



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΛΟΠΟΝΝΗΣΟΥ
ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ
ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ

**ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΠΡΟΧΩΡΗΜΕΝΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ
ΑΝΑΜΟΝΗΣ ΜΕ ΒΑΣΗ ΤΗΝ SIMSCRIPT II.5**

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΧΑΪΔΟΓΙΑΝΝΟΣ ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΣ του ΓΕΩΡΓΙΟΥ

ΦΟΙΤΗΤΗ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
«ΠΡΟΗΓΜΕΝΑ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΑ»

Επιβλέπων Καθηγητής: ΜΟΣΧΟΛΙΟΣ ΙΩΑΝΝΗΣ

ΜΑΡΤΙΟΣ 2013

αφιερώνεται
σ' αυτούς που νιώθουν
ότι οι αγωνίες,
οι κόποι και οι θυσίες τους
βρίσκουν ανταπόκριση
με τις δικές μου επιτυχίες

Πίνακας Περιεχομένων

Κατάλογος Πινάκων	3
Πρόλογος.....	5
1. Προηγμένα Μαρκοβιανά Μοντέλα Αναμονής.....	7
1.0 Εισαγωγή.....	7
1.1 Ομαδικές Αφίξεις $M^{[X]} / M / 1$	8
1.2 Ομαδικές Εξυπηρετήσεις $M / M^{[Y]} / 1$	16
1.2.1 Μοντέλο Μερικής Εξυπηρέτησης Ομάδας $M / M^{[Y]} / 1$	18
1.2.2 Μοντέλο Πλήρους Εξυπηρέτησης Ομάδας $M / M^{[Y]} / 1$	18
2. Προσομοίωση.....	21
2.0 Εισαγωγή - Δημιουργία μοντέλων προσομοίωσης.....	21
2.1 Μοντέλα προσομοίωσης	21
2.2 Κατασκευή μοντέλων προσομοίωσης.....	22
2.3 Φάσεις προσομοίωσης	23
2.4 Ανάπτυξη Μοντέλων Διακριτών Συστημάτων.....	23
2.5 Προσομοίωση γεγονότων.....	24
2.5.1 Ο διαχειριστής της προσομοίωσης γεγονότων	25
2.6 Επιλογή της γλώσσας προσομοίωσης.....	27
2.7 Ανάπτυξη προγραμμάτων προσομοίωσης στη Simscript II.5	30
3. Προσομοίωση $M^{[X]} / M / 1$ – Παραδείγματα.....	35
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.1	35
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.2	40
3.0 Μαρκοβιανό Σύστημα Αναμονής $M / M / 1$	46
4. Προσομοίωση $M / M^{[Y]} / 1$ – Παραδείγματα.....	51
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 4.1	51
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 4.2	66
Παράρτημα Α.....	81
Παράρτημα Β	87
Παράρτημα Γ	93
Παράρτημα Δ	96
Παράρτημα Ε	110
Παράρτημα ΣΤ.....	140
Παράρτημα Ζ	143
Παράρτημα Η	194
Παράρτημα Θ	197
Βιβλιογραφικές Αναφορές	200

Πρόλογος

Στην παρούσα πτυχιακή εργασία μελετώνται τα Προηγμένα Μαρκοβιανά Μοντέλα Αναμονής και πιο συγκεκριμένα τα συστήματα των ομαδικών αφίξεων $M^{[X]}/M/1$ (bulk inputs ή batch arrivals) και των ομαδικών εξυπηρετήσεων $M/M^{[Y]}/1$ (bulk services). Η πτυχιακή αυτή εργασία αποτελείται από τέσσερα κεφάλαια:

- Στο πρώτο κεφάλαιο αναλύεται η λειτουργία των προαναφερθέντων Μαρκοβιανών Μοντέλων Αναμονής, καθώς και οι δύο παραλλαγές του συστήματος ομαδικών εξυπηρετήσεων, τα *μοντέλα πλήρους και μερικής εξυπηρέτησης ομάδας*.
- Στο δεύτερο κεφάλαιο παρουσιάζεται θεωρία που αφορά τη δημιουργία μοντέλων προσομοίωσης, καθώς και συγκριτικά χαρακτηριστικά γλώσσων προσομοίωσης, προκειμένου να μπορεί να γίνει επιλογή της κατάλληλης γλώσσας προσομοίωσης. Τέλος παρουσιάζεται η μεθοδολογία που ακολουθείται για την κατασκευή μοντέλων προσομοίωσης με τη γλώσσα προσομοίωσης Simscript II.5.
- Στο τρίτο κεφάλαιο προσομοιώνεται η λειτουργία του συστήματος των ομαδικών αφίξεων $M^{[X]}/M/1$ διαμορφώνοντας το ακριβές του μοντέλο με βάση τη γλώσσα προσομοίωσης Simscript II.5. Χρησιμοποιώντας κατάλληλα παραδείγματα και εκτελώντας τα για πολλούς συνδυασμούς τιμών εξάγουμε αποτελέσματα για τις παραμέτρους απόδοσης του συστήματος αυτού. Οι μέσες τιμές από τα αποτελέσματα των εκτελέσεων των προσομοιώσεων που προκύπτουν, συγκρίνονται, με τα αντίστοιχα αποτελέσματα για τις ίδιες παραμέτρους απόδοσης του συστήματος, που έχουν εξαχθεί από το υπολογιστικό λογισμικό QtsPlus [Παράρτημα Α] το οποίο υλοποιεί με ακρίβεια τα μαθηματικά μοντέλα συστημάτων αναμονής. Στο τέλος του κεφαλαίου αυτού γίνεται αντιπαραβολή των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης του δεύτερου παραδείγματος με το μοντέλο αναμονής $M/M/1$.
- Στο τέταρτο κεφάλαιο προσομοιώνεται η λειτουργία του συστήματος των ομαδικών εξυπηρετήσεων $M/M^{[Y]}/1$ και αντίστοιχα με το τρίτο κεφάλαιο παρουσιάζονται αριθμητικά παραδείγματα του μοντέλου προσομοίωσης και γίνεται σύγκριση των αποτελεσμάτων των παραμέτρων απόδοσης με τα αντίστοιχα αποτελέσματα του μαθηματικού υπολογιστικού λογισμικού QtsPlus [Παράρτημα Ε]. Στο τέλος του κεφαλαίου αυτού γίνεται

αντιπαραβολή των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης του μοντέλου *μερικής εξυπηρέτησης ομάδας* $M/M^{[1]}/1$ με τα αντίστοιχα αποτελέσματα του μοντέλου $M/M/1$ με βάση το λογισμικό πακέτο QtsPlus.

- Τέλος στα Παραρτήματα Α έως και Θ παρουσιάζονται αναλυτικά τα αποτελέσματα της προσομοίωσης για όλα τα παραδείγματα των συστημάτων αναμονής, τα αντίστοιχα αποτελέσματα από το λογισμικό QtsPlus καθώς και οι κώδικες στη γλώσσα Simgscript II.5 με τη περιγραφή τους, όπως αυτοί χρησιμοποιήθηκαν για την προσομοίωση των εν λόγω συστημάτων αναμονής. Πιο συγκεκριμένα στο Παράρτημα Α παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του λογισμικού QtsPlus για τα παραδείγματα 3.1 και 3.2, στο Παράρτημα Β παρουσιάζεται ο κώδικας σε Simgscript II.5 για το μοντέλο των ομαδικών αφίξεων και τα παραδείγματα (3.1 & 3.2) που το επαληθεύουν. Στο Παράρτημα Γ παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του λογισμικού QtsPlus για το παράδειγμα του μοντέλου αναμονής $M/M/1$ που περιγράφεται στη παράγραφο 3.0. Στο Παράρτημα Δ παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της προσομοίωσης και τα γραφήματα που προκύπτουν για τα παραδείγματα 3.1 και 3.2. Στο Παράρτημα Ε παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του λογισμικού QtsPlus για τα παραδείγματα 4.1 (Full Batch) και 4.2 (Partial Batch). Στο Παράρτημα ΣΤ παρουσιάζεται ο κώδικας σε Simgscript II.5 για το μοντέλο *πλήρους εξυπηρέτησης ομάδας* και του παραδείγματος 4.1 που το επαληθεύει. Στο Παράρτημα Ζ παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της προσομοίωσης και τα γραφήματα που προκύπτουν για τα παραδείγματα 4.1 και 4.2. Στο Παράρτημα Η παρουσιάζεται ο κώδικας σε Simgscript II.5 για το μοντέλο *μερικής εξυπηρέτησης ομάδας* και του παραδείγματος 4.2 που το επαληθεύει. Τέλος στο Παράρτημα Θ παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του λογισμικού QtsPlus για το παράδειγμα του μοντέλου αναμονής $M/M^{[1]}/1$.

Η εν λόγω πτυχιακή εκπονήθηκε στα πλαίσια του προγράμματος μεταπτυχιακών σπουδών «ΠΡΟΗΓΜΕΝΑ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΑ».

Σε αυτό το σημείο θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Ιωάννη Μοσχολιό, καταρχάς για την δυνατότητα που μου έδωσε να ασχοληθώ με ένα τόσο ενδιαφέρον θέμα πτυχιακής εργασίας, καθώς και για το χρόνο που απλόχερα μου διέθεσε, παρέχοντας μου πάντα τις απαραίτητες συμβουλές και υποδείξεις.

1. Προηγμένα Μαρκοβιανά Μοντέλα Αναμονής

1.0 Εισαγωγή

Ένα σύστημα εξυπηρέτησης ή ένα μοντέλο αναμονής (queueing system, queue model) είναι στην ουσία ένα σύστημα εισόδου εξόδου στο οποίο υπεισέρχεται η τυχαιότητα [4]. Αυτός ο ορισμός είναι πολύ γενικός και περιλαμβάνει πολλές πραγματικές καταστάσεις που παρατηρούμε στην καθημερινή ζωή, καθώς και σε περίπλοκα τεχνολογικά συστήματα.

Τα βασικά χαρακτηριστικά ενός συστήματος εξυπηρέτησης είναι η διαδικασία αφίξεων (arrival process), οι χρόνοι εξυπηρέτησης (service times), ο αριθμός των παρόχων εξυπηρέτησης-εξυπηρετητής (number of servers), το μέγεθος της ουράς αναμονής (queue length) και η πειθαρχία ουράς (queue discipline).

Εν προκειμένω τα Προηγμένα Μαρκοβιανά Μοντέλα Αναμονής στα οποία θα αναφερθούμε και θα προσεγγίσουμε τόσο υπολογιστικά όσο και προσομοιώνοντάς τα είναι τα συστήματα με **ομαδικές αφίξεις** $M^{[X]}/M/1$ (bulk input ή batch arrivals) και **ομαδικές εξυπηρετήσεις** $M/M^{[Y]}/1$ (bulk services), δύο ειδικές περιπτώσεις μαρκοβιανών συστημάτων αναμονής με ιδιαίτερο ενδιαφέρον.

Για το σύστημα αναμονής Ομαδικών Αφίξεων $M^{[X]}/M/1$ έχουμε μια διαδικασία Poisson (λ) αφίξεων **ομάδων πελατών**, όπου η κάθε αφικνούμενη ομάδα μπορεί να έχει μέγεθος X , ο χρόνος εξυπηρέτησης ανά πελάτη είναι εκθετικά κατανομημένος, χρησιμοποιούμε ένα (1) εξυπηρετητή, το μέγεθος της ουράς αναμονής είναι άπειρο και ακολουθείται πειθαρχία βάση της σειράς άφιξης (FCFS).

Τέτοιες αφίξεις συναντούμε στη καθημερινή ζωή μας σε εστιατόρια ή συστήματα παραγωγής όταν γίνονται εκφορτώσεις, ενώ στις τηλεπικοινωνίες σε οπτικά δίκτυα που χρησιμοποιούν την οπτική μεταγωγή ριπών (OBS – Optical Burst Switching).

Στο σύστημα αναμονής Ομαδικών Εξυπηρετήσεων $M/M^{[Y]}/1$ θεωρούμε ότι οι πελάτες αφικνούνται σύμφωνα με μία διαδικασία Poisson, οι χρόνοι εξυπηρέτησης ακολουθούν εκθετική κατανομή, υπάρχει ένας (1) εξυπηρετητής, οι πελάτες εξυπηρετούνται βάση σειράς άφιξης (FCFS), δεν υπάρχει περιορισμός στη χωρητικότητα αναμονής και οι πελάτες εξυπηρετούνται Y κάθε φορά (όπως τα καροτσάκια που μεταφέρουν προϊόντα σ' ένα σύστημα παραγωγής) ή με άλλα λόγια σε ένα χρόνο εξυπηρέτησης εξυπηρετείται μία **ομάδα Y πελατών**.

Για τα ανωτέρω περιγραφόμενα μοντέλα αναμονής, όπως και για κάθε μοντέλο αναμονής το πρόβλημα που τίθεται είναι να προβλέψουμε το πως αυτά θα συμπεριφέρονται, υπολογίζοντας τους παραμέτρους απόδοσης των συστημάτων.

Βασικές παράμετροι απόδοσης ενός συστήματος αναμονής είναι οι εξής:

1. Ο αριθμός πελατών (customers) που θα βρίσκονται στο σύστημα (χώρο αναμονής και χώρο εξυπηρέτησης) κατά μέσο όρο.
2. Ο μέσος χρόνος (χρόνος αναμονής και χρόνος εξυπηρέτησης) που θα περάσει στο σύστημα κατά μέσο όρο ένας πελάτης.
3. Το ποσοστό του χρόνου του που θα βρίσκεται απασχολημένος ένας εξυπηρετητής, ο οποίος χρησιμοποιείται από το εν λόγω σύστημα.

1.1 Ομαδικές Αφίξεις $M^{[X]} / M / 1$

Το σύστημα $M^{[X]} / M / 1$ μπορεί να θεωρηθεί ως ισοδύναμο ενός συστήματος αναμονής, όπου έχουμε n πελάτες που φθάνουν την ίδια στιγμή και θα εξυπηρετηθούν μεμονωμένα από έναν εξυπηρετητή σε εκθετικά καταναμημένους χρόνους. Με άλλα λόγια, το σύστημα αυτό μπορεί να θεωρηθεί ως ένα $M / M / 1$ σύστημα αναμονής, με ομαδικές αφίξεις μεγέθους n .

Σε συνέχεια των απλών υποθέσεων που ισχύουν για το $M / M / 1$, θα θεωρήσουμε τώρα, επιπλέον, της υποθέσεως ότι η ροή άφιξης διαμορφώνει μια διαδικασία Poisson και ότι ο εν λόγω αριθμός πελατών σε οποιαδήποτε ομάδα άφιξης είναι μια τυχαία μεταβλητή X . Αυτή η μεταβλητή μπορεί να πάρει την τιμή n με πιθανότητα c_n , όπου η τιμή n ορίζεται ως θετική ακέραια τιμή, $0 < n < \infty$ [1].

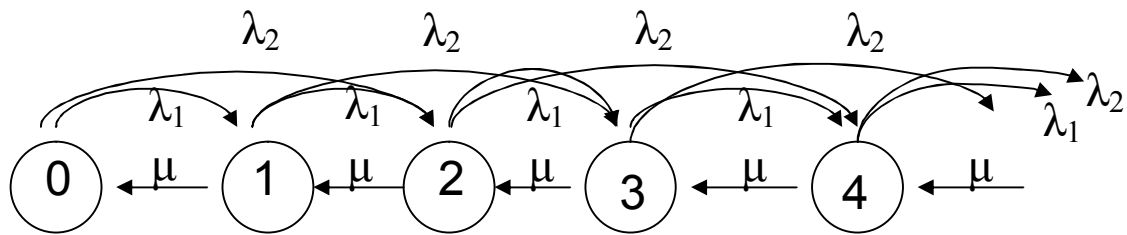
Έτσι, αυτό που προκύπτει ως «νέο» πρότυπο συστήματος αναμονής ας το ονομάσουμε $M^{[X]} / M / 1$, εξακολουθεί να είναι Μαρκοβιανό υπό την έννοια ότι η μελλοντική συμπεριφορά του είναι συνάρτηση μόνο του παρόντος και όχι του παρελθόντος.

Τώρα πιο συγκεκριμένα, αν ορίσουμε ως λ_n τη διαδικασία Poisson του ρυθμού άφιξης μιας **ομάδας πελατών** μεγέθους n , τότε είναι φανερό ότι θα έχουμε: $c_n = \lambda_n / \lambda$, όπου το λ είναι ο σύνθετος ρυθμός αφίξεων όλων των ομάδων πελατών

(batches) και ο οποίος είναι ίσος με $\sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n$.

Αυτή η συνολική διαδικασία, η οποία προκύπτει από την επικάλυψη του συνόλου διαδικασιών Poisson με ρυθμούς αφίξεων $\{\lambda_n, n=1,2,\dots\}$ είναι μία **πολλαπλή ή σύνθετη διαδικασία Poisson (multiple or compound Poisson process)**.

Στο σχήμα 1.1 που ακολουθεί, παρατηρούμε το διάγραμμα μεταπτώσεως καταστάσεων ενός $M^{[X]}/M/1$ συστήματος αναμονής, όπου στο συγκεκριμένο παράδειγμα ο αριθμός X των πελατών ανά ομάδα είναι είτε 1 είτε 2 (δηλαδή κάθε ομάδα που αφικνύεται στο σύστημα, αποτελείται είτε ένα είτε από δύο πελάτες).



Σχήμα 1.1 Διάγραμμα μεταπτώσεως καταστάσεων για δύο δείγματα $M^{[X]}/M/1$

Επίσης, από το παραπάνω διάγραμμα του σχήματος 1.1, και για τη περίπτωση των δύο (2) πελατών σε κάθε ομάδα, παρατηρούμε πως από κάθε κατάσταση n μεταβαίνουμε στη κατάσταση $n+2$, μόνο μετά από άφιξη μιας διμελούς ομάδας νέων πελατών στο σύστημα, με ρυθμό λ_2 . Επιπλέον, από μία κατάσταση n μπορούμε να πάμε στην $n-1$ με την αναχώρηση ενός πελάτη. Ο χρόνος που απαιτείται για να γίνει η μετάβαση είναι εκθετικός με παράμετρο μ . Τέλος, για το παραπάνω παράδειγμα η πιθανότητα $p_{(n)}$, το σύστημα να βρεθεί στην κατάσταση n υπολογίζεται αν λάβουμε υπόψιν τις εξής περιπτώσεις: α) το σύστημα βρίσκεται στην κατάσταση $n-1$ κατά την άφιξη μιας ομάδας πελατών με έναν μόνο πελάτη, β) το σύστημα βρίσκεται στην κατάσταση $n-2$, κατά την άφιξη μιας ομάδας πελατών με δύο πελάτες και γ) το σύστημα βρίσκεται στην κατάσταση $n+1$ και ένας πελάτης εξυπηρετείται, οπότε έχουμε μετάβαση στη κατάσταση n .

Οι εξισώσεις ισορροπίας, μιας οποιασδήποτε κατανομής αριθμού πελατών X μιας ομάδας στο σύστημα αναμονής $M^{[X]}/M/1$, είναι:

$$0 = -(\lambda + \mu) p_n + \mu p_{n+1} + \lambda \sum_{k=1}^n p_{n-k} c_k \quad (n \geq 1) \quad (1.0)$$

$$0 = -\lambda p_0 + \mu p_1$$

Ο τελευταίος όρος στην εξίσωση (1.0) προέρχεται από το γεγονός ότι ένα σύνολο n πελατών στο σύστημα μπορεί να προκύψει από την παρουσία $n-k$ πελατών στο

σύστημα που ακολουθείται από την άφιξη μίας ομάδας (batch) μεγέθους k . Για να λύσουμε το σύστημα των εξισώσεων που δίνονται από την (1.0), θα χρησιμοποιήσουμε τη προσέγγιση μιας γεννήτριας-συνάρτησης. Αντιθέτως, αντί της παραπάνω επίλυσης του προβλήματος και όταν το μέγιστο μέγεθος της ομάδας είναι μικρό, οι εξισώσεις διαφορών ως μέθοδοι επίλυσης χρησιμοποιούνται συχνά. Επίσης, δεν είναι πολύ δύσκολο θέμα να επεκτείνουμε τα αποτελέσματα αυτής της περιπτώσεως ($M^{[X]}/M/1$) στο μοντέλο $M^{[X]}/M/c$. Αυτό θα γινόταν με τον ίδιο τρόπο όπως το $M/M/1$ σύστημα αντίστοιχα επεκτείνεται στο $M/M/c$.

Για να ολοκληρώσουμε τη λύση, πρέπει πρώτα να ορίσουμε, την πιθανογεννήτρια συνάρτηση της πιθανότητας στην μόνιμη κατάσταση και την πιθανογεννήτρια του μεγέθους των αφικνούμενων ομάδων, που αποτυπώνονται ακολούθως αντίστοιχα:

$$P(z) = \sum_{n=0}^{\infty} p_n z^n \quad (|z| \leq 1)$$

και

$$C(z) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n z^n \quad (|z| \leq 1)$$

Οι πιθανότητες μεγέθους ομάδας είναι συνήθως γνωστές, οπότε η $C(z)$ μπορεί να θεωρηθεί ως άφιξη. Το ζητούμενο είναι να υπολογισθεί η πιθανογεννήτρια $P(z)$ από την $C(z)$ και από εκεί να βρούμε την άγνωστη πιθανότητα στην μόνιμη κατάσταση $\{p_n\}$.

Έτσι, πολλαπλασιάζοντας κάθε μία από τις εξισώσεις ισορροπίας (1.0) με το κατάλληλο z^n και αθροίζοντας τις προκύπτουσες εξισώσεις, βρίσκουμε ότι:

$$0 = -\lambda \sum_{n=0}^{\infty} p_n z^n - \mu \sum_{n=1}^{\infty} c_n z^n + \frac{\mu}{z} \sum_{n=0}^{\infty} p_n z^n + \lambda \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^n p_{n-k} c_k z^n \quad (1.1)$$

Παρατηρούμε ότι $\sum_{k=1}^n p_{n-k} c_k$ είναι η συνάρτηση πιθανότητας για το άθροισμα των πιθανοτήτων μόνιμης κατάστασης του συστήματος και του μεγέθους της ομάδας, δεδομένου ότι είναι μόνο ένας τύπος συνελίξεων για τις διακριτές τυχαίες μεταβλητές. Εύκολα μπορεί να αποδειχθεί ότι η γεννήτρια συνάρτηση αυτού του αθροίσματος είναι το γινόμενο των αντίστοιχων γεννητριών συναρτήσεων (μια βασική ιδιότητα όλων των γεννητριών συναρτήσεων), δηλαδή,

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^n p_{n-k} c_k z^n = \sum_{k=1}^{\infty} c_k z^k \sum_{n=k}^{\infty} p_{n-k} z^{n-k} = C(z) P(z)$$

Ως εκ τούτου η (1.1) μπορεί να γραφεί ως:

$$0 = -\lambda P(z) - \mu[P(z) - p_0] + \frac{\mu}{z}[P(z) - p_0] + \lambda C(z)P(z)$$

και έτσι:
$$P(z) = \frac{\mu p_0 (1-z)}{\mu(1-z)\lambda z[1-C(z)]} \quad (|z| \leq 1) \quad (1.2)$$

Για να προσδιορίσουμε τη πιθανότητα κενού συστήματος p_0 από την εξίσωση κανονικοποίησης $P(1) = 1$, καθώς επίσης και το μέσο αριθμό πελατών στο σύστημα L από το $P'(1)$, ξαναγράφουμε τη γεννήτρια συνάρτηση (1.2), με $r = \lambda / \mu$, ως εξής:

$$P(z) = \frac{P_0}{1 - rz\bar{C}(z)} \quad \bar{C}(z) \equiv \frac{1 - C(z)}{1 - z}$$

Έπειτα, έχουμε:
$$\sum_{n=0}^{\infty} p_n = 1 \Rightarrow P(1) = 1 \Rightarrow P(1) = \frac{P_0}{1 - r\bar{C}(1)}$$

και:
$$L = P'(1) = p_0 r \cdot \frac{\bar{C}(1) + \bar{C}'(1)}{(1 - r\bar{C}(1))^2}$$

Οι $\bar{C}(1)$ και $\bar{C}'(1)$ μπορούν να βρεθούν εφαρμόζοντας το κανόνα de L' Hospital στο $\bar{C}(z)$: $\bar{C}(1) = E[X]$ (μετά από μία εφαρμογή του κανόνα) και για την $\bar{C}'(1) = E[X(X-1)]/2$ (μετά από δύο εφαρμογές του κανόνα), η οποία εκφράζει το μέσο μέγεθος αφικνούμενης ομάδας. Οπότε: $p_0 = 1 - rE[X] = 1 - \rho$

και
$$L = \frac{r(E[X] + E[X^2])}{2(1-\rho)} = \frac{\rho + rE[X^2]}{2(1-\rho)} \quad (\rho = \lambda E[X] / \mu) \quad (1.3)$$

Τώρα σημειώνουμε ότι $\bar{C}(z) \equiv [1 - C(z)] / [1 - z]$ είναι η γεννήτρια συνάρτηση των αθροιστικών πιθανοτήτων μεγέθους ομάδας $\Pr\{X > n\} = 1 - C_n = \bar{C}_n$. Δεδομένου ότι $1/(1-z)$ είναι η γεννήτρια συνάρτηση του 1 και $C(z)/(1-z)$ είναι η γεννήτρια συνάρτηση των αθροιστικών πιθανοτήτων C_n , κάτι το οποίο μπορεί να φανεί πιο κάτω παρατηρώντας ότι:

$$\sum_{n=1}^{\infty} C_n z^n = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sum_{i=1}^{\infty} c_i \right) z^n = \sum_{i=1}^{\infty} \left(c_i z^i \sum_{n=1}^{\infty} z^{n-i} \right) = \left(\sum_{i=1}^{\infty} c_i z^i \right) \frac{1}{1-z}$$

Όπως αναμένεται, $\rho < 1$ είναι η ικανή και αναγκαία συνθήκη για να μπορεί να υπάρξει κατάσταση ισορροπίας. Επιπλέον, πρέπει να αναφέρουμε ότι οι βασικές σχέσεις που ισχύουν για τις παραμέτρους απόδοσης ενός $M/M/1$ συστήματος είναι [6]:

$$(\text{αριθμός εξυπηρετούμενων πελατών}) L_s = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$(\text{αριθμός πελατών στην ουρά}) L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} = L - L_s$$

$$(\text{συνολικός αριθμός πελατών στο σύστημα}) L = L_q + L_s = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$$

$$\rho = \frac{\lambda}{s \times \mu} = \frac{\lambda}{1 \times \mu} = \frac{\lambda}{\mu} \quad \text{και} \quad p_0 = 1 - \rho = 1 - \frac{\lambda}{\mu}$$

$$(\text{χρόνος αναμονής στην ουρά}) W_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$(\text{χρόνος παραμονής στο σύστημα}) W = W_q + \frac{1}{\mu} = \frac{L}{\lambda} = \frac{1}{\mu - \lambda}$$

Δηλαδή οι υπόλοιπες παράμετροι απόδοσης του συστήματος μπορούν να βρεθούν με τη χρησιμοποίηση των αποτελεσμάτων του μονού-εξυπηρετητή όπου $L_q = L - L_s = L - \frac{\lambda}{\mu} = L - (1 - p_0) = L - \rho$ και εν συνεχεία χρησιμοποιώντας τους τύπους που προκύπτουν από το νόμο του Little $L = \lambda \cdot W$. Οι μεμονωμένες πιθανότητες κατανομής $\{p_n\}$ μπορούν συχνά επίσης να ληφθούν από την άμεση αντιστροφή της γεννήτριας συνάρτησης (1.2).

Ακολουθούν δύο χρήσιμα παραδείγματα όπου τα μεγέθη των ομάδων είτε είναι σταθερά (κάθε ένα μεγέθους K) ή ακολουθούν τη γεωμετρική κατανομή.

Παράδειγμα 1.1

Έχουμε τη περίπτωση όπου η μεταβλητή X παίρνει τη σταθερή τιμή K . Δηλαδή, το μέγεθος της ομάδας είναι K . Τότε ο τύπος για το μέσο αριθμό πελατών συνολικά στο σύστημα απλοποιείται και γίνεται:

$$L = \frac{\rho + K\rho}{2(1-\rho)} = \frac{K+1}{2} \frac{\rho}{1-\rho} \quad (\rho = \lambda K / \mu) \quad (1.4)$$

που είναι ακριβώς ίσο με το μέσο αριθμό πελατών συνολικά για το σύστημα του $M/M/1$ μοντέλου αναμονής πολλαπλασιασμένο με $(K+1)/2$.

Επίσης, δεδομένου ότι αυτό είναι ένα σύστημα ενός εξυπηρετητή, ισχύει ότι:

$$L_q = L - \rho = \frac{2\rho^2 + (K-1)\rho}{2(1-\rho)} \quad (1.5)$$

Η αντιστροφή του $P(z)$ για να πάρουμε την $\{p_n\}$ είναι μια λογική εργασία όταν το

K είναι μικρό (παρόμοια με το παρακάτω παράδειγμα 1.3).

Παράδειγμα 1.2

Σε αυτό το παράδειγμα η μεταβλητή X που αντιπροσωπεύει το μέγεθος της ομάδας άφιξης πελατών κάθε φορά, μεταβάλλεται γεωμετρικά. Ας υποθέσουμε ότι:

$$c_n = (1-\alpha)\alpha^{n-1} \quad (0 < \alpha < 1),$$

Προκύπτει ότι $\rho = \lambda E\{X\} / \mu = r / (1-\alpha)$,

οπότε:
$$C(z) = (1-a) \sum_{n=1}^{\infty} a^{n-1} z^n = \frac{z(1-a)}{1-az}$$

Από την (1.2)

$$\begin{aligned} P(z) &= \frac{(1-\rho)(1-z)}{1-z-rz[1-C(z)]} = \frac{(1-\rho)(1-z)}{1-z-rz[1-z(1-a)/(1-az)]} = \frac{(1-\rho)(1-az)}{1-z[a+(1-a)\rho]} \\ &= (1-\rho) \left(\frac{1}{1-z[a+(1-a)\rho]} - \frac{az}{1-z[a+(1-a)\rho]} \right) \end{aligned}$$

Επομένως, χρησιμοποιώντας τον τύπο για το άθροισμα μιας γεωμετρικής σειράς, μπορούμε να γράψουμε ότι:

$$P(z) = (1-\rho) \left(\sum_{n=0}^{\infty} \{[a+(1-a)\rho]z\}^n - \sum_{n=0}^{\infty} a[a+(1-a)\rho]^n z^{n+1} \right)$$

από όπου παίρνουμε :

$$p_n = (1-\rho) \{ [a+(1-a)\rho]^n - a[a+(1-a)\rho]^{n-1} \} = (1-\rho) [a+(1-a)\rho]^{n-1} [(1-a)\rho] \quad (n > 0)$$

Παράδειγμα 1.3

Ας θεωρήσουμε, μία γραμμή-μηχανών επεξεργασίας, πολλαπλών σταδίων, που παράγει σε ποσότητα ένα σύνολο στοιχείων. Μετά από το πρώτο στάδιο επεξεργασίας πολλά στοιχεία βρίσκονται να έχουν μία ή περισσότερες ατέλειες, οι οποίες πρέπει να επισκευαστούν προτού εισαχθούν στο δεύτερο στάδιο. Η δουλειά ενός εργαζομένου είναι να κάνει τις απαραίτητες προσαρμογές για να βάλει τα στοιχεία πίσω στη ροή της επεξεργασίας. Ο αριθμός ατελειών (ελαττωμάτων) ανά στοιχείο καταχωρείται αυτόματα, και αυτός υπερβαίνει τις δύο σε ένα εξαιρετικά μικρό αριθμό στοιχείων. Οι χρόνοι μεταξύ αφίξεων και για τις δύο μονάδες με ένα

και δύο ελαττωματικά μέρη, βρίσκεται, ότι προσδιορίζονται από εκθετικές κατανομές, με παραμέτρους $\lambda_1 = 1/hr$ και $\lambda_2 = 1/hr$, αντίστοιχα. Υπάρχουν τόσοι πολλοί διαφορετικοί τύποι μερών που έχουν βρεθεί ελαττωματικοί που μια εκθετική κατανομή πραγματικά παρέχει μία κατάλληλη προσαρμογή για την κατανομή του χρόνου εργασίας του εργαζομένου, με μέσο $1/\mu = 10 \text{ min}$. Αλλά στη συνέχεια διαπιστώνεται ότι οι ρυθμοί ατελειών έχουν αυξηθεί, αν και αυτό δεν γίνεται συνεχώς. Επομένως, αποφασίζεται να τεθεί ένα ακόμα άτομο στην εργασία, το οποίο θα επικεντρωθεί στην επισκευή εκείνων των μονάδων με δύο ατέλειες, ενώ ο αρχικός εργαζόμενος εργάζεται μόνο στη μία ατέλεια. Το πότε θα προστεθεί το επιπλέον άτομο θα αποφασιστεί βάση μιας ανάλυσης δαπανών. Τώρα υπάρχουν διάφορες εναλλακτικές δομές δαπανών διαθέσιμες, και αποφασίζεται από τη διεύθυνση ότι το αναμενόμενο κόστος του συστήματος στην επιχείρηση θα βασιστεί στο μέσο χρόνο καθυστέρησης των συναρμολογήσεων για την επιδιόρθωση, η οποία είναι άμεσα ανάλογη προς το μέσο αριθμό μονάδων στο σύστημα, L . Για να βρούμε το L στις περιπτώσεις που υπάρχουν μόνο δύο πιθανά μεγέθη ομάδων (batches), πρέπει πρώτα να σημειώσουμε ότι $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 = 3$, $r = 1/2$, $c_1 = \lambda_1 / \lambda = 1/3$, και $c_2 = \lambda_2 / \lambda = 2/3$. Κατά συνέπεια, η μέση τιμή για το μέγεθος της ομάδας και η ροπή δεύτερης τάξεως

(διασπορά) ισούνται αντίστοιχα με, $E\{X\} = \frac{1}{3} + 2 \times \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$ και

$E\{X^2\} = \frac{1}{3} + 2^2 \times \frac{2}{3} = 3$, οπότε ακολούθως ο ρυθμός χρησιμοποίησης του συστήματος

είναι: $\rho = \lambda E\{X\} / \mu = \frac{5}{6}$

και :

$$L = \frac{\rho + rE\{X^2\}}{2(1-\rho)} = \frac{\frac{5}{6} + \frac{3}{2}}{2\left(1 - \frac{5}{6}\right)} = 7$$

Αν και δεν είναι απαραίτητες για την επίλυση του παραπάνω προβλήματος, οι επιμέρους πιθανότητες των καταστάσεων μπορούν να βρεθούν από τη γεννήτρια

συνάρτηση (1.2). Έτσι λόγω του ότι $C(z) = c_1z + c_2z^2 = \frac{1}{3}z + \frac{2}{3}z^2$ θα έχουμε:

$$P(z) = \frac{\mu(1-\rho)(1-z)}{\mu(1-z) - \lambda z\left(1 - z/3 - 2z^2/3\right)} = \frac{1}{6 - 3z - 2z^2}$$

Οι ρίζες του παρονομαστή αυτής της γεννήτριας συνάρτησης είναι (με ακρίβεια τριών δεκαδικών θέσεων $(-3 \pm \sqrt{57})/4$, ή 1.137 και -2.637. Επειδή και οι δύο ρίζες

είναι μεγαλύτερες από το 1 κατά απόλυτη τιμή, συνεπάγεται η ακόλουθη ανάπτυξη των δύο όρων γραμμικών απλών κλασμάτων του $P(z)$:

$$\begin{aligned} P(z) &= \frac{1}{7.550} \left(\frac{1}{1.137 - z} + \frac{1}{2.637 + z} \right) = \\ &= \frac{1}{7.550} \left(\frac{1/1.137}{1 - z/1.137} + \frac{1/2.637}{1 + z/2.637} \right) = \\ &= \frac{1}{7.550} \left[\frac{1}{1.137} \sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{z}{2.637} \right)^n + \frac{1}{2.637} \sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{z}{2.637} \right)^n \right] \end{aligned}$$

Συνεπώς:

$$p_n = 0.116(0.880)^n + 0.050(-0.379)^n \quad (n \geq 0)$$

Τώρα, εάν C_1 είναι το κόστος ανά μονάδα χρόνου ανά αναμενόμενη επισκευή και C_2 το κόστος ενός εργαζομένου ανά μονάδα χρόνου, τότε το αναμενόμενο κόστος ανά μονάδα χρόνου C , του συστήματος ενός εξυπηρετητή είναι $C = C_1 L + C_2$. Εάν ένας δεύτερος επιδιορθωτής εγκαταστήσει τώρα ξεχωριστό κανάλι υπηρεσιών, το επιπλέον κόστος του χρόνου του χρεώνεται, επιπλέον και πάνω στο κόστος των στοιχείων στη σειρά-ουρά αναμονής. Σε αυτή την περίπτωση, έχουμε δύο ουρές αναμονής. Η μονή γραμμή θα είναι μία τυπική $M/M/1$, αλλά η διπλή όχι. Ωστόσο, μία μονή ροή Poisson στη περίπτωση της διπλής σειράς-ουράς αναμονής είναι μόνο μία ειδική περίπτωση του μοντέλου πολλαπλών Poisson ομαδικών αφίξεων με $\lambda_1=0$. Ο αναμενόμενος αριθμός απαραίτητων επισκευών στο σύστημα είναι το άθροισμα των αναμενόμενων τιμών των δύο ροών. Δεδομένου ότι η πρώτη ροή είναι μία τυπική $M/M/1$, το αναμενόμενο μήκος της είναι: $L_1 = \frac{\lambda_1 / \mu}{1 - \lambda_1 / \mu}$.

Προκειμένου να πάρουμε το αναμενόμενο μήκος της δεύτερης γραμμής, χρησιμοποιούμε την εξίσωση (1.4) με $K = 2$ και $\rho = 2\lambda_2 / \mu$, έτσι $L_2 = \frac{3\lambda_2 / \mu}{1 - 2\lambda_2 / \mu}$,

οπότε τελικώς θα έχουμε: $L = L_1 + L_2 = \frac{\lambda_1 / \mu}{1 - \lambda_1 / \mu} + \frac{3\lambda_2 / \mu}{1 - 2\lambda_2 / \mu}$

Επομένως, το νέο αναμενόμενο κόστος είναι:

$$C^* = C_1 \left(\frac{\lambda_1 / \mu}{1 - \lambda_1 / \mu} + \frac{3\lambda_2 / \mu}{1 - 2\lambda_2 / \mu} \right) + 2C_2$$

Ως εκ τούτου οποιαδήποτε απόφαση βασίζεται στο συγκριτικό μέγεθος του C και

του C^* , και ένα επιπλέον κανάλι ενεργοποιείται όταν $C^* < C$, ή

$$C_1 \left(\frac{\lambda_1 / \mu}{1 - \lambda_1 / \mu} + \frac{3\lambda_2 / \mu}{1 - 2\lambda_2 / \mu} \right) + 2C_2 < C_1 L = C_1 \left(\frac{\rho + rE[X^2]}{2(1-\rho)} \right)$$

$$= C_1 \left(\frac{\lambda_1 / \mu + 3\lambda_2 / \mu}{1 - \lambda_1 / \mu - 2\lambda_2 / \mu} \right)$$

δηλαδή,

$$C_2 < C_1 \left(\frac{\lambda_1 / \mu + 3\lambda_2 / \mu}{1 - \lambda_1 / \mu - 2\lambda_2 / \mu} - \frac{\lambda_1 / \mu}{1 - \lambda_1 / \mu} - \frac{3\lambda_2 / \mu}{1 - 2\lambda_2 / \mu} \right)$$

και αντιστοίχως αφαιρείται ένα κανάλι όταν αντιστρέφεται η ανισότητα. Χρησιμοποιώντας τις τιμές που έχουμε για τις παραμέτρους, παίρνουμε ως κριτήριο απόφασης: $C_2 < 19C_1 / 5$.

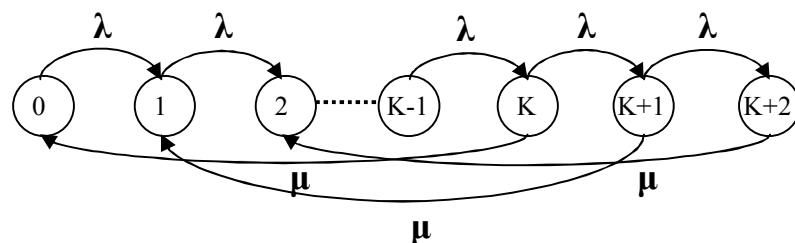
1.2 Ομαδικές Εξυπηρέτησεις $M / M^{[Y]} / 1$

Στην ενότητα αυτή μελετούμε το μοντέλο αναμονής Μαρκοβιανής ουράς, με ομαδική εξυπηρέτηση. Ειδικά για το μοντέλο αυτό, θεωρούμε ότι οι πελάτες αφικνούνται ως μία συνηθισμένη διαδικασία Poisson, οι χρόνοι εξυπηρέτησης είναι εκθετικοί, υπάρχει ένας εξυπηρετητής, οι πελάτες εξυπηρετούνται βάση σειράς άφιξης FCFS, υπάρχει άπειρη χωρητικότητα στην αναμονή, και εξυπηρετούνται K πελάτες ταυτόχρονα τη κάθε φορά.

Θεωρούμε δύο παραλλαγές αυτού του μοντέλου ομαδικών εξυπηρέτησεων. Οι διαφορές προκύπτουν από το πώς λειτουργεί το σύστημα, όταν υπάρχουν προς εξυπηρέτηση λιγότεροι από K πελάτες. Αυτά τα δύο μοντέλα τα ονομάζουμε μοντέλο πλήρους εξυπηρέτησης ομάδας (full batch model) και μοντέλο μερικής εξυπηρέτησης ομάδας (partial batch model). Στη περίπτωση του μοντέλου πλήρους εξυπηρέτησης ομάδας, ο εξυπηρετητής επεξεργάζεται ταυτόχρονα ακριβώς K πελάτες. Ενώ, αν είναι λιγότεροι από K πελάτες στο σύστημα, τότε ο εξυπηρετητής παραμένει ανενεργός μέχρι να εισαχθούν συνολικά στο σύστημα ακριβώς K πελάτες και από εκείνη τη στιγμή πλέον ο εξυπηρετητής να ξεκινήσει την ταυτόχρονη επεξεργασία τους. Ο χρόνος εξυπηρέτησης, είναι ίδιος, για κάθε πελάτη που αποτελεί μέλος της ομάδας, ακολουθεί εκθετική κατανομή με μέση τιμή $1/\mu$. Αυτό το

μοντέλο θα μπορούσε να αναπαρασταθεί, για παράδειγμα, από ένα φέρυ-μπώτ το οποίο περιμένει να επιβιβαστούν ακριβώς K αυτοκίνητα για να αναχωρήσει. Στο μοντέλο μερικής εξυπηρέτησης ομάδας, ο εξυπηρετητής επεξεργάζεται μερικώς την ομάδα μέχρι το μέγιστο αριθμό πελατών που έχει έως τότε. Δηλαδή, πάλι ο εξυπηρετητής επεξεργάζεται ταυτόχρονα K πελάτες, απλά τώρα αν τη δεδομένη στιγμή είναι λιγότεροι από K ο εξυπηρετητής θα ξεκινήσει να επεξεργάζεται ταυτόχρονα αυτούς που έχει έως εκείνη τη στιγμή. Επιπλέον, όταν υπάρχουν ήδη στον εξυπηρετητή προς επεξεργασία πελάτες, αλλά λιγότεροι από K και εκείνη τη στιγμή αφικνούνται νέοι πελάτες στο σύστημα, τότε συμπληρώνεται ο εξυπηρετητής άμεσα με κάποιους από τους νεοαφιχθέντες πελάτες έως ότου συμπληρωθεί ο αριθμός των K στο σύνολο και εν συνεχεία όλοι μαζί (K) οι πελάτες (νέοι και παλιοί) ταυτόχρονα πάλι αποδίδονται στην έξοδο του εξυπηρετητή. Το χρονικό διάστημα που απαιτείται για την εξυπηρέτηση οποιασδήποτε ομάδας είναι μια εκθετικά κατανομημένη τυχαία μεταβλητή με μέση τιμή $1/\mu$, ανεξάρτητα του εάν η ομάδα είναι ή δεν είναι πλήρους μεγέθους K . Αυτό το μοντέλο θα μπορούσε να αναπαρασταθεί, για παράδειγμα, από μια ομάδα περιηγητών σε περιοδεία στην οποία εντάσσονται και αυτοί που φθάνουν καθυστερημένα (αργοπορημένοι), αρκεί να μην ξεπεραστεί ένας μεγιστός αριθμός K και στο τέλος τελειώνουν όλοι μαζί την περιοδεία ως ομάδα. Θα αναφερόμαστε σε αυτά τα δύο μοντέλα χρησιμοποιώντας τη σημειογραφία $M / M^{[Y]} / 1$, με επιπλέον αναγνωριστικό για να καθορίζουμε αν είναι μοντέλο πλήρους εξυπηρέτησης ομάδας (full batch model) ή μοντέλο μερικής εξυπηρέτησης ομάδας (partial batch model).

Τέλος στο σχήμα 2.2 που ακολουθεί, παρατηρούμε το διάγραμμα μεταπτώσεως καταστάσεων για το $M / M^{[Y]} / 1$ σύστημα αναμονής.



