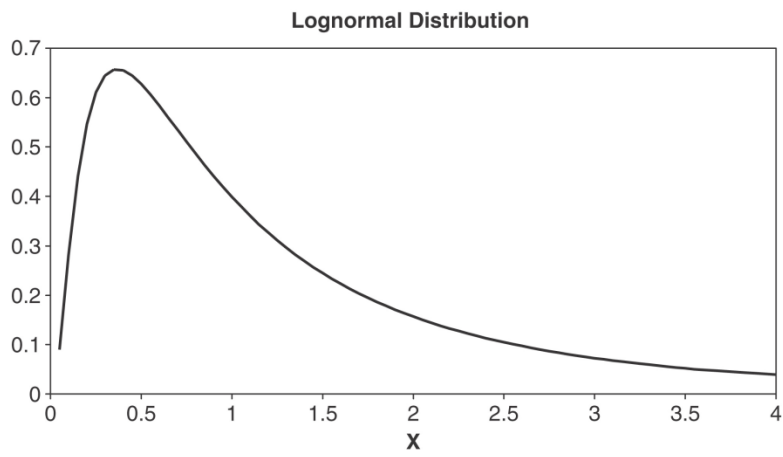
$$CDF(x) = \frac{1}{2} \left[ 1 + \left( \frac{\ln x - M}{S\sqrt{2}} \right) \right] = \Phi \left( \frac{\ln x - M}{S} \right) \quad (8)$$

όπου  $M$  και  $S$  είναι η μέση τιμή και η διακύμανση αντίστοιχα που χαρακτηρίζουν την κανονική κατανομή του λογάριθμου της τυχαίας μεταβλητής  $X$ ,  $\log(X)$  και δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$M = \ln \left( \frac{\mu^2}{\sqrt{\mu^2 + \sigma^2}} \right) \quad (9)$$

$$\text{και } S = \sqrt{\ln \left( 1 + \frac{\sigma^2}{\mu^2} \right)} \quad (10)$$

Μία log-normal κατανομή έχει τη μορφή που φαίνεται στην Εικόνα 2, μπορεί όμως να διαφοροποιηθεί ανάλογα με τις τιμές των παραμέτρων  $\mu$  και  $\sigma$ .



**Σχήμα 4β: Λογάριθμο-κανονική κατανομή[55].**

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Μ. Λογοθέτης, Θεωρία Τηλεπικοινωνιακής Κινήσεως και Εφαρμογές, Εκδόσεις Παπασωτηρίου, 2012.
2. Ι. Δ. Μοσχολιός, Σημειώσεις Μεταπτυχιακού Μαθήματος «Προχωρημένα Θέματα Δικτύων», Τμήμα Επιστήμης & Τεχνολογίας Τηλεπικοινωνιών, Πανεπιστήμιο Πελοποννήσου, Ακαδημαϊκό Έτος 2012-2013.
3. J. Kaufman, “Blocking in a shared resource environment”, IEEE Trans. Commun., 29 (10), pp. 1474-1481, October 1981.
4. J. Roberts, “A service system with heterogeneous user requirements”, in: G. Pujolle (Ed.), Performance of Data Communications systems and their applications, North Holland, Amsterdam, pp.423-431, 1981.
5. Z. Dziong and J. Roberts, “Congestion probabilities in a circuit switched integrated services network”, Performance Evaluation, vol. 7, issue 4, pp. 267-284, November 1987.
6. D. Tsang and K. Ross, “Algorithms to Determine Exact Blocking Probabilities for Multirate Tree Networks”, IEEE Trans. Commun., vol. 38, issue 8, pp. 1266-1271, August 1990.
7. J. Kaufman and K. Rege, “Blocking in a shared resource environment with batched Poisson arrival processes”, Performance Evaluation, vol. 24, issue 4, pp. 249-263, February 1996.
8. G. Stamatielos and V. Koukoulidis, “Reservation – Based Bandwidth Allocation in a Radio ATM Network”, IEEE/ACM Trans. Networking, vol. 5, pp.420-428, June 1997.
9. M. Stasiak and M. Glabowski, “A simple approximation of the link model with reservation by a one-dimensional Markov chain”, Performance Evaluation, vol. 41, pp.195–208, July 2000.
10. S. Rácz, B. Gerő, and G. Fodor, “Flow level performance analysis of a multi-service system supporting elastic and adaptive services”, Performance Evaluation, vol. 49, issues 1-4, pp. 451-469, September 2002.
11. I. Moscholios, P. Nikolaropoulos and M. Logothetis, “Call level blocking of ON-OFF traffic sources with retrials under the complete sharing policy”, Proc. of 18th ITC, Berlin, Germany, 31 August – 5 September 2003, pp. 811-820.
12. V. Vassilakis, I. Moscholios and M. Logothetis, “Evaluation of Multi-rate Loss Models for Elastic and Adaptive Services”, 12th Polish Teletraffic Symposium 2005, Poznan, Poland, 19-20 September 2005.
13. I. Moscholios, M. Logothetis, and M. Koukias, “An ON-OFF Multi-Rate Loss Model of Finite Sources”, IEICE Trans. Commun., vol. E90-B, no. 7, pp.1608-1619, July 2007.
14. Q. Huang, King-Tim Ko and V. Iversen, “Approximation of loss calculation for hierarchical networks with multiservice overflows”, IEEE Trans. Commun., vol. 56, issue 3, pp. 466-473, March 2008.
15. I. Moscholios and M. Logothetis, “The Erlang multirate loss model with Batched Poisson arrival processes under the bandwidth reservation policy”, Computer Communications, vol. 33, supplement 1, pp. S167-S179, November 2010.
16. M. Glabowski and M. D. Stasiak, “Internal Blocking Probability calculation in switching networks with additional inter-stage links and mixture of Erlang and Engset Traffic”, Image Processing & Communication, vol. 17, no. 1-2, pp. 67-80, January 2013.
17. I. Moscholios, J. Vardakas, M. Logothetis and A. Boucouvalas, “Congestion Probabilities in a Batched Poisson Multirate Loss Model Supporting Elastic and Adaptive Traffic”, Annals of Telecommunications, vol. 68, issue 5, pp. 327-344, June 2013.
18. I. Moscholios, V. Vassilakis, J. Vardakas and M. Logothetis, “Multirate Retry Loss Models Supporting Elastic Traffic of Quasi-Random Input”, accepted for publication in IEICE Information and Communication Technology Forum (ICTF), Poznan, Poland, 28-30 May 2014.
19. F. Cruz-Pérez, J. Vázquez-Ávila and L. Ortigoza-Guerrero, “Recurrent Formulas for the Multiple Fractional Channel Reservation Strategy in Multi-Service Mobile Cellular Networks”, IEEE Communications Letters, vol. 8, no. 10, pp. 629-631, October 2004.
20. V. Vassilakis, G. Kallos, I. Moscholios and M. Logothetis, “Call-Level Analysis of W-CDMA Networks Supporting Elastic Services of Finite Population”, IEEE ICC 2008, Beijing, China, 19-23 May 2008.
21. M. Logothetis, V. Vassilakis and I. Moscholios, “Call-level Performance Modeling and QoS Assessment of W-CDMA Networks”, Nova Science Publishers, New York, USA, 2009, pp. 57-90.