Σχήμα 1.2 Διάγραμμα μεταπτώσεων για $M / M^{[Y]} / 1$ συστήματα

1.2.1 Μοντέλο Μερικής Εξυπηρέτησης Ομάδας $M / M^{[Y]} / 1$

Οι εξισώσεις ισορροπίας για τις πιθανότητες στην μόνιμη κατάσταση του αριθμού των πελατών για το εν λόγω σύστημα $M / M^{[Y]} / 1$ είναι οι εξής:

$$\begin{aligned} 0 &= -(\lambda + \mu) p_n + \mu p_{n+K} + \lambda p_{n-1} & (n \geq 1) \\ 0 &= -\lambda p_0 + \mu p_1 + \mu p_2 + \dots + \mu p_{K-1} + \mu p_K \end{aligned} \quad (1.6)$$

Η πρώτη εξίσωση (1.6) μπορεί να λυθεί χρησιμοποιώντας τους D τελεστές όπου:

$$D^l a_n = a_{n+l} \quad l \geq 0, \quad l \in \mathbb{N}$$

και να ξαναγραφεί ως:

$$[\mu D^{K+1} - (\lambda + \mu)D + \lambda] p_n = 0 \quad (n \geq 0) \quad (1.7)$$

επομένως εάν (r_1, \dots, r_{K+1}) είναι οι ρίζες του τελεστή, τότε:

$$p_n = \sum_{i=1}^{K+1} C_i r_i^n \quad (n \geq 0)$$

Αφού $\sum_{n=0}^{\infty} p_n = 1$, κάθε r_i πρέπει να είναι μικρότερο από ένα ή $C_i = 0$ για όλα τα r_i

όχι περισσότερο από ένα. Έτσι τώρα προσδιορίζουμε τον αριθμό των ριζών σε λιγότερο από μία. Από το θεώρημα του Rouché, διαπιστώνεται ότι υπάρχει μία και μόνο μία ρίζα r_0 στο $(0,1)$. Έτσι: $p_n = C r_0^n \quad (n \geq 0, \quad 0 < r_0 < 1)$

Χρησιμοποιώντας τη συνοριακή συνθήκη που $\sum p_n$ πρέπει να είναι συνολικά ένα, βρίσκουμε ότι $C = p_0 = 1 - r_0$ και συνεπώς:

$$p_n = (1 - r_0) r_0^n \quad (n \geq 0, \quad 0 < r_0 < 1) \quad (1.8)$$

Οι δείκτες απόδοσης για αυτό το μοντέλο μπορούν να υπολογισθούν με το συνηθισμένο τρόπο. Χρησιμοποιώντας το παράδειγμα του $M / M / 1$, αλλά με το r_0

να αντικαθιστά το ρ , μπορούμε να έχουμε ότι: $L = \frac{r_0}{1 - r_0} = \sum_{n=0}^{\infty} n p_n, \quad L_q = L - \frac{\lambda}{\mu}$

και $W = \frac{L}{\lambda} = \frac{r_0}{\lambda(1 - r_0)}, \quad W_q = W - \frac{1}{\mu}$

1.2.2 Μοντέλο Πλήρους Εξυπηρέτησης Ομάδας $M / M^{[Y]} / 1$

Στη περίπτωση του μοντέλου πλήρους εξυπηρέτησης ομάδας όπως αναφέραμε το μέγεθος της ομάδας πρέπει να είναι ακριβώς K , και εάν ο αριθμός των πελατών

είναι μικρότερος, ο εξυπηρετητής περιμένει μέχρι του σημείου που οι αφικνούμενοι πελάτες γίνουν K για να ξεκινήσει. Σε αυτή τη περίπτωση οι εξισώσεις ισορροπίας (1.6) πρέπει να ξαναγραφούν όπως παριστάνονται παρακάτω

$$\begin{aligned} 0 &= -(\lambda + \mu) p_n + \mu p_{n+K} + \lambda p_{n-1} & (n \geq K) \\ 0 &= -\lambda p_n + \mu p_{n+K} + \lambda p_{n-1} & (1 \leq n < K) \\ 0 &= -\lambda p_0 + \mu p_K \end{aligned} \quad (1.9)$$

Η πρώτη εξίσωση αυτής της δεύτερης προσέγγισης στην ομαδική εξυπηρέτηση είναι ίδια με αυτήν της πρώτης προσέγγισης (μοντέλο μερικής εξυπηρέτησης ομάδας).

Επομένως: $p_n = Cr_0^n$ ($n \geq K-1$, $0 < r_0 < 1$)

Ωστόσο, η εύρεση του C (και του p_0) είναι μια πιο περίπλοκη διαδικασία, δεδομένου ότι ο προηγούμενος τύπος για το p_n ισχύει μόνο για $n \geq K-1$.

Από την $0 = -\lambda p_0 + \mu p_K$ (τελευταία εξίσωση της 1.9) παίρνουμε: $p_K = \frac{\lambda}{\mu} p_0 = Cr_0^K$

και τελικώς: $C = \frac{\lambda p_0}{\mu r_0^K}$.

Για να βρούμε το p_0 τώρα, πρέπει να χρησιμοποιήσουμε τις $K-1$ εξισώσεις των άγνωστων πιθανοτήτων στην μόνιμη κατάσταση που δίνονται στην (1.9) ως:

$$0 = \mu p_{n+K} - \lambda p_n + \lambda p_{n-1} \quad (1 \leq n < K)$$

Αντικαθιστώντας το παραπάνω γεωμετρικό τύπο για p_n , όταν $n \geq K-1$, σε αυτό των $K-1$ εξισώσεων, φαίνεται ότι:

$$p_0 r_0^n = p_n - p_{n-1} \quad (1 \leq n \leq K) \quad (1.10)$$

Αυτές οι εξισώσεις μπορούν να λυθούν επαναληπτικά αρχίζοντας με $n=1$ ή μπορούμε να σημειώσουμε ότι αυτές είναι ανομοιογενείς γραμμικές διαφορικές εξισώσεις των οποίων οι λύσεις είναι:

$$p_n = C_1 + C_2 r_0^n$$

Αντικαθιστώντας άμεσα στην (1.10) σημαίνει ότι θα έχουμε $C_2 = -p_0 r_0 / (1 - r_0)$. Η συνοριακή συνθήκη στο $n=0$ συνεπάγεται ότι $C_1 = p_0 - C_2$ το οποίο μας δίνει:

$$p_n = \begin{cases} \frac{p_0 (1 - r_0^{n+1})}{1 - r_0} & (1 \leq n \leq K-1) \\ \frac{p_0 \lambda r_0^{n-K}}{\mu} & (n \geq K-1) \end{cases} \quad (1.11)$$

Για να υπολογίσουμε το p_0 χρησιμοποιούμε τη συνοριακή συνθήκη $\sum_{n=0}^{\infty} p_n = 1$ και από την εξίσωση (1.11) έχουμε,

$$p_0 = \left(1 + \sum_{n=1}^{K-1} \frac{1-r_0^{n+1}}{1-r_0} + \frac{\lambda}{\mu} \sum_{n=K}^{\infty} r_0^{n-K} \right)^{-1} =$$

$$= \left(1 + \frac{K-1}{1-r_0} - \frac{r_0^2(1-r_0^{K-1})}{(1-r_0)^2} + \frac{\lambda}{\mu(1-r_0)} \right)^{-1} = \left(\frac{\mu r_0^{K+1} - (\lambda + \mu)r_0 + \lambda + \mu K(1-r_0)}{\mu(1-r_0)^2} \right)^{-1}$$

Αλλά από τη χαρακτηριστική εξίσωση στην (1.7), ξέρουμε ότι:

$$\mu r_0^{K+1} - (\lambda + \mu)r_0 + \lambda = 0. \quad \text{Επομένως:} \quad p_0 = \frac{\mu(1-r_0)^2}{\mu K(1-r_0)} = \frac{1-r_0}{K} \quad (1.12)$$

2. Προσομοίωση

2.0 Εισαγωγή - Δημιουργία μοντέλων προσομοίωσης

Η δημιουργία μοντέλων για προσομοίωση είναι μια πειραματική μεθοδολογία, η οποία έχει ως σκοπούς [5]:

1. τη μελέτη της συμπεριφοράς ενός συστήματος,
2. τον έλεγχο υποθέσεων ή θεωριών για την παρατηρούμενη συμπεριφορά ενός συστήματος, και
3. την πρόβλεψη ή εκτίμηση της μελλοντικής συμπεριφοράς ενός συστήματος.

Η προσομοίωση μέσω των πειραματικών δοκιμών εξυπηρετεί συγκεκριμένους σκοπούς, όπου οι σημαντικότεροι είναι:

- **Εκτίμηση.** Γίνεται προσπάθεια να προσδιορισθεί πόσο καλό είναι το προτεινόμενο σύστημα, δηλαδή, πόσο καλά ανταποκρίνεται στη σχεδιάσή του, όταν κριθεί με βάση συγκεκριμένα και προκαθορισμένα κριτήρια.
- **Σύγκριση.** Συγκρίνονται διαφορετικές σχεδιάσεις του προτεινομένου συστήματος ως προς την επίτευξη συγκεκριμένης λειτουργίας. Μπορούν επίσης να συγκριθούν μεταξύ τους διαφορετικές προτεινόμενες λειτουργίες του συστήματος.
- **Πρόβλεψη.** Γίνεται μια εκτίμηση της απόδοσης του συστήματος κάτω από τις προβλεπόμενες συνθήκες λειτουργίας.
- **Ανάλυση Ευαισθησίας.** Συστήματα τα οποία εξαρτώνται από πολλούς παράγοντες ή συνθήκες δεν αντιδρούν με την ίδια ευαισθησία σε μεταβολές αυτών των παραγόντων ή συνθηκών. Καθορίζονται έτσι οι παράγοντες που επηρεάζουν περισσότερο τη λειτουργία του συστήματος.
- **Βελτιστοποίηση.** Καθορίζονται οι συνδυασμοί των παραμέτρων που οδηγούν στην καλύτερη δυνατή απόκριση του συστήματος.
- **Λειτουργικές σχέσεις.** Προσδιορίζονται οι λειτουργικές σχέσεις ανάμεσα στους σημαντικότερους παράγοντες ή συνθήκες που επηρεάζουν τη λειτουργία του συστήματος.

2.1 Μοντέλα προσομοίωσης

Τα μοντέλα προσομοίωσης είναι κυρίως αριθμητικά δυναμικά μαθηματικά μοντέλα.

Αυτό όμως που κυρίως χαρακτηρίζει τα μοντέλα προσομοίωσης είναι το γεγονός ότι τα μοντέλα αυτά δεν λύνονται, αλλά εκτελούνται, συνήθως σε ηλεκτρονικό υπολογιστή [5].

Όλα τα μοντέλα προσομοίωσης είναι περιγραφικά μοντέλα, με την έννοια ότι χρησιμοποιούνται αλγόριθμοι, υπολογιστικές μέθοδοι και διεργασίες για να περιγράψουν τη λειτουργία του συστήματος. Σχεδόν όλα τα μοντέλα προσομοίωσης αποτελούνται από κάποιο συνδυασμό των παρακάτω στοιχείων:

- Συστατικά
- Μεταβλητές
- Παραμέτρους
- Λειτουργικές σχέσεις
- Περιορισμούς
- Συναρτήσεις κριτηρίων

2.2 Κατασκευή μοντέλων προσομοίωσης

Η κατασκευή μοντέλων προσομοίωσης είναι μια δύσκολη διαδικασία γιατί πρέπει να εξισορροπήσει αντικρουόμενους παράγοντες. Αφενός το μοντέλο θα πρέπει να είναι αρκετά απλό, έτσι ώστε να μπορεί να κατασκευασθεί και να μελετηθεί, αφετέρου θα πρέπει να είναι αρκετά πολύπλοκο, έτσι ώστε να αντιπροσωπεύει όσο πιο πιστά γίνεται το σύστημα που πρόκειται να μελετηθεί [5].

Η ισορροπία αυτή μπορεί να επιτευχθεί με προσεκτική ανάλυση του μοντέλου. Αν το μοντέλο που έχει κατασκευασθεί είναι απλό και κατανοητό, τότε μπορεί να εμπλουτισθεί. Αντίθετα, αν το μοντέλο είναι πολύπλοκο και δυσνόητο, μπορεί να απλοποιηθεί. Σε κάθε περίπτωση χρησιμοποιούνται οι εξής πέντε κανόνες εμπλουτισμού ή απλοποίησης του μοντέλου:

- Αν το μοντέλο είναι απλό, ορισμένες σταθερές μετατρέπονται σε μεταβλητές ώστε να γίνει πολύπλοκο. Αντίθετα αν το μοντέλο είναι πολύπλοκο, ορισμένες μεταβλητές μετατρέπονται σε σταθερές.
- Η εξάλειψη ή συνένωση μεταβλητών απλοποιεί το μοντέλο, ενώ αντίθετα η προσθήκη μεταβλητών το εμπλουτίζει.
- Επειδή τα γραμμικά μοντέλα είναι γενικώς απλούστερα των μη γραμμικών, η παραδοχή γραμμικότητας του συστήματος απλοποιεί το μοντέλο, ενώ αντίθετα η παραδοχή μη γραμμικότητας το εμπλουτίζει.

- Η προσθήκη ισχυρότερων υποθέσεων και περιορισμών απλοποιεί το μοντέλο.
- Τέλος, ο περιορισμός των ορίων του συστήματος οδηγεί σε απλούστερο μοντέλο, ενώ η επέκτασή τους οδηγεί σε πιο πολύπλοκο μοντέλο.

2.3 Φάσεις προσομοίωσης

Η διαδικασία της προσομοίωσης αποτελείται από τρεις διακριτές φάσεις:

1. την **κατασκευή του μοντέλου** προσομοίωσης,
2. την **εκτέλεση** ή τρέξιμο του μοντέλου και
3. την **ανάλυση των αποτελεσμάτων** της προσομοίωσης.

Η κατασκευή του μοντέλου αποτελεί ίσως το πιο σημαντικό βήμα για την προσομοίωση του συστήματος, επειδή η ποιότητα και αξιοπιστία του καθορίζουν και την αξιοπιστία της προσομοίωσης. Τα μοντέλα συνεχών συστημάτων λύνονται συνήθως με αναλυτικές μεθόδους, ενώ για τα διακριτά συστήματα χρησιμοποιείται συνήθως η προσομοίωση [5].

Θα πρέπει να σημειώσουμε ότι ο χρόνος που χρησιμοποιείται κατά την προσομοίωση αποτελεί μοντελοποίηση του χρόνου του συστήματος. Επομένως, ο προσομοιούμενος χρόνος δεν έχει καμία σχέση με τον πραγματικό χρόνο που παρέρχεται όταν εκτελείται η προσομοίωση.

2.4 Ανάπτυξη Μοντέλων Διακριτών Συστημάτων

Σύμφωνα με τον McDougall (1975) [10], από την άποψη του χρήστη, ορίζονται τρεις μεθοδολογίες προσομοίωσης:

Ορισμός 1: Η **προσομοίωση δραστηριοτήτων** εκτιμά το μοντέλο σε σταθερά χρονικά διαστήματα, ανεξάρτητα από τις αλλαγές που συμβαίνουν σ' αυτό.

Ορισμός 2: Η **προσομοίωση γεγονότων** εκτιμά το μοντέλο μόνον όταν αλλάζει η τιμή κάποιας παραμέτρου του μοντέλου. Το προφανές πλεονέκτημα της μεθόδου αυτής, σε σχέση με την προσομοίωση δραστηριοτήτων, είναι η αποφυγή άσκοπων εκτιμήσεων του μοντέλου.

Ορισμός 3: Η **προσομοίωση διεργασιών** προσφέρει ένα υψηλότερο επίπεδο άποψης του συστήματος, επιτρέποντας στον σχεδιαστή να μοντελοποιεί κάθε επί μέρους τμήμα του μοντέλου, ανεξάρτητα από τα άλλα. Τα γεγονότα που είναι εσωτερικά σε κάθε τμήμα απομονώνονται από τα γεγονότα που συμβαίνουν σε άλλα τμήματα του

μοντέλου.

Το κοινό χαρακτηριστικό των τριών αυτών μεθοδολογιών είναι ότι δημιουργούν προγράμματα προσομοίωσης τα οποία έχουν μια ιεραρχική δομή τριών επιπέδων[3]:

Επίπεδο 1: Διαχειριστής (πρόγραμμα ελέγχου),

Επίπεδο 2: Λειτουργίες,

Επίπεδο 3: Λεπτομερείς ρουτίνες.

2.5 Προσομοίωση γεγονότων

Η μεθοδολογία αυτή παρουσιάστηκε για πρώτη φορά από τον Markowitz το 1962 [13] κατά την ανάπτυξη της γλώσσας προσομοίωσης SIMSCRIPT. Η προσομοίωση γεγονότων είναι η πλέον διαδομένη μεθοδολογία στις Ηνωμένες Πολιτείες σε αντίθεση με την Ευρώπη, όπου περισσότερο διαδεδομένες μεθοδολογίες είναι η προσομοίωση δραστηριοτήτων και η προσομοίωση διεργασιών.

Το κύριο στοιχείο αυτής της μεθοδολογίας είναι ο ορισμός και η χρονοδρομολόγηση των γεγονότων του μοντέλου. Τα γεγονότα που μπορεί να συμβούν χωρίζονται σε δύο κατηγορίες: τα ανεξάρτητα και τα εξαρτημένα ή υπό συνθήκη γεγονότα.

- Ως **ανεξάρτητο** ονομάζουμε το γεγονός, που πρόκειται να συμβεί σε κάποια προκαθορισμένη χρονική στιγμή, ανεξάρτητα εάν θα συμβεί η εμφάνιση άλλων γεγονότων.
- Ως **εξαρτημένο** ονομάζουμε το γεγονός που πραγματοποιείται όταν εμφανιστεί κάποιο άλλο ανεξάρτητο ή εξαρτημένο γεγονός.

Πρέπει να αναφερθεί ότι τα ανεξάρτητα γεγονότα δεν είναι αναγκαίο να προκαθορίζονται επακριβώς από το μοντέλο ή να είναι γνωστά πριν αρχίσει η προσομοίωση. Είναι αρκετό να εξαρτώνται μόνο από το χρόνο, ο οποίος τις περισσότερες φορές υπολογίζεται από την εκτέλεση ενός άλλου γεγονότος.

Παράδειγμα 2.1

Ας εξετάσουμε τα γεγονότα σε ένα απλό σύστημα με μία ουρά. Πελάτες έρχονται στο σύστημα, περιμένουν στην ουρά, αρχίζει η εξυπηρέτησή τους, τελειώνει η εξυπηρέτησή τους, και αποχωρούν από το σύστημα. Ορίζουμε τα ανεξάρτητα γεγονότα:

1. Άφιξη ενός πελάτη στην ουρά.
2. Τέλος εξυπηρέτησης ενός πελάτη.

Σε σχέση με τα ανεξάρτητα γεγονότα, ορίζονται και δύο εξαρτημένα γεγονότα: Το γεγονός της έναρξης εξυπηρέτησης ενός πελάτη και το γεγονός της αναχώρησης ενός πελάτη από το σύστημα. Το γεγονός της αναχώρησης από το σύστημα εξαρτάται από το γεγονός του τέλους εξυπηρέτησης επειδή μόλις τελειώσει η εξυπηρέτηση κάποιου πελάτη (ανεξάρτητο γεγονός), ο πελάτης αυτός φεύγει από το σύστημα (εξαρτημένο γεγονός). Αντίστοιχα, και η έναρξη εξυπηρέτησης είναι εξαρτημένο γεγονός γιατί εξαρτάται από άλλα γεγονότα ανάλογα με την κατάσταση του συστήματος.

Διακρίνονται δηλαδή οι εξής δύο περιπτώσεις:

3. Τελειώνει η εξυπηρέτηση κάποιου πελάτη (ανεξάρτητο γεγονός) και υπάρχει πελάτης που περιμένει στην ουρά (κατάσταση του συστήματος). Στην περίπτωση αυτή συμβαίνει αμέσως το γεγονός της έναρξης εξυπηρέτησης, εξαρτώμενο από το γεγονός του τέλους εξυπηρέτησης.
4. Έρχεται κάποιος πελάτης στο σύστημα (ανεξάρτητο γεγονός) και δεν υπάρχει άλλος πελάτης στο σύστημα (κατάσταση του συστήματος). Στην περίπτωση αυτή συμβαίνει αμέσως το γεγονός της έναρξης εξυπηρέτησης εξαρτώμενο από το γεγονός της άφιξης του πελάτη.

Είναι φανερό, ότι τα ανεξάρτητα γεγονότα δρομολογούνται να συμβούν σε κάποια δεδομένη χρονική στιγμή και συμβαίνουν μόλις φθάσει η χρονική αυτή στιγμή, ενώ τα εξαρτημένα γεγονότα συμβαίνουν αμέσως μόλις συμβεί κάποιο άλλο γεγονός.

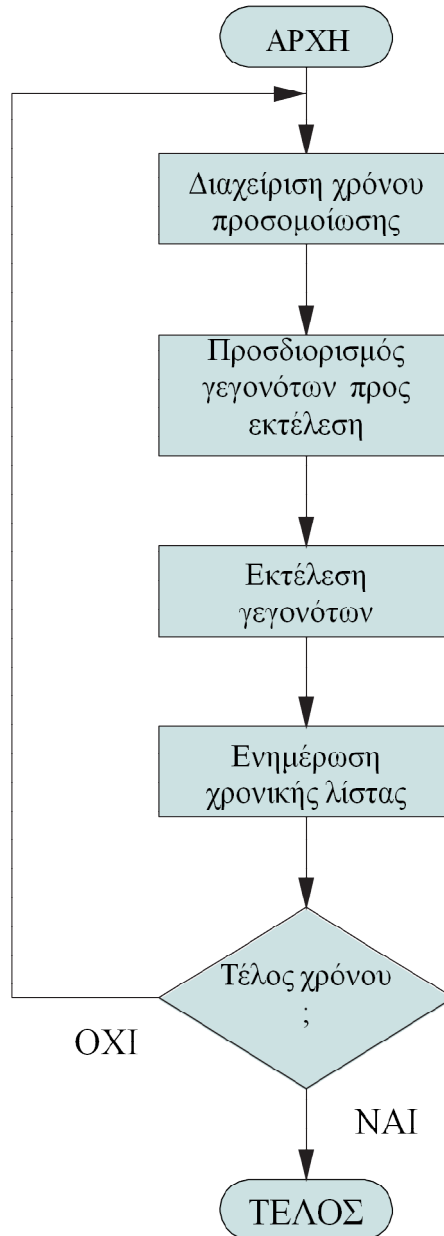
2.5.1 Ο διαχειριστής της προσομοίωσης γεγονότων

Κατά την προσομοίωση γεγονότων, ο διαχειριστής είναι υπεύθυνος κυρίως για τρεις λειτουργίες [5]:

1. τον έλεγχο του χρόνου,
2. τον προσδιορισμό των γεγονότων, και
3. την εκτέλεση των γεγονότων

Ο έλεγχος του χρόνου γίνεται μέσω του ρολογιού προσομοίωσης, ενώ ο προσδιορισμός των γεγονότων προς εκτέλεση γίνεται μέσω μίας χρονικής λίστας γεγονότων στην οποία τοποθετούνται τα γεγονότα που πρόκειται να εκτελεσθούν σε κάποια μελλοντική χρονική στιγμή. Το ρολόι της προσομοίωσης δείχνει σε κάθε χρονική στιγμή το χρόνο της προσομοίωσης, ο οποίος αντιστοιχεί στα γεγονότα που εκτελούνται αυτή τη χρονική αυτή στιγμή. Ένα κάπως γενικό διάγραμμα του προγράμματος ελέγχου γεγονότων δίνεται στο Σχήμα 2.1. Η χρονική λίστα των

γεγονότων είναι μία δυναμική λίστα, η οποία περιέχει τα γεγονότα που πρόκειται να εκτελεστούν. Η εισαγωγή γεγονότων στη λίστα και η διαγραφή τους από αυτή γίνεται τόσο από το πρόγραμμα ελέγχου, όσο και από τα προγράμματα εκτέλεσης των γεγονότων, σύμφωνα με την εξής διαδικασία:



Σχήμα 2.1 Διάγραμμα του προγράμματος ελέγχου προσομοίωσης γεγονότων

- Αμέσως μόλις το πρόγραμμα ελέγχου αυξήσει το ρολόι της προσομοίωσης στη νέα του τιμή, που αντιστοιχεί στο χρόνο του αμέσως επόμενου γεγονότος που πρόκειται να εκτελεσθεί, ελέγχει τα γεγονότα της λίστας για να προσδιορίσει αυτά που πρέπει να εκτελεστούν κατά τη χρονική αυτή στιγμή. Τα γεγονότα αυτά δίνονται προς εκτέλεση στα αντίστοιχα προγράμματα και αφαιρούνται από τη χρονική λίστα γεγονότων.

- Κατά την εκτέλεση ενός γεγονότος από το πρόγραμμα εκτέλεσής του, είναι δυνατόν να προγραμματισθεί ένα άλλο γεγονός για το μέλλον. Το νέο αυτό γεγονός μπορεί να είναι είτε ανεξάρτητο είτε εξαρτημένο. Στη δεύτερη αυτή περίπτωση, ο χρόνος εκτέλεσής του είναι ο τρέχων χρόνος της προσομοίωσης. Σε κάθε περίπτωση όμως, το γεγονός εισάγεται στη χρονική λίστα γεγονότων για να εκτελεσθεί σε κάποια επόμενη επανάληψη του κύκλου του προγράμματος ελέγχου. Φυσικά, για απλούστερη και καθαρότερη δομή των προγραμμάτων προσομοίωσης, η εισαγωγή αυτή καθεαυτή γίνεται πάντα από το πρόγραμμα ελέγχου μετά από αίτηση του προγράμματος εκτέλεσης, έτσι ώστε η διαχείριση της λίστας γεγονότων να πραγματοποιείται κεντρικά.

Ο κύκλος του Σχήματος 2.1 επαναλαμβάνεται μέχρι να τελειώσει η προσομοίωση. Η διαχείριση της χρονικής λίστας γεγονότων είναι αρκετά κρίσιμη για την ταχύτητα της προσομοίωσης, ιδίως όταν το μοντέλο είναι πολύπλοκο και προγραμματίζονται πολλά γεγονότα για το μέλλον. Για το λόγο αυτό, οι σχεδιαστές των προγραμμάτων προσομοίωσης χρησιμοποιούν συνήθως χρονικά διατεταγμένες συνδεδεμένες λίστες, έτσι ώστε να είναι εύκολη, τόσο η προσθήκη και αφαίρεση γεγονότων, όσο και η αναζήτηση του επόμενου γεγονότος προς εκτέλεση. Η αναζήτηση αυτή είναι στοιχειώδης σε μία χρονικά διατεταγμένη λίστα γιατί το επόμενο γεγονός προς εκτέλεση βρίσκεται στην αρχή της λίστας.

2.6 Επιλογή της γλώσσας προσομοίωσης

Η επιλογή της κατάλληλης γλώσσας προσομοίωσης γίνεται συνήθως σε δύο επίπεδα: Το πρώτο επίπεδο αφορά την επιλογή της γλώσσας προγραμματισμού που θα αγοραστεί ή θα αποκτηθεί γενικότερα προς χρήση σε έναν οργανισμό. Το δεύτερο επίπεδο αφορά την επιλογή από τον αναλυτή της γλώσσας προσομοίωσης, που θα χρησιμοποιήσει για κάποιο συγκεκριμένο πρόβλημα μοντελοποίησης και προσομοίωσης [5]. Τα κριτήρια επιλογής είναι ελαφρώς διαφορετικά στα δύο αυτά επίπεδα. Έτσι, στο πρώτο επίπεδο, δηλαδή την επιλογή μιας γλώσσας από ολόκληρο τον οργανισμό, οι παράγοντες που πρέπει να ερευνηθούν είναι [5]:

1. Η συμβατότητα της γλώσσας προσομοίωσης με τα υπολογιστικά συστήματα που διαθέτει ο οργανισμός. Ο παράγοντας αυτός ήταν περισσότερο σημαντικός στο παρελθόν, όταν οι γλώσσες προσομοίωσης

εγκαθίσταντο σε μεγάλα υπολογιστικά συστήματα (mainframes) και επομένως έπρεπε να υπάρχει έκδοση για το συγκεκριμένο σύστημα του οργανισμού. Σήμερα που όλες σχεδόν οι γλώσσες είναι διαθέσιμες για συμβατούς με PC υπολογιστές, Apple Macintosh, ή οποιοδήποτε σύστημα UNIX, ο παράγοντας αυτός δεν είναι τόσο σημαντικός.

2. Το κόστος απόκτησης, εγκατάστασης, συντήρησης και ενημέρωσης (update) της γλώσσας. Σ' αυτό περιλαμβάνεται και το κόστος της εκπαίδευσης που προσφέρεται από την εταιρεία κατασκευής της γλώσσας προσομοίωσης.
3. Ο βαθμός υποστήριξης της γλώσσας από τον κατασκευαστή.
4. Η καταλληλότητα της γλώσσας για τα προβλήματα προσομοίωσης που παρουσιάζονται συνήθως στον οργανισμό.
5. Η προσπάθεια που πρέπει να καταβληθεί για την εκμάθηση της γλώσσας από τους αναλυτές του οργανισμού.
6. Η διαθέσιμη τεκμηρίωση της γλώσσας.
7. Η ευκολία χρήσης της γλώσσας.
8. Η αποδοτικότητα της γλώσσας σε χρόνο υπολογισμού. Το κριτήριο αυτό δεν αφορά μόνο την εγκατάσταση σε διαμοιραζόμενο σύστημα, όπου θα πρέπει να καταναλώνεται όσο το δυνατόν λιγότερη υπολογιστική ισχύς, αλλά και την εγκατάσταση σε προσωπικό σύστημα (σταθμό εργασίας ή PC), όπου τα αποτελέσματα θα πρέπει να παράγονται σε εύλογο χρονικό διάστημα.
9. Οι απαιτήσεις της γλώσσας σε μνήμη και αποθηκευτικές διατάξεις. Με τη ραγδαία όμως πτώση των τιμών της μνήμης και των αποθηκευτικών διατάξεων τα τελευταία χρόνια, ο παράγοντας αυτός δεν είναι πλέον πολύ σημαντικός.
10. Η ευελιξία της γλώσσας έτσι ώστε να μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε μεγάλη ποικιλία προβλημάτων.
11. Οι ικανότητες της γλώσσας όσον αφορά ικανότητα μοντελοποίησης, ανάλυση των αποτελεσμάτων, διαγνωστικά και έλεγχο λαθών, κτλ.
12. Τέλος, ένας σημαντικός παράγοντας που θα πρέπει να ληφθεί υπόψη είναι το αν η χρήση της γλώσσας δικαιολογεί το κόστος αγοράς και εγκατάστασης. Αν, δηλαδή, η γλώσσα πρόκειται να χρησιμοποιηθεί για την επίλυση πολλών προβλημάτων του οργανισμού, τότε δικαιολογείται και ένα υψηλό κόστος αγοράς, αφού πρόκειται να αποσβεσθεί από τις

ανθρωποώρες που θα εξοικονομηθούν από τον οργανισμό.

Η επιλογή της γλώσσας στο πρώτο επίπεδο γίνεται συνήθως από τη διοίκηση του οργανισμού με πρόταση των αναλυτών. Αντίθετα, στο δεύτερο επίπεδο, δηλαδή κατά την επιλογή της γλώσσας για ένα συγκεκριμένο πρόβλημα, η απόφαση συνήθως λαμβάνεται από τους αναλυτές που ασχολούνται με το πρόβλημα. Στην περίπτωση αυτή, οι παράγοντες που επηρεάζουν την απόφαση είναι [5]:

1. Η διαθεσιμότητα της γλώσσας. Αν, δηλαδή, η γλώσσα προσομοίωσης είναι διαθέσιμη στον οργανισμό ή όχι. Οι γλώσσες που γνωρίζει ο αναλυτής. Εδώ εφαρμόζεται ο γνωστός κανόνας: «Η καλύτερη γλώσσα προγραμματισμού είναι αυτή που γνωρίζεις».
2. Οι δυνατότητες της γλώσσας προσομοίωσης και πιο συγκεκριμένα:
 - Η άποψη της γλώσσας: γεγονότος, δραστηριότητας ή διεργασίας.
 - Η συμβατότητα με το πρόβλημα.
 - Οι δυνατότητες συλλογής δεδομένων και ανάλυσης των αποτελεσμάτων.
 - Δυνατότητα της γλώσσας για επέκταση του μοντέλου, αν χρειάζεται.
 - Παραγωγή τυχαίων αριθμών και δειγμάτων.
 - Διάγνωση λαθών και τεκμηρίωση.
 - Ικανότητα παρουσίασης των αποτελεσμάτων, ιδιαίτερα στον τελικό χρήστη των αποτελεσμάτων του μοντέλου.
 - Δυνατότητα αυτόματης τεκμηρίωσης του κώδικα. Δυνατότητες παραγωγής αναφορών.
3. Η απαιτούμενη προγραμματιστική προσπάθεια.
4. Ο απαιτούμενος χρόνος υπολογισμού.
5. Η απαιτούμενη μνήμη και αποθηκευτικές διατάξεις.
6. Η μεταφερσιμότητα του μοντέλου, αν αυτό απαιτείται.

Όνομα γλώσσας	GASP	GPSS	SIMSCRIPT	MODSIM	SIMULA
Ερμηνεία ονόματος	General Activity Simulation Program (Γενικό Πρόγραμμα Προσομοίωσης Δραστηριοτήτων)	General Purpose Simulation Language (Σύστημα Προσομοίωσης Γενικής Χρήσεως)	SIMulation SCRIPT	MODular SIMulation language	Καμία Συγκεκριμένη
Γλώσσα υλοποίησης	FORTRAN ή PL/I	Assembly	Assembly, C	C++	ALGOL

Υπολογιστικό σύστημα	Οποιοσδήποτε υπολογιστής που διαθέτει μεταγλωττιστή FORTRAN ή PL/I (σε συστήματα διαμοιρασμού χρόνου)	PC, Macintosh, πολλές πλατφόρμες UNIX και πολλά μεγάλα συστήματα διαμοιρασμού χρόνου	PC, McIntosh, πολλές πλατφόρμες UNIX και πολλά μεγάλα συστήματα διαμοιρασμού χρόνου	PC, UNIX	Τα περισσότερα μεγάλα συστήματα
Μέθοδος προγραμματισμού	Εντολή	Μπλοκ	Εντολή	Εντολή	Εντολή
Άποψη του Κόσμου	Γεγονότος	Διεργασία (Δοσοληψία)	Γεγονότος ή Διεργασίας	Γεγονότος ή Διεργασίας	Διεργασίας
Διαχείριση μνήμης	Σταθερή	Δυναμική	Δυναμική	Δυναμική	Στατική
Τύπος γλώσσας	Μεταγλωττιστής	Διερχόμενης (μεταγλωττιστής στην έκδοση GPSS/H)	Μεταγλωττιστής	Μεταγλώσσα: παράγει C++ πηγαίο κώδικα	Μεταγλωττιστής
Κόστος	Χαμηλό	Μέσο	Υψηλό	Υψηλό	Σχετικά υψηλό

Πίνακας 1 Συγκριτικά χαρακτηριστικά γλωσσών προσομοίωσης [5]

2.7 Ανάπτυξη προγραμμάτων προσομοίωσης στη *Simscrip II.5*

Κατά την ανάπτυξη προγραμμάτων με τη γλώσσα SIMSCRIPT II.5 ακολουθείται μια συγκεκριμένη διαδικασία [12]. Ο αναλυτής χρησιμοποιεί πρώτα την εφαρμογή SIMLAB για να αναπτύξει τον πηγαίο κώδικα της προσομοίωσης. Στην έκδοση για τα WINDOWS αυτό γίνεται σε ένα διαλογικό περιβάλλον με πολλαπλά παράθυρα συγγραφής του κώδικα. Ένα παράδειγμα κώδικα της SIMSCRIPT δίνεται στο Σχήμα 2.2, ενώ στο Σχήμα 2.3 φαίνεται το περιβάλλον του SIMLAB.

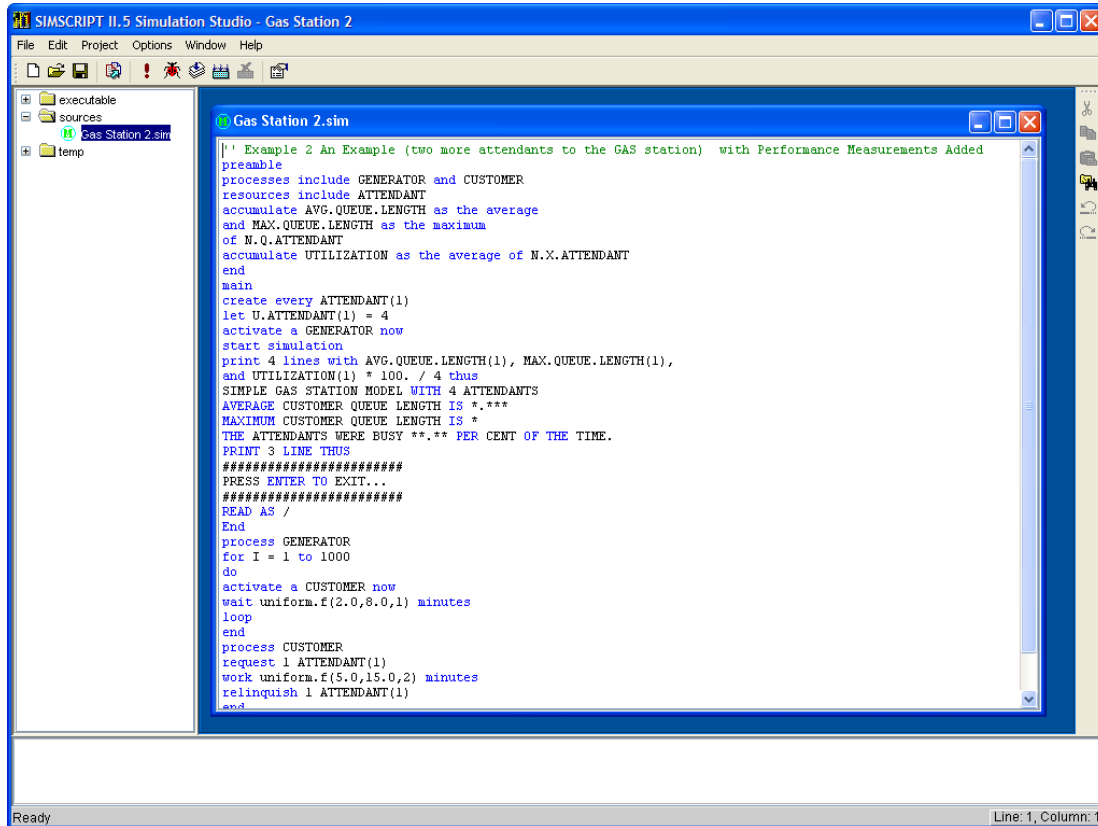
```

WORKFILE:
  preamble
    normally mode is integer
  end
main
  write as «Hello»,/
  for i = 1 to 10
  do
    list i
  loop
  write as «press Enter to exit»,/
  read as / ' ' — to wait to view the output
end

```

Σχήμα 2.2 Παράδειγμα πηγαίου κώδικα της SIMSCRIPT

Το περιβάλλον του SIMLAB περιλαμβάνει τον μεταγλωττιστή της SIMSCRIPT καθώς και πρόσβαση στις βιβλιοθήκες του SIMGRAPHICS για την ενσωμάτωση εικόνων και γραφικών στην προσομοίωση.



Σχήμα 2.3 Το περιβάλλον του SIMLAB σε Windows

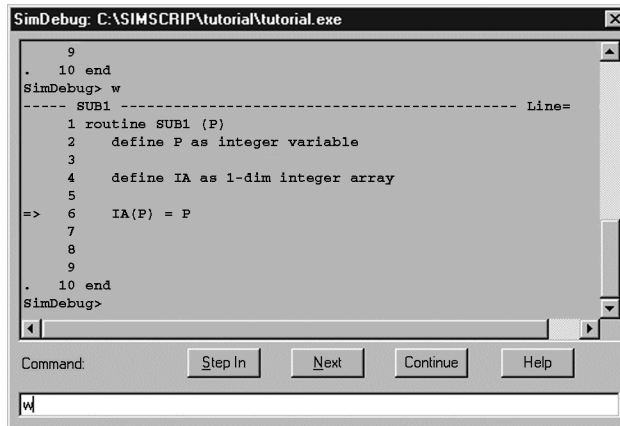
Για τη δημιουργία της τελικής εφαρμογής προσομοίωσης γίνεται πρώτα η μεταγλώττιση του πηγαίου κώδικα της SIMSCRIPT σε κώδικα C. Αυτός κατόπιν μεταφράζεται σε γλώσσα μηχανής με τη βοήθεια του μεταγλωττιστή C της Microsoft ή οποιουδήποτε άλλου επιλέξει ο χρήστης. Για τον έλεγχο των σφαλμάτων προγραμματισμού μπορεί να χρησιμοποιηθεί ο συμβολικός αποσφαλματιστής SIMDEBUG, ο οποίος είναι ενσωματωμένος στην SIMSCRIPT II.5. Ο αποσφαλματιστής αυτός τρέχει ταυτόχρονα με το πρόγραμμα προσομοίωσης και δίνει πληροφορίες για τις αλλαγές των μεταβλητών του προγράμματος, την κατάσταση των απομονωτών (buffers) εισόδου/εξόδου, κτλ. Επιτρέπει, επίσης, την εκτέλεση του προγράμματος βήμα προς βήμα, και την εισαγωγή σημείων ελέγχου του προγράμματος. Το παράθυρο του αποσφαλματιστή φαίνεται στο Σχήμα 2.4.

Αν ο αναλυτής θέλει να ενσωματώσει στην προσομοίωση του κινούμενα γραφικά, αντικείμενα και γραφική διαλογική είσοδο, μπορεί να χρησιμοποιήσει το πακέτο SIMDRAW. Η εκκίνηση του πακέτου γίνεται μέσα από το SIMLAB. Το SIMDRAW

αποτελείται από πολλές επί μέρους εφαρμογές:

Ο Συντάκτης Εικόνων (**Image Editor**) χρησιμοποιείται για την δημιουργία κινουμένων γραφικών και εικόνων.

Τα γραφικά παρουσίασης, όπως όργανα μετρήσεων, διαγράμματα, τίτλοι, ρολόγια, κτλ. δημιουργούνται με τον Συντάκτη Γραφικών (**Graph Editor**).

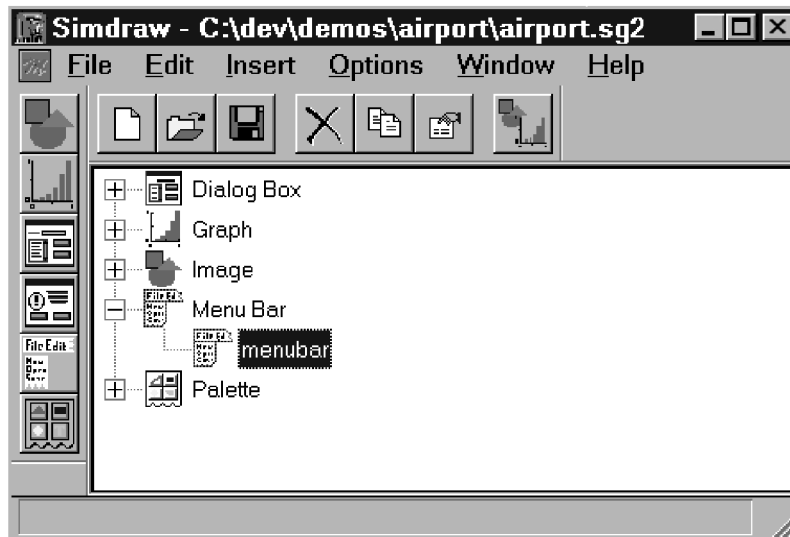


Σχήμα 2.4 Το παράθυρο του αποσφαλματιστή SIMDEBUG

Ο Συντάκτης Σελιδοποίησης (Layout Editor) χρησιμοποιείται για την τοποθέτηση πολλαπλών γραφικών και εικόνων μέσα στο ίδιο παράθυρο. Ο Συντάκτης Διαλόγων (Dialog Editor) χρησιμοποιείται για την κατασκευή διαλογικών παραθύρων για είσοδο δεδομένων ή εντολών του χρήστη κατά την προσομοίωση.

Τα μενού μπορούν να κατασκευασθούν με τη χρήση του Συντάκτη Μενού (Menu Bar Editor). Επιτρέπεται η δημιουργία ιεραρχικών μενού, όπου το ένα μενού είναι προσαρμοσμένο σε επιλογή κάποιου άλλου μενού.

Τέλος, ο αναλυτής μπορεί να δημιουργήσει τις δικές του παλέτες χρωμάτων με τη χρήση του Συντάκτη Παλετών (**Palette Editor**). Το παράθυρο του SIMDRAW φαίνεται στο Σχήμα 2.5. Με τα εργαλεία αυτά, ο αναλυτής μπορεί να κατασκευάσει ένα εξ ολοκλήρου γραφικό μοντέλο για την προσομοίωση του, στο οποίο να περιλαμβάνονται κινούμενες εικόνες για τις οντότητες του μοντέλου, διαγράμματα που ενημερώνονται δυναμικά, ανάλογα με την κατάσταση του συστήματος, δείκτες με ενδείξεις των παραμέτρων του συστήματος, κτλ. Για παράδειγμα, η προσομοίωση ενός χρυσωρυχείου μπορεί να σχεδιαστεί με τέτοιο τρόπο, ώστε να φαίνονται τα βαγονέτα και οι κυλιόμενοι ιμάντες που μεταφέρουν το μετάλλευμα, τα διαγράμματα των μετρήσεων, και οι κινούμενοι δείκτες των μετρήσεων. Η εικόνα αυτής της προσομοίωσης φαίνεται στη Σχήμα 2.6.



Σχήμα 2.5 Το παράθυρο του SIMDRAW

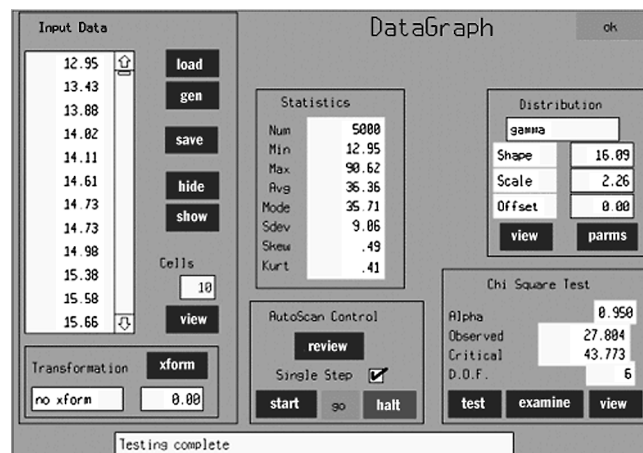
Το DATAGRAPH είναι ένα αυτοτελές εργαλείο που περιλαμβάνεται στην SIMSCRIPT II.5 και χρησιμοποιείται για την εκτίμηση εναλλακτικών κατανομών. Αν ο αναλυτής έχει συγκεντρώσει δεδομένα από μετρήσεις στο σύστημα του, μπορεί να χρησιμοποιήσει το εργαλείο αυτό για να βρει τη στατιστική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας ή τη συνάρτηση κατανομής πιθανότητας που ταιριάζει στα δεδομένα του. Η συνάρτηση αυτή μπορεί κατόπιν να χρησιμοποιηθεί για την παραγωγή τυχαίων δειγμάτων κατά την προσομοίωση.

Η εκτίμηση της στατιστικής κατανομής που ταιριάζει στα δεδομένα γίνεται, είτε με την οπτική σύγκριση δύο κατανομών ταυτόχρονα, είτε με την εξέταση του γραφικού διαγράμματος μιας κατανομής. Και στις δύο περιπτώσεις, το εργαλείο αυτό δίνει όλα τα στοιχεία που χρειάζονται για τον έλεγχο της ταυτοποίησης, όπως στατιστικά στοιχεία, έλεγχο υποθέσεων χ^2 , συσχέτιση δεδομένων, κτλ.



Σχήμα 2.6 Γραφική προσομοίωση ενός χρυσορυχείου

Το ίδιο εργαλείο μπορεί να χρησιμοποιηθεί και μετά το τέλος της προσομοίωσης, για να εκτιμηθεί η στατιστική κατανομή την οποία ακολουθούν τα αποτελέσματα της προσομοίωσης. Το παράθυρο του DATAGRAPH φαίνεται στο Σχήμα 2.7.



Σχήμα 2.7 Παράδειγμα προσαρμογής στατιστικής συνάρτησης με το DATAGRAPH

3. Προσομοίωση $M^{[X]} / M / 1$ – Παραδείγματα

Σε αυτό το κεφάλαιο θα γίνει η αποτίμηση της ακρίβειας του κώδικα Simscript για το μοντέλο προσομοίωσης των Ομαδικών Αφίξεων που περιγράφηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο (κεφάλαιο 1) μέσω της παράθεσης παραδειγμάτων και της σύγκρισης των αποτελεσμάτων τους με τα αντίστοιχα που μας δίνει το υπολογιστικό λογισμικό πακέτο QtsPlus.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.1

Όπως έχει αναφερθεί (Παράρτημα Β) για την είσοδο των δεδομένων χρησιμοποιείται εξωτερικό αρχείο. Το αρχείο εισόδου δεδομένων, με όνομα input.txt έχει την ακόλουθη μορφή:

```
MEAN.INTERARRIVAL.TIME  
MEAN.SERVICE.TIME  
SERVERS  
DELAY_ABOVE  
BATCHES  
STREAM1 STREAM2 STREAM3  
PROB1  
MODULE
```

Τα αποτελέσματα των πινάκων της προσομοίωσης προκύπτουν ως μέσος όρος 8 ξεχωριστών εκτελέσεων με συνδυασμούς διαφορετικών γεννητριών (seed numbers) STREAM1, STREAM2 και STREAM 3 των ψευδοτυχαίων αριθμών (1 2 3, 2 3 4, 3 4 5, 4 5 6, 5 6 7, 6 7 8, 7 8 9, 8 9 10). Επίσης, θεωρούμε ότι η κάθε ομάδα κλήσεων που φτάνει στο σύστημα περιέχει είτε μία είτε δύο κλήσεις. Η πιθανότητα μία ομάδα να εμπεριέχει μία κλήση είναι 33,333%, ενώ η πιθανότητα να εμπεριέχει μία ομάδα δύο κλήσεις είναι 66,667%. Κάθε πίνακας αντιπροσωπεύει διαφορετικό Ρυθμό Άφιξης των Ομάδων. Οι ρυθμοί ομαδικών αφίξεων ξεκινούν από $\lambda=0,01$ - $\lambda=0,02$ - $\lambda=0,03$ - $\lambda=0,04$ και $\lambda=0,05$ και το δείγμα των ομάδων πάνω στο οποίο γίνεται η προσομοίωση κάθε φορά και για κάθε ρυθμό ομαδικής άφιξης σε όλα τα παραδείγματα, είναι ένα εκατομμύριο ομάδες (1.000.000 batches). Τέλος, σε κάθε προσομοίωση ο μέσος χρόνος εξυπηρέτησης είναι 10 λεπτά. Οπότε στο παράδειγμα αυτό, έχοντας ως δεδομένα :

1. ότι ο μέσος χρόνος εξυπηρέτησης είναι 10 λεπτά
2. ότι η πιθανότητα μία ομάδα να εμπεριέχει μία κλήση είναι 33,333%, ενώ η

πιθανότητα μία ομάδα να εμπεριέχει δύο κλήσεις είναι 66,667%

3. ότι οι ρυθμοί ομαδικών αφίξεων ξεκινούν από $\lambda=0,01$ και φτάνουν έως και $\lambda=0,05$ αυξανόμενοι με βήμα 0,01 κάθε φορά.

Θα πρέπει να παρατηρήσουμε τις διαφορές ανάμεσα στις μέσες τιμές που προκύπτουν από τη προσομοίωση και τα αποτελέσματα του λογισμικού πακέτου QtsPlus. Τα αποτελέσματα για τους προαναφερόμενους ρυθμούς ομαδικών αφίξεων, που προκύπτουν τόσο από την εκτέλεση της προσομοίωσης όσο και από τη χρήση του λογισμικού πακέτου QtsPlus καθώς και η μεταξύ τους διαφορές στις τιμές, απεικονίζονται στους πίνακες που ακολουθούν.

Ρυθμός Ομαδικών Αφίξεων : 0,01 Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης : 10.00 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1 Ομάδες : 1000000	Μέσες Τιμές από Προσομοίωση με Simscript $\lambda=0.01$	Αποτελέσματα Λογισμικού πακέτου QtsPlus	Διαφορά QtsPlus από Προσομοίωση
Μέσο Μέγεθος Ομάδας (σε κλήσεις)	1,666355	1,666700	0,000346
Διακύμανση Μεγέθους Ομάδας	0,222341	0,222211	-0,000130
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,833374	0,833330	-0,000044
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,166419	0,166700	0,000281
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	6,798580	6,800211	0,001631
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	16,802433	16,800211	-0,002222
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	0,279868	0,280009	0,000141
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	0,113242	0,113339	0,000098

Πίνακας 1 Αποτελέσματα Προσομοίωσης - QtsPlus για $\lambda=0,01$

Ρυθμός Ομαδικών Αφίξεων : 0,02 Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης : 10.00 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1 Ομάδες : 1000000	Μέσες Τιμές από Προσομοίωση με Simscript $\lambda=0.02$	Αποτελέσματα Λογισμικού πακέτου QtsPlus	Διαφορά QtsPlus από Προσομοίωση
Μέσο Μέγεθος Ομάδας (σε κλήσεις)	1,666355	1,666700	0,000346
Διακύμανση Μεγέθους Ομάδας	0,222341	0,222211	-0,000130
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,666733	0,666660	-0,000073
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,332990	0,333300	0,000310
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	11,004255	11,000390	-0,003865
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	21,008108	21,000390	-0,007718
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	0,699836	0,700027	0,000191
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	0,366569	0,366687	0,000118

Πίνακας 2 Αποτελέσματα Προσομοίωσης - QtsPlus για $\lambda=0,02$

Ρυθμός Ομαδικών Αφίξεων : 0,03 Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης : 10.00 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1 Ομάδες : 1000000	Μέσες Τιμές από Προσομοίωση με Simsript $\lambda=0.03$	Αποτελέσματα Λογισμικού πακέτου QtsPlus	Διαφορά QtsPlus από Προσομοίωση
Μέσο Μέγεθος Ομάδας (σε κλήσεις)	1,666355	1,666700	0,000346
Διακύμανση Μεγέθους Ομάδας	0,222341	0,222211	-0,000130
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,500114	0,499990	-0,000124
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,499643	0,500000	0,000358
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	18,047990	18,000800	-0,047190
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	28,051843	28,000800	-0,051043
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	1,401734	1,400068	-0,001666
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	0,901847	0,900058	-0,001789

Πίνακας 3 Αποτελέσματα Προσομοίωσης - QtsPlus για $\lambda=0,03$

Ρυθμός Ομαδικών Αφίξεων : 0,04 Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης : 10.00 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1 Ομάδες : 1000000	Μέσες Τιμές από Προσομοίωση με Simsript $\lambda=0.04$	Αποτελέσματα Λογισμικού πακέτου QtsPlus	Διαφορά QtsPlus από Προσομοίωση
Μέσο Μέγεθος Ομάδας (σε κλήσεις)	1,666355	1,666700	0,000346
Διακύμανση Μεγέθους Ομάδας	0,222341	0,222211	-0,000130
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,333483	0,333320	-0,000163
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,666507	0,666700	0,000193
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	32,226066	32,002040	-0,224025
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	42,229919	42,002040	-0,227878
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	2,813606	2,800192	-0,013414
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	2,147089	2,133512	-0,013577

Πίνακας 4 Αποτελέσματα Προσομοίωσης - QtsPlus για $\lambda=0,04$

Ρυθμός Ομαδικών Αφίξεων : 0,05 Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης : 10.00 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1 Ομάδες : 1000000	Μέσες Τιμές από Προσομοίωση με Simsript $\lambda=0.05$	Αποτελέσματα Λογισμικού πακέτου QtsPlus	Διαφορά QtsPlus από Προσομοίωση
Μέσο Μέγεθος Ομάδας (σε κλήσεις)	1,666355	1,666700	0,000346
Διακύμανση Μεγέθους Ομάδας	0,222341	0,222211	-0,000130
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,166797	0,166650	-0,000147
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,833203	0,833400	0,000197
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	75,166281	74,009120	-1,157161
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	85,170133	84,009120	-1,161013
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	7,093172	7,000900	-0,092272
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	6,260029	6,167550	-0,092479

Πίνακας 5 Αποτελέσματα Προσομοίωσης - QtsPlus για $\lambda=0,05$

Ως πρώτο γενικό συμπέρασμα από την παρατήρηση των παραπάνω πινάκων διαπιστώνουμε ότι το λογισμικό πακέτο QtsPlus που χρησιμοποιεί τους μαθηματικούς τύπους της αναφερόμενης θεωρίας για τον υπολογισμό των παραμέτρων απόδοσης του εν λόγω συστήματος αναμονής, εξάγει ακριβή αποτελέσματα, κάτι που επαληθεύεται από τη προσομοίωση. Όπως απεικονίζεται σε όλους τους παραπάνω πίνακες τα αποτελέσματα των τιμών της προσομοίωσης και του λογισμικού QtsPlus που προκύπτουν για όλα τα ζητούμενα μεγέθη είναι πολύ κοντά μεταξύ τους. Οι ελάχιστες διαφορές μεταξύ των τιμών της προσομοίωσης και των αριθμητικών αποτελεσμάτων του QtsPlus απεικονίζονται επίσης στη τρίτη στήλη σε κάθε έναν από τους παραπάνω πίνακες.

Μία δεύτερη γενική παρατήρηση είναι ότι ο Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα είναι αυξημένος κατά 10 λεπτά από το Μέσο Χρόνο Αναμονής στην Ουρά, αντίστοιχα για όλους τους διαφορετικούς ρυθμούς ομαδικών αφίξεων.

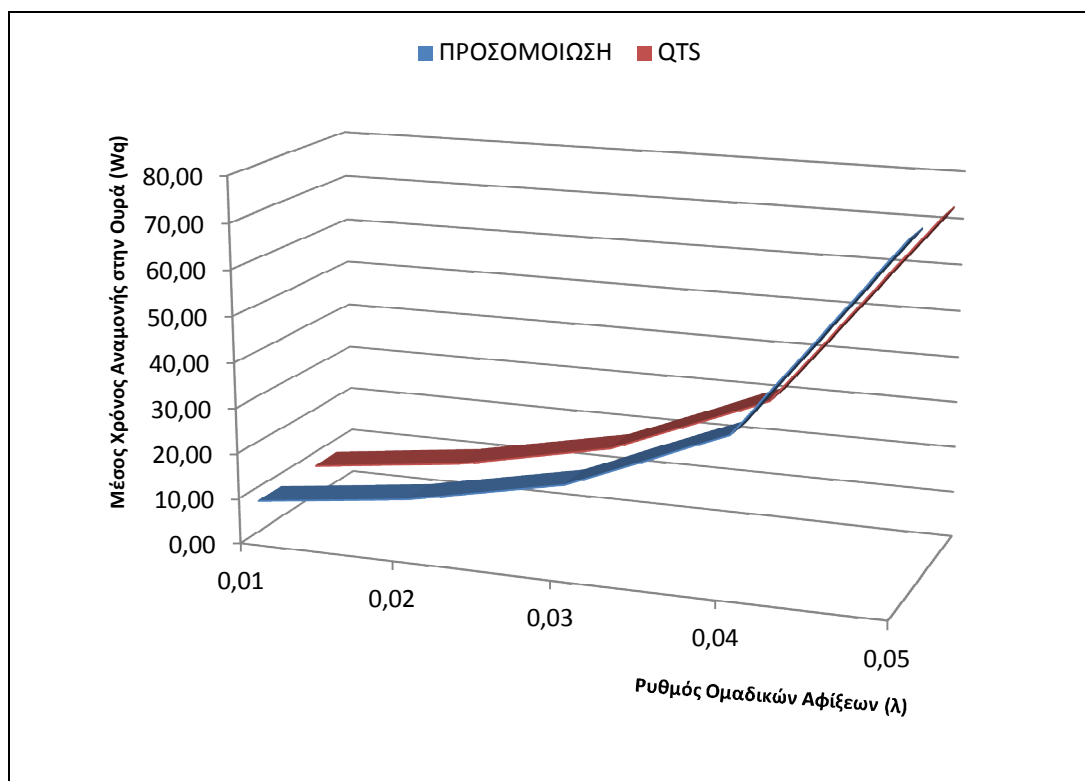
Αυτό είναι απόλυτα φυσιολογικό και συναρτάται από το γεγονός ότι ο Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης σε όλες τις περιπτώσεις είναι 10 λεπτά έτσι ώστε αν για παράδειγμα προστεθεί με το αποτέλεσμα της τιμής του Μέσου Χρόνου Αναμονής στην Ουρά βλέπουμε να μας δίνει περίπου τον Συνολικό Χρόνο Παραμονής στο Σύστημα σε κάθε περίπτωση. Έτσι αποδεικνύεται η ορθότητα των αποτελεσμάτων, μια και αυτά προέκυψαν χωρίς να προστίθεται κατά τη προσομοίωση στο χρόνο αναμονής ο χρόνος εξυπηρέτησης, αλλά ως αποτέλεσμα της σωστής προσομοίωσης.

Επιπροσθέτως, διαπιστώνουμε ότι όπως ήταν αναμενόμενο, καθώς αυξάνεται σε κάθε περίπτωση ο ρυθμός των ομαδικών αφίξεων αντίστοιχα αυξάνεται και ο Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή καθώς και όλα τα υπόλοιπα από τα μεγέθη που υπολογίζονται.

Από τους παραπάνω πέντε (5) πίνακες οι οποίοι και παρατίθενται σε πλήρη ανάπτυξη στο Παράρτημα Δ προκύπτουν επίσης κάποιοι επιπλέον πίνακες συσχετιζόμενοι κάθε φορά με τους ρυθμούς ομαδικών αφίξεων και τα διάφορα επιμέρους εξαγόμενα μεγέθη (των δεικτών-παραμέτρων απόδοσης) τόσο από τη προσομοίωση όσο και από το λογισμικό QtsPlus. Σε αυτό το σημείο και από τους πίνακες αυτούς, αξίζει ενδεικτικά να παραθέσουμε το πίνακα 6 Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, το πίνακα 7 Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, καθώς και τα αντίστοιχα γραφήματα για κάθε πίνακα.

ΡΥΘΜΟΣ ΟΜΑΔΙΚΩΝ ΑΦΙΞΕΩΝ λ	ΜΕΣΟΣ ΧΡΟΝΟΣ ΑΝΑΜΟΝΗΣ ΣΤΗΝ ΟΥΡΑ, Wq	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
0,01	6,798580	6,800211
0,02	11,004255	11,000390
0,03	18,047990	18,000800
0,04	32,226066	32,002040
0,05	75,166281	74,009120

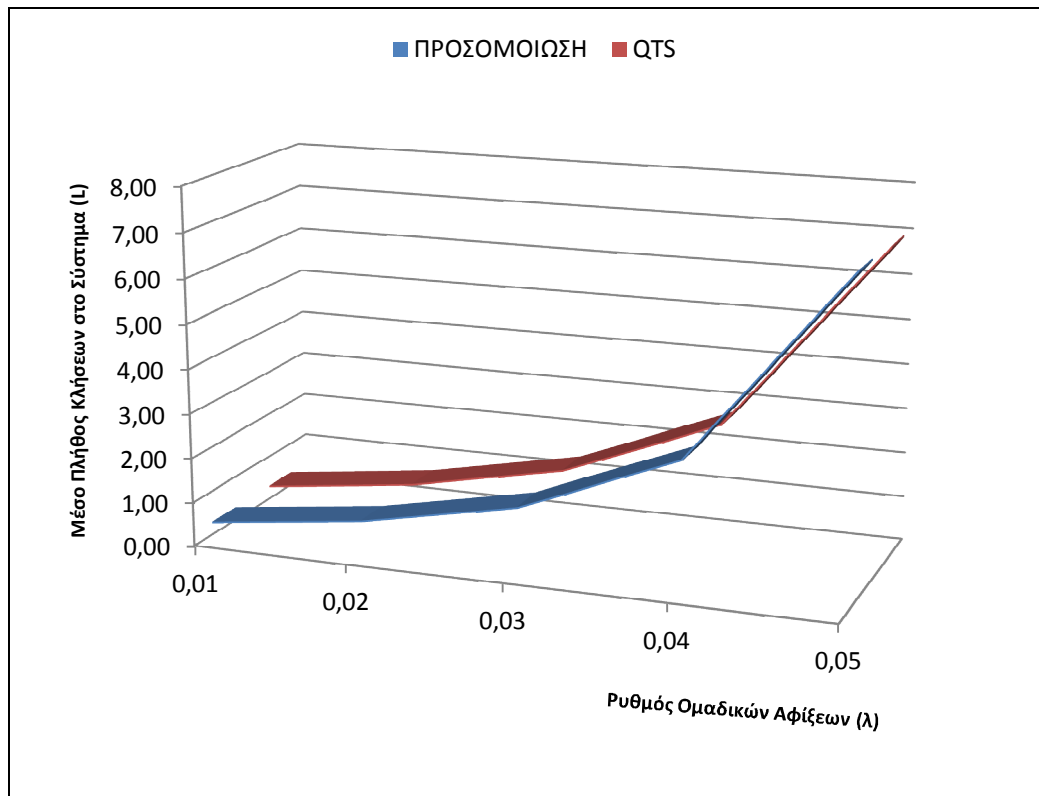
Πίνακας 6 Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά



Γράφημα 1 Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά (Wq)

ΡΥΘΜΟΣ ΟΜΑΔΙΚΩΝ ΑΦΙΞΕΩΝ λ	ΜΕΣΟ ΠΛΗΘΟΣ ΚΛΗΣΕΩΝ ΣΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ, L	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
0,01	0,279868	0,280009
0,02	0,699836	0,700027
0,03	1,401734	1,400068
0,04	2,813606	2,800192
0,05	7,093172	7,000900

Πίνακας 7 Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα



Γράφημα 2 Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα (L)

Από τους δύο παραπάνω πίνακες, και ακόμη πιο ευδιάκριτα από τα αντίστοιχα γραφήματα που τους συνοδεύουν, προκύπτει ως παρατήρηση, ότι τόσο ο μέσος χρόνος αναμονής στην ουρά, όσο και το μέσο πλήθος κλήσεων στο σύστημα αυξάνονται εκθετικά, συναρτήσκει πάντα του αυξανόμενου ρυθμού ομαδικών αφίξεων και ειδικά από την τιμή του ρυθμού ομαδικών αφίξεων $\lambda=0,04$ και πάνω, οι αντίστοιχες τιμές των παραμέτρων απόδοσης Wq και L αυξάνονται απότομα.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.2

Στο συγκεκριμένο παράδειγμα θεωρούμε πάλι έναν εξυπηρετητή (server) αλλά υπάρχουν οι εξής διαφοροποιήσεις σε σχέση με το προηγούμενο παράδειγμα (παράδειγμα 3.1):

1. Οι ομάδες φθάνουν στο σύστημα με ρυθμούς που ξεκινούν από $\lambda=1$ μέχρι και $\lambda=6$ αυξανόμενοι με βήμα 1 κάθε φορά (δηλ.: $\lambda=1, 2, 3, 4, 5, 6$)
2. Ο μέσος χρόνος εξυπηρέτησης κάθε κλήσης που εμπεριέχεται σε κάθε αφικνούμενη ομάδα είναι $0,066667$
3. Η σημαντικότερη διαφορά είναι ότι οι ομάδες μπορούν να εμπεριέχουν είτε μία (1), είτε (2), είτε τρεις (3) κλήσεις, με την ίδια πιθανότητα και για τις τρεις περιπτώσεις $33,333\%$.

Όπως και στο προηγούμενο παράδειγμα, για την είσοδο των δεδομένων χρησιμοποιείται εξωτερικό αρχείο. Το αρχείο εισόδου δεδομένων, με όνομα input.txt έχει την ακόλουθη μορφή:

```

MEAN.INTERARRIVAL.TIME
MEAN.SERVICE.TIME
SERVERS
DELAY_ABOVE
BATCHES
STREAM1 STREAM2 STREAM3
PROB1,2
MODULE

```

Οι παραπάνω μεταβλητές που συμπεριλαμβάνονται στο εν λόγω input.txt έχουν αναλυθεί προηγουμένως (Παράρτημα Β). Και στο παράδειγμα αυτό, τα αποτελέσματα των πινάκων της προσομοίωσης προκύπτουν ως μέσος όρος 8 ξεχωριστών εκτελέσεων με συνδυασμούς διαφορετικών γεννητριών (seed numbers) STREAM1, STREAM2 και STREAM 3 των ψευδοτυχαίων αριθμών (1 2 3, 2 3 4, 3 4 5, 4 5 6, 5 6 7, 6 7 8, 7 8 9, 8 9 10). Κάθε πίνακας αντιπροσωπεύει διαφορετικό Ρυθμό Αφίξης των Ομάδων. Οι ρυθμοί ομαδικών αφίξεων ξεκινούν όπως αναφέραμε, από $\lambda=1$, $\lambda=2$, $\lambda=3$, $\lambda=4$, $\lambda=5$ και $\lambda=6$ και το δείγμα των ομάδων πάνω στο οποίο γίνεται η προσομοίωση κάθε φορά και για κάθε ρυθμό ομαδικής άφιξης σε όλα τα παραδείγματα, είναι ένα εκατομμύριο ομάδες (1.000.000 batches). Τα αποτελέσματα για τους προαναφερόμενους ρυθμούς ομαδικών αφίξεων, που προκύπτουν τόσο από την εκτέλεση της προσομοίωσης όσο και από τη χρήση του λογισμικού πακέτου QtsPlus καθώς και η μεταξύ τους διαφορές στις τιμές, απεικονίζονται στους πίνακες που ακολουθούν.

Ρυθμός Ομαδικών Αφίξεων : 1 Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης:0.066667 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1 Ομάδες : 100000	Μέσες Τιμές από Προσομοίωση με Simscrip $\lambda=1$	Αποτελέσματα Λογισμικού πακέτου QtsPlus	Διαφορά QtsPlus από Προσομοίωση
Μέσο Μέγεθος Ομάδας (σε κλήσεις)	1,999369	2,000001	0,000633
Διακύμανση Μεγέθους Ομάδας	0,666659	0,666667	0,000008
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,866385	0,866666	0,000281
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,131907	0,133334	0,001427
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,061491	0,061539	0,000048
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,128180	0,128206	0,000026
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	0,256757	0,256412	-0,000345
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	0,123142	0,123078	-0,000064

Πίνακας 8 Αποτελέσματα Προσομοίωσης - QtsPlus για $\lambda=1$

Ρυθμός Ομαδικών Αφίξεων : 2 Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης:0.066667 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1 Ομάδες : 1000000	Μέσες Τιμές από Προσομοίωση με Simgscript λ=2	Αποτελέσματα Λογισμικού πακέτου QtsPlus	Διαφορά QtsPlus από Προσομοίωση
Μέσο Μέγεθος Ομάδας (σε κλήσεις)	1,999369	2,000001	0,000633
Διακύμανση Μεγέθους Ομάδας	0,666659	0,666667	0,000008
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,732998	0,733332	0,000333
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,266391	0,266668	0,000277
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,084798	0,084849	0,000052
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,151487	0,151516	0,000030
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	0,606263	0,606065	-0,000197
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	0,339261	0,339397	0,000136

Πίνακας 9 Αποτελέσματα Προσομοίωσης - QtsPlus για λ=2

Ρυθμός Ομαδικών Αφίξεων : 3 Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης:0.066667 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1 Ομάδες : 1000000	Μέσες Τιμές από Προσομοίωση με Simgscript λ=3	Αποτελέσματα Λογισμικού πακέτου QtsPlus	Διαφορά QtsPlus από Προσομοίωση
Μέσο Μέγεθος Ομάδας (σε κλήσεις)	1,999369	2,000001	0,000633
Διακύμανση Μεγέθους Ομάδας	0,666659	0,666667	0,000008
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,600346	0,599998	-0,000348
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,399693	0,400002	0,000310
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,118529	0,118520	-0,000009
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,185218	0,185187	-0,000031
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	1,109290	1,111122	0,001832
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	0,709635	0,711119	0,001484

Πίνακας 10 Αποτελέσματα Προσομοίωσης - QtsPlus για λ=3

Ρυθμός Ομαδικών Αφίξεων : 4 Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης:0.066667 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1 Ομάδες : 1000000	Μέσες Τιμές από Προσομοίωση με Simgscript λ=4	Αποτελέσματα Λογισμικού πακέτου QtsPlus	Διαφορά QtsPlus από Προσομοίωση
Μέσο Μέγεθος Ομάδας (σε κλήσεις)	1,999369	2,000001	0,000633
Διακύμανση Μεγέθους Ομάδας	0,666659	0,666667	0,000008
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,467070	0,466664	-0,000406
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,533082	0,533336	0,000255
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,171727	0,171431	-0,000296
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,238416	0,238098	-0,000318
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	1,907068	1,904785	-0,002283
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	1,374138	1,371449	-0,002690

Πίνακας 11 Αποτελέσματα Προσομοίωσης - QtsPlus για λ=4

Ρυθμός Ομαδικών Αφίξεων : 5 Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης:0.066667 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1 Ομάδες : 1000000	Μέσες Τιμές από Προσομοίωση με Simscript $\lambda=5$	Αποτελέσματα Λογισμικού πακέτου QtsPlus	Διαφορά QtsPlus από Προσομοίωση
Μέσο Μέγεθος Ομάδας (σε κλήσεις)	1,999369	2,000001	0,000633
Διακύμανση Μεγέθους Ομάδας	0,666659	0,666667	0,000008
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,333475	0,333330	-0,000145
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,666381	0,666670	0,000289
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,268101	0,266672	-0,001429
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,334791	0,333339	-0,001452
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	3,346318	3,333389	-0,012928
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	2,679793	2,666719	-0,013073

Πίνακας 12 Αποτελέσματα Προσομοίωσης - QtsPlus για $\lambda=5$

Ρυθμός Ομαδικών Αφίξεων : 6 Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης:10.00 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1 Ομάδες : 1000000	Μέσες Τιμές από Προσομοίωση με Simscript $\lambda=6$	Αποτελέσματα Λογισμικού πακέτου QtsPlus	Διαφορά QtsPlus από Προσομοίωση
Μέσο Μέγεθος Ομάδας (σε κλήσεις)	1,999369	2,000001	0,000633
Διακύμανση Μεγέθους Ομάδας	0,666659	0,666667	0,000008
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,200465	0,199996	-0,000469
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,799791	0,800004	0,000213
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,494550	0,488904	-0,005647
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,561240	0,555571	-0,005669
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	6,731411	6,666852	-0,064559
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	5,931876	5,866848	-0,065028

Πίνακας 13 Αποτελέσματα Προσομοίωσης - QtsPlus για $\lambda=6$

Από την παρατήρηση των παραπάνω πινάκων διαπιστώνουμε ότι και σε αυτό το παράδειγμα, το λογισμικό πακέτο QtsPlus που χρησιμοποιεί τους μαθηματικούς τύπους της αναφερόμενης θεωρίας για τον υπολογισμό των παραμέτρων απόδοσης του εν λόγω συστήματος αναμονής, εξάγει ακριβή αποτελέσματα, κάτι που επαληθεύεται από τη προσομοίωση. Όπως απεικονίζεται σε όλους τους παραπάνω πίνακες τα αποτελέσματα των τιμών της προσομοίωσης και του λογισμικού QtsPlus που προκύπτουν για όλα τα ζητούμενα μεγέθη είναι πολύ κοντά μεταξύ τους. Οι ελάχιστες διαφορές μεταξύ των τιμών της προσομοίωσης και των αριθμητικών αποτελεσμάτων του QtsPlus απεικονίζονται επίσης στη τρίτη στήλη σε κάθε έναν από τους παραπάνω πίνακες.

Επίσης, και σε αυτό το παράδειγμα, παρατηρούμε ότι ο Συνολικός Χρόνος

Παραμονής στο Σύστημα είναι αυξημένος κατά 0,066667 λεπτά από το Μέσο Χρόνο Αναμονής στην Ουρά, αντίστοιχα για όλους τους διαφορετικούς ρυθμούς των ομαδικών αφίξεων.

Αυτό είναι απόλυτα φυσιολογικό και συναρτάται από το γεγονός ότι ο Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης σε όλες τις περιπτώσεις είναι 0,066667 λεπτά, έτσι ώστε αν για παράδειγμα προστεθεί με το αποτέλεσμα της τιμής του Μέσου Χρόνου Αναμονής στην Ουρά βλέπουμε να μας δίνει περίπου τον Συνολικό Χρόνο Παραμονής στο Σύστημα σε κάθε περίπτωση. Έτσι αποδεικνύεται η ορθότητα των αποτελεσμάτων, μια και αυτά προέκυψαν χωρίς να προστίθεται κατά τη προσομοίωση στο χρόνο αναμονής ο χρόνος εξυπηρέτησης, αλλά ως αποτέλεσμα της σωστής προσομοίωσης. Επιπροσθέτως, διαπιστώνουμε ότι όπως ήταν αναμενόμενο, καθώς αυξάνεται σε κάθε περίπτωση ο ρυθμός των ομαδικών αφίξεων αντίστοιχα αυξάνεται και ο Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή καθώς και όλα τα υπόλοιπα από τα μεγέθη που υπολογίζονται.

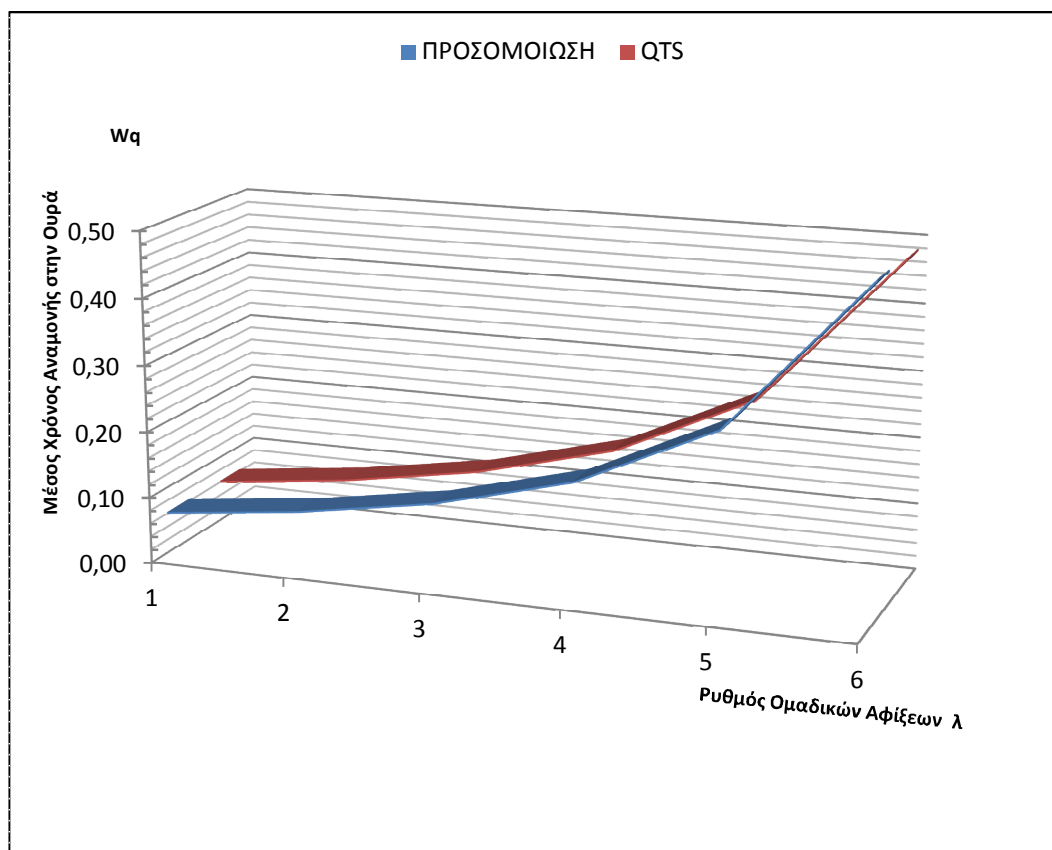
Από τους παραπάνω έξι (6) πίνακες οι οποίοι και παρατίθενται σε πλήρη ανάπτυξη στο Παράρτημα Δ, προκύπτουν επίσης κάποιοι επιπλέον πίνακες συσχετιζόμενοι κάθε φορά με τους ρυθμούς ομαδικών αφίξεων και τα διάφορα επιμέρους εξαγόμενα μεγέθη (των δεικτών-παραμέτρων απόδοσης) τόσο από τη προσομοίωση όσο και από το λογισμικό QtsPlus. Σε αυτό το σημείο και από τους πίνακες αυτούς, αξίζει ενδεικτικά να παραθέσουμε το πίνακα 14 Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, το πίνακα 15 Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, καθώς και τα αντίστοιχα γραφήματα για κάθε πίνακα.

ΡΥΘΜΟΣ ΟΜΑΔΙΚΩΝ ΑΦΙΞΕΩΝ λ	Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
1	0,061491	0,061539
2	0,084798	0,084849
3	0,118529	0,118520
4	0,171727	0,171431
5	0,268101	0,266672
6	0,494550	0,488904

Πίνακας 14 Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά

Από τους δύο πίνακες 14 & 15, και ακόμη πιο ευδιάκριτα από τα αντίστοιχα γραφήματα (3, 4) που τους συνοδεύουν, προκύπτει ως παρατήρηση, ότι τόσο ο μέσος χρόνος αναμονής στην ουρά, όσο και το μέσο πλήθος κλήσεων στο σύστημα αυξάνονται εκθετικά, συναρτήσκει πάντα του αυξανόμενου ρυθμού ομαδικών αφίξεων και ειδικά από την τιμή του ρυθμού ομαδικών αφίξεων $\lambda=4$ και πάνω, οι

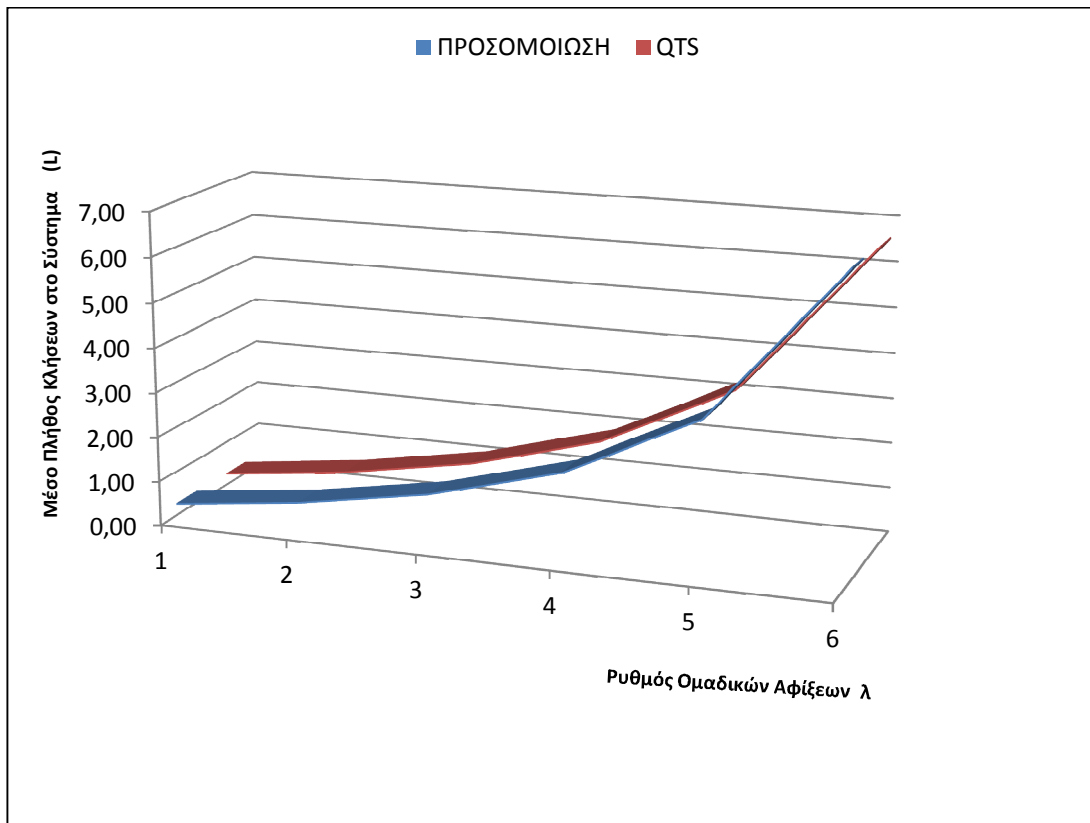
αντίστοιχες τιμές των παραμέτρων απόδοσης W_q και L αυξάνονται απότομα.



Γράφημα 3 Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά (W_q)

ΡΥΘΜΟΣ ΟΜΑΔΙΚΩΝ ΑΦΙΞΕΩΝ λ	ΜΕΣΟ ΠΛΗΘΟΣ ΚΛΗΣΕΩΝ ΣΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ, L	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
1	0,256757	0,256412
2	0,606263	0,606065
3	1,109290	1,111122
4	1,907068	1,904785
5	3,346318	3,333389
6	6,731411	6,666852

Πίνακας 15 Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα



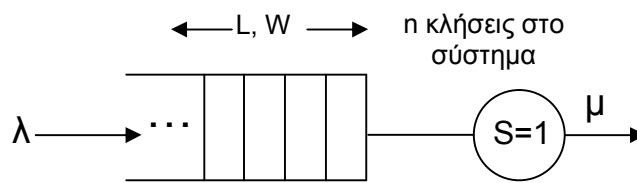
Γράφημα 4 Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα (L)

3.0 Μαρκοβιανό Σύστημα Αναμονής $M / M / 1$

Το σύστημα $M/M/1$, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.1, θεωρείται το απλούστερο σύστημα αναμονής και χαρακτηρίζεται από τα εξής:

- οι αφίξεις των κλήσεων ακολουθούν την Poisson κατανομή, με ρυθμό λ (άρα οι ενδιάμεσοι των αφίξεων χρόνοι είναι ανεξάρτητοι και εκθετικά κατανομημένοι, η δε κοινή τους κατανομή είναι εκθετική με μέσο $1/\lambda$),
- οι χρόνοι εξυπηρέτησης των κλήσεων είναι εκθετικά κατανομημένοι χρόνοι εξυπηρέτησης με παράμετρο μ (και επομένως με μέσο $E\{x\} = \frac{1}{\mu}$),
- υπάρχει ένα μόνο σημείο εξυπηρέτησης στο σύστημα δηλαδή ένας εξυπηρετητής (server),

- δεν υπάρχει κανένας φυσικός περιορισμός στο σχηματισμό της ουράς μια και υπάρχουν άπειρες θέσεις αναμονής, στις οποίες όλες οι κλήσεις παραμένουν μέχρι να εξυπηρετηθούν κατά μέσο όρο επί χρόνο W ,
- οι δε κλήσεις εξυπηρετούνται με την σειρά την οποία καταφθάνουν, δηλαδή όποια κλήση έρχεται πρώτη εξυπηρετείται πρώτη και L είναι το πλήθος των κλήσεων που παραμένουν στην ουρά αναμονής κατά μέσον όρο.



Σχήμα 3.1 Το σύστημα αναμονής M/M/1

Είναι γνωστό ότι ο παράγοντας αξιοποίησης (utilization factor) ισούται με το πηλίκο της μέσης τιμής των χρόνων εξυπηρέτησης, προς την μέση τιμή των ενδιάμεσων των

αφίξεων χρόνων. Δηλαδή για το μοντέλο M/M/1 προκύπτει ότι:
$$\rho = \frac{\mu}{\frac{1}{\lambda}} = \frac{\lambda}{\mu} \quad (3.0)$$

Θεωρώντας το Νόμο του Little σε ένα σύστημα με μοναδικό εξυπηρετητή, η ποσότητα των κλήσεων που καταφθάνουν στο σύστημα ανά μονάδα χρόνου είναι προφανώς λW . Η μέγιστη ποσότητα κλήσεων που μπορεί να δεχθεί και να διεκπεραιώσει ο εξυπηρετητής, είναι μία (1) κλήση ανά μονάδα χρόνου. Το σύστημα αναμονής θα έχει μία σταθερή κατάσταση αν και μόνο αν $\rho < 1$, διαφορετικά η ουρά θα τείνει στο άπειρο [2].

Αποφεύγουμε έτσι την χωρίς όριο αύξηση του μήκους της ουράς και θεωρούμε ότι ο μέσος ρυθμός άφιξης των κλήσεων είναι μικρότερος από το μέσο ρυθμό εξυπηρέτησης των κλήσεων ($3.0 \rightarrow \rho < 1 \rightarrow \lambda < \mu$), οπότε το σύστημα οδηγείται σε κατάσταση ισορροπίας. Τη ποσότητα ρ θα την ονομάζουμε **βαθμό χρησιμοποίησης** ή **ποσοστό απασχόλησης** του εξυπηρετητή επειδή είναι το μέρος του χρόνου που ο εξυπηρετητής είναι απασχολημένος (και ισοδυναμεί με την πιθανότητα ο εξυπηρετητής να είναι απασχολημένος κάποια τυχαία στιγμή).

Με χρήση του ρ , η πιθανότητα να υπάρχουν n κλήσεις στο σύστημα θα είναι:

$P_n = (1 - \rho)\rho^n, n \geq 0$ ή αντίστοιχα $P_n = \alpha^n(1 - \alpha), n \geq 0$ και $\alpha < 1$, οπότε η

πιθανότητα να μην υπάρχουν κλήσεις στο σύστημα είναι: $P_0 = \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right)$

Όπως φαίνεται ο αριθμός των κλήσεων στο σύστημα ακολουθεί γεωμετρική κατανομή. Ο μέσος αριθμός κλήσεων στο σύστημα θα είναι: $N = \frac{\alpha}{1-\alpha} = \frac{\lambda}{\mu-\lambda}$

και με βάση το θεώρημα του Little ο μέσος χρόνος παραμονής στο σύστημα θα είναι:

$$T = \frac{N}{\lambda} = \frac{\alpha}{\lambda(1-\alpha)} = \frac{1}{\mu-\lambda}$$

Ο χρόνος παραμονής μιας κλήσης στο σύστημα είναι το άθροισμα του χρόνου αναμονής στην ουρά και του χρόνου εξυπηρέτησης της κλήσης. Συνεπώς ο μέσος

χρόνος αναμονής στην ουρά μιας κλήσης είναι: $W = T - h = T - \frac{1}{\mu} = \frac{\alpha}{\mu-\lambda}$

Με εφαρμογή του θεωρήματος Little, ο μέσος αριθμός κλήσεων σε αναμονή στην

ουρά είναι: $L = \lambda W = \frac{\alpha\lambda}{\mu-\lambda} = \frac{\alpha^2}{1-\alpha}$.

Στο σημείο αυτό χρησιμοποιώντας το υπολογιστικό λογισμικό QtsPlus το οποίο υλοποιεί με ακρίβεια τα παραπάνω μαθηματικά μοντέλα του M/M/1 συστήματος αναμονής, υπολογίζουμε τις παραμέτρους απόδοσης [Παράρτημα Γ] για ρυθμούς αφίξεων λ από 1 έως και 6 και για μέσο χρόνο εξυπηρέτησης $1/\mu=0,066667$, δηλαδή για μεγέθη αντίστοιχα με αυτά του προηγούμενου παραδείγματος 3.2.