22. M. Glabowski, M. Stasiak, A. Wisniewski, and P. Zwierzykowski, "Blocking Probability Calculation for Cellular Systems with WCDMA Radio Interface Servicing PCT1 and PCT2 Multirate Traffic", *IEICE Trans. Commun.*, vol.E92-B, pp.1156-1165, April 2009.
23. M. Stasiak and S. Hanczewski, "A new analytical model of UMTS cell", *Image Processing & Communication*, vol. 17, no. 1-2, pp. 81-90, January 2013.
24. I. Moscholios, G. Kallos, V. Vassilakis, M. Logothetis and M. Koukias, "Congestion Probabilities in W-CDMA networks supporting calls of finite sources", *Proc. of HETNETS 2013*, Ilkley, West Yorkshire, U.K, 11-13 November 2013.
25. K. Kuppuswamy and D. Lee, "An analytic approach to efficiently computing call blocking probabilities for multiclass WDM networks", *IEEE/ACM Trans. Netw.*, vol. 17, issue 2, pp. 658-670, April 2009.
26. J. Vardakas, I. Moscholios, M. Logothetis and V. Stylianakis, "An Analytical Approach for Dynamic Wavelength Allocation in WDM-TDMA PONs Servicing ON-OFF Traffic", *IEEE/OSA Journal of Optical Commun. Netw.*, vol. 3, no. 4, pp. 347-358, April 2011.
27. N. Jara and A. Beghelli, "Blocking probability evaluation of end-to-end dynamic WDM networks", *Photonic Network Communications*, vol. 24, issue 1, pp. 29-38, August 2012.
28. J. Vardakas, I. Moscholios, M. Logothetis, and V. Stylianakis, "Blocking Performance of Multi-rate OCDMA PONs with QoS Guarantee", *Int. Journal on Advances in Telecommunications*, vol. 5, no. 3 - 4, December 2012, pp. 120-130.
29. J. Vardakas, I. Moscholios, M. Logothetis, and V. Stylianakis, "Performance Analysis of OCDMA PONs Supporting Multi-Rate Bursty Traffic", *IEEE Trans. Commun.*, vol. 61, no. 8, pp. 3374-3384, August 2013.
30. J. Vardakas, I. Moscholios, M. Logothetis and V. Stylianakis, "Performance analysis of OCDMA PON configuration supporting multirate bursty traffic with retrials and QoS differentiation", *accepted for publication in Optical Switching and Networking*, 2014.
31. G. Stamatelos and J. Hayes, "Admission control techniques with application to broadband networks", *Comput. Commun.*, vol. 17, no. 9, pp. 663-673, 1994.
32. M. Glabowski and M. Stasiak, "An approximate model of the full-availability group with multi-rate traffic and a finite source population", in *Proc. of 12<sup>th</sup> MMB&PGTS*, Dresden, Germany, pp. 195-204, Sept. 2004.
33. Μ. Ε. Θεολόγου, *Δίκτυα Κινητών και Προσωπικών Επικοινωνιών*, Εκδόσεις Τζιόλα, 2008.
34. J. Perez-Romero, O. Sallent, R. Agusti, M.A. Diaz Guerra, *Radio Resource Management in UMTS*, John Wiley & Sons Ltd, 2005.
35. H. Holma, A. Toskala, *WCDMA for UMTS-HSPA Evolution and LTE*, John Wiley and Sons, 4<sup>th</sup> edition, 2007.
36. S. Sambhwani, W. Zhang, W. Zeng. *Uplink Interference Cancellation in HSPA: Principles and Practice*, Qualcomm Inc (2009).
37. [cordis.europa.eu/infowin/acts/rus/projects/ac318.htm](http://cordis.europa.eu/infowin/acts/rus/projects/ac318.htm)
38. V. Iversen, V. Benetis, N. Ha, and S. Stepanov, "Evaluation of Multi-service CDMA Networks with Soft Blocking", *Proc. ITC Specialist Seminar*, pp. 223-227, August/September 2004.
39. C. Rosa, T. Sorensen, J. Wigard and R. Mogensen, "Interference cancellation and 4-branch antenna diversity for W-CDMA uplink packet access", *Proc. IEEE VTC 2005*, pp. 1758-1762, 30 May – 1 June 2005.
40. T. Griparis, T. Lee, "The capacity of a WCDMA Network: A case study", *Bechtel, Telecommunication Technical Journal*, vol. 3, no. 1, pp. 73-78, 2005.
41. V. Iversen, "Teletraffic Engineering and Network Planning", DTU Course 34340, Technical University of Denmark.
42. L. Popova and W. Koch, "Analytical performance evaluation of mixed services with variable data rates for the uplink of UMTS", *Proc. ISWCS'06*, Valencia, Spain, September 2006.
43. J. Roberts, "Teletraffic models for the Telecom 1 Integrated Services Network", *Proc. of ITC-10*, Montreal, Canada, 1983.
44. I. Moscholios, M. Logothetis and G. Kokkinakis, "Connection Dependent Threshold Model: A Generalization of the Erlang Multiple Rate Loss Model", *Performance Evaluation*, Vol.48, Issues 1-4, May 2002, pp. 177-200.
45. W. Bziuk, "Approximate state probabilities in large shared multirate loss systems with an application to trunk reservation", *European Transactions on Telecommunications*, vol. 16, issue 3, pp. 205-216, May/June 2005.
46. I. Moscholios and M. Logothetis, "Engset Multirate State-Dependent Loss Models with QoS Guarantee", *Int. Journal of Commun. Systems*, vol. 19, issue 1, pp. 67-93, Feb. 2006.