Τα αποτελέσματα των παραμέτρων απόδοσης για το M/M/1 μοντέλο αναμονής, όπως αυτά προέκυψαν από το υπολογιστικό λογισμικό QtsPlus συμπεριλαμβάνονται και παρατίθενται στους πίνακες που ακολουθούν.

Ρυθμός Αφίξεων λ : 1 Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης:0.066667 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1	Αποτελέσματα Λογισμικού πακέτου QtsPlus
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,066667
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,004761
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,071428
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	0,071428
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	0,004761

Πίνακας 16 Αποτελέσματα QtsPlus για M/M/1 σύστημα με $\lambda=1$ και $1/\mu=0,066667$

Ρυθμός Αφίξεων λ : 2 Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης:0.066667 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1	Αποτελέσματα Λογισμικού πακέτου QtsPlus
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,133334
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,010256
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,076923
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	0,153847
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	0,020513

Πίνακας 17 Αποτελέσματα QtsPlus για M/M/1 σύστημα με $\lambda=2$ και $1/\mu=0,066667$

Ρυθμός Αφίξεων λ : 3 Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης:0.066667 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1	Αποτελέσματα Λογισμικού πακέτου QtsPlus
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,200001
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,016666
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,083333
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	0,250001
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	0,050000

Πίνακας 18 Αποτελέσματα QtsPlus για M/M/1 σύστημα με $\lambda=3$ και $1/\mu=0,066667$

Ρυθμός Αφίξεων λ : 4 Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης:0.066667 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1	Αποτελέσματα Λογισμικού πακέτου QtsPlus
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,266668
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,024242
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,090909
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	0,363638
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	0,096970

Πίνακας 19 Αποτελέσματα QtsPlus για M/M/1 σύστημα με $\lambda=4$ και $1/\mu=0,066667$

Ρυθμός Αφίξεων λ : 5 Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης:0.066667 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1	Αποτελέσματα Λογισμικού πακέτου QtsPlus
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,333335
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,033333
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,100000
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	0,500003
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	0,166668

Πίνακας 20 Αποτελέσματα QtsPlus για M/M/1 σύστημα με λ=5 και 1/μ=0,066667

Ρυθμός Αφίξεων λ : 6 Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης:0.066667 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1	Αποτελέσματα Λογισμικού πακέτου QtsPlus
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,400002
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,044445
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,111112
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	0,666672
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	0,266670

Πίνακας 21 Αποτελέσματα QtsPlus για M/M/1 σύστημα με λ=6 και 1/μ=0,066667

Συγκρίνοντας τους παραπάνω πίνακες 16, 17, 18, 19, 20 και 21 που αφορούν τα αποτελέσματα του QtsPlus για το M/M/1 σύστημα αναμονής με τους αντίστοιχους πίνακες 8, 9, 10, 11, 12 και 13 που αφορούν το $M^{[X]}/M/1$ σύστημα αναμονής με ίδιο μέσο χρόνο εξυπηρέτησης και ταυτόσημους ρυθμούς αλλά ομαδικών αφίξεων, παρατηρούμε ότι διαφοροποιούνται πλήρως τα αποτελέσματα για ίδιους παραμέτρους απόδοσης. Με άλλα λόγια όταν η διαδικασία αφίξεως των κλήσεων σε ένα M/M/1 σύστημα αναμονής γίνεται *πιο Poisson*, έχοντας πλέον ομαδικές αφίξεις οι παράμετροι απόδοσης του (L, L_q, W, W_q, server utilization), αποκλίνουν πολύ από τους αντίστοιχους παραμέτρους για το M/M/1 σύστημα αναμονής μεμονωμένα. Για το λόγο αυτό καταλήγουμε ότι χρήζει ιδιαίτερης μελέτης το σύστημα αναμονής $M^{[X]}/M/1$.

4. Προσομοίωση $M / M^{[Y]} / 1$ – Παραδείγματα

Σε αυτό το κεφάλαιο θα γίνει η αποτίμηση της ακρίβειας του κώδικα Simscript για τις δύο παραλλαγές του μοντέλου προσομοίωσης των Ομαδικών Εξυπηρέτησεων μέσω των παραδειγμάτων 4.1 και 4.2.

Στο παράδειγμα 4.1 θα παρατεθεί η υλοποίηση του μοντέλου πλήρους εξυπηρέτησης ομάδας (full batch model) που περιγράφηκε σε προηγούμενες παραγράφους (1.2, 1.2.1) και τα εξαγόμενα αποτελέσματα της προσομοίωσης θα συγκριθούν με τα αντίστοιχα που παίρνουμε από το υπολογιστικό λογισμικό πακέτο QtsPlus.

Στο παράδειγμα 4.2 θα παρατεθεί η υλοποίηση του μοντέλου μερικής εξυπηρέτησης ομάδας (partial batch model) που περιγράφηκε σε προηγούμενες παραγράφους (1.2, 1.2.2) και τα εξαγόμενα αποτελέσματα της προσομοίωσης θα συγκριθούν με τα αντίστοιχα που παίρνουμε από το υπολογιστικό λογισμικό πακέτο QtsPlus.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 4.1

Όπως και στα προηγούμενα παραδείγματα, έτσι και σε αυτό (Παράρτημα ΣΤ), για την είσοδο των δεδομένων χρησιμοποιείται ένα εξωτερικό αρχείο. Το αρχείο εισόδου δεδομένων, με όνομα input.txt έχει την ακόλουθη μορφή:

```
MEAN.INTERARRIVAL.TIME  
MEAN.SERVICE.TIME  
SERVERS  
DELAY_ABOVE  
TOTAL_CALLS  
STREAM1 STREAM2  
K
```

Τα αποτελέσματα των πινάκων της προσομοίωσης προκύπτουν ως μέσος όρος 8 ξεχωριστών εκτελέσεων με συνδυασμούς διαφορετικών γεννητριών (seed numbers) STREAM1 και STREAM2 των ψευδοτυχαίων αριθμών (1 2, 2 3, 3 4, 4 5, 5 6, 6 7, 7 8, 8 9). Επειδή στο παράδειγμα αυτό εξετάζουμε τη περίπτωση του μοντέλου πλήρους εξυπηρέτησης ομάδας, ο εξυπηρετητής επεξεργάζεται ταυτόχρονα K κλήσεις ακριβώς. Ενώ, αν έχουμε λιγότερες από K κλήσεις στο σύστημα, τότε ο εξυπηρετητής παραμένει ανενεργός μέχρι να εισαχθούν συνολικά στο σύστημα ακριβώς K κλήσεις. Η μεταβλητή του K που αντιστοιχεί στον αριθμό των κλήσεων

που εξυπηρετούνται ταυτόχρονα παίρνει τις τιμές 2, 3, 4, 5 και 6. Επίσης, θεωρούμε ότι οι κλήσεις, για κάθε μία από τις τιμές του K αφικνούνται ως μία συνηθισμένη διαδικασία Poisson με ρυθμούς $\lambda=10, \lambda=12, \lambda=14, \lambda=16, \lambda=18, \lambda=20$. Συνεπώς, κάθε πίνακας αντιπροσωπεύει το συνδυασμό της κάθε τιμής του K σε όλους τους διαφορετικούς Ρυθμούς Άφιξης των κλήσεων. Το δείγμα των κλήσεων πάνω στο οποίο γίνεται η προσομοίωση κάθε φορά και για κάθε ρυθμό ομαδικής άφιξης σε όλα τα παραδείγματα, είναι δύο εκατομμύρια κλήσεις (2.000.000 calls). Τέλος, σε κάθε προσομοίωση ο μέσος χρόνος εξυπηρέτησης είναι $1/\mu=0.083333$. Οπότε στο παράδειγμα αυτό, έχοντας ως δεδομένα :

1. ότι ο μέσος χρόνος εξυπηρέτησης είναι 0.083333
2. ότι ο αριθμός των ταυτόχρονων κλήσεων που μπορούν να εξυπηρετηθούν κάθε φορά είναι $K=2, 3, 4, 5, 6$
3. ότι οι ρυθμοί αφίξεων των κλήσεων ξεκινούν από $\lambda=10$ και φτάνουν έως και $\lambda=20$ αυξανόμενοι με βήμα 2 κάθε φορά.

Θα πρέπει καταρχήν να παρατηρήσουμε τις διαφορές ανάμεσα στις μέσες τιμές που προκύπτουν από τη προσομοίωση και τα αποτελέσματα του λογισμικού πακέτου QtsPlus, προκειμένου να διαπιστώσουμε την ακρίβεια του κώδικα Simscript. Τα αποτελέσματα για τις προαναφερόμενες τιμές του K σε συνδυασμό με τις αντίστοιχες τιμές των ρυθμών αφίξεων των κλήσεων, που προκύπτουν τόσο από την εκτέλεση της προσομοίωσης όσο και από τη χρήση του λογισμικού πακέτου QtsPlus καθώς και η μεταξύ τους διαφορές στις τιμές, απεικονίζονται στους πίνακες που ακολουθούν.

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 2000000 K=2 λ=10	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από SIMULATION
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,230426	0,229595	0,000831
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,416329	0,416667	0,000338
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,084379	0,084449	0,000071
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,167644	0,167782	0,000138
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	1,676442	1,677825	0,001382
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	0,843785	0,844491	0,000707

Πίνακας 22 Αποτελέσματα Προσομοίωσης - QtsPlus για $K=2$ & $\lambda=10$

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 K=2 λ=12	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από SIMULATION
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,191393	0,190984	0,000409
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,499702	0,500000	0,000298
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,093202	0,093169	0,000033
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,176485	0,176502	0,000017
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	2,117824	2,118029	0,000205
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	1,118419	1,118029	0,000390

Πίνακας 23 Αποτελέσματα Προσομοίωσης - QtsPlus για K=2 & λ=12

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 K=2 λ=14	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από SIMULATION
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,154610	0,154896	0,000286
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,582851	0,583333	0,000482
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,111937	0,111533	0,000404
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,195202	0,194866	0,000335
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	2,732822	2,728127	0,004695
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	1,567120	1,561460	0,005659

Πίνακας 24 Αποτελέσματα Προσομοίωσης - QtsPlus για K=2 & λ=14

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 K=2 λ=16	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από SIMULATION
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,120750	0,120849	0,000099
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,666034	0,666667	0,000633
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,144555	0,144005	0,000550
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,227809	0,227339	0,000471
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	3,644951	3,637418	0,007533
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	2,312884	2,304085	0,008799

Πίνακας 25 Αποτελέσματα Προσομοίωσης - QtsPlus για K=2 & λ=16

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 2000000 K=2 λ=18	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από SIMULATION
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,088700	0,088602	0,000098
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,750072	0,750000	0,000072
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,203903	0,202439	0,001464
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,287244	0,285772	0,001472
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	5,170389	5,143895	0,026494
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	3,670245	3,643895	0,026350

Πίνακας 26 Αποτελέσματα Προσομοίωσης - QtsPlus για K=2 & λ=18

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 2000000 K=2 λ=20	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από SIMULATION
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,057642	0,057805	0,000163
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,834502	0,833333	0,001169
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,314471	0,324187	0,009716
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,411671	0,407520	0,004150
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	8,233414	8,150405	0,083009
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	6,564410	6,483739	0,080671

Πίνακας 27 Αποτελέσματα Προσομοίωσης - QtsPlus για K=2 & λ=20

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 2000000 K=3 λ=10	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από SIMULATION
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,171663	0,171805	0,000142
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,278273	0,277778	0,000495
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,110751	0,110703	0,000048
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,194232	0,194036	0,000196
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	1,942324	1,940360	0,001964
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	1,107506	1,107027	0,000479

Πίνακας 28 Αποτελέσματα Προσομοίωσης - QtsPlus για K=3 & λ=10

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 K=3 λ=12	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από SIMULATION
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,152612	0,152104	0,000507
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,333098	0,333333	0,000235
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,099134	0,099291	0,000157
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,182408	0,182624	0,000216
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	2,188896	2,191487	0,002591
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	1,189602	1,191487	0,001884

Πίνακας 29 Αποτελέσματα Προσομοίωσης - QtsPlus για K=3 & λ=12

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 K=3 λ=14	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από SIMULATION
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,134692	0,134289	0,000403
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,387776	0,388889	0,001113
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,094152	0,093972	0,000180
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,177247	0,177306	0,000059
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	2,481458	2,482281	0,000823
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	1,318131	1,315614	0,002516

Πίνακας 30 Αποτελέσματα Προσομοίωσης - QtsPlus για K=3 & λ=14

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 K=3 λ=16	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από SIMULATION
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,117733	0,117981	0,000248
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,444347	0,444444	0,000098
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,093199	0,093272	0,000073
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,176514	0,176605	0,000091
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	2,824214	2,825683	0,001469
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	1,491180	1,492350	0,001170

Πίνακας 31 Αποτελέσματα Προσομοίωσης - QtsPlus για K=3 & λ=16

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 2000000 K=3 λ=18	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από SIMULATION
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,102874	0,102863	0,000011
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,499798	0,500000	0,000202
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,096634	0,096699	0,000065
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,179933	0,180032	0,000099
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	3,238800	3,240579	0,001779
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	1,739408	1,740579	0,001171

Πίνακας 32 Αποτελέσματα Προσομοίωσης - QtsPlus για K=3 & λ=18

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 2000000 K=3 λ=20	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από SIMULATION
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,088491	0,088797	0,000306
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,556140	0,555556	0,000584
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,104580	0,104367	0,000213
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,188001	0,187700	0,000301
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	3,760023	3,754004	0,006019
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	2,091603	2,087338	0,004265

Πίνακας 33 Αποτελέσματα Προσομοίωσης - QtsPlus για K=3 & λ=20

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 2000000 K=4 λ=10	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από SIMULATION
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,133434	0,133348	0,000085
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,207935	0,208333	0,000398
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,154331	0,154147	0,000184
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,237505	0,237480	0,000025
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	2,375048	2,374803	0,000245
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	1,543308	1,541470	0,001838

Πίνακας 34 Αποτελέσματα Προσομοίωσης - QtsPlus για K=4 & λ=10

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 2000000 K=4 λ=12	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από SIMULATION
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,120780	0,120308	0,000472
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,250656	0,250000	0,000656
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,131436	0,131508	0,000072
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,214989	0,214841	0,000147
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	2,579861	2,578095	0,001766
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	1,577238	1,578095	0,000858

Πίνακας 35 Αποτελέσματα Προσομοίωσης - QtsPlus για K=4 & λ=12

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 2000000 K=4 λ=14	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από SIMULATION
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,109189	0,108739	0,000450
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,292500	0,291667	0,000833
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,116460	0,116602	0,000142
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,200031	0,199935	0,000096
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	2,800440	2,799093	0,001347
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	1,630442	1,632427	0,001985

Πίνακας 36 Αποτελέσματα Προσομοίωσης - QtsPlus για K=4 & λ=14

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 2000000 K=4 λ=16	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από SIMULATION
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,097842	0,098341	0,000499
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,333023	0,333333	0,000311
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,106937	0,106804	0,000133
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,190192	0,190137	0,000055
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	3,043076	3,042196	0,000881
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	1,710985	1,708862	0,002123

Πίνακας 37 Αποτελέσματα Προσομοίωσης - QtsPlus για K=4 & λ=16

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 2000000 K=4 λ=18	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από SIMULATION
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,089332	0,088884	0,000448
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,376248	0,375000	0,001248
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,100721	0,100706	0,000016
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,184332	0,184039	0,000293
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	3,317975	3,312700	0,005275
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	1,812986	1,812700	0,000285

Πίνακας 38 Αποτελέσματα Προσομοίωσης - QtsPlus για K=4 & λ=18

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 2000000 K=4 λ=20	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από SIMULATION
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,079756	0,080206	0,000450
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,416322	0,416667	0,000344
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,097713	0,097526	0,000186
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,180977	0,180860	0,000117
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	3,619540	3,617191	0,002349
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	1,954251	1,950525	0,003726

Πίνακας 39 Αποτελέσματα Προσομοίωσης - QtsPlus για K=4 & λ=20

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 2000000 K=5 λ=10	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από SIMULATION
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,107830	0,108062	0,000231
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,166500	0,166667	0,000167
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,201859	0,201746	0,000112
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,285112	0,285080	0,000032
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	2,851118	2,850798	0,000320
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	2,018619	2,017465	0,001154

Πίνακας 40 Αποτελέσματα Προσομοίωσης - QtsPlus για K=5 & λ=10

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 2000000 K=5 λ=12	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από SIMULATION
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,097941	0,098268	0,000328
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,200154	0,200000	0,000154
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,169524	0,169604	0,000081
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,252921	0,252938	0,000017
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	3,035049	3,035253	0,000203
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	2,034281	2,035253	0,000972

Πίνακας 41 Αποτελέσματα Προσομοίωσης - QtsPlus για K=5 & λ=12

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 2000000 K=5 λ=14	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από SIMULATION
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,090087	0,089714	0,000373
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,233264	0,233333	0,000069
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,147615	0,147335	0,000280
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,230924	0,230668	0,000255
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	3,232928	3,229354	0,003574
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	2,066609	2,062687	0,003922

Πίνακας 42 Αποτελέσματα Προσομοίωσης - QtsPlus για K=5 & λ=14

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 2000000 K=5 λ=16	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από SIMULATION
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,082050	0,082127	0,000077
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,265857	0,266667	0,000810
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,131548	0,131381	0,000167
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,214628	0,214715	0,000086
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	3,434050	3,435432	0,001382
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	2,104766	2,102099	0,002667

Πίνακας 43 Αποτελέσματα Προσομοίωσης - QtsPlus για K=5 & λ=16

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 K=5 λ=18	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από SIMULATION
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,074576	0,075300	0,000724
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,299088	0,300000	0,000912
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,119979	0,119780	0,000198
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,203059	0,203114	0,000055
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	3,655057	3,656048	0,000991
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	2,159615	2,156048	0,003567

Πίνακας 44 Αποτελέσματα Προσομοίωσης - QtsPlus για K=5 & λ=18

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 K=5 λ=20	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από SIMULATION
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,069161	0,069106	0,000055
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,332118	0,333333	0,001216
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,111636	0,111371	0,000265
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,194665	0,194705	0,000040
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	3,893309	3,894096	0,000787
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	2,232721	2,227429	0,005292

Πίνακας 45 Αποτελέσματα Προσομοίωσης - QtsPlus για K=5 & λ=20

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 K=6 λ=10	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από SIMULATION
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,090704	0,090539	0,000165
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,138819	0,138889	0,000070
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,250796	0,250766	0,000031
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,334087	0,334099	0,000011
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	3,340874	3,340988	0,000114
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	2,507963	2,507655	0,000308

Πίνακας 46 Αποτελέσματα Προσομοίωσης - QtsPlus για K=6 & λ=10

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 K=6 λ=12	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από SIMULATION
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,083003	0,082644	0,000359
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,166228	0,166667	0,000438
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,209810	0,209724	0,000086
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,292924	0,293058	0,000133
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	3,515092	3,516691	0,001599
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	2,517723	2,516691	0,001032

Πίνακας 47 Αποτελέσματα Προσομοίωσης - QtsPlus για K=6 & λ=12

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 K=6 λ=14	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από SIMULATION
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,076098	0,075824	0,000274
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,193912	0,194444	0,000533
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,180840	0,180815	0,000025
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,263945	0,264149	0,000204
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	3,695231	3,698083	0,002852
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	2,531761	2,531416	0,000345

Πίνακας 48 Αποτελέσματα Προσομοίωσης - QtsPlus για K=6 & λ=14

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 K=6 λ=16	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από SIMULATION
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,069753	0,069833	0,000080
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,221423	0,222222	0,000799
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,159719	0,159584	0,000135
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,242753	0,242917	0,000164
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	3,884048	3,886676	0,002629
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	2,555511	2,553343	0,002168

Πίνακας 49 Αποτελέσματα Προσομοίωσης - QtsPlus για K=6 & λ=16

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 K=6 λ=18	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από SIMULATION
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,064672	0,064500	0,000172
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,249469	0,250000	0,000531
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,143559	0,143559	0,000000
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,226715	0,226892	0,000177
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	4,080879	4,084063	0,003184
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	2,584064	2,584063	0,000001

Πίνακας 50 Αποτελέσματα Προσομοίωσης - QtsPlus για K=6 & λ=18

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 K=6 λ=20	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από SIMULATION
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,059537	0,059702	0,000165
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,277320	0,277778	0,000458
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,131226	0,131263	0,000038
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,214422	0,214597	0,000175
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	4,288435	4,291932	0,003497
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	2,624514	2,625265	0,000751

Πίνακας 51 Αποτελέσματα Προσομοίωσης - QtsPlus για K=6 & λ=20

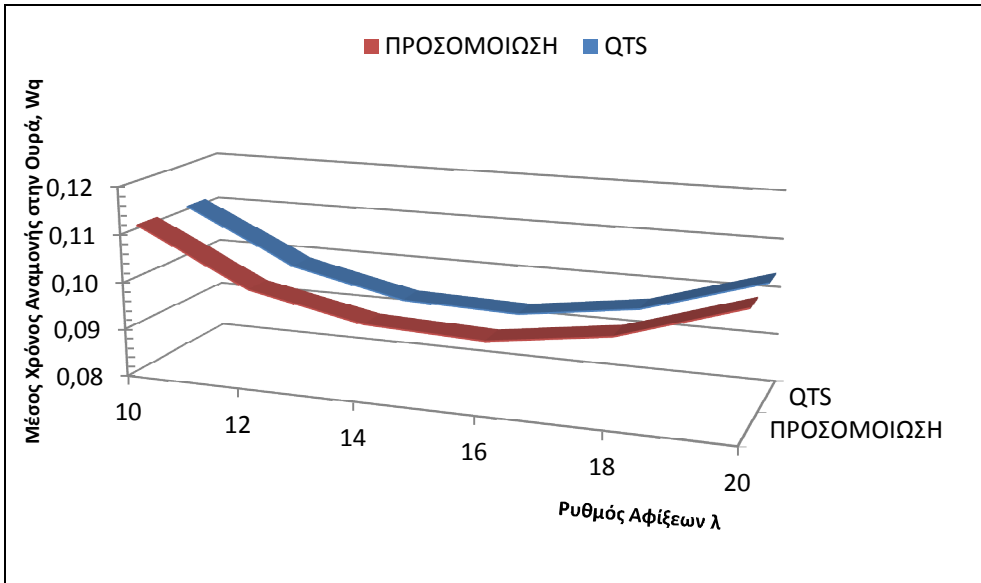
Από την παρατήρηση των παραπάνω τριάντα (30) πινάκων διαπιστώνουμε ότι και σε αυτό το παράδειγμα, η προσομοίωση υλοποιήθηκε σωστά, αφού τα αποτελέσματα που εξάγονται ταυτίζονται με μεγάλη ακρίβεια με το λογισμικό πακέτο QtsPlus που χρησιμοποιεί τους μαθηματικούς τύπους της αναφερόμενης θεωρίας για τον υπολογισμό των παραμέτρων απόδοσης του εν λόγω συστήματος αναμονής. Οι ελάχιστες διαφορές μεταξύ των τιμών της προσομοίωσης και των αριθμητικών αποτελεσμάτων του QtsPlus απεικονίζονται στη τρίτη στήλη σε κάθε έναν από τους παραπάνω πίνακες.

Επίσης, και σε αυτό το παράδειγμα, παρατηρούμε ότι ο Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα είναι αυξημένος κατά 0,083333 λεπτά από το Μέσο Χρόνο Αναμονής στην Ουρά, αντίστοιχα για όλες τις διαφορετικές τιμές του K και με όλους τους διαφορετικούς ρυθμούς των αφίξεων.

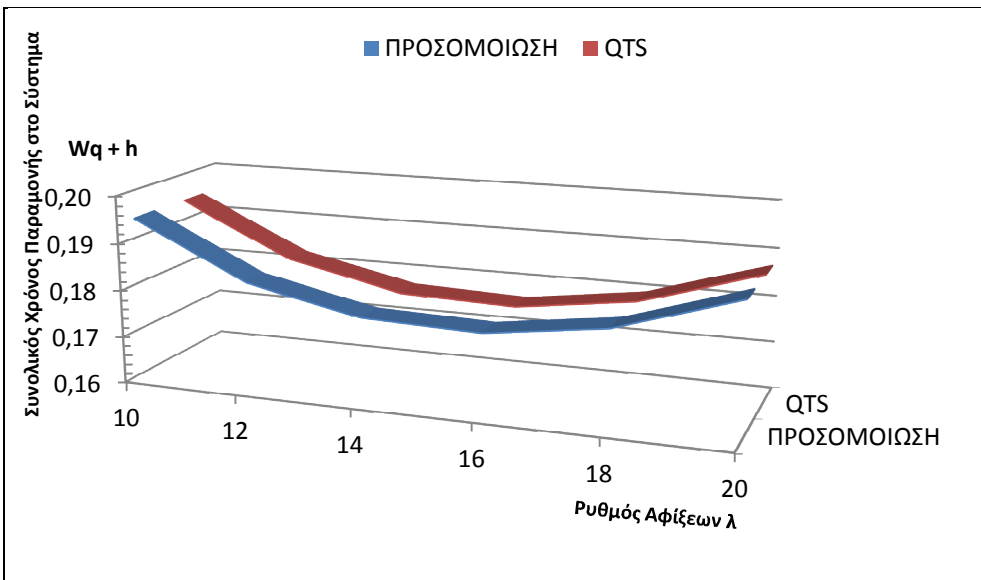
Αυτό είναι απόλυτα φυσιολογικό και συναρτάται από το γεγονός ότι ο Μέσος

Χρόνος Εξυπηρέτησης σε όλες τις περιπτώσεις είναι 0,083333 λεπτά, έτσι ώστε αν για παράδειγμα προστεθεί με το αποτέλεσμα της τιμής του Μέσου Χρόνου Αναμονής στην Ουρά βλέπουμε να μας δίνει περίπου τον Συνολικό Χρόνο Παραμονής στο Σύστημα σε κάθε περίπτωση. Έτσι αποδεικνύεται η ορθότητα των αποτελεσμάτων, μια και αυτά προέκυψαν χωρίς να προστίθεται κατά τη προσομοίωση στο χρόνο αναμονής ο χρόνος εξυπηρέτησης, αλλά ως αποτέλεσμα της σωστής προσομοίωσης. Επιπροσθέτως, διαπιστώνουμε ότι όπως ήταν αναμενόμενο, καθώς αυξάνεται σε κάθε περίπτωση ο ρυθμός αφίξεων των κλήσεων αντίστοιχα αυξάνεται και ο Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή καθώς και όλα τα υπόλοιπα από τα μεγέθη που υπολογίζονται. Βέβαια, καθώς αυξάνεται ο αριθμός των ταυτόχρονων εξυπηρετούμενων κλήσεων (K: 2, 3, 4, 5, 6), παρατηρούμε ότι για τον ίδιο όμως ρυθμό άφιξης των κλήσεων ο Βαθμός Χρησιμοποίησης του Εξυπηρετητή βαίνει μειούμενος.

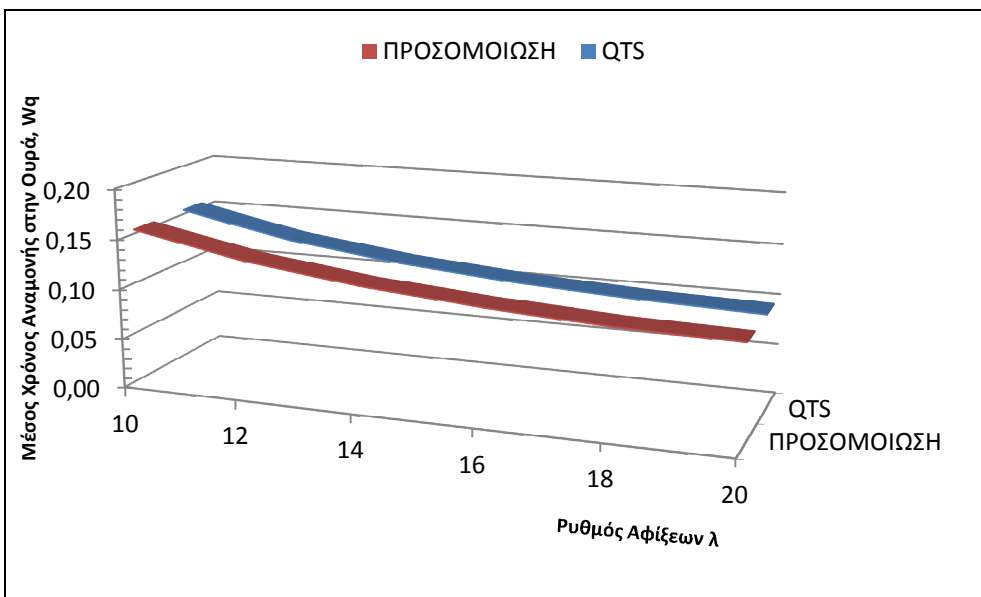
Από τους παραπάνω τριάντα (30) πίνακες οι οποίοι και παρατίθενται σε πλήρη ανάπτυξη στο Παράρτημα Z, προκύπτουν επιμέρους πίνακες με τα αντίστοιχα γραφήματά τους τα οποία και παρατίθενται στο Παράρτημα Z. Αυτοί οι πίνακες αποδίδουν ξεχωριστά και για κάθε τιμή K τις παραμέτρους απόδοσης συσχετιζόμενοι κάθε φορά με τους ρυθμούς αφίξεων τόσο από τη προσομοίωση όσο και από το λογισμικό QtsPlus. Σε αυτό το σημείο και από την παρατήρηση αυτών των πινάκων με τα αντίστοιχα γραφήματα, αξίζει να αναφέρουμε ότι οι παράμετροι απόδοσης για την τιμή K=2 ακολουθούν τη μορφή των γραφημάτων των προηγούμενων παραδειγμάτων (3.1 & 3.2) όπου εκεί ουσιαστικά το K ήταν 1. Από τη άλλη στη περίπτωση που το K γίνεται 3 παρατηρούμε από τα γραφήματα 5 και 6 που παραθέτονται παρακάτω, ότι ενώ αρχικά, τόσο ο Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, όσο και ο Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα μειώνονται καθώς αυξάνει ο ρυθμός άφιξης των κλήσεων, στη συνέχεια και από το ρυθμό άφιξης 18 και πάνω αντίστοιχα, ο Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά αλλά και ο Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα αυξάνονται. Κάτι που δεν το παρατηρούμε στη συνέχεια για K=4, K=5 και K=6, αφού και οι δύο προαναφερόμενοι παράμετροι απόδοσης μειώνονται καθώς αυξάνει ο ρυθμός άφιξης των κλήσεων, όπως φαίνεται ενδεικτικά και στα γραφήματα 7, 8, 9 που ακολουθούν.



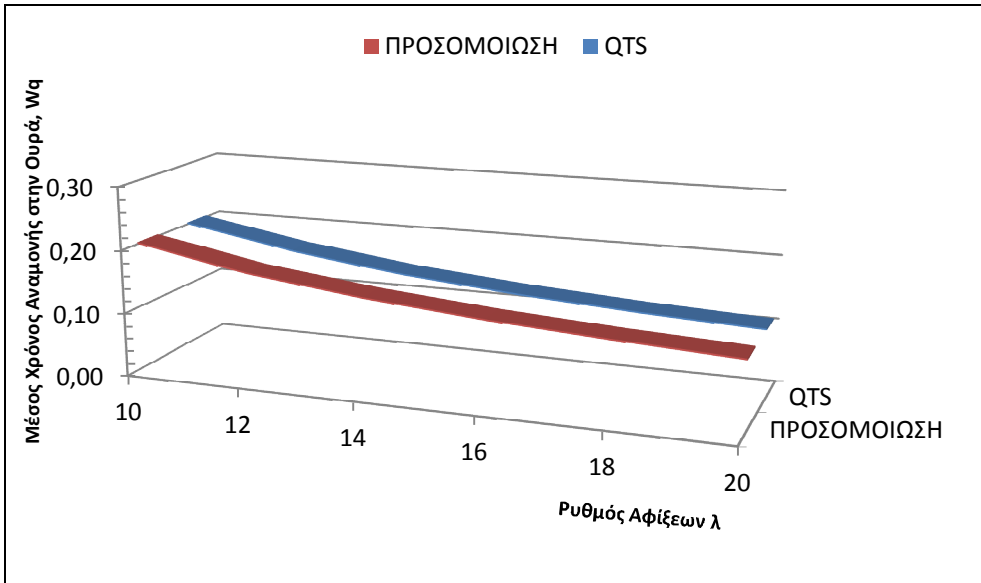
Γράφημα 5 Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά για K=3 (W_q)



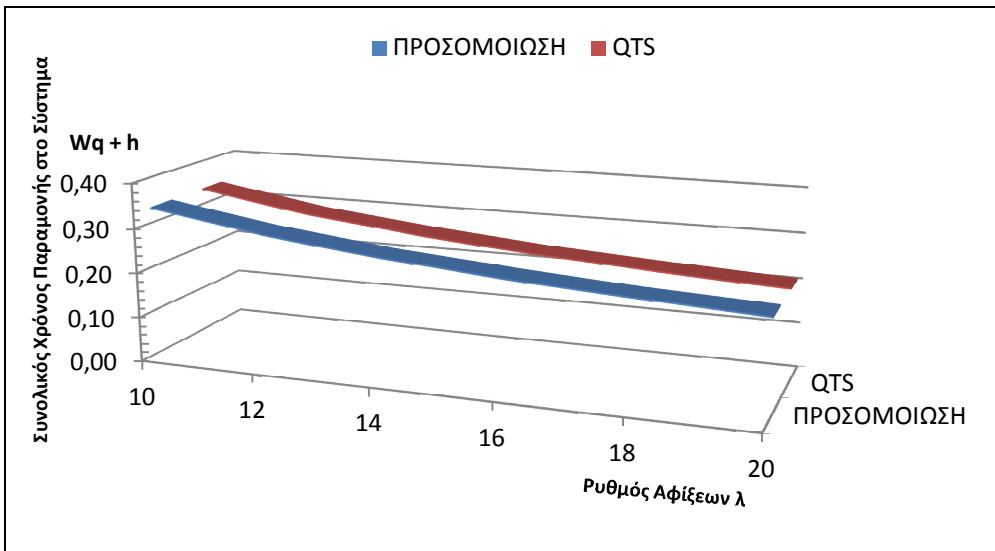
Γράφημα 6 Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα για K=3 (W_q+h)



Γράφημα 7 Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά για K=4 (W_q)



Γράφημα 8 Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά για $K=5$ (W_q)



Γράφημα 9 Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα για $K=6$ (W_q+h)

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 4.2

Όπως και στα προηγούμενα παραδείγματα, έτσι και σε αυτό (Παράρτημα Η), για την είσοδο των δεδομένων χρησιμοποιείται ένα εξωτερικό αρχείο. Το αρχείο εισόδου δεδομένων, με όνομα input.txt έχει την ακόλουθη μορφή:

```
ARRIVAL RATE  
MEAN.SERVICE.TIME  
SERVERS  
SERVICED CALLS AT A TIME  
CALLS  
STREAM1 STREAM2
```

Αναλυτικότερα, με τη σειρά εμφάνισης και σύμφωνα με τις δηλώσεις των μεταβλητών, έχουμε τις εξής μεταβλητές σε αυτό το αρχείο: Ρυθμός άφιξης των κλήσεων, μέσος χρόνος εξυπηρέτησης, αριθμός εξυπηρετητών, αριθμός ταυτόχρονων εξυπηρετούμενων κλήσεων, συνολικές κλήσεις που θα προσομοιωθούν, γεννήτριες (seed numbers) 1 και 2 των ψευδοτυχαίων αριθμών. Τα αποτελέσματα των πινάκων της προσομοίωσης προκύπτουν ως μέσος όρος 8 ξεχωριστών εκτελέσεων με συνδυασμούς διαφορετικών γεννητριών (seed numbers) STREAM1 και STREAM2 των ψευδοτυχαίων αριθμών (1 2, 2 3, 3 4, 4 5, 5 6, 6 7, 7 8, 8 9). Επειδή στο παράδειγμα αυτό εξετάζουμε τη περίπτωση του μοντέλου *μερικής εξυπηρέτησης ομάδας*, ο εξυπηρετητής πάλι μπορεί να επεξεργάζεται ταυτόχρονα K κλήσεις, απλά τώρα αν τη δεδομένη στιγμή είναι λιγότερες από K οι κλήσεις στο σύστημα, ο εξυπηρετητής θα ξεκινήσει να επεξεργάζεται ταυτόχρονα αυτές που έχει έως εκείνη τη στιγμή. Επιπλέον, όταν υπάρχουν ήδη στον εξυπηρετητή προς επεξεργασία κλήσεις, αλλά λιγότερες από K και εκείνη τη στιγμή αφικνούνται νέες κλήσεις στο σύστημα, τότε συμπληρώνεται ο εξυπηρετητής άμεσα με κάποιες από αυτές τις νεοαφικθείσες κλήσεις έως ότου συμπληρωθεί ο αριθμός των K στο σύνολο και εν συνεχεία όλες αυτές (K) οι κλήσεις (νέες και προηγούμενες) ταυτόχρονα πάλι αποδίδονται στην έξοδο του εξυπηρετητή. Η μεταβλητή του K που αντιστοιχεί στον αριθμό των κλήσεων που εξυπηρετούνται ταυτόχρονα παίρνει τις τιμές 2, 3, 4, 5 και 6. Επίσης, θεωρούμε ότι οι κλήσεις, για κάθε μία από τις τιμές του K αφικνούνται ως μία συνηθισμένη διαδικασία Poisson με ρυθμούς $\lambda=10$, $\lambda=12$, $\lambda=14$, $\lambda=16$, $\lambda=18$, $\lambda=20$. Συνεπώς, κάθε πίνακας αντιπροσωπεύει το συνδυασμό της κάθε τιμής του K σε όλους τους διαφορετικούς Ρυθμούς Άφιξης των κλήσεων. Το

δείγμα των κλήσεων πάνω στο οποίο γίνεται η προσομοίωση κάθε φορά και για κάθε ρυθμό ομαδικής άφιξης σε όλα τα παραδείγματα, είναι διακόσιες χιλιάδες κλήσεις (200.000 calls). Τέλος, σε κάθε προσομοίωση ο μέσος χρόνος εξυπηρέτησης είναι $1/\mu=0.083333$. Οπότε στο παράδειγμα αυτό, έχοντας ως δεδομένα :

1. ότι ο μέσος χρόνος εξυπηρέτησης είναι 0.083333
2. ότι ο αριθμός των ταυτόχρονων κλήσεων που μπορούν να εξυπηρετηθούν κάθε φορά είναι $K=2, 3, 4, 5, 6$
3. ότι οι ρυθμοί αφίξεων των κλήσεων ξεκινούν από $\lambda=10$ και φτάνουν έως και $\lambda=20$ αυξανόμενοι με βήμα 2 κάθε φορά.

Θα πρέπει καταρχήν να παρατηρήσουμε τις διαφορές ανάμεσα στις μέσες τιμές που προκύπτουν από τη προσομοίωση και τα αποτελέσματα του λογισμικού πακέτου QtsPlus, προκειμένου να διαπιστώσουμε την ακρίβεια του κώδικα Simscript. Τα αποτελέσματα για τις προαναφερόμενες τιμές του K σε συνδυασμό με τις αντίστοιχες τιμές των ρυθμών αφίξεων των κλήσεων, που προκύπτουν τόσο από την εκτέλεση της προσομοίωσης όσο και από τη χρήση του λογισμικού πακέτου QtsPlus καθώς και η μεταξύ τους διαφορές στις τιμές, απεικονίζονται στους πίνακες που ακολουθούν.

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 $K=2$ $\lambda=10$	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από Προσομοίωση
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	1,177533	1,177750	0,000217
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	0,347427	0,344417	-0,003010
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,117753	0,117775	0,000022
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,034420	0,034442	0,000021
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,459544	0,459189	-0,000355
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,415053	0,416667	0,001614

Πίνακας 52 Αποτελέσματα Προσομοίωσης (Partial Batch) - QtsPlus για $K=2$ & $\lambda=10$

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 K=2 λ=12	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από Προσομοίωση
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	1,620091	1,618022	-0,002069
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	0,622566	0,618022	-0,004544
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,135008	0,134835	-0,000172
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,051675	0,051502	-0,000173
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,382800	0,381968	-0,000832
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,498762	0,500000	0,001238

Πίνακας 53 Αποτελέσματα Προσομοίωσης (Partial Batch) - QtsPlus για K=2 & λ=12

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 K=2 λ=14	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από Προσομοίωση
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	2,233505	2,227979	-0,005526
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	1,070783	1,061312	-0,009471
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,159536	0,159141	-0,000395
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,076203	0,075808	-0,000395
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,309893	0,309791	-0,000102
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,581361	0,583333	0,001972

Πίνακας 54 Αποτελέσματα Προσομοίωσης (Partial Batch) - QtsPlus για K=2 & λ=14

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 K=2 λ=16	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από Προσομοίωση
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	3,146729	3,137393	-0,009336
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	1,813116	1,804060	-0,009056
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,196671	0,196087	-0,000584
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,113338	0,112754	-0,000584
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,241457	0,241698	0,000241
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,666809	0,666667	-0,000142

Πίνακας 55 Αποτελέσματα Προσομοίωσης (Partial Batch) - QtsPlus για K=2 & λ=16

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 K=2 λ=18	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από Προσομοίωση
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	4,663046	4,643187	-0,019858
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	3,163761	3,143187	-0,020574
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,259058	0,257955	-0,001103
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,175725	0,174622	-0,001103
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,177680	0,177205	-0,000475
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,749642	0,750000	0,000358

Πίνακας 56 Αποτελέσματα Προσομοίωσης (Partial Batch) - QtsPlus για K=2 & λ=18

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 K=2 λ=20	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από Προσομοίωση
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	7,677742	7,649774	-0,027968
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	6,007905	5,983107	-0,024798
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,383887	0,382489	-0,001398
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,300554	0,299155	-0,001399
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,115208	0,115610	0,000402
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,834919	0,833333	-0,001585

Πίνακας 57 Αποτελέσματα Προσομοίωσης (Partial Batch) - QtsPlus για K=2 & λ=20

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 K=3 λ=10	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από Προσομοίωση
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	0,939752	0,940181	0,000429
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	0,107430	0,106848	-0,000582
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,093975	0,094018	0,000043
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,010642	0,010685	0,000043
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,515554	0,515416	-0,000138
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,277441	0,277778	0,000337

Πίνακας 58 Αποτελέσματα Προσομοίωσης (Partial Batch) - QtsPlus για K=3 & λ=10

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 K=3 λ=12	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από Προσομοίωση
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	1,189761	1,191479	0,001719
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	0,191088	0,191479	0,000391
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,099147	0,099290	0,000143
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,015814	0,015957	0,000143
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,456362	0,456313	-0,000049
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,332891	0,333333	0,000442

Πίνακας 59 Αποτελέσματα Προσομοίωσης (Partial Batch) - QtsPlus για K=3 & λ=12

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 K=3 λ=14	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από Προσομοίωση
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	1,482693	1,482215	-0,000477
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	0,317461	0,315549	-0,001913
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,105907	0,105873	-0,000034
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,022574	0,022539	-0,000034
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,402915	0,402866	-0,000048
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,388411	0,388889	0,000479

Πίνακας 60 Αποτελέσματα Προσομοίωσης (Partial Batch) - QtsPlus για K=3 & λ=14

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 K=3 λ=16	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από Προσομοίωση
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	1,829978	1,825317	-0,004661
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	0,497394	0,491984	-0,005410
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,114374	0,114082	-0,000291
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,031041	0,030749	-0,000292
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,353934	0,353943	0,000009
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,444195	0,444444	0,000249

Πίνακας 61 Αποτελέσματα Προσομοίωσης (Partial Batch) - QtsPlus για K=3 & λ=16

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 K=3 λ=18	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από Προσομοίωση
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	2,233969	2,240565	0,006596
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	0,737000	0,740565	0,003565
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,124109	0,124476	0,000367
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,040776	0,041143	0,000366
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,308030	0,308588	0,000558
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,498990	0,500000	0,001010

Πίνακας 62 Αποτελέσματα Προσομοίωσης (Partial Batch) - QtsPlus για K=3 & λ=18

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 K=3 λ=20	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από Προσομοίωση
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	2,760431	2,753899	-0,006532
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	1,099398	1,087232	-0,012165
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,138021	0,137695	-0,000326
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,054688	0,054362	-0,000327
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,266751	0,266390	-0,000361
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,553678	0,555556	0,001878

Πίνακας 63 Αποτελέσματα Προσομοίωσης (Partial Batch) - QtsPlus για K=3 & λ=20

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 K=4 λ=10	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από Προσομοίωση
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	0,876272	0,874790	-0,001481
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	0,042479	0,041457	-0,001022
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,087627	0,087479	-0,000148
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,004294	0,004146	-0,000148
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,533298	0,533393	0,000095
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,208448	0,208333	-0,000115

Πίνακας 64 Αποτελέσματα Προσομοίωσης (Partial Batch) - QtsPlus για K=4 & λ=10

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 K=4 λ=12	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από Προσομοίωση
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	1,077226	1,078004	0,000778
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	0,079397	0,078004	-0,001393
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,089769	0,089834	0,000065
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,006436	0,006500	0,000064
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,481569	0,481231	-0,000338
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,249457	0,250000	0,000543

Πίνακας 65 Αποτελέσματα Προσομοίωσης (Partial Batch) - QtsPlus για K=4 & λ=12

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 K=4 λ=14	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από Προσομοίωση
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	1,301182	1,299092	-0,002091
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	0,134167	0,132425	-0,001742
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,092942	0,092792	-0,000149
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,009609	0,009459	-0,000150
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,434897	0,434954	0,000057
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,291754	0,291667	-0,000087

Πίνακας 66 Αποτελέσματα Προσομοίωσης (Partial Batch) - QtsPlus για K=4 & λ=14

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 K=4 λ=16	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από Προσομοίωση
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	1,544145	1,542185	-0,001960
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	0,209801	0,208852	-0,000949
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,096509	0,096387	-0,000123
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,013176	0,013053	-0,000123
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,393079	0,393362	0,000283
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,333586	0,333333	-0,000253

Πίνακας 67 Αποτελέσματα Προσομοίωσης (Partial Batch) - QtsPlus για K=4 & λ=16

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 K=4 λ=18	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από Προσομοίωση
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	1,808909	1,812648	0,003739
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	0,311346	0,312648	0,001301
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,100495	0,100703	0,000208
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,017162	0,017369	0,000207
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,355842	0,355537	-0,000305
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,374391	0,375000	0,000609

Πίνακας 68 Αποτελέσματα Προσομοίωσης (Partial Batch) - QtsPlus για K=4 & λ=18

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 K=4 λ=20	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από Προσομοίωση
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	2,121225	2,116983	-0,004242
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	0,452239	0,450316	-0,001923
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,106061	0,105849	-0,000212
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,022728	0,022516	-0,000213
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,320719	0,320823	0,000104
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,417247	0,416667	-0,000580

Πίνακας 69 Αποτελέσματα Προσομοίωσης (Partial Batch) - QtsPlus για K=4 & λ=20

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 K=5 λ=10	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από Προσομοίωση
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	0,850079	0,850797	0,000718
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	0,017644	0,017464	-0,000180
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,085008	0,085080	0,000072
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,001675	0,001746	0,000072
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,540294	0,540308	0,000014
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,166487	0,166667	0,000180

Πίνακας 70 Αποτελέσματα Προσομοίωσης (Partial Batch) - QtsPlus για K=5 & λ=10

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 K=5 λ=12	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από Προσομοίωση
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	1,033310	1,035244	0,001933
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	0,035902	0,035244	-0,000659
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,086109	0,086270	0,000161
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,002776	0,002937	0,000161
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,492131	0,491342	-0,000789
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,199482	0,200000	0,000518

Πίνακας 71 Αποτελέσματα Προσομοίωσης (Partial Batch) - QtsPlus για K=5 & λ=12

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 K=5 λ=14	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από Προσομοίωση
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	1,229480	1,229305	-0,000175
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	0,063757	0,062638	-0,001119
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,087820	0,087807	-0,000012
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,004487	0,004474	-0,000013
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,448406	0,448570	0,000164
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,233145	0,233333	0,000189

Πίνακας 72 Αποτελέσματα Προσομοίωσης (Partial Batch) - QtsPlus για K=5 & λ=14

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 K=5 λ=16	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από Προσομοίωση
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	1,438022	1,435244	-0,002779
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	0,102769	0,101910	-0,000859
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,089876	0,089703	-0,000174
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,006543	0,006369	-0,000174
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,410300	0,410637	0,000337
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,267153	0,266667	-0,000486

Πίνακας 73 Αποτελέσματα Προσομοίωσης (Partial Batch) - QtsPlus για K=5 & λ=16

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 K=5 λ=18	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από Προσομοίωση
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	1,653414	1,656045	0,002632
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	0,155678	0,156045	0,000368
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,091856	0,092003	0,000146
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,008523	0,008669	0,000146
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,376013	0,376500	0,000487
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,299547	0,300000	0,000453

Πίνακας 74 Αποτελέσματα Προσομοίωσης (Partial Batch) - QtsPlus για K=5 & λ=18

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 K=5 λ=20	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από Προσομοίωση
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	1,887435	1,894085	0,006649
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	0,230095	0,227418	-0,002677
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,094372	0,094704	0,000332
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,011039	0,011371	0,000332
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,348202	0,345532	-0,002670
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,331468	0,333333	0,001865

Πίνακας 75 Αποτελέσματα Προσομοίωσης (Partial Batch) - QtsPlus για K=5 & λ=20

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 K=6 λ=10	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από Προσομοίωση
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	0,841583	0,840836	-0,000747
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	0,007609	0,007503	-0,000106
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,084227	0,084084	-0,000143
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,000825	0,000750	-0,000075
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,542805	0,543231	0,000426
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,138987	0,138889	-0,000098

Πίνακας 76 Αποτελέσματα Προσομοίωσης (Partial Batch) - QtsPlus για K=6 & λ=10

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 K=6 λ=12	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από Προσομοίωση
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	1,014897	1,016690	0,001793
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	0,017280	0,016690	-0,000589
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,084575	0,084724	0,000149
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,001242	0,001391	0,000149
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,495911	0,495862	-0,000049
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,166269	0,166667	0,000398

Πίνακας 77 Αποτελέσματα Προσομοίωσης (Partial Batch) - QtsPlus για K=6 & λ=12

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 K=6 λ=14	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από Προσομοίωση
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	1,201234	1,198077	-0,003158
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	0,032906	0,031410	-0,001496
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,085802	0,085577	-0,000225
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,002469	0,002244	-0,000226
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,454362	0,454943	0,000581
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,194721	0,194444	-0,000277

Πίνακας 78 Αποτελέσματα Προσομοίωσης (Partial Batch) - QtsPlus για K=6 & λ=14

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 K=6 λ=16	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από Προσομοίωση
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	1,387663	1,386649	-0,001014
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	0,054743	0,053315	-0,001427
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,086729	0,086666	-0,000063
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,003396	0,003332	-0,000064
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,418779	0,418998	0,000219
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,222153	0,222222	0,000069

Πίνακας 79 Αποτελέσματα Προσομοίωσης (Partial Batch) - QtsPlus για K=6 & λ=16

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 K=6 λ=18	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από Προσομοίωση
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	1,588225	1,583966	-0,004259
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	0,086595	0,083966	-0,002629
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,088235	0,087998	-0,000236
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,004902	0,004665	-0,000237
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,387550	0,387002	-0,000547
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,250347	0,250000	-0,000347

Πίνακας 80 Αποτελέσματα Προσομοίωσης (Partial Batch) - QtsPlus για K=6 & λ=18

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 K=6 λ=20	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από Προσομοίωση
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	1,788550	1,791652	0,003103
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	0,128164	0,124986	-0,003178
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,089428	0,089583	0,000155
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,006095	0,006249	0,000155
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,359097	0,358211	-0,000886
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,276731	0,277778	0,001047

Πίνακας 81 Αποτελέσματα Προσομοίωσης (Partial Batch) - QtsPlus για K=6 & λ=20

Από την παρατήρηση των παραπάνω τριάντα (30) πινάκων διαπιστώνουμε ότι και σε αυτό το παράδειγμα, η προσομοίωση υλοποιήθηκε σωστά, αφού τα αποτελέσματα που εξάγονται ταυτίζονται με μεγάλη ακρίβεια με το λογισμικό πακέτο QtsPlus που χρησιμοποιεί τους μαθηματικούς τύπους της αναφερόμενης θεωρίας για τον υπολογισμό των παραμέτρων απόδοσης του εν λόγω συστήματος αναμονής. Οι ελάχιστες διαφορές μεταξύ των τιμών της προσομοίωσης και των αριθμητικών αποτελεσμάτων του QtsPlus απεικονίζονται στη τρίτη στήλη σε κάθε έναν από τους παραπάνω πίνακες.

Επίσης, και σε αυτό το παράδειγμα, παρατηρούμε ότι ο Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα είναι αυξημένος κατά 0,083333 λεπτά από το Μέσο Χρόνο Αναμονής στην Ουρά, αντίστοιχα για όλες τις διαφορετικές τιμές του K και με όλους τους διαφορετικούς ρυθμούς των αφίξεων.

Αυτό είναι απόλυτα φυσιολογικό και συναρτάται από το γεγονός ότι ο Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης σε όλες τις περιπτώσεις είναι 0,083333 λεπτά, έτσι ώστε αν

για παράδειγμα προστεθεί με το αποτέλεσμα της τιμής του Μέσου Χρόνου Αναμονής στην Ουρά βλέπουμε να μας δίνει τον Συνολικό Χρόνο Παραμονής στο Σύστημα σε κάθε περίπτωση. Έτσι αποδεικνύεται η ορθότητα των αποτελεσμάτων, μια και αυτά προέκυψαν χωρίς να προστίθεται κατά τη προσομοίωση στο χρόνο αναμονής ο χρόνος εξυπηρέτησης, αλλά ως αποτέλεσμα της σωστής προσομοίωσης.

Επιπροσθέτως, διαπιστώνουμε ότι όπως ήταν αναμενόμενο, καθώς αυξάνεται σε κάθε περίπτωση ο ρυθμός αφίξεως των κλήσεων αντίστοιχα αυξάνεται και ο Βαθμός Χρησιμοποίησης του Εξυπηρετητή καθώς και όλα τα υπόλοιπα από τα μεγέθη που υπολογίζονται, ενώ μειώνεται η Πιθανότητα άδειου συστήματος. Βέβαια, καθώς αυξάνεται ο αριθμός των ταυτόχρονων εξυπηρετούμενων κλήσεων ($K: 2, 3, 4, 5, 6$), παρατηρούμε ότι για τον ίδιο όμως ρυθμό άφιξης των κλήσεων ο Βαθμός Χρησιμοποίησης του Εξυπηρετητή βαίνει μειούμενος.

Από τους παραπάνω τριάντα (30) πίνακες οι οποίοι και παρατίθενται σε πλήρη ανάπτυξη στο Παράρτημα Z, προκύπτουν επιμέρους πίνακες με τα αντίστοιχα γραφήματά τους τα οποία και παρατίθενται στο Παράρτημα Z. Αυτοί οι πίνακες αποδίδουν ξεχωριστά και για κάθε τιμή K τις παραμέτρους απόδοσης συσχετιζόμενοι κάθε φορά με τους ρυθμούς αφίξεων τόσο από τη προσομοίωση όσο και από το λογισμικό QtsPlus.

Σε αυτό το σημείο και από την σύγκριση των γραφημάτων αυτού του παραδείγματος που παρατίθενται στο Παράρτημα Z, με τα αντίστοιχα γραφήματα όλων των προηγούμενων παραδειγμάτων διαπιστώνουμε ότι τα εξαγόμενα γραφήματα της περίπτωσης του μοντέλου *μερικής εξυπηρέτησης ομάδας* ακολουθούν τη μορφή των αντίστοιχων γραφημάτων, των παραδειγμάτων προσομοίωσης του μοντέλου των *ομαδικών αφίξεων*, παρά των αντίστοιχων γραφημάτων του μοντέλου *πλήρους εξυπηρέτησης ομάδας*.

Στο σημείο αυτό επαναλαμβάνοντας την εκτέλεση της παραπάνω προσομοίωσης με ρυθμούς $\lambda=2, \lambda=4, \lambda=6, \lambda=8, \lambda=10$, δείγματα κλήσεων τα δύο εκατομμύρια κλήσεις (2.000.000 calls), για $K=1$ και με $STREAM1=1$ και $STREAM2=2$, τα εξαγόμενα αποτελέσματα τα παραθέτουμε στους παρακάτω πίνακες. Στους πίνακες παρακάτω περιλαμβάνονται τα αποτελέσματα της προσομοίωσης αυτής, συγκρινόμενα, με αυτά που προέκυψαν αντίστοιχα από το υπολογιστικό λογισμικό QtsPlus. Στη συγκεκριμένη περίπτωση όμως το QtsPlus χρησιμοποιήθηκε προκειμένου να υλοποιηθεί με ακρίβεια τα μαθηματικά μοντέλα του $M/M/1$ συστήματος αναμονής [Παράρτημα Θ] και όχι του μοντέλου *μερικής εξυπηρέτησης ομάδας*, όπως έγινε παραπάνω. Οι διαφορές μεταξύ των τιμών της προσομοίωσης και των αριθμητικών

αποτελεσμάτων του QtsPlus απεικονίζονται στη τρίτη στήλη σε κάθε έναν από τους παραπάνω πίνακες.

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 K=1 λ=2	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από Προσομοίωση
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	0,199919	0,199999	-0,000080
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	0,033359	0,033333	0,000026
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,099960	0,099999	-0,000039
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,016627	0,016666	-0,000039
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,833303	0,833334	-0,000031
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,166561	0,166666	-0,000080

Πίνακας 82 Αποτελέσματα Προσομοίωσης ($M / M^{[1]} / 1$) - QtsPlus για $K=1$ & $\lambda=2$

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 K=1 λ=4	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από Προσομοίωση
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	0,499634	0,499997	-0,000363
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	0,166843	0,166665	0,000178
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,124908	0,124999	-0,000091
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,041575	0,041666	-0,000091
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,666982	0,666668	0,000314
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,332790	0,333332	-0,000542

Πίνακας 83 Αποτελέσματα Προσομοίωσης ($M / M^{[1]} / 1$) - QtsPlus για $K=1$ & $\lambda=4$

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 200000 K=1 λ=6	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από Προσομοίωση
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	1,000445	0,999992	0,000453
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	0,500709	0,499994	0,000715
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,166741	0,166665	0,000076
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,083408	0,083332	0,000076
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,500218	0,500002	0,000216
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,499737	0,499998	-0,000261

Πίνακας 84 Αποτελέσματα Προσομοίωσης ($M / M^{[1]} / 1$) - QtsPlus για $K=1$ & $\lambda=6$

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 2000000 K=1 λ=8	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από Προσομοίωση
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	2,008123	1,999976	0,008147
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	1,342409	1,333312	0,009097
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,251015	0,249997	0,001018
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,167682	0,166664	0,001018
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,333383	0,333336	0,000047
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,665714	0,666664	-0,000950

Πίνακας 85 Αποτελέσματα Προσομοίωσης ($M / M^{[1]} / 1$) - QtsPlus για K=1 & λ=8

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης: 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών: 1 Αριθμός Κλήσεων: 2000000 K=1 λ=10	ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	ΔΙΑΦΟΡΑ QTS από Προσομοίωση
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα	5,051290	4,999880	0,051410
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά	4,217949	4,166550	0,051399
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα	0,505129	0,499988	0,005141
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά	0,421796	0,416655	0,005141
Πιθανότητα άδειου συστήματος	0,166444	0,166670	-0,000226
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,833341	0,833330	0,000011

Πίνακας 86 Αποτελέσματα Προσομοίωσης ($M / M^{[1]} / 1$) - QtsPlus για K=1 & λ=10

Από τον έλεγχο των παραπάνω πέντε (5) πινάκων, διαπιστώνουμε ότι σε αυτό το παράδειγμα, η προσομοίωση υλοποιήθηκε σωστά και τα αποτελέσματα που δίνει συμπίπτουν με μεγάλη ακρίβεια με το λογισμικό πακέτο QtsPlus που χρησιμοποιεί τους μαθηματικούς τύπους της θεωρίας $M/M/1$ για τον υπολογισμό των παραμέτρων απόδοσης.

Λόγω της σχεδόν απόλυτης σύγκλισης μεταξύ των τιμών για τις παραμέτρους απόδοσης (L , L_q , W , W_q , server utilization) του $M/M/1$ συστήματος αναμονής και του μοντέλου μερικής εξυπηρέτησης ομάδας για $K=1$, καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι το μοντέλο μερικής εξυπηρέτησης ομάδας ουσιαστικά λειτουργεί και συμπεριφέρεται ως ένα σύστημα αναμονής $M/M/1$ όπου απλά, η διαδικασία εξυπηρέτησεων των κλήσεων του γίνεται πιο *Poisson*, έχοντας πλέον ομαδικές εξυπηρετήσεις.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

Αποτελέσματα QTS για το παράδειγμα 3.1

M[^][X]/M/1: UNLIMITED CAPACITY, BULK-INPUT POISSON QUEUE

(The batch-size probabilities are to be input to the table at the right. From the value input for K, the numbers for the column called "size X" will be entered automatically.)

Input Parameters:		size (X)	batch prob
Arrival rate of all batches together (λ)	0,01	1	0,3333
Mean service time ($1/\mu$)	10,	2	0,6667
Maximum batch size ($1 < K \leq 100$)	7	3	0
		4	0
Plot Parameter:		5	0
Maximum size for probability chart	15	6	0

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	100
Mean batch size ($E[X]$)	1,6667
Batch variance ($Var[X]$)	0,22221111
Service rate (μ)	0,1
Server utilization (ρ)	16,67%
Probability of empty system (p_0)	0,833330
Mean number of customers in the system (L)	0,28000912
Mean number of customers in the queue (Lq)	0,11333912
Mean wait time (W)	16,8002112
Mean wait time in the queue (Wq)	6,800211198

M[^][X]/M/1: UNLIMITED CAPACITY, BULK-INPUT POISSON QUEUE

(The batch-size probabilities are to be input to the table at the right. From the value input for K, the numbers for the column called "size X" will be entered automatically.)

Input Parameters:		size (X)	batch prob
Arrival rate of all batches together (λ)	0,02	1	0,3333
Mean service time ($1/\mu$)	10,	2	0,6667
Maximum batch size ($1 < K \leq 100$)	7	3	0
		4	0
Plot Parameter:		5	0
Maximum size for probability chart	15	6	0

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	50
Mean batch size ($E[X]$)	1,6667
Batch variance ($Var[X]$)	0,22221111
Service rate (μ)	0,1
Server utilization (ρ)	33,33%
Probability of empty system (p_0)	0,666660
Mean number of customers in the system (L)	0,700027
Mean number of customers in the queue (Lq)	0,366687
Mean wait time (W)	21,00039
Mean wait time in the queue (Wq)	11,00039

M^X/M/1: UNLIMITED CAPACITY, BULK-INPUT POISSON QUEUE

(The batch-size probabilities are to be input to the table at the right. From the value input for K, the numbers for the column called "size X" will be entered automatically.)

Input Parameters:		size (X)	batch prob
Arrival rate of all batches together (λ)	0,03	1	0,3333
Mean service time ($1/\mu$)	10,	2	0,6667
Maximum batch size ($1 < K \leq 100$)	7	3	0
		4	0
Plot Parameter:		5	0
Maximum size for probability chart	15	6	0

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	33,33333333
Mean batch size ($E[X]$)	1,6667
Batch variance ($Var[X]$)	0,22221111
Service rate (μ)	0,1
Server utilization (ρ)	50,00%
Probability of empty system (p_0)	0,499990
Mean number of customers in the system (L)	1,400068001
Mean number of customers in the queue (L_q)	0,900058001
Mean wait time (W)	28,00080001
Mean wait time in the queue (W_q)	18,00080001

M^X/M/1: UNLIMITED CAPACITY, BULK-INPUT POISSON QUEUE

(The batch-size probabilities are to be input to the table at the right. From the value input for K, the numbers for the column called "size X" will be entered automatically.)

Input Parameters:		size (X)	batch prob
Arrival rate of all batches together (λ)	0,04	1	0,3333
Mean service time ($1/\mu$)	10,	2	0,6667
Maximum batch size ($1 < K \leq 100$)	7	3	0
		4	0
Plot Parameter:		5	0
Maximum size for probability chart	15	6	0

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	25
Mean batch size ($E[X]$)	1,6667
Batch variance ($Var[X]$)	0,22221111
Service rate (μ)	0,1
Server utilization (ρ)	66,67%
Probability of empty system (p_0)	0,333320
Mean number of customers in the system (L)	2,800192008
Mean number of customers in the queue (L_q)	2,133512008
Mean wait time (W)	42,00204007
Mean wait time in the queue (W_q)	32,00204007

M^X/M/1: UNLIMITED CAPACITY, BULK-INPUT POISSON QUEUE

(The batch-size probabilities are to be input to the table at the right. From the value input for K, the numbers for the column called "size X" will be entered automatically.)

Input Parameters:		size (X)	batch prob
Arrival rate of all batches together (λ)	0,05	1	0,3333
Mean service time ($1/\mu$)	10,	2	0,6667
Maximum batch size ($1 < K \leq 100$)	7	3	0
		4	0
Plot Parameter:		5	0
Maximum size for probability chart	15	6	0

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	20
Mean batch size ($E[X]$)	1,6667
Batch variance ($Var[X]$)	0,22221111
Service rate (μ)	0,1
Server utilization (ρ)	83,34%
Probability of empty system (p_0)	0,166650
Mean number of customers in the system (L)	7,00090009
Mean number of customers in the queue (L_q)	6,16755009
Mean wait time (W)	84,0091209
Mean wait time in the queue (W_q)	74,0091209

Αποτελέσματα QTS για το παράδειγμα 3.2

M[^][X]/M/1: UNLIMITED CAPACITY, BULK-INPUT POISSON QUEUE

(The batch-size probabilities are to be input to the table at the right. From the value input for K, the numbers for the column called "size X" will be entered automatically.)

Input Parameters:		size (X)	batch prob
Arrival rate of all batches together (λ)	1,	1	0,333333
Mean service time ($1/\mu$)	0,066667	2	0,333333
Maximum batch size ($1 < K \leq 100$)	3	3	0,333334

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart 15

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	1
Mean batch size ($E[X]$)	2,000001
Batch variance ($Var[X]$)	0,666667
Service rate (μ)	14,999925
Server utilization (ρ)	0,133334
Probability of empty system (p_0)	0,866666
Mean number of customers in the system (L)	0,256411961
Mean number of customers in the queue (Lq)	0,123077894
Mean wait time (W)	0,128205916
Mean wait time in the queue (Wq)	0,061538916

M[^][X]/M/1: UNLIMITED CAPACITY, BULK-INPUT POISSON QUEUE

(The batch-size probabilities are to be input to the table at the right. From the value input for K, the numbers for the column called "size X" will be entered automatically.)

Input Parameters:		size (X)	batch prob
Arrival rate of all batches together (λ)	2,	1	0,333333
Mean service time ($1/\mu$)	0,066667	2	0,333333
Maximum batch size ($1 < K \leq 100$)	3	3	0,333334

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart 15

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,5
Mean batch size ($E[X]$)	2,000001
Batch variance ($Var[X]$)	0,666667
Service rate (μ)	14,999925
Server utilization (ρ)	0,266668
Probability of empty system (p_0)	0,733332
Mean number of customers in the system (L)	0,606065333
Mean number of customers in the queue (Lq)	0,3393972
Mean wait time (W)	0,151516258
Mean wait time in the queue (Wq)	0,084849258

M^X/M/1: UNLIMITED CAPACITY, BULK-INPUT POISSON QUEUE

(The batch-size probabilities are to be input to the table at the right. From the value input for K, the numbers for the column called "size X" will be entered automatically.)

Input Parameters:		size (X)	batch prob
Arrival rate of all batches together (λ)	3,	1	0,333333
Mean service time ($1/\mu$)	0,066667	2	0,333333
Maximum batch size ($1 < K \leq 100$)	3	3	0,333334
Plot Parameter:			
Maximum size for probability chart		15	
Results:			
Mean interarrival time ($1/\lambda$)		0,333333333	
Mean batch size ($E[X]$)		2,000001	
Batch variance ($Var[X]$)		0,666667	
Service rate (μ)		14,999925	
Server utilization (ρ)		0,400002	
Probability of empty system (p_0)		0,599998	
Mean number of customers in the system (L)		1,11112163	
Mean number of customers in the queue (Lq)		0,71111943	
Mean wait time (W)		0,185186846	
Mean wait time in the queue (Wq)		0,118519846	

M^X/M/1: UNLIMITED CAPACITY, BULK-INPUT POISSON QUEUE

(The batch-size probabilities are to be input to the table at the right. From the value input for K, the numbers for the column called "size X" will be entered automatically.)

Input Parameters:		size (X)	batch prob
Arrival rate of all batches together (λ)	4,	1	0,333333
Mean service time ($1/\mu$)	0,066667	2	0,333333
Maximum batch size ($1 < K \leq 100$)	3	3	0,333334
Plot Parameter:			
Maximum size for probability chart		15	
Results:			
Mean interarrival time ($1/\lambda$)		0,25	
Mean batch size ($E[X]$)		2,000001	
Batch variance ($Var[X]$)		0,666667	
Service rate (μ)		14,999925	
Server utilization (ρ)		0,533336	
Probability of empty system (p_0)		0,466664	
Mean number of customers in the system (L)		1,904784925	
Mean number of customers in the queue (Lq)		1,371448659	
Mean wait time (W)		0,238097997	
Mean wait time in the queue (Wq)		0,171430997	

M^X/M/1: UNLIMITED CAPACITY, BULK-INPUT POISSON QUEUE

(The batch-size probabilities are to be input to the table at the right. From the value input for K, the numbers for the column called "size X" will be entered automatically.)

Input Parameters:		size (X)	batch prob
Arrival rate of all batches together (λ)	5,	1	0,333333
Mean service time ($1/\mu$)	0,066667	2	0,333333
Maximum batch size ($1 < K \leq 100$)	3	3	0,333334
Plot Parameter:			
Maximum size for probability chart	15		
Results:			
Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,2		
Mean batch size ($E[X]$)	2,000001		
Batch variance ($Var[X]$)	0,666667		
Service rate (μ)	14,999925		
Server utilization (ρ)	0,666670		
Probability of empty system (p_0)	0,333330		
Mean number of customers in the system (L)	3,333389334		
Mean number of customers in the queue (Lq)	2,666719001		
Mean wait time (W)	0,333338767		
Mean wait time in the queue (Wq)	0,266671767		

M^X/M/1: UNLIMITED CAPACITY, BULK-INPUT POISSON QUEUE

(The batch-size probabilities are to be input to the table at the right. From the value input for K, the numbers for the column called "size X" will be entered automatically.)

Input Parameters:		size (X)	batch prob
Arrival rate of all batches together (λ)	6,	1	0,333333
Mean service time ($1/\mu$)	0,066667	2	0,333333
Maximum batch size ($1 < K \leq 100$)	3	3	0,333334
Plot Parameter:			
Maximum size for probability chart	15		
Results:			
Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,166666667		
Mean batch size ($E[X]$)	2,000001		
Batch variance ($Var[X]$)	0,666667		
Service rate (μ)	14,999925		
Server utilization (ρ)	0,800004		
Probability of empty system (p_0)	0,199996		
Mean number of customers in the system (L)	6,666852004		
Mean number of customers in the queue (Lq)	5,866847604		
Mean wait time (W)	0,555570723		
Mean wait time in the queue (Wq)	0,488903723		

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

"Ορίζουμε τις διαδικασίες της προσομοίωσης και τις μεταβλητές

PREAMBLE

PROCESSES INCLUDE ARRIVAL.GENERATOR, BATCH, CALL AND TIMER "**Διαδικασία ARRIVAL.GENERATOR «γεννά» κάθε αφικνούμενη νέα ομάδα, Διαδικασία Batch(ομάδα) εμπεριέχει τις κλήσεις, Διαδικασία κλήσης και χρονομέτρη**
EVERY BATCH HAS A CALL_SIZE AND A CALLS_FOR_SERV "**Αντιστοιχούμε μεταβλητές στη διαδικασία Batch(ομάδα)**
EVERY CALL HAS A TIME.OF.ARRIVAL, A DELAY.IN.QUEUE AND A TIME.IN.SYSTEM "**Αντιστοιχούμε μεταβλητές στη διαδικασία Call(κλήση)**

RESOURCES INCLUDE SERVER "**Δηλώνεται ως πόρος ο εξυπηρετητής**

" Δηλώνουμε τις μεταβλητές και τον πίνακα που θα χρησιμοποιήσουμε

DEFINE DELAY.IN.QUEUE, MEAN.INTERARRIVAL.TIME AND MEAN.SERVICE.TIME AS DOUBLE VARIABLES

DEFINE NO.DEL.IN.QUEUE AND HIGH.DELAY.IN.QUEUE AS INTEGER VARIABLES

DEFINE YES.DEL.IN.QUEUE AS AN INTEGER VARIABLE

DEFINE DELAY_ABOVE, PROB1,PROB2 AS A REAL VARIABLE

DEFINE SERVERS, CALLS, ALL.SERVERS.FREE AS INTEGER VARIABLES

DEFINE CALLS_IN_BATCH AS INTEGER VARIABLE

DEFINE TOTAL_CALLS AS INTEGER VARIABLE

DEFINE STREAM1 AND STREAM2 AS INTEGER VARIABLES

DEFINE STREAM3 AS INTEGER VARIABLE

DEFINE BATCHES, BUSY.SERVER, FREE AS INTEGER VARIABLE

DEFINE xx as a real variable

DEFINE TOTAL.DELAY, TOTAL.TIME.IN.SYSTEM, TIME.IN.SYSTEM AS A DOUBLE VARIABLE

DEFINE I, YY,ZZZ,TTT,MODULE AS INTEGER VARIABLES

DEFINE MATRIX AS AN INTEGER,1-DIMENSIONAL ARRAY

TALLY AVG.NUM.IN.QUEUE AS THE AVERAGE OF YES.DEL.IN.QUEUE "**Υπολογισμός μέσου αριθμού κλήσεων στην ουρά**

TALLY VAR.BATCH AS THE VARIANCE OF CALLS_IN_BATCH "**Υπολογισμός διακύμανσης της ομάδας**

END

MAIN

PRINT 1 LINE THUS

-----# M[X]/M/s # -----

"Ορίζουμε το αρχείο από το οποίο το πρόγραμμα θα λαμβάνει τις μεταβλητές και εν συνεχεία γίνεται η ανάγνωση των μεταβλητών αυτών

OPEN UNIT 1 FOR INPUT, FILE NAME IS "INPUT.TXT"

USE UNIT 1 FOR INPUT

READ MEAN.INTERARRIVAL.TIME, MEAN.SERVICE.TIME, SERVERS, DELAY_ABOVE, BATCHES, STREAM1,STREAM2,
STREAM3, PROB1,PROB2,MODULE

RESERVE MATRIX(*) AS (SERVERS + 1000) " Δέσμευση ικανοποιητικού χώρου (το 1000 μπορεί να είναι μεγαλύτερο ή μικρότερο) για το δηλωμένο πίνακα, ώστε να μπορέσουμε να τον χρησιμοποιήσουμε κατά τη διάρκεια της προσομοίωσης
 CREATE EVERY SERVER(1) " Μετά τη δήλωσή του στο Preamble, έχουμε τη δημιουργία ενός(1) πόρου-εξυπηρετητή
 LET U.SERVER(1) = SERVERS " Ορίζεται σαν αρχική τιμή του πόρου SERVER(1) αυτή η μεταβλητή που καθορίζεται στην είσοδο

" Εκκινεί μια διαδικασία γέννησης αφικνούμενων ομάδων και ταυτόχρονα τη διαδικασία TIMER

ACTIVATE AN ARRIVAL.GENERATOR NOW
 CLOSE UNIT 1
 ACTIVATE A TIMER NOW
 START SIMULATION

" Μετά το τέλος της κύριας λειτουργίας της προσομοίωσης δίνεται η εντολή να φαίνονται στην οθόνη των αποτελεσμάτων τα:

PRINT 1 LINES WITH SERVERS THUS
 SIMULATION OF THE M[x]/M/** QUEUE " Ο τίτλος των αποτελεσμάτων
 SKIP 1 LINE
 PRINT 7 LINES WITH MEAN.INTERARRIVAL.TIME, MEAN.SERVICE.TIME, SERVERS, BATCHES, TOTAL_CALLS, YY
 THUS
 BATCH ARRIVAL RATE **. ** " Ο ρυθμός άφιξης των ομάδων
 MEAN SERVICE TIME **. ** " Ο μέσος χρόνος εξυπηρέτησης
 NUMBER OF SERVERS *** " Ο αριθμός εξυπηρετητών
 BATCHES * " Το σύνολο των αφικνούμενων ομάδων προς προσομοίωση
 TOTAL CALLS CREATED * " Το σύνολο των κλήσεων που δημιουργήθηκαν
 TOTAL NUMBER OF SAMPLES * " Το σύνολο των δειγμάτων

PRINT 2 LINES WITH TOTAL_CALLS/BATCHES, VAR.BATCH THUS
 AVERAGE BATCH SIZE (IN CALLS) *. * " Μέσο μέγεθος ομάδας
 BATCH VARIANCE *. * " Διακύμανση ομάδας
 SKIP 1 LINE

PRINT 8 LINES WITH ALL.SERVERS.FREE/BATCHES, BUSY.SERVER/(BATCHES*SERVERS),
 TOTAL.DELAY*24*60/TOTAL_CALLS, TOTAL.TIME.IN.SYSTEM*24*60/TOTAL_CALLS, ZZZ/YY, TTT/YY, FREE/YY,
 AVG.NUM.IN.QUEUE THUS
 PROBABILITY THE SYSTEM IS EMPTY (P0) . * " Πιθανότητα άδειου συστήματος
 SERVER UTILIZATION . * " Χρησιμοποίηση εξυπηρετητή
 AVERAGE DELAY IN QUEUE, Wq (IN MINUTES) *. * " Μέσος χρόνος αναμονής στην ουρά
 TOTAL TIME IN SYSTEM, Wq + h (IN MINUTES) *. * " Συνολικός χρόνος παραμονής στο σύστημα
 AVERAGE NUMBER OF CALLS IN THE SYSTEM, L BASED ON TIMER *. * " Μέσος αριθμός κλησεων στο σύστημα
 AVERAGE NUMBER OF CALLS IN THE QUEUE, Lq BASED ON TIMER *. * " Μέσος αριθμός κλησεων στην ουρά
 PROBABILITY THE SYSTEM IS EMPTY BASED ON TIMER . * " Πιθανότητα άδειου συστήματος βάση timer
 AVERAGE NUMBER OF CALLS IN THE QUEUE, Lq BASED ON Tally *. * " Μέσος αριθμός κλησεων στην ουρά

```

skip 1 line
print 1 line thus " Εμφάνιση στην οθόνη των αποτελεσμάτων, των πιθανοτήτων P(N) για N=0 έως 15
PROBABILITIES P(N) BASED ON TIMER
FOR JG = 1 TO (SERVERS + 15) " Ενδεικτικά το N φτάνει έως το 15
DO
PRINT 1 LINE WITH (JG-1) AND MATRIX(JG)/YY THUS
probability(***) = *.*****
LOOP
SKIP 1 LINE

READ AS /

END

" Περιγράφεται η διαδικασία δημιουργίας αφικνούμενων ομάδων, από 1 μέχρι 1.000.000 όπως το έχουμε θέσει στην είσοδο
PROCESS ARRIVAL.GENERATOR
" Στη διαδικασία αυτή υπάρχουν δύο επιλογές για το μέγεθος των αφικνούμενων ομάδων, να είναι MODULE=1 ή MODULE=2
IF MODULE=1 " Αν MODULE=1 τότε οι ομάδες που αφικνούνται θα εμπεριέχουν μία ή δύο κλήσεις. Η τιμή του MODULE
καθορίζεται στην είσοδο
FOR I = 1 TO BATCHES
DO

LET XX=UNIFORM.F(0,1,STREAM3) " Το μέγεθος κάθε ομάδας καθορίζεται βάση ομοιόμορφης κατανομής
IF XX<=PROB1 " Συγκρίνεται η πιθανότητα PROB1 (δίνεται κατά την είσοδο) με την έξοδο της ομοιόμορφης κατανομής
CALLS_IN_BATCH = 1 " Υπάρχει μία κλήση στην ομάδα όντας η έξοδος μικρότερη της PROB1
ENDIF
IF XX > PROB1 " Στην αντίθετη περίπτωση, που η τιμή είναι μεγαλύτερη της PROB1
CALLS_IN_BATCH = 2 " Υπάρχουν δύο κλήσεις στην ομάδα
ENDIF
ACTIVATE A BATCH NOW
WAIT EXPONENTIAL.F(1/MEAN.INTERARRIVAL.TIME, STREAM1) MINUTES " Οι ομάδες καταφθάνουν με ρυθμό λ
LOOP
ENDIF

IF MODULE=2 " Αν το MODULE=2, τότε η αντίστοιχη ομάδα μπορεί να έχει μέγεθος 1, ή 2, ή και 3 (δηλ. να περιλαμβάνει 1 ή 2
ή 3 κλήσεις)
FOR I = 1 TO BATCHES
DO

LET XX=UNIFORM.F(0,1,STREAM3)
IF XX<=PROB1
CALLS_IN_BATCH = 1

```

```

ENDIF
IF XX > PROB1 AND XX <= PROB1+PROB2
CALLS_IN_BATCH = 2
ENDIF
IF XX > PROB1+PROB2
CALLS_IN_BATCH = 3
ENDIF
ACTIVATE A BATCH NOW
WAIT EXPONENTIAL.F(1/MEAN.INTERARRIVAL.TIME, STREAM1) MINUTES
LOOP
ENDIF

END

```

" Περιγράφεται η διαδικασία εξυπηρέτησης των ομάδων

```
PROCESS BATCH
```

```
DEFINE THIS.BATCH AS INTEGER VARIABLE " Ορίζουμε τη τρέχουσα ομάδα ως ακέραιου τύπου μεταβλητή
```

```
TOTAL_CALLS = TOTAL_CALLS + CALLS_IN_BATCH " Ορίζουμε τις συνολικές κλήσεις στο σύστημα κάθε φορά έτσι ώστε στο τέλος της προσομοίωσης η μεταβλητή θα περιέχει τις συνολικές κλήσεις έως εκείνη τη στιγμή και τις κλήσεις που είναι εκείνη τη στιγμή στην ομάδα
```

```
Let THIS.BATCH = BATCH " Ονομάζουμε τη τρέχουσα ομάδα (batch) THIS.BATCH
```

```
Let CALL_SIZE(THIS.BATCH) = CALLS_IN_BATCH " Η CALL_SIZE(THIS.BATCH) περιγράφει το μέγεθος σε κλήσεις του BATCH με το όνομα THIS.BATCH
```

```
YES.DEL.IN.QUEUE = YES.DEL.IN.QUEUE + CALL_SIZE(THIS.BATCH) " Ορίζουμε τη μεταβλητή YES.DEL.IN.QUEUE (Όλες οι κλήσεις πριν εξυπηρετηθούν αρχικά καταχωρούνται σε αυτή τη μεταβλητή)
```

```
IF U.SERVER(1) = SERVERS " Τη στιγμή άφιξης της ομάδας αν όλοι οι εξυπηρετητές είναι ελεύθεροι, τότε:
```

```
ADD 1 TO ALL.SERVERS.FREE " Αυξάνει κατά 1 η μεταβλητή ALL.SERVERS.FREE
```

```
ENDIF
```

```
IF U.SERVER(1) < SERVERS AND U.SERVER(1) >=0
```

```
BUSY.SERVER = BUSY.SERVER + SERVERS - U.SERVER(1) " Ορίζουμε τη μεταβλητή BUSY.SERVER
```

```
ENDIF
```

```
FOR JJ=1 TO CALL_SIZE(THIS.BATCH) " Για κάθε μία κλήση από τις συνολικές CALL_SIZE(THIS.BATCH) θα ενεργοποιηθεί μία διαδικασία CALL
```

```
DO
```

```
ACTIVATE A CALL NOW
```

LOOP

END

" Περιγράφεται η διαδικασία εξυπηρέτησης των κλήσεων

PROCESS CALL

DEFINE THIS.CALL AS INTEGER VARIABLE

LET THIS.CALL = CALL **" Η τρέχουσα κλήση ονομάζεται THIS.CALL**

LET TIME.OF.ARRIVAL(THIS.CALL) = TIME.V **" Καταγράφουμε τη στιγμή άφιξης της κλήσης THIS.CALL στην μεταβλητή TIME.OF.ARRIVAL(THIS.CALL). Η στιγμή της άφιξης συμπίπτει με τον τρέχον χρόνο προσομοίωσης που εκφράζεται από την μεταβλητή TIME.V**

REQUEST 1 SERVER(1) **" Η κλήση THIS.CALL ζητάει έναν (1) server. Από το σημείο της εντολής αυτής και κάτω, με το που θα περάσει το πρόγραμμα, σημαίνει ότι η κλήση βρήκε ελεύθερο το server για να εξυπηρετηθεί.**

LET DELAY.IN.QUEUE(THIS.CALL) = TIME.V - TIME.OF.ARRIVAL(THIS.CALL) **" Η κλήση βρήκε τον server ελεύθερο και τον κατέλαβε. Συνεπώς ο χρόνος της κλήσης στην ουρά, είναι ο τρέχον χρόνος προσομοίωσης TIME.V μείον το χρόνο άφιξης της κλήσης THIS.CALL**

LET TOTAL.DELAY = TOTAL.DELAY + DELAY.IN.QUEUE(THIS.CALL) **" Μεταβλητή που εκφράζει τον συνολικό χρόνο καθυστέρησης όλων των κλήσεων**

IF YES.DEL.IN.QUEUE > 0

YES.DEL.IN.QUEUE = YES.DEL.IN.QUEUE - 1 **" Από τη στιγμή που η κλήση βρήκε ελεύθερο server, φεύγει από την ουρά και ελευθερώνει μία θέση, οπότε μειώνεται κατά 1 η τιμή της YES.DEL.IN.QUEUE. (Η YES.DEL.IN.QUEUE αρχικά αυξάνει στην PROCESS BATCH)**

NO.DEL.IN.QUEUE = NO.DEL.IN.QUEUE + 1 **" Αντίστοιχα αυξάνει κατά ένα (1) η μεταβλητή NO.DEL.IN.QUEUE που φανερώνει ότι η κλήση είναι τώρα στον SERVER**

ENDIF

ATIME = EXPONENTIAL.F (MEAN.SERVICE.TIME,STREAM2) **" Ο χρόνος για τον οποίο θα χρησιμοποιήσει τον SERVER**

WORK ATIME MINUTES

RELINQUISH 1 SERVER(1) **" Αφού ολοκληρωθεί η εξυπηρέτηση ελευθερώνεται ο SERVER**

IF NO.DEL.IN.QUEUE > 0

NO.DEL.IN.QUEUE = NO.DEL.IN.QUEUE - 1 **" Αφού ολοκληρωθεί η εξυπηρέτηση η κλήση αποχωρεί από το σύστημα, οπότε μειώνεται κατά 1 η μεταβλητή NO.DEL.IN.QUEUE**

ENDIF

```
TIME.IN.SYSTEM(THIS.CALL) = TIME.V - TIME.OF.ARRIVAL(THIS.CALL) " Καταγράφεται ο συνολικός χρόνος παραμονής
της τρέχουσας κλήσης THIS.CALL στο σύστημα (παραμονή στην ουρά + παραμονή στον SERVER)
LET TOTAL.TIME.IN.SYSTEM = TOTAL.TIME.IN.SYSTEM + TIME.IN.SYSTEM(THIS.CALL) " Καταγράφει τον συνολικό
χρόνο παραμονής όλων των κλήσεων στο σύστημα
```

```
END
```

```
" Περιγράφεται η διαδικασία TIMER η οποία παίρνει δείγματα σε τακτά χρονικά διαστήματα (ανά 2 λεπτά)
```

```
PROCESS TIMER
```

```
UNTIL I>=BATCHES " Θα τρέξει έως τον συνολικό αριθμό των ομάδων (BATCHES)
```

```
DO
```

```
IF U.SERVER(1) = SERVERS " Αν οι SERVERS είναι όλοι ελεύθεροι, αυξάνεται κατά ένα (1) η μεταβλητή FREE
```

```
ADD 1 TO FREE
```

```
ENDIF
```

```
ZZZ = ZZZ + NO.DEL.IN.QUEUE + YES.DEL.IN.QUEUE " Καταχωρείται η τρέχουσα τιμή των κλήσεων σε όλο το σύστημα
(ουρά + εξυπηρετητή)
```

```
TTT = TTT + YES.DEL.IN.QUEUE " Καταχωρείται η τρέχουσα τιμή των κλήσεων μόνο για την ουρά
```

```
ADD 1 TO MATRIX(NO.DEL.IN.QUEUE + YES.DEL.IN.QUEUE + 1)
```

```
WAIT 2.0 MINUTES " Κάθε 2 λεπτά κάνει loop και ξαναπαίρνει μετρήσεις
```

```
YY = YY + 1 " Η μεταβλητή YY εκφράζει τον συνολικό αριθμό των δειγμάτων
```

```
LOOP
```

```
END
```

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ

Αποτελέσματα QtsPlus για το M/M/1 Μοντέλο Αναμονής

M/M/1: POISSON ARRIVALS TO A SINGLE EXPONENTIAL SERVER

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	1,
Mean service time ($1/\mu$)	0,066667

Plot Parameters:

Maximum size for probability chart	15
Total time horizon for probability plotting	10,

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	1
Service rate (μ)	14,999925
Server utilization (ρ)	0,06666700
Mean number of customers in the system (L)	0,071428954
Mean number of customers in the queue (Lq)	0,004761954
Expected non-empty queue size (Lq')	1,071428954
Mean waiting time (W)	0,071428954
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,004761954
Mean length of busy period (B)	0,071428954

M/M/1: POISSON ARRIVALS TO A SINGLE EXPONENTIAL SERVER

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	2,
Mean service time ($1/\mu$)	0,066667

Plot Parameters:

Maximum size for probability chart	15
Total time horizon for probability plotting	10,

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,5
Service rate (μ)	14,999925
Server utilization (ρ)	0,13333400
Mean number of customers in the system (L)	0,153847041
Mean number of customers in the queue (Lq)	0,020513041
Expected non-empty queue size (Lq')	1,153847041
Mean waiting time (W)	0,076923521
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,010256521
Mean length of busy period (B)	0,076923521

M/M/1: POISSON ARRIVALS TO A SINGLE EXPONENTIAL SERVER

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	3,
Mean service time ($1/\mu$)	0,066667

Plot Parameters:

Maximum size for probability chart	15
Total time horizon for probability plotting	10,

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,333333333
Service rate (μ)	14,999925
Server utilization (ρ)	0,20000100
Mean number of customers in the system (L)	0,250001563
Mean number of customers in the queue (Lq)	0,050000563
Expected non-empty queue size (Lq')	1,250001563
Mean waiting time (W)	0,083333854
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,016666854
Mean length of busy period (B)	0,083333854