47. I. Moscholios, J. Vardakas, M. Logothetis and A. Boucouvalas, "A Batched Poisson Multirate Loss Model Supporting Elastic Traffic under the Bandwidth Reservation Policy", *Proc. of IEEE International Conference on Communications, ICC 2011*, Kyoto, Japan, 5-9 June 2011.
48. I. Moscholios, J. Vardakas, M. Logothetis and A. Boucouvalas, "QoS Guarantee in a Batched Poisson Multirate Loss Model Supporting Elastic and Adaptive Traffic", *Proc. of IEEE ICC 2012*, Ottawa, Canada, 10-15 June 2012.
49. V. Vassilakis, I. Moscholios and M. Logothetis, "The Extended Connection-Dependent Threshold Model for Call-level Performance Analysis of Multi-rate Loss Systems under the Bandwidth Reservation Policy", *Int. Journal of Commun. Systems*, vol. 25, issue 7, pp. 849-873, July 2012.
50. I. Moscholios, G. Kallos, M. Katsiva, V. Vassilakis and M. Logothetis, "Call Blocking Probabilities in a W-CDMA cell with interference cancellation and bandwidth reservation", accepted for publication in IEICE Information and Communication Technology Forum (ICTF), Poznan, Poland, 28-30 May 2014.
51. I. Moscholios, M. Katsiva, G. Kallos, V. Vassilakis and M. Logothetis, "Equalization of Congestion Probabilities in a W-CDMA Cell Supporting Calls of Finite Sources With Interference Cancellation", submitted for publication in IEEE-IET International Symposium on Communication Systems, Networks and Digital Signal Processing – 9<sup>th</sup> CSNDSP' 2014, Manchester, U.K., 23-25 July 2014.
52. [en.wikipedia.org/wiki/Normal\\_distribution](http://en.wikipedia.org/wiki/Normal_distribution)
53. [www.statlect.com](http://www.statlect.com)
54. [www.emeraldinsight.com](http://www.emeraldinsight.com)
55. H. Kobayashi, B. L. Mark, W. Turin, *Probability, random processes and statistical analysis*, Cambridge University Press, 2012.