M/M/1: POISSON ARRIVALS TO A SINGLE EXPONENTIAL SERVER

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	4,
Mean service time ($1/\mu$)	0,066667

Plot Parameters:

Maximum size for probability chart	15
Total time horizon for probability plotting	10,

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,25
Service rate (μ)	14,999925
Server utilization (ρ)	0,266668
Mean number of customers in the system (L)	0,363638843
Mean number of customers in the queue (Lq)	0,096970843
Expected non-empty queue size (Lq')	1,363638843
Mean waiting time (W)	0,090909711
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,024242711
Mean length of busy period (B)	0,090909711

M/M/1: POISSON ARRIVALS TO A SINGLE EXPONENTIAL SERVER

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	5,
Mean service time ($1/\mu$)	0,066667

Plot Parameters:

Maximum size for probability chart	15
Total time horizon for probability plotting	10,

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,2
Service rate (μ)	14,999925
Server utilization (ρ)	0,333335
Mean number of customers in the system (L)	0,50000375
Mean number of customers in the queue (Lq)	0,16666875
Expected non-empty queue size (Lq')	1,50000375
Mean waiting time (W)	0,10000075
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,03333375
Mean length of busy period (B)	0,10000075

M/M/1: POISSON ARRIVALS TO A SINGLE EXPONENTIAL SERVER

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	6,
Mean service time ($1/\mu$)	0,066667

Plot Parameters:

Maximum size for probability chart	15
Total time horizon for probability plotting	10,

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,166666667
Service rate (μ)	14,999925
Server utilization (ρ)	0,40000200
Mean number of customers in the system (L)	0,666672222
Mean number of customers in the queue (Lq)	0,266670222
Expected non-empty queue size (Lq')	1,666672222
Mean waiting time (W)	0,111112037
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,044445037
Mean length of busy period (B)	0,111112037

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Δ

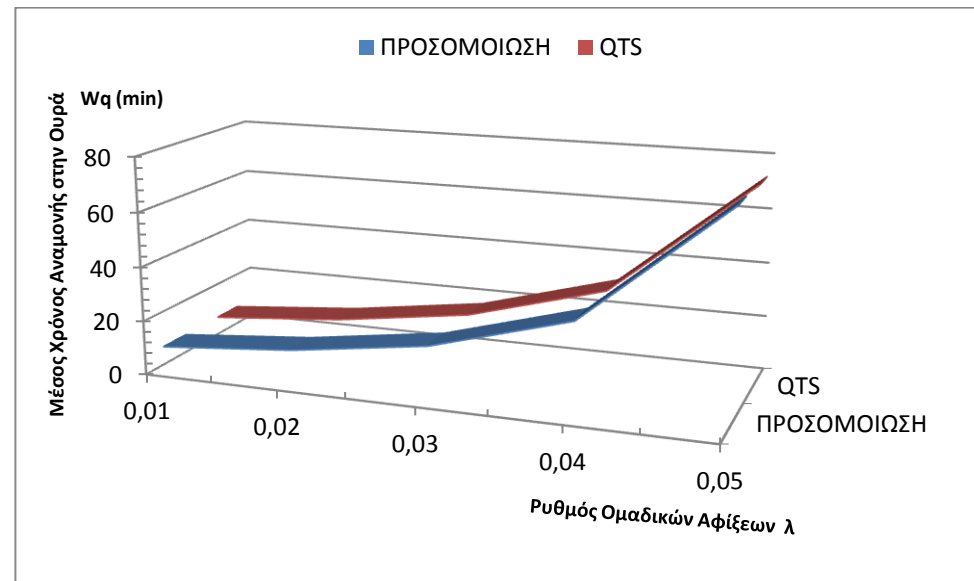
ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΑ ΤΩΝ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΩΝ 3.1 & 3.2

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης : 10 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1 Αριθμός Κλήσεων : 1000000	Ρυθμός Άφιξης Ομάδων $\lambda = 0,01$								ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	Διαφορά QTS από Προσομοίωση
	1 2 3	2 3 4	3 4 5	4 5 6	5 6 7	6 7 8	7 8 9	8 9 10			
Μέσο μέγεθος Ομάδας (κλήσεις)	1,666078	1,666052	1,666287	1,666659	1,666470	1,666604	1,666362	1,666324	1,666355	1,666700	0,000346
Διακύμανση Ομάδας	0,222418	0,222427	0,222349	0,222225	0,222288	0,222243	0,222324	0,222336	0,222341	0,222211	-0,000130
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	0,834633	0,833118	0,833284	0,833212	0,833774	0,833614	0,833777	0,833238	0,833581	0,833330	-0,000251
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,165367	0,166882	0,166716	0,166788	0,166226	0,166386	0,166223	0,166762	0,166419	0,166700	0,000281
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)	6,774588	6,799593	6,815348	6,810657	6,783484	6,803949	6,790398	6,810626	6,798580	6,800211	0,001631
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)	16,775630	16,805797	16,818700	16,815625	16,784409	16,807790	16,792884	16,818628	16,802433	16,800211	-0,002222
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	0,279209	0,279966	0,280000	0,280085	0,279659	0,280159	0,279694	0,280173	0,279868	0,280009	0,000141
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq	0,112757	0,113281	0,113464	0,113438	0,113029	0,113413	0,113091	0,113459	0,113242	0,113339	0,000098
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0) βάσει timer	0,833548	0,833315	0,833464	0,833353	0,833370	0,833254	0,833398	0,833286	0,833374	0,833330	-0,000044
Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης : 10 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1 Αριθμός Κλήσεων : 1000000	Ρυθμός Άφιξης Ομάδων $\lambda = 0,02$								ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	Διαφορά QTS από Προσομοίωση
	1 2 3	2 3 4	3 4 5	4 5 6	5 6 7	6 7 8	7 8 9	8 9 10			
Μέσο μέγεθος Ομάδας (κλήσεις)	1,666078	1,666052	1,666287	1,666659	1,666470	1,666604	1,666362	1,666324	1,666355	1,666700	0,000346
Διακύμανση Ομάδας	0,222418	0,222427	0,222349	0,222225	0,222288	0,222243	0,222324	0,222336	0,222341	0,222211	-0,000130
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	0,667898	0,666389	0,666831	0,667042	0,667276	0,666515	0,667711	0,666421	0,667010	0,666660	-0,000350
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,332102	0,333611	0,333169	0,332958	0,332724	0,333485	0,332289	0,333579	0,332990	0,333300	0,000310
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)	10,960432	10,997537	11,042380	10,997532	10,980161	11,027810	10,977263	11,050927	11,004255	11,000390	-0,003865
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)	20,961475	21,003741	21,045732	21,002500	20,981086	21,031650	20,979749	21,058930	21,008108	21,000390	-0,007718
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	0,697720	0,699893	0,700746	0,699567	0,699192	0,701140	0,698841	0,701587	0,699836	0,700027	0,000191
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq	0,364807	0,366452	0,367659	0,366298	0,365900	0,367641	0,365651	0,368146	0,366569	0,366687	0,000118
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0) βάσει timer	0,667087	0,666559	0,666912	0,666731	0,666707	0,666501	0,666810	0,666559	0,666733	0,666660	-0,000073

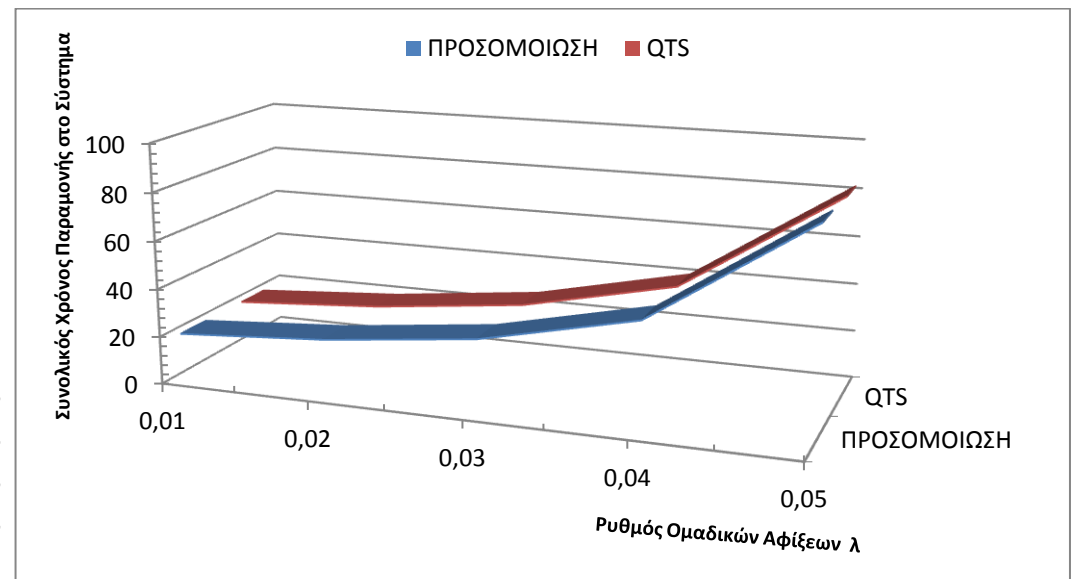
Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης : 10 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1 Αριθμός Κλήσεων : 1000000	Ρυθμός Άφιξης Ομάδων $\lambda = 0,03$								ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	Διαφορά QTS από Προσομοίωση
	1 2 3	2 3 4	3 4 5	4 5 6	5 6 7	6 7 8	7 8 9	8 9 10			
Μέσο μέγεθος Ομάδας (κλήσεις)	1,666078	1,666052	1,666287	1,666659	1,666470	1,666604	1,666362	1,666324	1,666355	1,666700	0,000346
Διακύμανση Ομάδας	0,222418	0,222427	0,222349	0,222225	0,222288	0,222243	0,222324	0,222336	0,222341	0,222211	-0,000130
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	0,501159	0,499528	0,500660	0,500437	0,500813	0,499642	0,500457	0,500164	0,500358	0,499990	-0,000368
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,498841	0,500472	0,499340	0,499563	0,499187	0,500358	0,499543	0,499836	0,499643	0,500000	0,000358
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)	17,960443	18,064513	18,061899	18,035781	18,027551	18,107028	17,963140	18,163568	18,047990	18,000800	-0,047190
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)	27,961486	28,070716	28,065251	28,040750	28,028476	28,110868	27,965626	28,171571	28,051843	28,000800	-0,051043
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	1,396119	1,402978	1,401616	1,401169	1,401050	1,405730	1,397333	1,407876	1,401734	1,400068	-0,001666
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq	0,896798	0,902863	0,902035	0,901221	0,901125	0,905468	0,897538	0,907731	0,901847	0,900058	-0,001789
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0) βάσει timer	0,500679	0,499885	0,500420	0,500052	0,500075	0,499738	0,500205	0,499855	0,500114	0,499990	-0,000124
Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης : 10 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1 Αριθμός Κλήσεων : 1000000	Ρυθμός Άφιξης Ομάδων $\lambda = 0,04$								ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	Διαφορά QTS από Προσομοίωση
	1 2 3	2 3 4	3 4 5	4 5 6	5 6 7	6 7 8	7 8 9	8 9 10			
Μέσο μέγεθος Ομάδας (κλήσεις)	1,666078	1,666052	1,666287	1,666659	1,666470	1,666604	1,666362	1,666324	1,666355	1,666700	0,000346
Διακύμανση Ομάδας	0,222418	0,222427	0,222349	0,222225	0,222288	0,222243	0,222324	0,222336	0,222341	0,222211	-0,000130
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	0,334577	0,332798	0,333651	0,333362	0,333667	0,333174	0,333400	0,333317	0,333493	0,333320	-0,000173
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,665423	0,667202	0,666349	0,666638	0,666333	0,666826	0,666600	0,666683	0,666507	0,666700	0,000193
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)	31,974369	32,250633	32,100238	32,275786	32,254158	32,383866	32,122586	32,446888	32,226066	32,002040	-0,224025
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)	41,975412	42,256837	42,103591	42,280755	42,255083	42,387707	42,125073	42,454890	42,229919	42,002040	-0,227878
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	2,794417	2,816041	2,803852	2,816787	2,816311	2,826128	2,806422	2,828892	2,813606	2,800192	-0,013414
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq	2,128612	2,149228	2,137685	2,150244	2,149776	2,159134	2,140020	2,162016	2,147089	2,133512	-0,013577
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0) βάσει timer	0,334194	0,333187	0,333833	0,333457	0,333465	0,333006	0,333597	0,333124	0,333483	0,333320	-0,000163

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης : 10 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1 Αριθμός Κλήσεων : 1000000	Ρυθμός Άφιξης Ομάδων $\lambda = 0,05$								ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	Διαφορά QTS από Προσομοίωση
	1 2 3	2 3 4	3 4 5	4 5 6	5 6 7	6 7 8	7 8 9	8 9 10			
Μέσο μέγεθος Ομάδας (κλήσεις)	1,666078	1,666052	1,666287	1,666659	1,666470	1,666604	1,666362	1,666324	1,666355	1,666700	0,000346
Διακύμανση Ομάδας	0,222418	0,222427	0,222349	0,222225	0,222288	0,222243	0,222324	0,222336	0,222341	0,222211	-0,000130
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	0,167633	0,165963	0,167292	0,166322	0,167043	0,166392	0,167527	0,166202	0,166797	0,166650	-0,000147
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,832367	0,834037	0,832708	0,833678	0,832957	0,833608	0,832473	0,833798	0,833203	0,833400	0,000197
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)	73,963630	75,074009	74,273872	75,874358	75,436828	75,933574	74,762915	76,011060	75,166281	74,009120	-1,157161
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)	83,964673	85,080212	84,277224	85,879327	85,437752	85,937415	84,765401	86,019063	85,170133	84,009120	-1,161013
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	6,987109	7,087316	7,014995	7,152155	7,117881	7,162305	7,058828	7,164786	7,093172	7,000900	-0,092272
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq	6,154860	6,253792	6,182369	6,318961	6,284680	6,328546	6,225872	6,331155	6,260029	6,167550	-0,092479
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0) βάσει timer	0,167751	0,166476	0,167374	0,166806	0,166798	0,166241	0,167045	0,166368	0,166857	0,166650	-0,000207

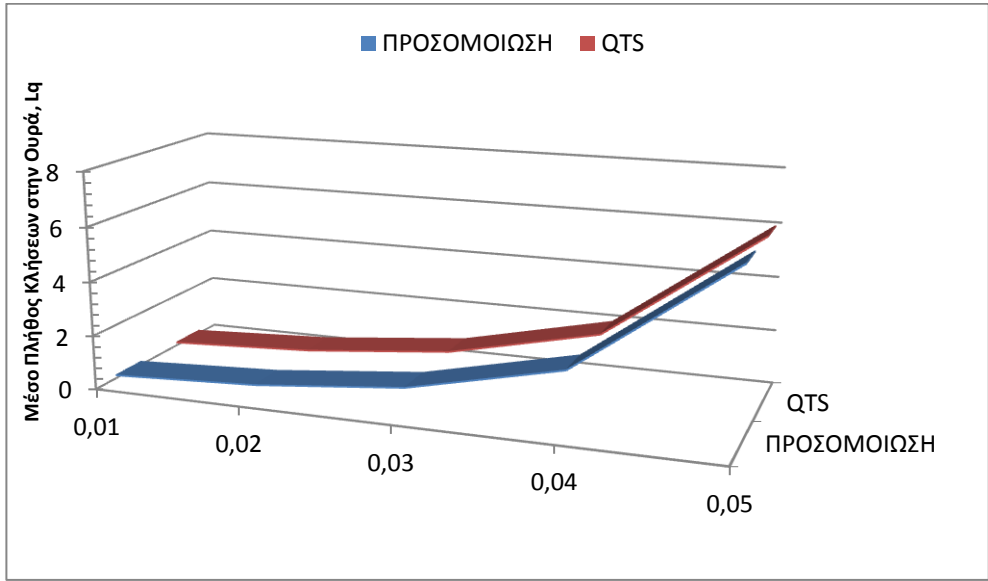
Ρυθμός Αφίξης Ομάδων λ	Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
0,01	6,798580	6,800211
0,02	11,004255	11,000390
0,03	18,047990	18,000800
0,04	32,226066	32,002040
0,05	75,166281	74,009120



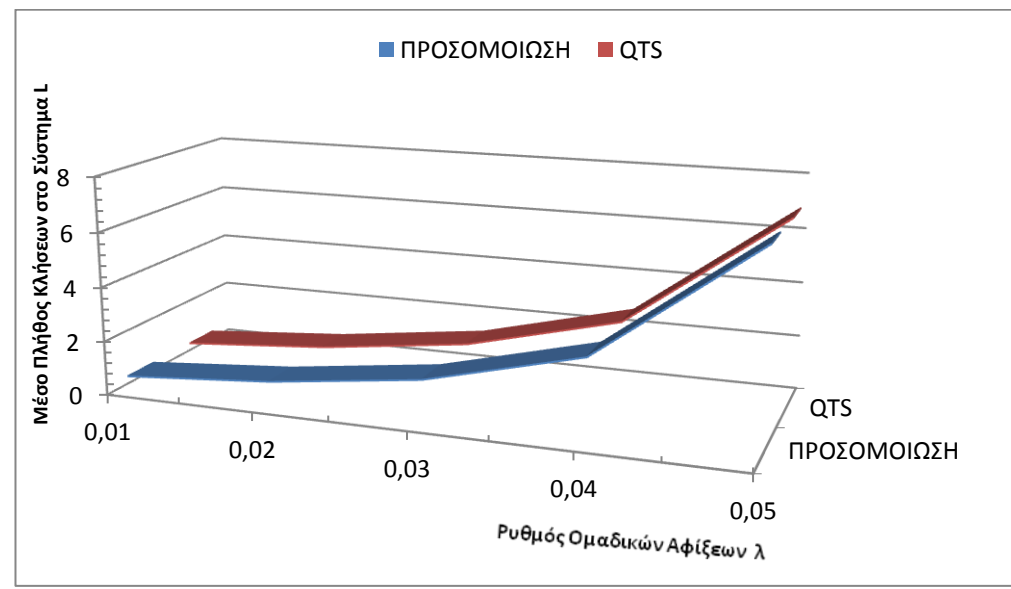
Ρυθμός Αφίξης Ομάδων λ	Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
0,01	16,802433	16,800211
0,02	21,008108	21,000390
0,03	28,051843	28,000800
0,04	42,229919	42,002040
0,05	85,170133	84,009120



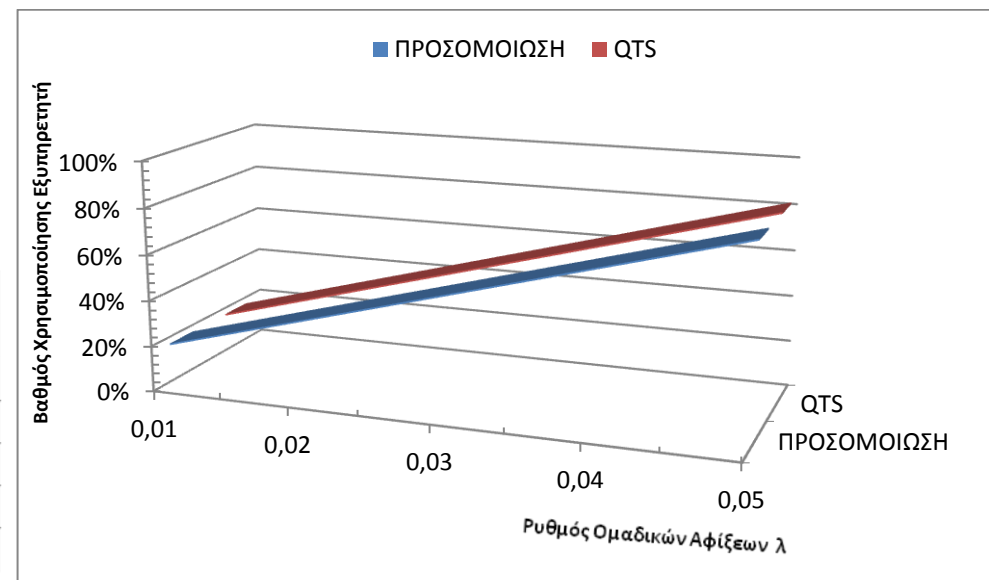
Ρυθμός Αφίξης Ομάδων λ	Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
0,01	0,113242	0,113339
0,02	0,366569	0,366687
0,03	0,901847	0,900058
0,04	2,147089	2,133512
0,05	6,260029	6,167550



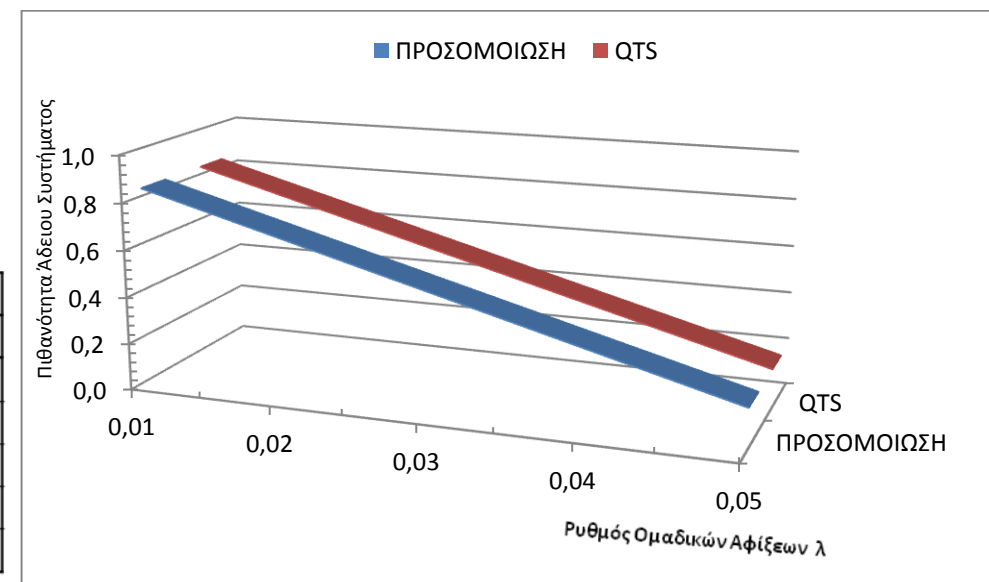
Ρυθμός Αφίξης Ομάδων λ	Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
0,01	0,279868	0,280009
0,02	0,699836	0,700027
0,03	1,401734	1,400068
0,04	2,813606	2,800192
0,05	7,093172	7,000900



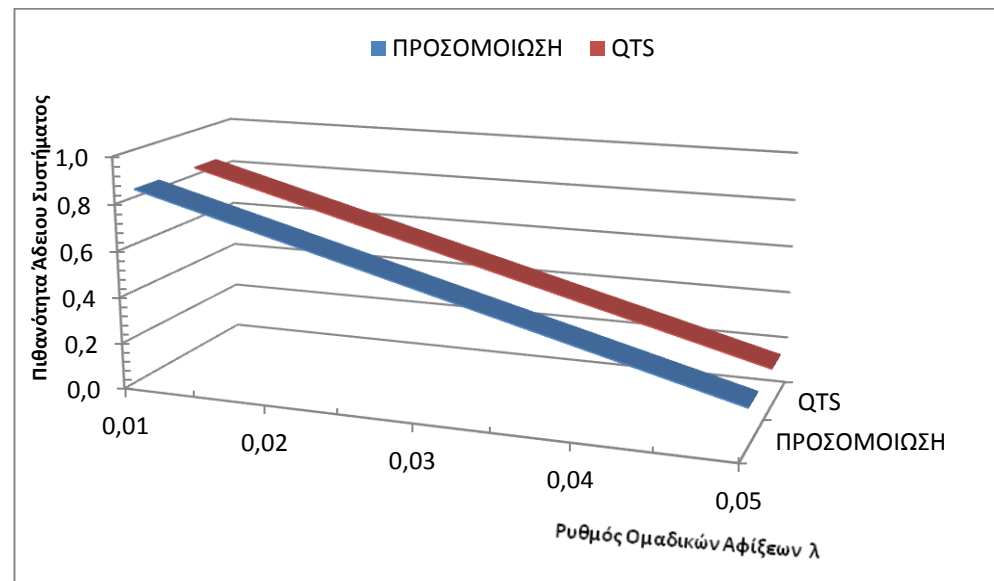
Ρυθμός Αφίξης Ομάδων λ	Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
0,01	0,166419	0,166700
0,02	0,332990	0,333300
0,03	0,499643	0,500000
0,04	0,666507	0,666700
0,05	0,833203	0,833400



Ρυθμός Αφίξης Ομάδων λ	Πιθανότητα Άδειου Συστήματος (based on timer)	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
0,01	0,833374	0,833330
0,02	0,666733	0,666660
0,03	0,500114	0,499990
0,04	0,333483	0,333320
0,05	0,166857	0,166650



Ρυθμός Αφίξης Ομάδων λ	Πιθανότητα Άδειου Συστήματος	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
0,01	0,833581	0,833330
0,02	0,667010	0,666660
0,03	0,500358	0,499990
0,04	0,333493	0,333320
0,05	0,166797	0,166650

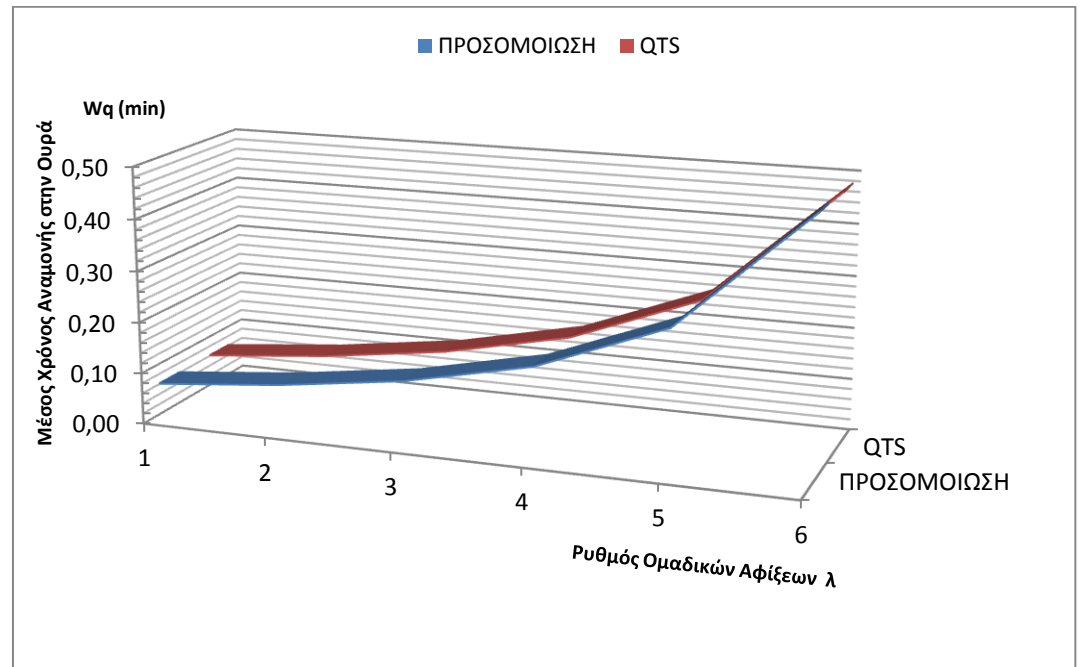


Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης : 0.066667 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1 Αριθμός Κλήσεων : 1000000	Ρυθμός Άφιξης Ομάδων $\lambda = 1$								ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	Διαφορά QTS από Προσομοίωση
	1 2 3	2 3 4	3 4 5	4 5 6	5 6 7	6 7 8	7 8 9	8 9 10			
Μέσο μέγεθος Ομάδας (κλήσεις)	1,998934	1,999274	1,999558	1,999991	1,999705	1,999656	1,998960	1,998870	1,999369	2,000001	0,000633
Διακύμανση Ομάδας	0,666777	0,667169	0,666984	0,666673	0,666765	0,666448	0,666235	0,666221	0,666659	0,666667	0,000008
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	0,867717	0,867132	0,867064	0,867159	0,866453	0,866633	0,866654	0,866935	0,866968	0,866666	-0,000302
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,132283	0,123868	0,132936	0,132841	0,133547	0,133367	0,133346	0,133065	0,131907	0,133334	0,001427
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)	0,061355	0,061485	0,061457	0,061470	0,061689	0,061529	0,061462	0,061482	0,061491	0,061539	0,000048
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)	0,128039	0,128168	0,128119	0,128149	0,128373	0,128227	0,128161	0,128207	0,128180	0,128206	0,000026
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	0,255397	0,257516	0,256604	0,256388	0,258654	0,255782	0,258010	0,255702	0,256757	0,256412	-0,000345
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq	0,122252	0,123530	0,123160	0,122425	0,124515	0,122998	0,123980	0,122272	0,123142	0,123078	-0,000064
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0) βάσει timer	0,866855	0,866014	0,866556	0,866038	0,865861	0,867216	0,865970	0,866570	0,866385	0,866666	0,000281
Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης : 0.066667 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1 Αριθμός Κλήσεων : 1000000	Ρυθμός Άφιξης Ομάδων $\lambda = 2$								ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	Διαφορά QTS από Προσομοίωση
	1 2 3	2 3 4	3 4 5	4 5 6	5 6 7	6 7 8	7 8 9	8 9 10			
Μέσο μέγεθος Ομάδας (κλήσεις)	1,998934	1,999274	1,999558	1,999991	1,999705	1,999656	1,998960	1,998870	1,999369	2,000001	0,000633
Διακύμανση Ομάδας	0,666777	0,667169	0,666984	0,666673	0,666765	0,666448	0,666235	0,666221	0,666659	0,666667	0,000008
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	0,734210	0,733486	0,733429	0,733205	0,733534	0,733870	0,733655	0,733487	0,733610	0,733332	-0,000278
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,265790	0,266514	0,266571	0,266795	0,266466	0,266133	0,266345	0,266513	0,266391	0,266668	0,000277
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)	0,084588	0,084753	0,084677	0,084805	0,085079	0,084861	0,084714	0,084903	0,084798	0,084849	0,000052
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)	0,151272	0,151436	0,151339	0,151484	0,151762	0,151559	0,151413	0,151628	0,151487	0,151516	0,000030
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	0,604309	0,610184	0,604411	0,605256	0,606677	0,606634	0,606310	0,606320	0,606263	0,606065	-0,000197
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq	0,337149	0,342244	0,338058	0,338999	0,339919	0,339414	0,338777	0,339528	0,339261	0,339397	0,000136
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0) βάσει timer	0,732840	0,732060	0,733647	0,733743	0,733242	0,732780	0,732467	0,733208	0,732998	0,733332	0,000333

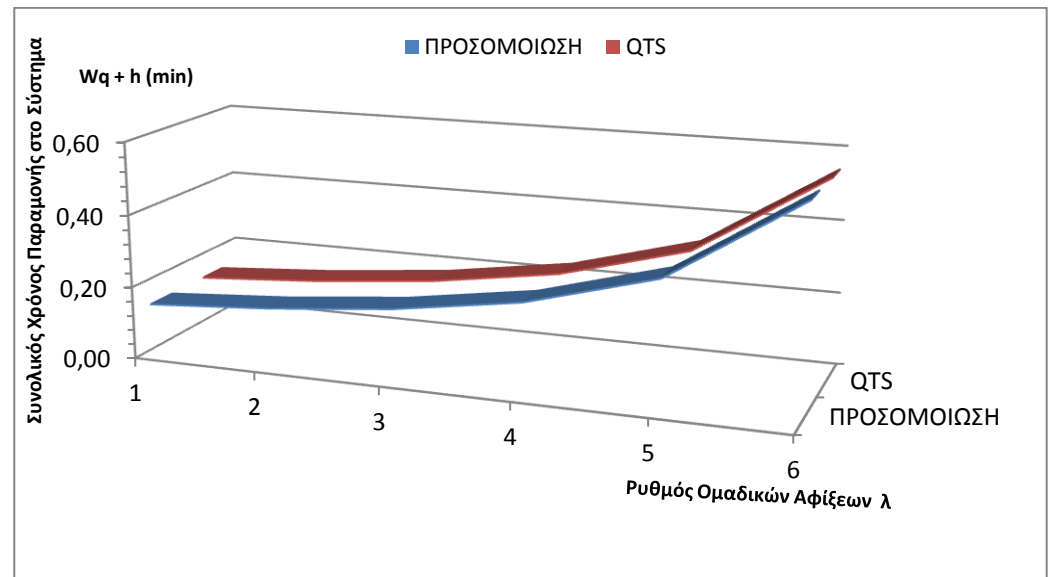
Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης : 0.066667 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1 Αριθμός Κλήσεων : 1000000	Ρυθμός Άφιξης Ομάδων $\lambda = 3$								ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	Διαφορά QTS από Προσομοίωση
	1 2 3	2 3 4	3 4 5	4 5 6	5 6 7	6 7 8	7 8 9	8 9 10			
Μέσο μέγεθος Ομάδας (κλήσεις)	1,998934	1,999274	1,999558	1,999991	1,999705	1,999656	1,998960	1,998870	1,999369	2,000001	0,000633
Διακύμανση Ομάδας	0,666777	0,667169	0,666984	0,666673	0,666765	0,666448	0,666235	0,666221	0,666659	0,666667	0,000008
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	0,600854	0,599806	0,600384	0,600074	0,600961	0,599989	0,600200	0,600191	0,600307	0,599998	-0,000310
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,399146	0,400194	0,399616	0,399926	0,399039	0,400011	0,399800	0,399809	0,399693	0,400002	0,000310
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)	0,118259	0,118397	0,118334	0,118728	0,118809	0,118798	0,118309	0,118595	0,118529	0,118520	-0,000009
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)	0,184943	0,185080	0,184996	0,185407	0,185493	0,185497	0,185008	0,185320	0,185218	0,185187	-0,000031
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	1,112662	1,106632	1,110327	1,112621	1,111078	1,110350	1,106452	1,104196	1,109290	1,111122	0,001832
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq	0,711455	0,707063	0,709960	0,713757	0,710726	0,710847	0,706964	0,706311	0,709635	0,711119	0,001484
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0) βάσει timer	0,598793	0,600431	0,599633	0,601136	0,599647	0,600497	0,600512	0,602115	0,600346	0,599998	-0,000348
Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης : 0.066667 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1 Αριθμός Κλήσεων : 1000000	Ρυθμός Άφιξης Ομάδων $\lambda = 4$								ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	Διαφορά QTS από Προσομοίωση
	1 2 3	2 3 4	3 4 5	4 5 6	5 6 7	6 7 8	7 8 9	8 9 10			
Μέσο μέγεθος Ομάδας (κλήσεις)	1,998934	1,999274	1,999558	1,999991	1,999705	1,999656	1,998960	1,998870	1,999369	2,000001	0,000633
Διακύμανση Ομάδας	0,666777	0,667169	0,666984	0,666673	0,666765	0,666448	0,666235	0,666221	0,666659	0,666667	0,000008
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	0,467789	0,466476	0,467153	0,466474	0,467576	0,466380	0,466840	0,466660	0,466919	0,466664	-0,000255
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,532211	0,533524	0,532847	0,533526	0,532424	0,533620	0,533160	0,533340	0,533082	0,533336	0,000255
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)	0,170991	0,171740	0,171285	0,172188	0,171701	0,172866	0,171336	0,171705	0,171727	0,171431	-0,000296
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)	0,237675	0,238423	0,237947	0,238867	0,238384	0,239564	0,238036	0,238431	0,238416	0,238098	-0,000318
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	1,900474	1,913568	1,903745	1,900319	1,905719	1,922605	1,903625	1,906491	1,907068	1,904785	-0,002283
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq	1,369087	1,379432	1,370904	1,369159	1,371916	1,387648	1,371045	1,373916	1,374138	1,371449	-0,002690
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0) βάσει timer	0,468613	0,465864	0,467158	0,468840	0,466197	0,465043	0,467420	0,467425	0,467070	0,466664	-0,000406

Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης : 0.066667 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1 Αριθμός Κλήσεων : 1000000	Ρυθμός Άφιξης Ομάδων $\lambda = 5$								ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	Διαφορά QTS από Προσομοίωση
	1 2 3	2 3 4	3 4 5	4 5 6	5 6 7	6 7 8	7 8 9	8 9 10			
Μέσο μέγεθος Ομάδας (κλήσεις)	1,998934	1,999274	1,999558	1,999991	1,999705	1,999656	1,998960	1,998870	1,999369	2,000001	0,000633
Διακύμανση Ομάδας	0,666777	0,667169	0,666984	0,666673	0,666765	0,666448	0,666235	0,666221	0,666659	0,666667	0,000008
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	0,334624	0,332999	0,334325	0,333231	0,333547	0,333263	0,333415	0,333545	0,333619	0,333330	-0,000289
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,665376	0,667001	0,665675	0,666769	0,666453	0,666737	0,666585	0,666455	0,666381	0,666670	0,000289
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)	0,265794	0,268699	0,266805	0,268610	0,267812	0,271110	0,267759	0,268221	0,268101	0,266672	-0,001429
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)	0,332478	0,335382	0,333467	0,335289	0,334495	0,337808	0,334458	0,334947	0,334791	0,333339	-0,001452
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	3,307521	3,354720	3,339904	3,349390	3,348534	3,385084	3,336149	3,349239	3,346318	3,333389	-0,012928
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq	2,642433	2,689320	2,672375	2,684339	2,680161	2,717971	2,667939	2,683802	2,679793	2,666719	-0,013073
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0) βάσει timer	0,334912	0,334600	0,332471	0,334949	0,331627	0,332887	0,331791	0,334563	0,333475	0,333330	-0,000145
Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης : 0.066667 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1 Αριθμός Κλήσεων : 1000000	Ρυθμός Άφιξης Ομάδων $\lambda = 6$								ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	Διαφορά QTS από Προσομοίωση
	1 2 3	2 3 4	3 4 5	4 5 6	5 6 7	6 7 8	7 8 9	8 9 10			
Μέσο μέγεθος Ομάδας (κλήσεις)	1,998934	1,999274	1,999558	1,999991	1,999705	1,999656	1,998960	1,998870	1,999369	2,000001	0,000633
Διακύμανση Ομάδας	0,666777	0,667169	0,666984	0,666673	0,666765	0,666448	0,666235	0,666221	0,666659	0,666667	0,000008
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	0,200851	0,199935	0,201211	0,200283	0,199997	0,200015	0,199944	0,199433	0,200209	0,199996	-0,000213
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	0,799149	0,800065	0,798789	0,799717	0,800003	0,799985	0,800056	0,800567	0,799791	0,800004	0,000213
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)	0,488598	0,494846	0,487526	0,497391	0,494327	0,501045	0,496394	0,496275	0,494550	0,488904	-0,005647
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)	0,555282	0,561529	0,554188	0,564070	0,561010	0,567743	0,563093	0,563001	0,561240	0,555571	-0,005669
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	6,662451	6,746418	6,646953	6,761735	6,729792	6,818593	6,750912	6,734431	6,731411	6,666852	-0,064559
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq	5,862674	5,947524	5,848042	5,962044	5,930135	6,017811	5,951581	5,935194	5,931876	5,866848	-0,065028
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0) βάσει timer	0,200223	0,201106	0,201089	0,200309	0,200343	0,199217	0,200669	0,200763	0,200465	0,199996	-0,000469

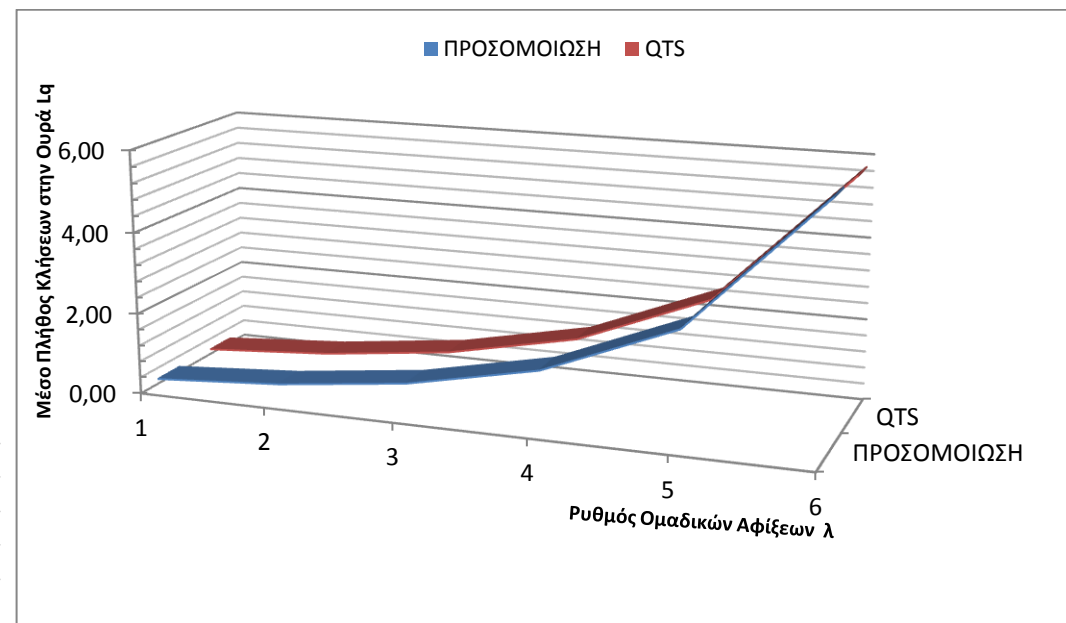
Ρυθμός Ομαδικών Αφίξεων λ	Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, W_q (min)	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
1	0,061491	0,061539
2	0,084798	0,084849
3	0,118529	0,118520
4	0,171727	0,171431
5	0,268101	0,266672
6	0,494550	0,488904



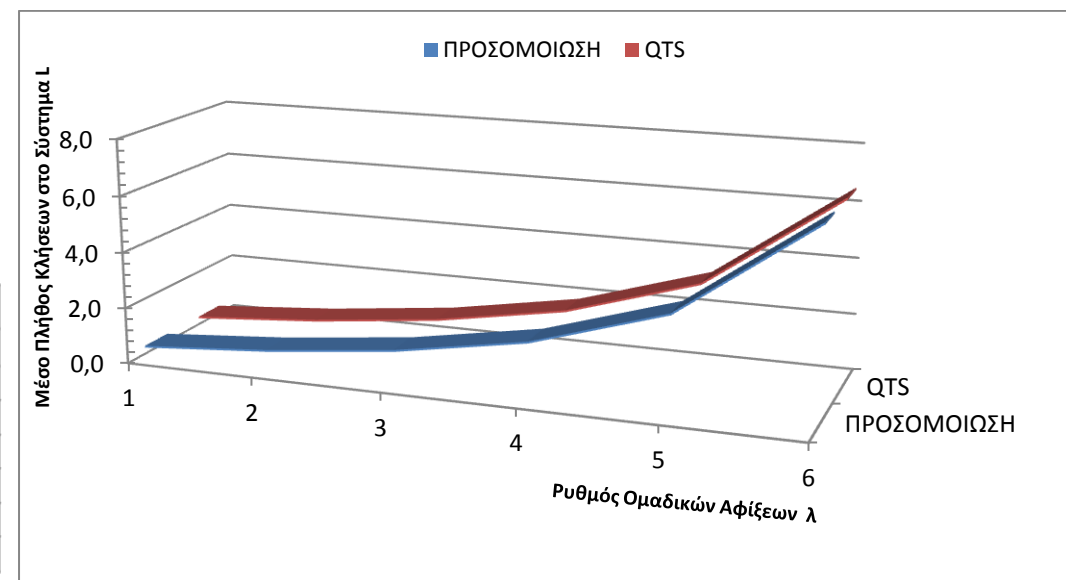
Ρυθμός Ομαδικών Αφίξεων λ	Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, $W=W_q + h$ (min)	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
1	0,128180	0,128206
2	0,151487	0,151516
3	0,185218	0,185187
4	0,238416	0,238098
5	0,334791	0,333339
6	0,561240	0,555571



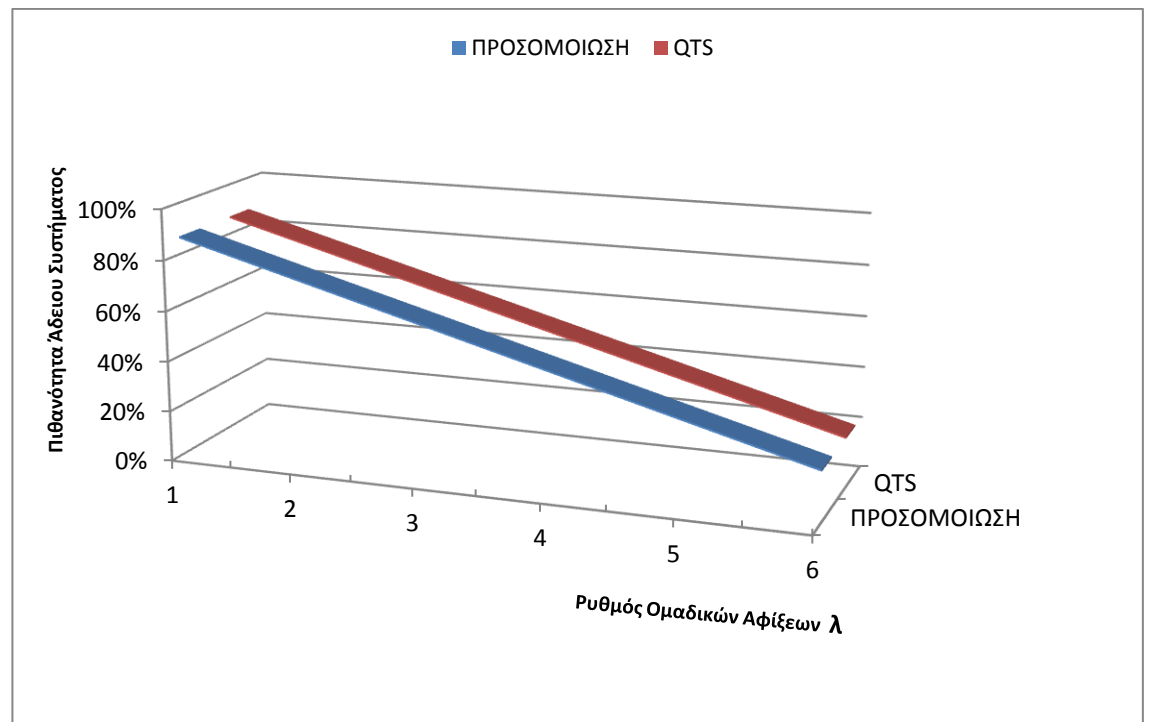
Ρυθμός Ομαδικών Αφίξεων λ	Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
1	0,123142	0,123078
2	0,339261	0,339397
3	0,709635	0,711119
4	1,374138	1,371449
5	2,679793	2,666719
6	5,931876	5,866848



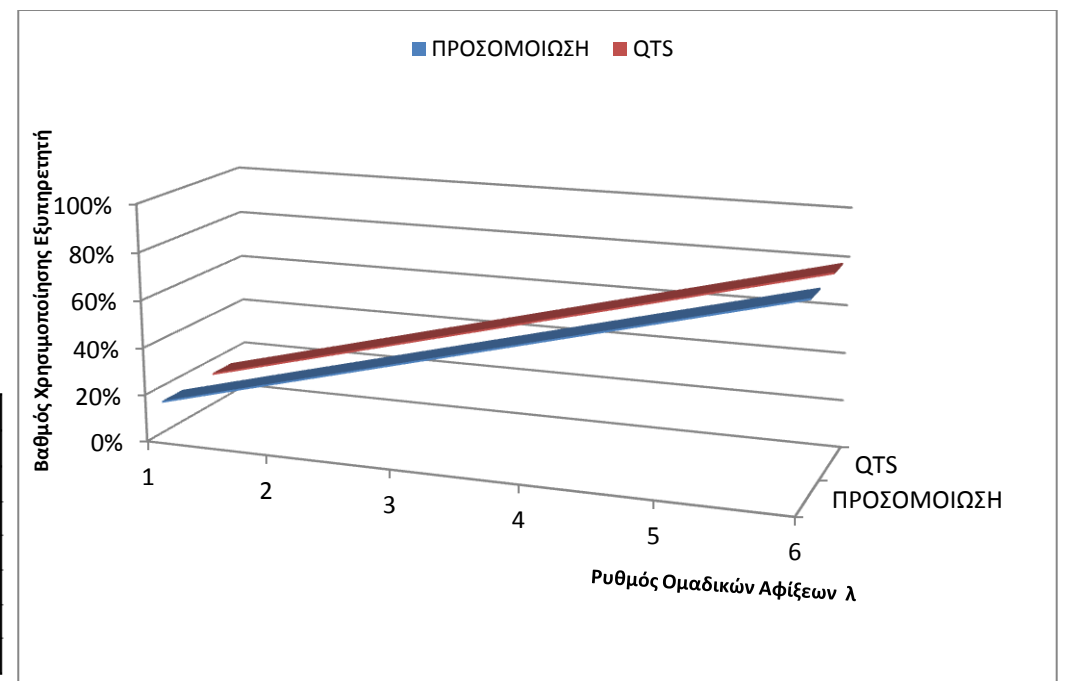
Ρυθμός Ομαδικών Αφίξεων λ	Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
1	0,256757	0,256412
2	0,606263	0,606065
3	1,109290	1,111122
4	1,907068	1,904785
5	3,346318	3,333389
6	6,731411	6,666852



Ρυθμός Ομαδικών Αφίξεων λ	Πιθανότητα Άδειου Συστήματος	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
1	0,866385	0,866666
2	0,732998	0,733332
3	0,600346	0,599998
4	0,467070	0,466664
5	0,333475	0,333330
6	0,200465	0,199996



Ρυθμός Ομαδικών Αφίξεων λ	Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
1	0,131907	0,133334
2	0,266391	0,266668
3	0,399693	0,400002
4	0,533082	0,533336
5	0,666381	0,666670
6	0,799791	0,800004



ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ε

Αποτελέσματα QtsPlus για το παράδειγμα 4.1 (Full Batch)

M/M^[K]/1: TYPE 2, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 2 service, where K units are served at a time, unless there are fewer than K present when the server is ready to start, in which case the server waits until there are K units to serve. The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	10,
Number served at a time (K)	2
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,1
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,416667
Function root (determines answer)	0,54081052
Probability that the system is empty (p_0)	0,229595
Mean number of customers in the system (L)	1,67782459
Mean number of customers in the queue (Lq)	0,844491257
Mean waiting time in the system (W)	0,167782459
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,084449126

M/M^[K]/1: TYPE 2, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 2 service, where K units are served at a time, unless there are fewer than K present when the server is ready to start, in which case the server waits until there are K units to serve. The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	12,
Number served at a time (K)	2
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,083333333
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,500000
Function root (determines answer)	0,618032241
Probability that the system is empty (p_0)	0,190984
Mean number of customers in the system (L)	2,118029078
Mean number of customers in the queue (Lq)	1,118029078
Mean waiting time in the system (W)	0,176502423
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,09316909

M/M^[K]/1: TYPE 2, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 2 service, where K units are served at a time, unless there are fewer than K present when the server is ready to start, in which case the server waits until there are K units to serve. The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	14,
Number served at a time (K)	2
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,071428571
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,583333
Function root (determines answer)	0,690208637
Probability that the system is empty (p_0)	0,154896
Mean number of customers in the system (L)	2,728127075
Mean number of customers in the queue (Lq)	1,561460409
Mean waiting time in the system (W)	0,19486622
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,111532886

M/M^[K]/1: TYPE 2, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 2 service, where K units are served at a time, unless there are fewer than K present when the server is ready to start, in which case the server waits until there are K units to serve. The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	16,
Number served at a time (K)	2
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,0625
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,666667
Function root (determines answer)	0,758301924
Probability that the system is empty (p_0)	0,120849
Mean number of customers in the system (L)	3,637417963
Mean number of customers in the queue (Lq)	2,30408463
Mean waiting time in the system (W)	0,227338623
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,144005289

M/M^[K]/1: TYPE 2, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 2 service, where K units are served at a time, unless there are fewer than K present when the server is ready to start, in which case the server waits until there are K units to serve. The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	18,
Number served at a time (K)	2
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,055555556
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,750000
Function root (determines answer)	0,822795181
Probability that the system is empty (p_0)	0,088602
Mean number of customers in the system (L)	5,143894586
Mean number of customers in the queue (Lq)	3,643894586
Mean waiting time in the system (W)	0,285771921
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,202438588

M/M^[K]/1: TYPE 2, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 2 service, where K units are served at a time, unless there are fewer than K present when the server is ready to start, in which case the server waits until there are K units to serve. The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	20,
Number served at a time (K)	2
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,05
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,833333
Function root (determines answer)	0,884390042
Probability that the system is empty (p_0)	0,057805
Mean number of customers in the system (L)	8,150405417
Mean number of customers in the queue (Lq)	6,48373875
Mean waiting time in the system (W)	0,407520271
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,324186938

M/M^[K]/1: TYPE 2, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 2 service, where K units are served at a time, unless there are fewer than K present when the server is ready to start, in which case the server waits until there are K units to serve. The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	10,
Number served at a time (K)	3
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,1
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,277778
Function root (determines answer)	0,484584252
Probability that the system is empty (p_0)	0,171805
Mean number of customers in the system (L)	1,94036018
Mean number of customers in the queue (Lq)	1,107026846
Mean waiting time in the system (W)	0,194036018
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,110702685

M/M^[K]/1: TYPE 2, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 2 service, where K units are served at a time, unless there are fewer than K present when the server is ready to start, in which case the server waits until there are K units to serve. The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	12,
Number served at a time (K)	3
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,083333333
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,333333
Function root (determines answer)	0,543687167
Probability that the system is empty (p_0)	0,152104
Mean number of customers in the system (L)	2,191486689
Mean number of customers in the queue (Lq)	1,191486689
Mean waiting time in the system (W)	0,182623891
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,099290557

M/M^[K]/1: TYPE 2, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 2 service, where K units are served at a time, unless there are fewer than K present when the server is ready to start, in which case the server waits until there are K units to serve. The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	14,
Number served at a time (K)	3
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,071428571
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,388889
Function root (determines answer)	0,597134079
Probability that the system is empty (p_0)	0,134289
Mean number of customers in the system (L)	2,482281026
Mean number of customers in the queue (Lq)	1,315614359
Mean waiting time in the system (W)	0,177305788
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,093972454

M/M^[K]/1: TYPE 2, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 2 service, where K units are served at a time, unless there are fewer than K present when the server is ready to start, in which case the server waits until there are K units to serve. The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	16,
Number served at a time (K)	3
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,0625
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,444444
Function root (determines answer)	0,64605741
Probability that the system is empty (p_0)	0,117981
Mean number of customers in the system (L)	2,825683242
Mean number of customers in the queue (Lq)	1,492349908
Mean waiting time in the system (W)	0,176605203
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,093271869

M/M^[K]/1: TYPE 2, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 2 service, where K units are served at a time, unless there are fewer than K present when the server is ready to start, in which case the server waits until there are K units to serve. The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	18,
Number served at a time (K)	3
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,055555556
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,500000
Function root (determines answer)	0,691411842
Probability that the system is empty (p_0)	0,102863
Mean number of customers in the system (L)	3,240579305
Mean number of customers in the queue (Lq)	1,740579305
Mean waiting time in the system (W)	0,180032184
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,09669885

M/M^[K]/1: TYPE 2, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 2 service, where K units are served at a time, unless there are fewer than K present when the server is ready to start, in which case the server waits until there are K units to serve. The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	20,
Number served at a time (K)	3
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,05
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,555556
Function root (determines answer)	0,733610314
Probability that the system is empty (p_0)	0,088797
Mean number of customers in the system (L)	3,754004307
Mean number of customers in the queue (Lq)	2,08733764
Mean waiting time in the system (W)	0,187700215
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,104366882

M/M^[K]/1: TYPE 2, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 2 service, where K units are served at a time, unless there are fewer than K present when the server is ready to start, in which case the server waits until there are K units to serve. The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	10,
Number served at a time (K)	4
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,1
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,208333
Function root (determines answer)	0,466607049
Probability that the system is empty (p_0)	0,133348
Mean number of customers in the system (L)	2,374803266
Mean number of customers in the queue (Lq)	1,541469932
Mean waiting time in the system (W)	0,237480327
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,154146993

M/M^[K]/1: TYPE 2, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 2 service, where K units are served at a time, unless there are fewer than K present when the server is ready to start, in which case the server waits until there are K units to serve. The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	12,
Number served at a time (K)	4
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,083333333
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,250000
Function root (determines answer)	0,518768869
Probability that the system is empty (p_0)	0,120308
Mean number of customers in the system (L)	2,578095128
Mean number of customers in the queue (Lq)	1,578095128
Mean waiting time in the system (W)	0,214841261
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,131507927

M/M^[K]/1: TYPE 2, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 2 service, where K units are served at a time, unless there are fewer than K present when the server is ready to start, in which case the server waits until there are K units to serve. The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	14,
Number served at a time (K)	4
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,071428571
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,291667
Function root (determines answer)	0,565045632
Probability that the system is empty (p_0)	0,108739
Mean number of customers in the system (L)	2,799093227
Mean number of customers in the queue (Lq)	1,632426561
Mean waiting time in the system (W)	0,199935231
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,116601897

M/M^[K]/1: TYPE 2, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 2 service, where K units are served at a time, unless there are fewer than K present when the server is ready to start, in which case the server waits until there are K units to serve. The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	16,
Number served at a time (K)	4
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,0625
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,333333
Function root (determines answer)	0,606637614
Probability that the system is empty (p_0)	0,098341
Mean number of customers in the system (L)	3,042195552
Mean number of customers in the queue (Lq)	1,708862219
Mean waiting time in the system (W)	0,190137222
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,106803889

M/M^[K]/1: TYPE 2, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 2 service, where K units are served at a time, unless there are fewer than K present when the server is ready to start, in which case the server waits until there are K units to serve. The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	18,
Number served at a time (K)	4
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,055555556
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,375000
Function root (determines answer)	0,644463114
Probability that the system is empty (p_0)	0,088884
Mean number of customers in the system (L)	3,31270046
Mean number of customers in the queue (Lq)	1,81270046
Mean waiting time in the system (W)	0,184038914
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,100705581

M/M^[K]/1: TYPE 2, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 2 service, where K units are served at a time, unless there are fewer than K present when the server is ready to start, in which case the server waits until there are K units to serve. The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	20,
Number served at a time (K)	4
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,05
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,416667
Function root (determines answer)	0,679176914
Probability that the system is empty (p_0)	0,080206
Mean number of customers in the system (L)	3,617191348
Mean number of customers in the queue (Lq)	1,950524681
Mean waiting time in the system (W)	0,180859567
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,097526234

M/M^[K]/1: TYPE 2, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 2 service, where K units are served at a time, unless there are fewer than K present when the server is ready to start, in which case the server waits until there are K units to serve. The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	10,
Number served at a time (K)	5
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,1
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,166667
Function root (determines answer)	0,459692302
Probability that the system is empty (p_0)	0,108062
Mean number of customers in the system (L)	2,850798219
Mean number of customers in the queue (Lq)	2,017464886
Mean waiting time in the system (W)	0,285079822
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,201746489

M/M^[K]/1: TYPE 2, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 2 service, where K units are served at a time, unless there are fewer than K present when the server is ready to start, in which case the server waits until there are K units to serve. The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	12,
Number served at a time (K)	5
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,083333333
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,200000
Function root (determines answer)	0,50865835
Probability that the system is empty (p_0)	0,098268
Mean number of customers in the system (L)	3,035252711
Mean number of customers in the queue (Lq)	2,035252711
Mean waiting time in the system (W)	0,252937726
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,169604393

M/M^[K]/1: TYPE 2, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 2 service, where K units are served at a time, unless there are fewer than K present when the server is ready to start, in which case the server waits until there are K units to serve. The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	14,
Number served at a time (K)	5
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,071428571
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,233333
Function root (determines answer)	0,551429657
Probability that the system is empty (p_0)	0,089714
Mean number of customers in the system (L)	3,229353585
Mean number of customers in the queue (Lq)	2,062686919
Mean waiting time in the system (W)	0,230668113
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,14733478

M/M^[K]/1: TYPE 2, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 2 service, where K units are served at a time, unless there are fewer than K present when the server is ready to start, in which case the server waits until there are K units to serve. The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	16,
Number served at a time (K)	5
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,0625
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,266667
Function root (determines answer)	0,589363448
Probability that the system is empty (p_0)	0,082127
Mean number of customers in the system (L)	3,43543211
Mean number of customers in the queue (Lq)	2,102098776
Mean waiting time in the system (W)	0,214714507
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,131381174

M/M^[K]/1: TYPE 2, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 2 service, where K units are served at a time, unless there are fewer than K present when the server is ready to start, in which case the server waits until there are K units to serve. The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	18,
Number served at a time (K)	5
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,055555556
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,300000
Function root (determines answer)	0,623500423
Probability that the system is empty (p_0)	0,075300
Mean number of customers in the system (L)	3,656047789
Mean number of customers in the queue (Lq)	2,156047789
Mean waiting time in the system (W)	0,203113766
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,119780433

M/M^[K]/1: TYPE 2, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 2 service, where K units are served at a time, unless there are fewer than K present when the server is ready to start, in which case the server waits until there are K units to serve. The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	20,
Number served at a time (K)	5
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,05
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,333333
Function root (determines answer)	0,654467628
Probability that the system is empty (p_0)	0,069106
Mean number of customers in the system (L)	3,89409575
Mean number of customers in the queue (Lq)	2,227429083
Mean waiting time in the system (W)	0,194704787
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,111371454

M/M^[K]/1: TYPE 2, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 2 service, where K units are served at a time, unless there are fewer than K present when the server is ready to start, in which case the server waits until there are K units to serve. The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	10,
Number served at a time (K)	6
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,1
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,138889
Function root (determines answer)	0,456768683
Probability that the system is empty (p_0)	0,090539
Mean number of customers in the system (L)	3,340988429
Mean number of customers in the queue (Lq)	2,507655096
Mean waiting time in the system (W)	0,334098843
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,25076551

M/M^[K]/1: TYPE 2, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 2 service, where K units are served at a time, unless there are fewer than K present when the server is ready to start, in which case the server waits until there are K units to serve. The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	12,
Number served at a time (K)	6
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,083333333
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,166667
Function root (determines answer)	0,50413806
Probability that the system is empty (p_0)	0,082644
Mean number of customers in the system (L)	3,516691253
Mean number of customers in the queue (Lq)	2,516691253
Mean waiting time in the system (W)	0,293057604
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,209724271

M/M^[K]/1: TYPE 2, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 2 service, where K units are served at a time, unless there are fewer than K present when the server is ready to start, in which case the server waits until there are K units to serve. The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	14,
Number served at a time (K)	6
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,071428571
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,194444
Function root (determines answer)	0,545056792
Probability that the system is empty (p_0)	0,075824
Mean number of customers in the system (L)	3,698082517
Mean number of customers in the queue (Lq)	2,53141585
Mean waiting time in the system (W)	0,264148751
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,180815418

M/M^[K]/1: TYPE 2, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 2 service, where K units are served at a time, unless there are fewer than K present when the server is ready to start, in which case the server waits until there are K units to serve. The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	16,
Number served at a time (K)	6
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,0625
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,222222
Function root (determines answer)	0,581002438
Probability that the system is empty (p_0)	0,069833
Mean number of customers in the system (L)	3,886676173
Mean number of customers in the queue (Lq)	2,553342839
Mean waiting time in the system (W)	0,242917261
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,159583927

M/M^[K]/1: TYPE 2, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 2 service, where K units are served at a time, unless there are fewer than K present when the server is ready to start, in which case the server waits until there are K units to serve. The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	18,
Number served at a time (K)	6
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,055555556
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,250000
Function root (determines answer)	0,612998057
Probability that the system is empty (p_0)	0,064500
Mean number of customers in the system (L)	4,084062988
Mean number of customers in the queue (Lq)	2,584062988
Mean waiting time in the system (W)	0,226892388
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,143559055

M/M^[K]/1: TYPE 2, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 2 service, where K units are served at a time, unless there are fewer than K present when the server is ready to start, in which case the server waits until there are K units to serve. The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	20,
Number served at a time (K)	6
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,05
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,277778
Function root (determines answer)	0,641789215
Probability that the system is empty (p_0)	0,059702
Mean number of customers in the system (L)	4,291932113
Mean number of customers in the queue (Lq)	2,625265446
Mean waiting time in the system (W)	0,214596606
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,131263272

Αποτελέσματα για το παράδειγμα 4.2 (Partial Batch)

M/M^[K]/1: TYPE 1, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 1 service, where up to K units are served.

The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	10,
Maximum number served at a time (K)	2
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,1
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,416667
Function root (determines answer)	0,54081052
Probability that the system is empty (p_0)	0,459189
Mean number of customers in the system (L)	1,177750239
Mean number of customers in the queue (Lq)	0,344416905
Mean waiting time in the system (W)	0,117775024
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,034441691

M/M^[K]/1: TYPE 1, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 1 service, where up to K units are served.

The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	12,
Maximum number served at a time (K)	2
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,083333333
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,500000
Function root (determines answer)	0,618032241
Probability that the system is empty (p_0)	0,381968
Mean number of customers in the system (L)	1,618022007
Mean number of customers in the queue (Lq)	0,618022007
Mean waiting time in the system (W)	0,134835167
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,051501834

M/M^[K]/1: TYPE 1, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 1 service, where up to K units are served.
The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	14,
Maximum number served at a time (K)	2
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,071428571
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,583333
Function root (determines answer)	0,690208637
Probability that the system is empty (p_0)	0,309791
Mean number of customers in the system (L)	2,227978954
Mean number of customers in the queue (Lq)	1,061312288
Mean waiting time in the system (W)	0,159141354
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,075808021

M/M^[K]/1: TYPE 1, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 1 service, where up to K units are served.
The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	16,
Maximum number served at a time (K)	2
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,0625
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,666667
Function root (determines answer)	0,758301924
Probability that the system is empty (p_0)	0,241698
Mean number of customers in the system (L)	3,137393301
Mean number of customers in the queue (Lq)	1,804059967
Mean waiting time in the system (W)	0,196087081
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,112753748

M/M^[K]/1: TYPE 1, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 1 service, where up to K units are served.
The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	18,
Maximum number served at a time (K)	2
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,055555556
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,750000
Function root (determines answer)	0,822795181
Probability that the system is empty (p_0)	0,177205
Mean number of customers in the system (L)	4,643187388
Mean number of customers in the queue (Lq)	3,143187388
Mean waiting time in the system (W)	0,257954855
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,174621522

M/M^[K]/1: TYPE 1, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 1 service, where up to K units are served.
The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	20,
Maximum number served at a time (K)	2
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,05
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,833333
Function root (determines answer)	0,884390042
Probability that the system is empty (p_0)	0,115610
Mean number of customers in the system (L)	7,649773948
Mean number of customers in the queue (Lq)	5,983107282
Mean waiting time in the system (W)	0,382488697
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,299155364

M/M^[K]/1: TYPE 1, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 1 service, where up to K units are served.
The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	10,
Maximum number served at a time (K)	3
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,1
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,277778
Function root (determines answer)	0,484584252
Probability that the system is empty (p_0)	0,515416
Mean number of customers in the system (L)	0,940181307
Mean number of customers in the queue (Lq)	0,106847973
Mean waiting time in the system (W)	0,094018131
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,010684797

M/M^[K]/1: TYPE 1, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 1 service, where up to K units are served.
The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	12,
Maximum number served at a time (K)	3
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,083333333
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,333333
Function root (determines answer)	0,543687167
Probability that the system is empty (p_0)	0,456313
Mean number of customers in the system (L)	1,191479018
Mean number of customers in the queue (Lq)	0,191479018
Mean waiting time in the system (W)	0,099289918
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,015956585

M/M^[K]/1: TYPE 1, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 1 service, where up to K units are served.
The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	14,
Maximum number served at a time (K)	3
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,071428571
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,388889
Function root (determines answer)	0,597134079
Probability that the system is empty (p_0)	0,402866
Mean number of customers in the system (L)	1,482215414
Mean number of customers in the queue (Lq)	0,315548748
Mean waiting time in the system (W)	0,10587253
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,022539196

M/M^[K]/1: TYPE 1, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 1 service, where up to K units are served.
The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	16,
Maximum number served at a time (K)	3
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,0625
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,444444
Function root (determines answer)	0,64605741
Probability that the system is empty (p_0)	0,353943
Mean number of customers in the system (L)	1,82531695
Mean number of customers in the queue (Lq)	0,491983617
Mean waiting time in the system (W)	0,114082309
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,030748976

M/M^[K]/1: TYPE 1, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 1 service, where up to K units are served.
The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	18,
Maximum number served at a time (K)	3
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,055555556
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,500000
Function root (determines answer)	0,691411842
Probability that the system is empty (p_0)	0,308588
Mean number of customers in the system (L)	2,24056505
Mean number of customers in the queue (Lq)	0,74056505
Mean waiting time in the system (W)	0,124475836
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,041142503

M/M^[K]/1: TYPE 1, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 1 service, where up to K units are served.
The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	20,
Maximum number served at a time (K)	3
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,05
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,555556
Function root (determines answer)	0,733610314
Probability that the system is empty (p_0)	0,266390
Mean number of customers in the system (L)	2,75389909
Mean number of customers in the queue (Lq)	1,087232423
Mean waiting time in the system (W)	0,137694954
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,054361621

M/M^[K]/1: TYPE 1, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 1 service, where up to K units are served.
The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	10,
Maximum number served at a time (K)	4
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,1
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,208333
Function root (determines answer)	0,466607049
Probability that the system is empty (p_0)	0,533393
Mean number of customers in the system (L)	0,87479043
Mean number of customers in the queue (Lq)	0,041457096
Mean waiting time in the system (W)	0,087479043
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,00414571

M/M^[K]/1: TYPE 1, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 1 service, where up to K units are served.
The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	12,
Maximum number served at a time (K)	4
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,083333333
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,250000
Function root (determines answer)	0,518768869
Probability that the system is empty (p_0)	0,481231
Mean number of customers in the system (L)	1,078003551
Mean number of customers in the queue (Lq)	0,078003551
Mean waiting time in the system (W)	0,089833629
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,006500296

M/M^[K]/1: TYPE 1, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 1 service, where up to K units are served.
The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	14,
Maximum number served at a time (K)	4
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,071428571
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,291667
Function root (determines answer)	0,565045632
Probability that the system is empty (p_0)	0,434954
Mean number of customers in the system (L)	1,299091754
Mean number of customers in the queue (Lq)	0,132425087
Mean waiting time in the system (W)	0,092792268
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,009458935

M/M^[K]/1: TYPE 1, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 1 service, where up to K units are served.
The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	16,
Maximum number served at a time (K)	4
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,0625
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,333333
Function root (determines answer)	0,606637614
Probability that the system is empty (p_0)	0,393362
Mean number of customers in the system (L)	1,542185111
Mean number of customers in the queue (Lq)	0,208851778
Mean waiting time in the system (W)	0,096386569
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,013053236

M/M^[K]/1: TYPE 1, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 1 service, where up to K units are served.
The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	18,
Maximum number served at a time (K)	4
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,055555556
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,375000
Function root (determines answer)	0,644463114
Probability that the system is empty (p_0)	0,355537
Mean number of customers in the system (L)	1,81264769
Mean number of customers in the queue (Lq)	0,31264769
Mean waiting time in the system (W)	0,100702649
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,017369316

M/M^[K]/1: TYPE 1, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 1 service, where up to K units are served.
The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	20,
Maximum number served at a time (K)	4
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,05
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,416667
Function root (determines answer)	0,679176914
Probability that the system is empty (p_0)	0,320823
Mean number of customers in the system (L)	2,116982677
Mean number of customers in the queue (Lq)	0,450316011
Mean waiting time in the system (W)	0,105849134
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,022515801

M/M^[K]/1: TYPE 1, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 1 service, where up to K units are served.
The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	10,
Maximum number served at a time (K)	5
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,1
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,166667
Function root (determines answer)	0,459692302
Probability that the system is empty (p_0)	0,540308
Mean number of customers in the system (L)	0,850797246
Mean number of customers in the queue (Lq)	0,017463913
Mean waiting time in the system (W)	0,085079725
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,001746391

M/M^[K]/1: TYPE 1, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 1 service, where up to K units are served.
The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	12,
Maximum number served at a time (K)	5
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,083333333
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,200000
Function root (determines answer)	0,50865835
Probability that the system is empty (p_0)	0,491342
Mean number of customers in the system (L)	1,035243705
Mean number of customers in the queue (Lq)	0,035243705
Mean waiting time in the system (W)	0,086270309
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,002936975

M/M^[K]/1: TYPE 1, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 1 service, where up to K units are served.
The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	14,
Maximum number served at a time (K)	5
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,071428571
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,233333
Function root (determines answer)	0,551429657
Probability that the system is empty (p_0)	0,448570
Mean number of customers in the system (L)	1,229304756
Mean number of customers in the queue (Lq)	0,06263809
Mean waiting time in the system (W)	0,087807483
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,004474149

M/M^[K]/1: TYPE 1, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 1 service, where up to K units are served.
The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	16,
Maximum number served at a time (K)	5
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,0625
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,266667
Function root (determines answer)	0,589363448
Probability that the system is empty (p_0)	0,410637
Mean number of customers in the system (L)	1,435243516
Mean number of customers in the queue (Lq)	0,101910183
Mean waiting time in the system (W)	0,08970272
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,006369386

M/M^[K]/1: TYPE 1, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 1 service, where up to K units are served.
The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	18,
Maximum number served at a time (K)	5
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,055555556
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,300000
Function root (determines answer)	0,623500423
Probability that the system is empty (p_0)	0,376500
Mean number of customers in the system (L)	1,656045481
Mean number of customers in the queue (Lq)	0,156045481
Mean waiting time in the system (W)	0,092002527
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,008669193

M/M^[K]/1: TYPE 1, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 1 service, where up to K units are served.
The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	20,
Maximum number served at a time (K)	5
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,05
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,333333
Function root (determines answer)	0,654467628
Probability that the system is empty (p_0)	0,345532
Mean number of customers in the system (L)	1,894084841
Mean number of customers in the queue (Lq)	0,227418174
Mean waiting time in the system (W)	0,094704242
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,011370909

M/M^[K]/1: TYPE 1, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 1 service, where up to K units are served.
The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	10,
Maximum number served at a time (K)	6
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,1
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,138889
Function root (determines answer)	0,456768683
Probability that the system is empty (p_0)	0,543231
Mean number of customers in the system (L)	0,840836434
Mean number of customers in the queue (Lq)	0,007503101
Mean waiting time in the system (W)	0,084083643
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,00075031

M/M^[K]/1: TYPE 1, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 1 service, where up to K units are served.
The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	12,
Maximum number served at a time (K)	6
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,083333333
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,166667
Function root (determines answer)	0,50413806
Probability that the system is empty (p_0)	0,495862
Mean number of customers in the system (L)	1,016690373
Mean number of customers in the queue (Lq)	0,016690373
Mean waiting time in the system (W)	0,084724198
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,001390864

M/M^[K]/1: TYPE 1, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 1 service, where up to K units are served.
The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	14,
Maximum number served at a time (K)	6
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,071428571
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,194444
Function root (determines answer)	0,545056792
Probability that the system is empty (p_0)	0,454943
Mean number of customers in the system (L)	1,198076556
Mean number of customers in the queue (Lq)	0,031409889
Mean waiting time in the system (W)	0,085576897
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,002243564

M/M^[K]/1: TYPE 1, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 1 service, where up to K units are served.
The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	16,
Maximum number served at a time (K)	6
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,0625
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,222222
Function root (determines answer)	0,581002438
Probability that the system is empty (p_0)	0,418998
Mean number of customers in the system (L)	1,386648731
Mean number of customers in the queue (Lq)	0,053315398
Mean waiting time in the system (W)	0,086665546
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,003332212

M/M^[K]/1: TYPE 1, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 1 service, where up to K units are served.

The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	18,
Maximum number served at a time (K)	6
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,055555556
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,250000
Function root (determines answer)	0,612998057
Probability that the system is empty (p_0)	0,387002
Mean number of customers in the system (L)	1,583966356
Mean number of customers in the queue (Lq)	0,083966356
Mean waiting time in the system (W)	0,087998131
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,004664798

M/M^[K]/1: TYPE 1, SINGLE-SERVER, BULK-SERVICE MARKOVIAN MODEL

This is Type 1 service, where up to K units are served.

The run is completed by pressing the SOLVE button below.

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	20,
Maximum number served at a time (K)	6
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameter:

Maximum size for probability chart	15
------------------------------------	----

SOLVE

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,05
Service rate (μ)	12
Server utilization (ρ)	0,277778
Function root (determines answer)	0,641789215
Probability that the system is empty (p_0)	0,358211
Mean number of customers in the system (L)	1,791652404
Mean number of customers in the queue (Lq)	0,124985737
Mean waiting time in the system (W)	0,08958262
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,006249287

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΣΤ

Κώδικας Full Batch Service

' Ορίζουμε τις διαδικασίες της προσομοίωσης και τις μεταβλητές

```
PREAMBLE
PROCESSES INCLUDE ARRIVAL.GENERATOR, CALL, BATCH, AND TIMER
EVERY CALL HAS A TIME.OF.ARRIVAL, A DELAY.IN.QUEUE AND A TIME.IN.SYSTEM
RESOURCES INCLUDE SERVER
DEFINE DELAY.IN.QUEUE, MEAN.INTERARRIVAL.TIME AND MEAN.SERVICE.TIME AS DOUBLE VARIABLES
DEFINE NO.DEL.IN.QUEUE AND HIGH.DELAY.IN.QUEUE AS INTEGER VARIABLES
DEFINE YES.DEL.IN.QUEUE AS AN INTEGER VARIABLE
DEFINE DELAY_ABOVE AS A REAL VARIABLE
DEFINE SERVERS, CALLS, ALL.SERVERS.FREE AS INTEGER VARIABLES
DEFINE TOTAL_CALLS AS INTEGER VARIABLE
DEFINE STREAM1 AND STREAM2 AS INTEGER VARIABLES
DEFINE BUSY, FREE AS INTEGER VARIABLE
DEFINE K AS INTEGER VARIABLE
DEFINE I, YY, ZZZ, TTT AS INTEGER VARIABLES
DEFINE MATRIX AS AN INTEGER,1-DIMENSIONAL ARRAY
DEFINE CALLS_TO_BE_SERVICED AS AN INTEGER VARIABLE
END

MAIN
PRINT 1 LINE THUS
-----# M/M[K]/s # -----
' Ορίζουμε το αρχείο από το οποίο το πρόγραμμα θα λαμβάνει τις μεταβλητές και εν συνεχεία γίνεται η ανάγνωση των μεταβλητών αυτών
OPEN UNIT 1 FOR INPUT, FILE NAME IS "INPUT.TXT"
USE UNIT 1 FOR INPUT
READ MEAN.INTERARRIVAL.TIME, MEAN.SERVICE.TIME, SERVERS, DELAY_ABOVE, TOTAL_CALLS, STREAM1,
STREAM2, K

RESERVE MATRIX(*) AS (SERVERS + 1000)
CREATE EVERY SERVER(1) ' Μετά τη δήλωσή του στο Preamble, έχουμε τη δημιουργία ενός(1) πόρου-εξυπηρετητή
LET U.SERVER(1) = SERVERS ' Ορίζεται σαν αρχική τιμή του πόρου SERVER(1) αυτή η μεταβλητή που καθορίζεται στην είσοδο

' Εκκινεί μια διαδικασία γέννησης κλήσεων και ταυτόχρονα τη διαδικασία TIMER
ACTIVATE AN ARRIVAL.GENERATOR NOW
CLOSE UNIT 1
ACTIVATE A TIMER NOW
START SIMULATION

' Μετά το τέλος της κύριας λειτουργίας της προσομοίωσης δίνεται η εντολή να φαίνονται στην οθόνη των αποτελεσμάτων τα:
PRINT 1 LINES WITH SERVERS THUS
SIMULATION OF THE M/M[K]** QUEUE (FULL BATCH MODEL)
SKIP 1 LINE
PRINT 11 LINES WITH MEAN.INTERARRIVAL.TIME, MEAN.SERVICE.TIME, SERVERS, TOTAL_CALLS,
TOTAL_CALLS/K, FREE/YY, BUSY/YY, TTT/YY/MEAN.INTERARRIVAL.TIME,
ZZZ/YY/MEAN.INTERARRIVAL.TIME, ZZZ/YY, TTT/YY THUS
CALL ARRIVAL RATE                **.**
MEAN SERVICE TIME                 **.*
NUMBER OF SERVERS                  ***
TOTAL CALLS                        *****
TOTAL BATCHES CREATED             *****
```

```

PROBABILITY THE SYSTEM IS EMPTY BASED ON TIMER      .*****
SERVER UTILIZATION                                  .*****
AVERAGE DELAY IN QUEUE, Wq (IN MINUTES)           ***.*****
TOTAL TIME IN SYSTEM, Wq + h (IN MINUTES)         ***.*****
AVERAGE NUMBER OF CALLS IN THE SYSTEM, L BASED ON TIMER      ***.*****
AVERAGE NUMBER OF CALLS IN THE QUEUE, Lq BASED ON TIMER     ***.*****

```

```

skip 1 line
print 1 line thus
PROBABILITIES P(N) BASED ON TIMER
FOR JG = 1 TO (SERVERS + 15)
DO
PRINT 1 LINE WITH (JG-1) AND MATRIX(JG)/YY THUS
probability(***) = *.*****
LOOP
SKIP 1 LINE

```

READ AS /

END

' Περιγράφεται η διαδικασία δημιουργίας αφικνούμενων κλήσεων, από 1 μέχρι 2.000.000
PROCESS ARRIVAL.GENERATOR

```

FOR I = 1 TO TOTAL_CALLS
DO
WAIT EXPONENTIAL.F(1/MEAN.INTERARRIVAL.TIME, STREAM1) MINUTES
ACTIVATE A CALL NOW
LOOP 'I = 1 TO 1000000

```

END

' Περιγράφεται η διαδικασία εξυπηρέτησης των κλήσεων
PROCESS CALL

LET YES.DEL.IN.QUEUE = YES.DEL.IN.QUEUE + 1

LET CALLS_TO_BE_SERVICED = CALLS_TO_BE_SERVICED + 1 **'Δημιουργία μεταβλητής για τις κλήσεις που μπαίνουν στο σύστημα, η οποία μηδενίζει στη διαδικασία Batch**

IF CALLS_TO_BE_SERVICED = K **' Το K ορίζεται στην είσοδο (π.χ. 2)**
ACTIVATE A BATCH NOW
ENDIF

END

' Περιγράφεται η διαδικασία εξυπηρέτησης των ομάδων
PROCESS BATCH

LET CALLS_TO_BE_SERVICED = 0

REQUEST 1 SERVER(1)

```

IF YES.DEL.IN.QUEUE > 0
LET YES.DEL.IN.QUEUE = YES.DEL.IN.QUEUE - K
LET NO.DEL.IN.QUEUE = NO.DEL.IN.QUEUE + K
ENDIF

```

```
ATIME = EXPONENTIAL.F (MEAN.SERVICE.TIME, STREAM2)  ' ' Ο χρόνος για τον οποίο θα  
χρησιμοποιήσει τον SERVER
```

```
WORK ATIME MINUTES  
RELINQUISH 1 SERVER(1)
```

```
IF NO.DEL.IN.QUEUE > 0  
NO.DEL.IN.QUEUE = NO.DEL.IN.QUEUE - K  
ENDIF
```

```
END
```

```
PROCESS TIMER  
UNTIL I >= TOTAL_CALLS  ' ' Οι κλήσεις δίνονται στην είσοδο (2000000 για παράδειγμα)
```

```
DO  
IF U.SERVER(1) = SERVERS AND CALLS_TO_BE_SERVICED < 1  
ADD 1 TO FREE  
ENDIF  
IF U.SERVER(1) < SERVERS AND U.SERVER(1) >= 0  
BUSY = BUSY + SERVERS - U.SERVER(1)  
ENDIF  
ZZZ = ZZZ + NO.DEL.IN.QUEUE + YES.DEL.IN.QUEUE  
TTT = TTT + YES.DEL.IN.QUEUE  
ADD 1 TO MATRIX(NO.DEL.IN.QUEUE + YES.DEL.IN.QUEUE + 1)  
WAIT 2.0 MINUTES  
YY = YY + 1  
LOOP  
END
```

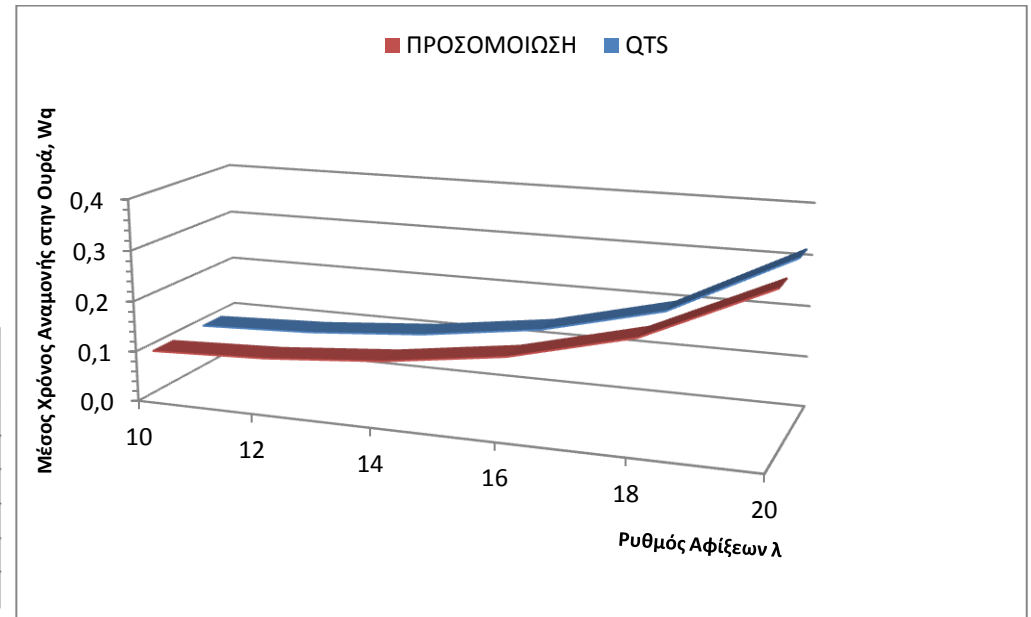
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ζ

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΑ ΤΩΝ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΩΝ 4.1 & 4.2

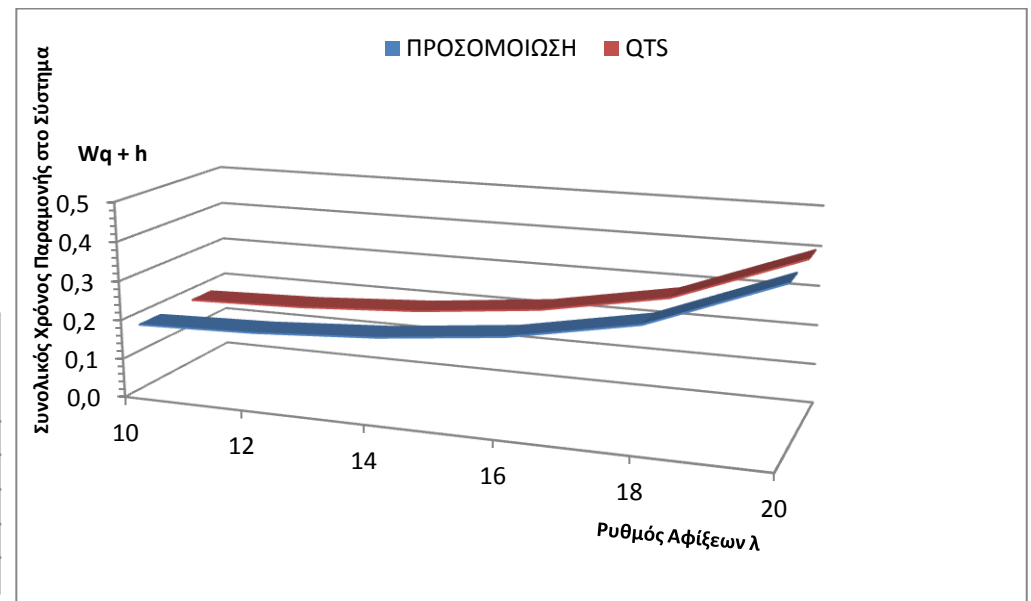
FULL BATCH SERVICE Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης : 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1 Αριθμός Κλήσεων : 2000000	λ	K = 2								ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	Διαφορά QTS από Προσομοίωση
		1 2	2 3	3 4	4 5	5 6	6 7	7 8	8 9			
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	10	0,230628	0,230762	0,229583	0,231876	0,229469	0,231760	0,228792	0,230535	0,230426	0,229595	0,000831
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,413768	0,417636	0,416286	0,414089	0,416965	0,417761	0,416174	0,417951	0,416329	0,416667	0,000338
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,083929	0,084776	0,084682	0,084366	0,083948	0,084177	0,084533	0,084617	0,084379	0,084449	0,000071
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,166683	0,168303	0,167939	0,167184	0,167341	0,167729	0,167768	0,168207	0,167644	0,167782	0,000138
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L		1,666830	1,683029	1,679390	1,671837	1,673409	1,677294	1,677681	1,682069	1,676442	1,677825	0,001382
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		0,839293	0,847758	0,846818	0,843659	0,839479	0,841771	0,845333	0,846167	0,843785	0,844491	0,000707
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	12	0,190484	0,193416	0,191101	0,192288	0,188835	0,192106	0,190541	0,192372	0,191393	0,190984	0,000409
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,499172	0,498608	0,499544	0,497684	0,503995	0,500882	0,497751	0,499982	0,499702	0,500000	0,000298
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,093482	0,093609	0,093651	0,092521	0,093488	0,092996	0,092910	0,092958	0,093202	0,093169	0,000033
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,176677	0,176710	0,176908	0,175468	0,177487	0,176476	0,175868	0,176288	0,176485	0,176502	0,000017
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L		2,120123	2,120522	2,122898	2,105619	2,129841	2,117713	2,110419	2,115454	2,117824	2,118029	0,000205
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		1,121779	1,123305	1,123809	1,110251	1,121851	1,115950	1,114917	1,115490	1,118419	1,118029	0,000390
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	14	0,152461	0,151919	0,154394	0,155410	0,155203	0,155626	0,156727	0,155141	0,154610	0,154896	0,000286
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,584845	0,584595	0,584055	0,583977	0,582486	0,581606	0,578041	0,583203	0,582851	0,583333	0,000482
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,111508	0,112151	0,112473	0,112283	0,111758	0,112185	0,111513	0,111627	0,111937	0,111533	0,000404
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,195057	0,195664	0,195909	0,195709	0,194970	0,195272	0,194090	0,194941	0,195202	0,194866	0,000335
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L		2,730797	2,739300	2,742732	2,739919	2,729585	2,733803	2,717262	2,729178	2,732822	2,728127	0,004695
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		1,561107	1,570109	1,574622	1,571965	1,564612	1,570591	1,561179	1,562773	1,567120	1,561460	0,005659

FULL BATCH SERVICE Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης : 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1 Αριθμός Κλήσεων : 2000000	λ	K = 2								ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	Διαφορά QTS από Προσομοίωση
		1 2	2 3	3 4	4 5	5 6	6 7	7 8	8 9			
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	16	0,121279	0,118674	0,122209	0,122664	0,121963	0,118576	0,120198	0,120436	0,120750	0,120849	0,000099
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,664827	0,668709	0,665110	0,665355	0,664203	0,670746	0,664593	0,664726	0,666034	0,666667	0,000633
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,143104	0,145907	0,144282	0,143337	0,144454	0,146805	0,143668	0,144885	0,144555	0,144005	0,000550
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,226207	0,229495	0,227421	0,226506	0,227479	0,230648	0,226742	0,227976	0,227809	0,227339	0,000471
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L		3,619320	3,671924	3,638732	3,624104	3,639663	3,690372	3,627875	3,647615	3,644951	3,637418	0,007533
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		2,289665	2,334506	2,308513	2,293395	2,311257	2,348881	2,298689	2,318162	2,312884	2,304085	0,008799
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	18	0,088122	0,089257	0,088987	0,088602	0,087895	0,088051	0,090047	0,088642	0,088700	0,088602	0,000098
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,752227	0,748605	0,750081	0,749730	0,752259	0,750531	0,748750	0,748394	0,750072	0,750000	0,000072
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,202468	0,204986	0,203592	0,204438	0,204537	0,205017	0,202188	0,203995	0,203903	0,202439	0,001464
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,286048	0,288164	0,286934	0,287741	0,288121	0,288409	0,285382	0,287150	0,287244	0,285772	0,001472
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L		5,148873	5,186953	5,164819	5,179345	5,186175	5,191362	5,136879	5,168703	5,170389	5,143895	0,026494
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		3,644419	3,689743	3,664657	3,679886	3,681658	3,690301	3,639380	3,671914	3,670245	3,643895	0,026350
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	20	0,058324	0,058905	0,055845	0,059024	0,056330	0,057345	0,058612	0,056752	0,057642	0,057805	0,000163
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,832007	0,835423	0,835463	0,832630	0,835490	0,834523	0,833280	0,837201	0,834502	0,833333	0,001169
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,323828	0,332585	0,328899	0,220857	0,328716	0,328765	0,324645	0,327469	0,314471	0,324187	0,009716
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,407029	0,416127	0,412446	0,414120	0,412265	0,412217	0,407973	0,411189	0,411671	0,407520	0,004150
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L		8,140581	8,322536	8,248915	8,282397	8,245296	8,244336	8,159463	8,223788	8,233414	8,150405	0,083009
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		6,476567	6,651691	6,577990	6,617137	6,574317	6,575290	6,492903	6,549385	6,564410	6,483739	0,080671

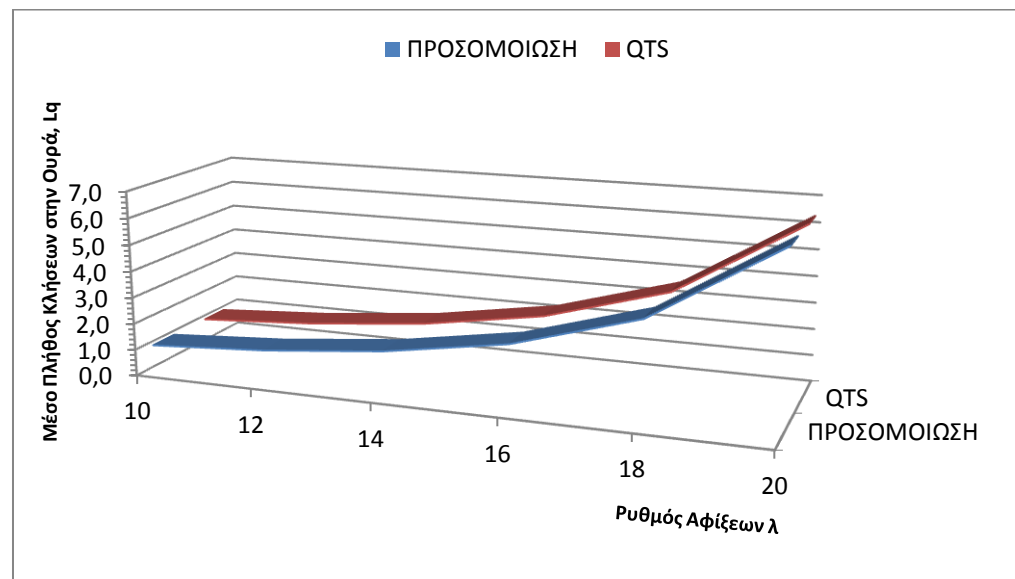
Ρυθμός Αφίξεων λ	Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,084379	0,084449
12	0,093202	0,093169
14	0,111937	0,111533
16	0,144555	0,144005
18	0,203903	0,202439
20	0,314471	0,324187



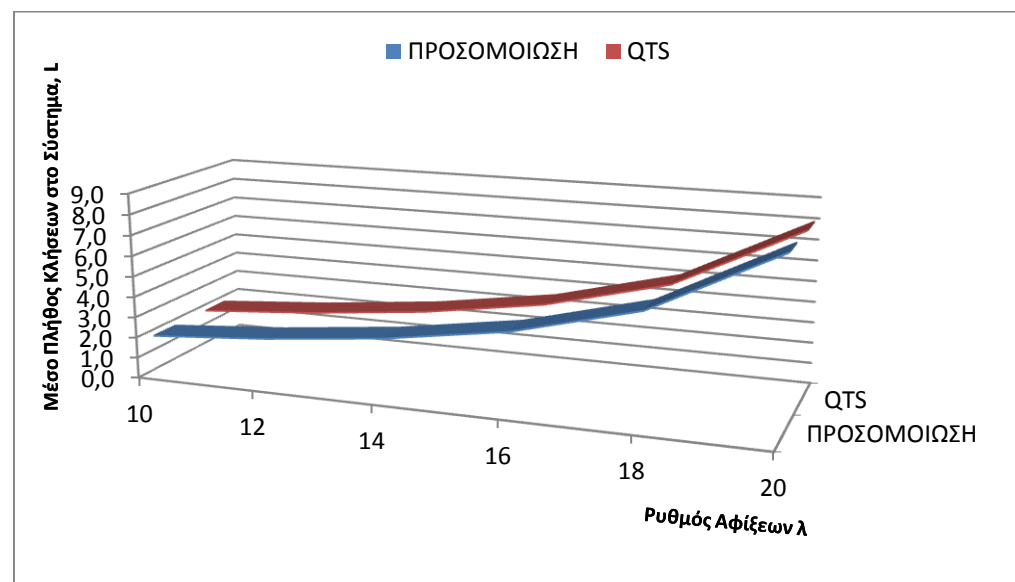
Ρυθμός Αφίξεων λ	Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, $Wq + h$ (min)	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,167644	0,167782
12	0,176485	0,176502
14	0,195202	0,194866
16	0,227809	0,227339
18	0,287244	0,285772
20	0,411671	0,407520



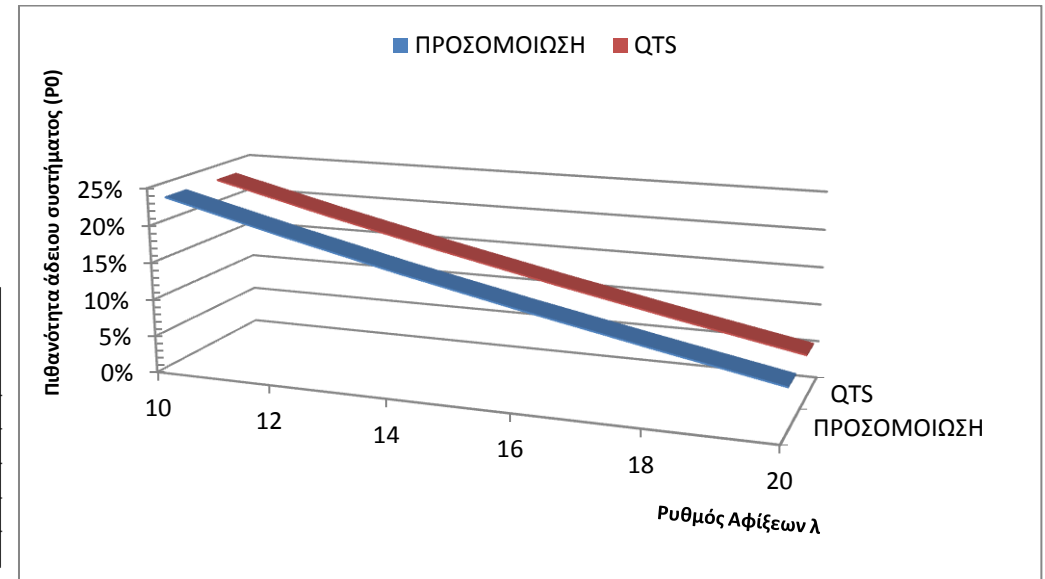
Ρυθμός Αφίξεων λ	Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, L_q	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,843785	0,844491
12	1,118419	1,118029
14	1,567120	1,561460
16	2,312884	2,304085
18	3,670245	3,643895
20	6,564410	6,483739



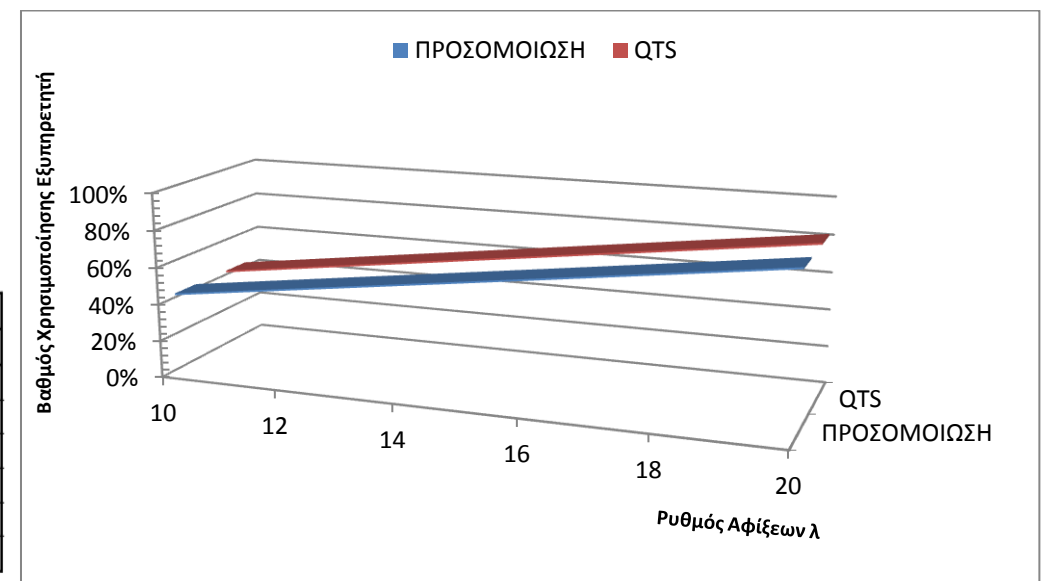
Ρυθμός Αφίξεων λ	Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	1,676442	1,677825
12	2,117824	2,118029
14	2,732822	2,728127
16	3,644951	3,637418
18	5,170389	5,143895
20	8,233414	8,150405



Ρυθμός Αφίξεων λ	Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,230426	0,229595
12	0,191393	0,190984
14	0,154610	0,154896
16	0,120750	0,120849
18	0,088700	0,088602
20	0,057642	0,057805



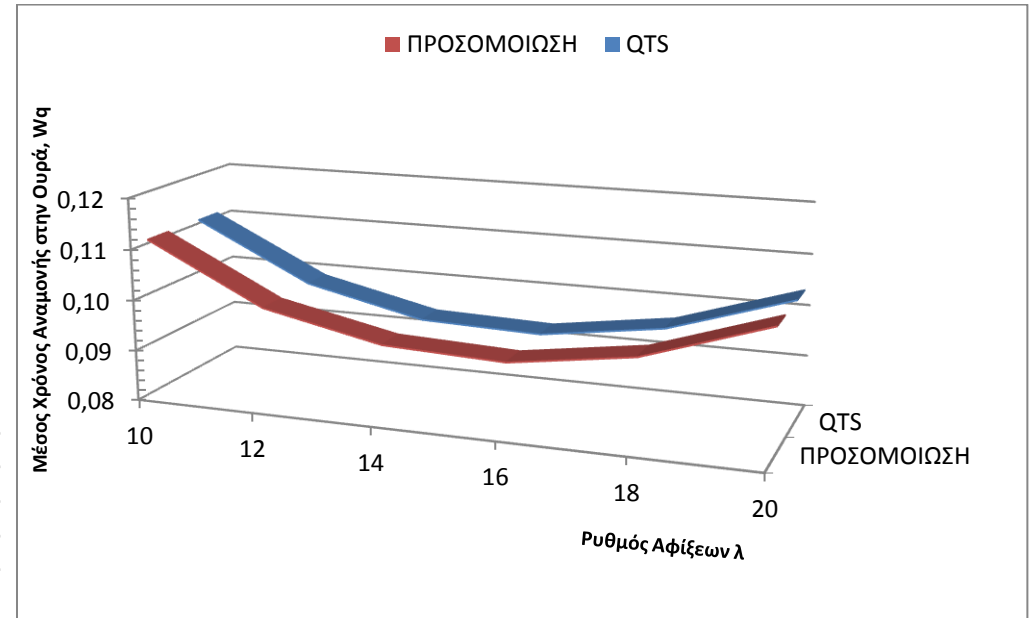
Ρυθμός Αφίξεων λ	Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,416329	0,416667
12	0,499702	0,500000
14	0,582851	0,583333
16	0,666034	0,666667
18	0,750072	0,750000
20	0,834502	0,833333



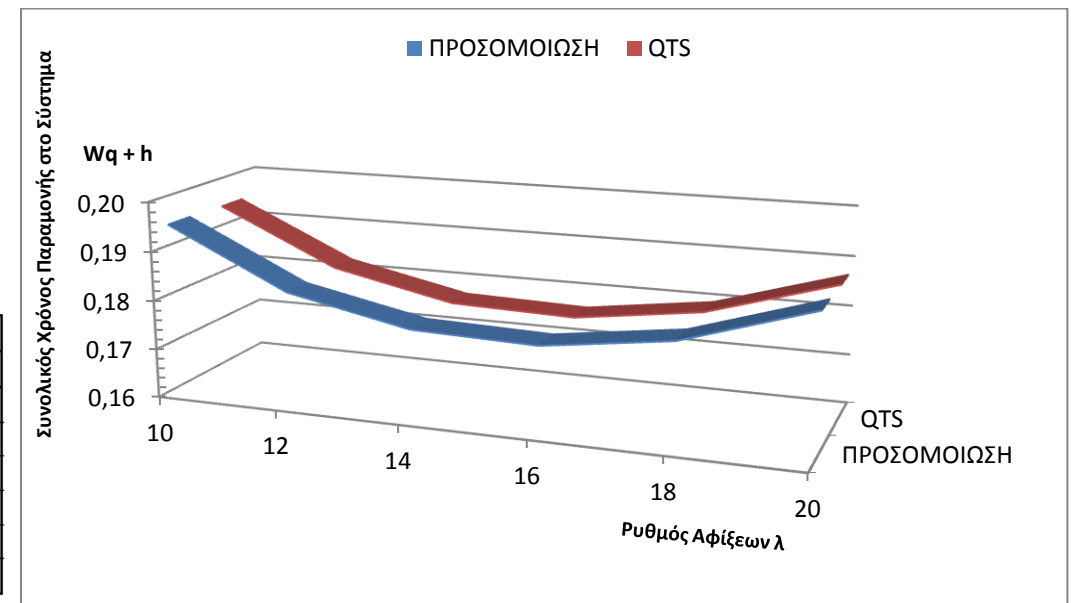
FULL BATCH SERVICE Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης : 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1 Αριθμός Κλήσεων : 2000000	λ	K = 3								ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	Διαφορά QTS από Προσομοίωση
		1 2	2 3	3 4	4 5	5 6	6 7	7 8	8 9			
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	10	0,173753	0,171657	0,171387	0,171312	0,170839	0,171515	0,170970	0,171874	0,171663	0,171805	0,000142
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,275576	0,277991	0,278100	0,280640	0,277600	0,278658	0,279429	0,278191	0,278273	0,277778	0,000495
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,110385	0,110808	0,110836	0,110819	0,111307	0,110748	0,110795	0,110306	0,110751	0,110703	0,000048
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,193058	0,194205	0,194266	0,195011	0,194587	0,194345	0,194624	0,193763	0,194232	0,194036	0,000196
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L		1,930579	1,942054	1,942664	1,950107	1,945870	1,943455	1,946235	1,937631	1,942324	1,940360	0,001964
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		1,103852	1,108083	1,108363	1,108188	1,113070	1,107482	1,107949	1,103058	1,107506	1,107027	0,000479
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	12	0,153606	0,152134	0,151882	0,153526	0,151593	0,151677	0,153095	0,153379	0,152612	0,152104	0,000507
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,332718	0,331142	0,333613	0,330765	0,335257	0,336752	0,334125	0,330411	0,333098	0,333333	0,000235
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,098984	0,099383	0,099309	0,099191	0,099246	0,099237	0,098735	0,098983	0,099134	0,099291	0,000157
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,182163	0,182169	0,182713	0,181883	0,183060	0,183425	0,182266	0,181585	0,182408	0,182624	0,000216
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L		2,185961	2,186026	2,192552	2,182592	2,196717	2,201104	2,187195	2,179022	2,188896	2,191487	0,002591
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		1,187809	1,192600	1,191712	1,190296	1,190946	1,190846	1,184820	1,187790	1,189602	1,191487	0,001884
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	14	0,135161	0,133541	0,135331	0,134255	0,134487	0,135849	0,135191	0,133718	0,134692	0,134289	0,000403
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,385987	0,389581	0,389883	0,386719	0,386607	0,389086	0,384162	0,390182	0,387776	0,388889	0,001113
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,094035	0,094010	0,094325	0,094334	0,093706	0,094405	0,094510	0,093892	0,094152	0,093972	0,000180
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,176747	0,177492	0,177871	0,177202	0,176551	0,177780	0,176830	0,177503	0,177247	0,177306	0,000059
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L		2,474457	2,484884	2,490196	2,480833	2,471711	2,488922	2,475623	2,485041	2,481458	2,482281	0,000823
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		1,316496	1,316141	1,320545	1,320677	1,311889	1,321665	1,323137	1,314494	1,318131	1,315614	0,002516

FULL BATCH SERVICE Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης : 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1 Αριθμός Κλήσεων : 2000000	λ	K = 3								ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	Διαφορά QTS από Προσομοίωση
		1 2	2 3	3 4	4 5	5 6	6 7	7 8	8 9			
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	16	0,118960	0,116709	0,117522	0,118488	0,117147	0,116160	0,118023	0,118853	0,117733	0,117981	0,000248
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,442296	0,445214	0,444030	0,443692	0,442690	0,449030	0,444075	0,443748	0,444347	0,444444	0,000098
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,093196	0,093794	0,093074	0,092438	0,092914	0,093750	0,093712	0,092713	0,093199	0,093272	0,000073
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,176126	0,177272	0,176330	0,175630	0,175918	0,177943	0,176976	0,175916	0,176514	0,176605	0,000091
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L		2,818017	2,836346	2,821228	2,810084	2,814689	2,847082	2,831617	2,814652	2,824214	2,825683	0,001469
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		1,491130	1,500704	1,489187	1,479007	1,486618	1,499992	1,499392	1,483408	1,491180	1,492350	0,001170
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	18	0,104659	0,101134	0,104319	0,103291	0,101159	0,101836	0,103703	0,102891	0,102874	0,102863	0,000011
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,497832	0,503293	0,499352	0,497102	0,498722	0,503689	0,498183	0,500207	0,499798	0,500000	0,000202
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,097030	0,097045	0,096167	0,096291	0,097199	0,096879	0,096424	0,096036	0,096634	0,096699	0,000065
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,180002	0,180927	0,179392	0,179141	0,180319	0,180827	0,179455	0,179403	0,179933	0,180032	0,000099
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L		3,240035	3,256685	3,229062	3,224546	3,245744	3,254886	3,230182	3,229261	3,238800	3,240579	0,001779
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		1,746540	1,746806	1,731006	1,733241	1,749577	1,743819	1,735634	1,728640	1,739408	1,740579	0,001171
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	20	0,089495	0,089037	0,088637	0,087025	0,087084	0,088477	0,088158	0,090015	0,088491	0,088797	0,000306
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,557684	0,553756	0,554896	0,556133	0,558839	0,558215	0,554854	0,554743	0,556140	0,555556	0,000584
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,104038	0,104944	0,104611	0,104098	0,105037	0,105758	0,104931	0,103225	0,104580	0,104367	0,000213
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,187690	0,188007	0,187845	0,187518	0,188863	0,189490	0,188159	0,186437	0,188001	0,187700	0,000301
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L		3,753809	3,760142	3,756903	3,750365	3,777260	3,789795	3,763174	3,728736	3,760023	3,754004	0,006019
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		2,080757	2,098874	2,092216	2,081965	2,100742	2,115150	2,098613	2,064508	2,091603	2,087338	0,004265

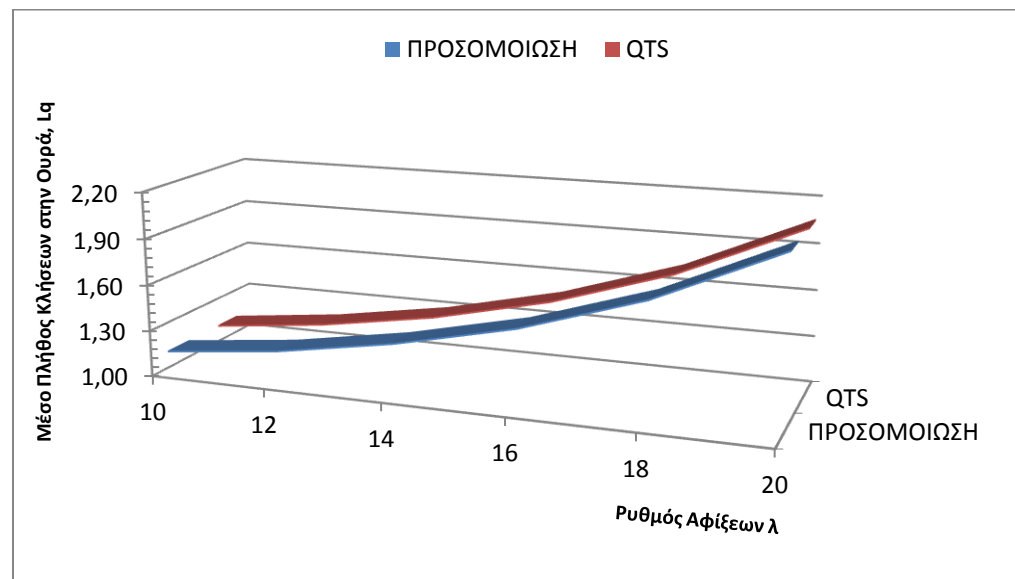
Ρυθμός Αφίξεων λ	Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,110751	0,110703
12	0,099134	0,099291
14	0,094152	0,093972
16	0,093199	0,093272
18	0,096634	0,096699
20	0,104580	0,104367



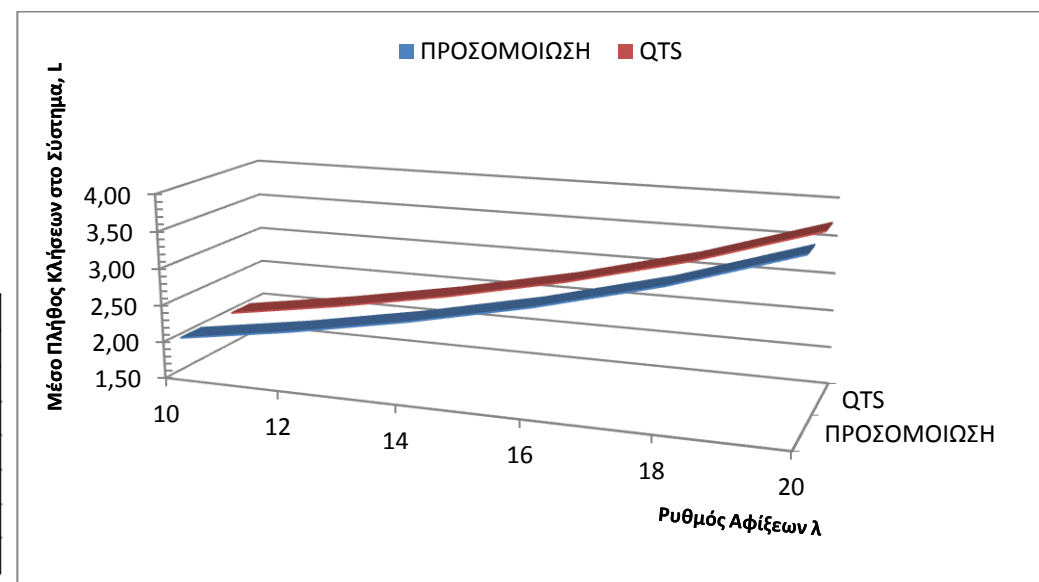
Ρυθμός Αφίξεων λ	Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, $Wq + h$ (min)	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,194232	0,194036
12	0,182408	0,182624
14	0,177247	0,177306
16	0,176514	0,176605
18	0,179933	0,180032
20	0,188001	0,187700



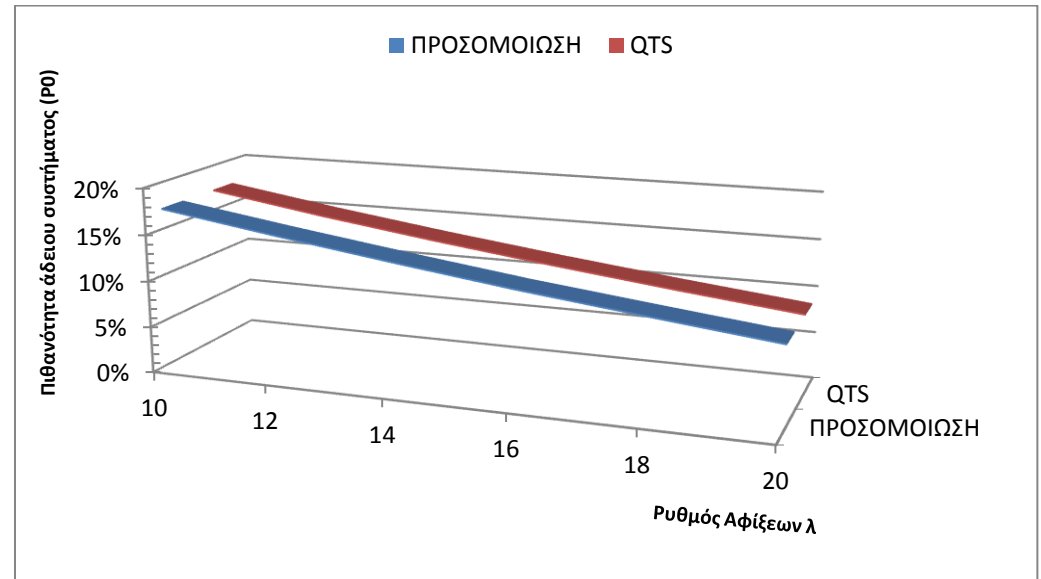
Ρυθμός Αφίξεων λ	Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	1,107506	1,107027
12	1,189602	1,191487
14	1,318131	1,315614
16	1,491180	1,492350
18	1,739408	1,740579
20	2,091603	2,087338



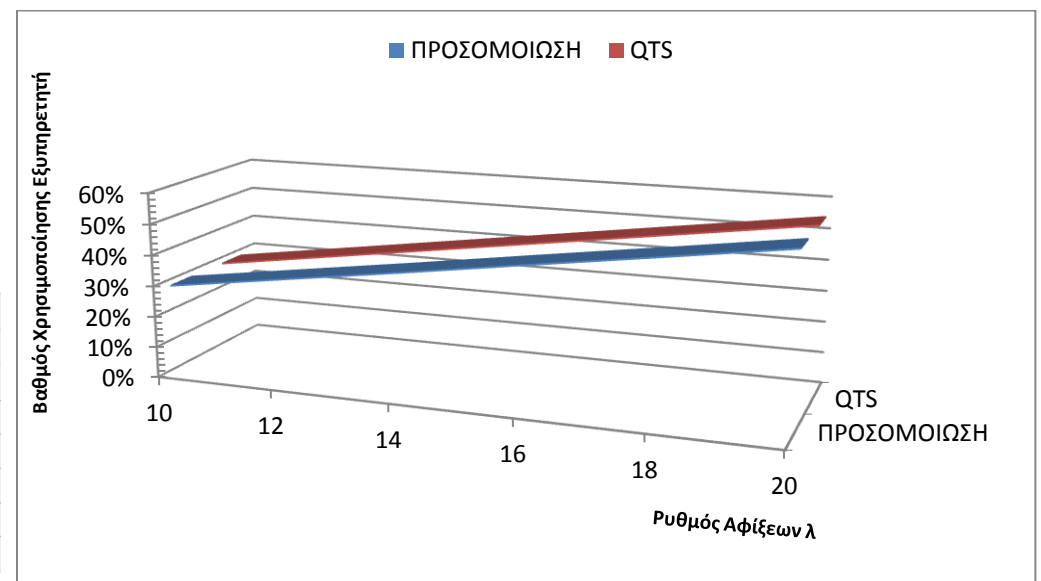
Ρυθμός Αφίξεων λ	Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	1,942324	1,940360
12	2,188896	2,191487
14	2,481458	2,482281
16	2,824214	2,825683
18	3,238800	3,240579
20	3,760023	3,754004



Ρυθμός Αφίξεων λ	Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,171663	0,171805
12	0,152612	0,152104
14	0,134692	0,134289
16	0,117733	0,117981
18	0,102874	0,102863
20	0,088491	0,088797



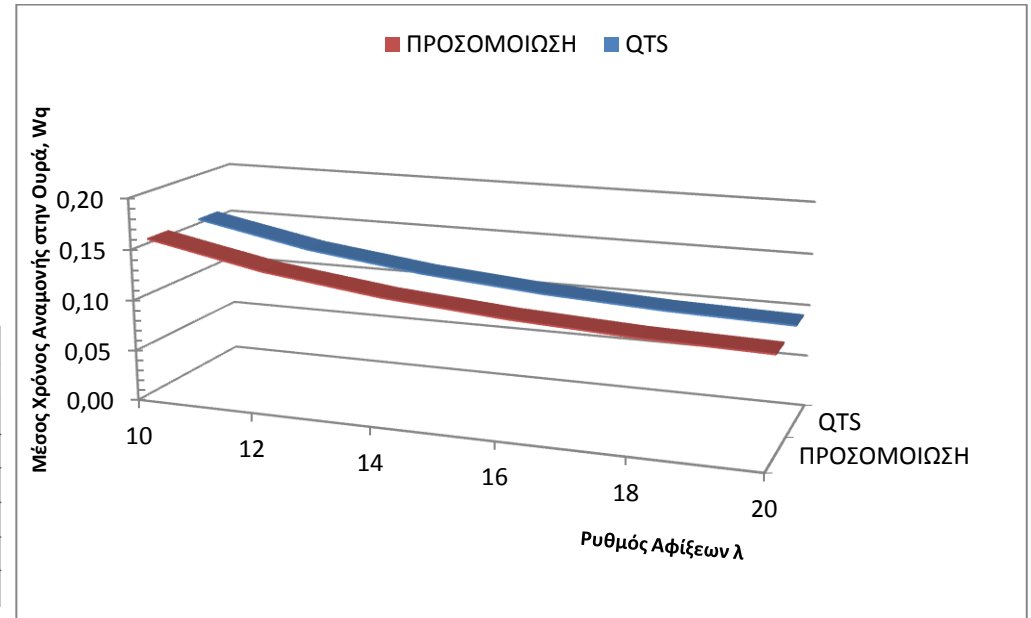
Ρυθμός Αφίξεων λ	Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,278273	0,277778
12	0,333098	0,333333
14	0,387776	0,388889
16	0,444347	0,444444
18	0,499798	0,500000
20	0,556140	0,555556



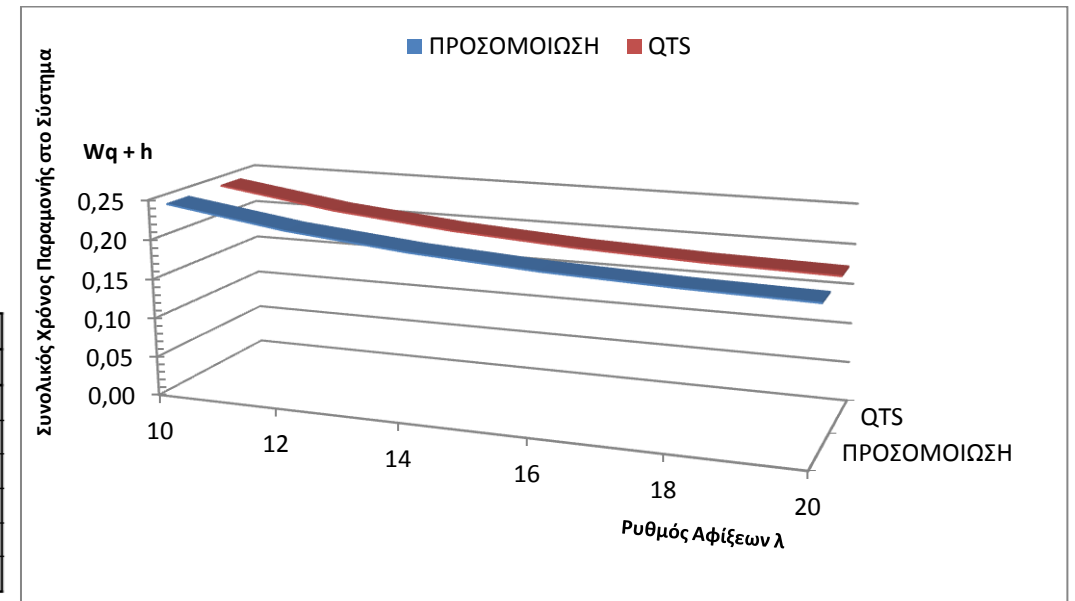
FULL BATCH SERVICE Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης : 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1 Αριθμός Κλήσεων : 2000000	λ	K = 4								ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	Διαφορά QTS από Προσομοίωση
		1 2	2 3	3 4	4 5	5 6	6 7	7 8	8 9			
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	10	0,133034	0,134366	0,133717	0,133729	0,132876	0,133665	0,132588	0,133493	0,133434	0,133348	0,000085
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,208264	0,209308	0,207078	0,207325	0,207343	0,207466	0,208002	0,208696	0,207935	0,208333	0,000398
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,154448	0,153449	0,154564	0,154519	0,154047	0,155051	0,154572	0,153996	0,154331	0,154147	0,000184
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,237754	0,237172	0,237396	0,237449	0,236984	0,238037	0,237773	0,237474	0,237505	0,237480	0,000025
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L		2,377538	2,371717	2,373957	2,374486	2,369843	2,380371	2,377732	2,374743	2,375048	2,374803	0,000245
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		1,544483	1,534486	1,545644	1,545188	1,540473	1,550507	1,545724	1,539960	1,543308	1,541470	0,001838
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	12	0,119559	0,120630	0,119250	0,122168	0,120003	0,120749	0,122234	0,121643	0,120780	0,120308	0,000472
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,249988	0,251542	0,252237	0,251044	0,250420	0,251815	0,248798	0,249403	0,250656	0,250000	0,000656
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,131635	0,131499	0,131391	0,131401	0,131047	0,131380	0,131921	0,131216	0,131436	0,131508	0,000072
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,214965	0,215347	0,215471	0,215083	0,214520	0,215318	0,214854	0,214351	0,214989	0,214841	0,000147
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L		2,579574	2,584159	2,585647	2,580993	2,574243	2,583816	2,578245	2,572210	2,579861	2,578095	0,001766
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		1,579622	1,577993	1,576697	1,576817	1,572563	1,576558	1,583054	1,574597	1,577238	1,578095	0,000858
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	14	0,106469	0,109509	0,110348	0,111181	0,108816	0,109214	0,107890	0,110083	0,109189	0,108739	0,000450
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,292338	0,292529	0,290579	0,290729	0,293987	0,293728	0,292015	0,294092	0,292500	0,291667	0,000833
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,116896	0,116278	0,116616	0,116269	0,116101	0,115942	0,117252	0,116326	0,116460	0,116602	0,000142
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,200421	0,199857	0,199638	0,199335	0,200097	0,199864	0,200685	0,200353	0,200031	0,199935	0,000096
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L		2,805901	2,798001	2,794939	2,790687	2,801363	2,798102	2,809591	2,804937	2,800440	2,799093	0,001347
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		1,636547	1,627887	1,632623	1,627772	1,625416	1,623189	1,641530	1,628568	1,630442	1,632427	0,001985

FULL BATCH SERVICE Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης : 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1 Αριθμός Κλήσεων : 2000000	λ	K = 4								ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	Διαφορά QTS από Προσομοίωση
		1 2	2 3	3 4	4 5	5 6	6 7	7 8	8 9			
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	16	0,096598	0,096439	0,099303	0,099750	0,097279	0,096742	0,097681	0,098943	0,097842	0,098341	0,000499
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,334053	0,332955	0,332923	0,331637	0,334501	0,332837	0,332081	0,333195	0,333023	0,333333	0,000311
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,106748	0,106993	0,106894	0,106597	0,107094	0,107394	0,107383	0,106390	0,106937	0,106804	0,000133
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,190261	0,190231	0,190124	0,189506	0,190719	0,190603	0,190404	0,189689	0,190192	0,190137	0,000055
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L		3,044180	3,043701	3,041989	3,032098	3,051511	3,049650	3,046458	3,035023	3,043076	3,042196	0,000881
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		1,707967	1,711882	1,710298	1,705549	1,713506	1,718301	1,718135	1,702244	1,710985	1,708862	0,002123
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	18	0,088193	0,088357	0,090085	0,089142	0,089533	0,087421	0,090965	0,090963	0,089332	0,088884	0,000448
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,374620	0,375454	0,375670	0,375450	0,380287	0,380691	0,372639	0,375169	0,376248	0,375000	0,001248
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,100952	0,100757	0,100437	0,100777	0,100522	0,101068	0,100664	0,100594	0,100721	0,100706	0,000016
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,184201	0,184191	0,183919	0,184211	0,185030	0,185666	0,183473	0,183965	0,184332	0,184039	0,000293
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L		3,315614	3,315440	3,310545	3,315794	3,330544	3,341983	3,302508	3,311372	3,317975	3,312700	0,005275
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		1,817135	1,813622	1,807864	1,813994	1,809398	1,819219	1,811954	1,810698	1,812986	1,812700	0,000285
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	20	0,080138	0,080079	0,080239	0,079945	0,078726	0,080479	0,079662	0,078781	0,079756	0,080206	0,000450
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,417143	0,416972	0,414772	0,413285	0,417785	0,413552	0,415920	0,421149	0,416322	0,416667	0,000344
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,097230	0,096794	0,097536	0,098753	0,097723	0,098208	0,097798	0,097658	0,097713	0,097526	0,000186
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,180658	0,180188	0,180490	0,181410	0,181280	0,180919	0,180982	0,181888	0,180977	0,180860	0,000117
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L		3,613168	3,603763	3,609801	3,628198	3,625607	3,618379	3,619643	3,637761	3,619540	3,617191	0,002349
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		1,944596	1,935877	1,950713	1,975059	1,954468	1,964169	1,955961	1,953163	1,954251	1,950525	0,003726

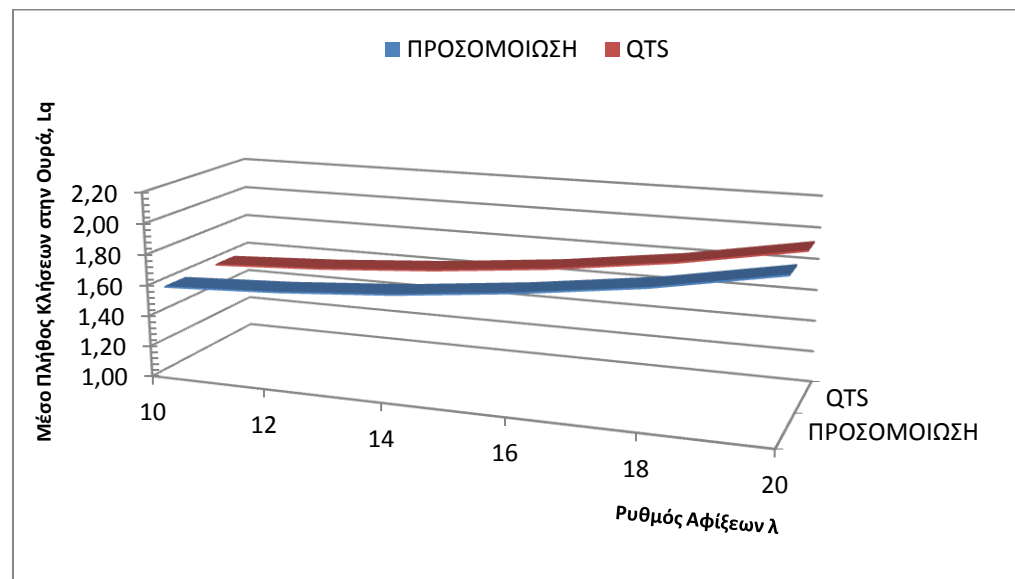
Ρυθμός Αφίξεων λ	Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,154331	0,154147
12	0,131436	0,131508
14	0,116460	0,116602
16	0,106937	0,106804
18	0,100721	0,100706
20	0,097713	0,097526



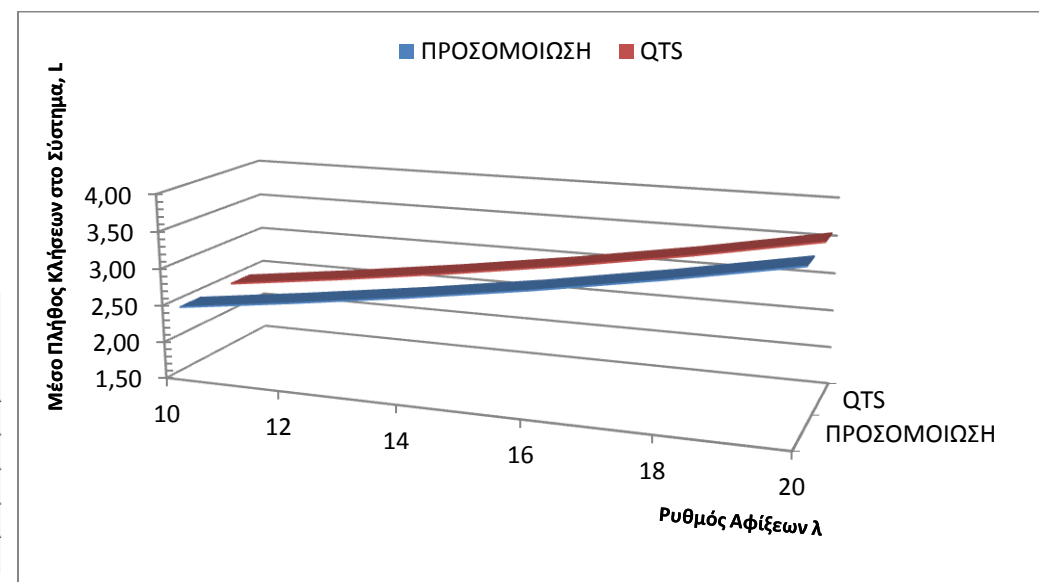
Ρυθμός Αφίξεων λ	Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, $Wq + h$ (min)	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,237505	0,237480
12	0,214989	0,214841
14	0,200031	0,199935
16	0,190192	0,190137
18	0,184332	0,184039
20	0,180977	0,180860



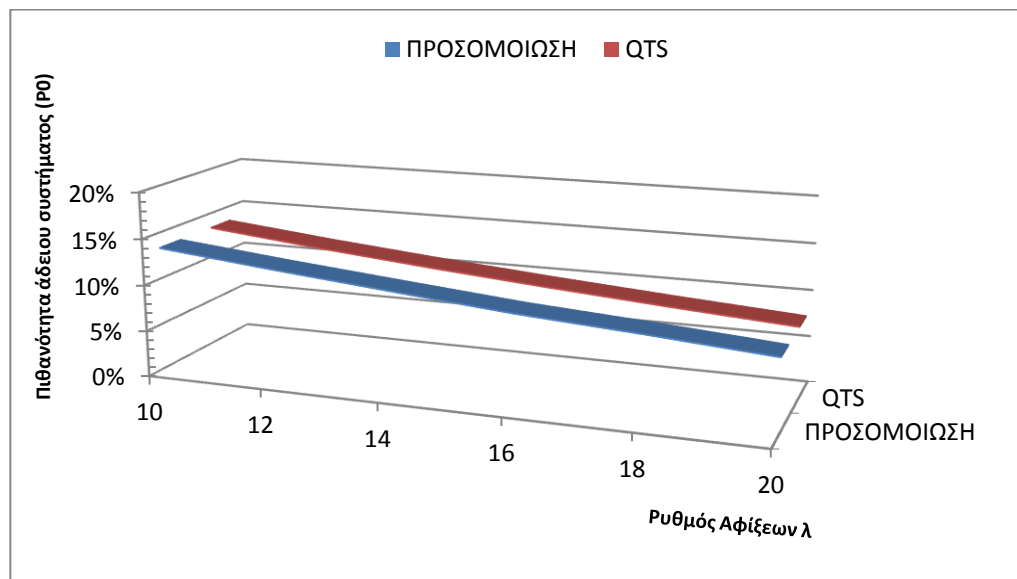
Ρυθμός Αφίξεων λ	Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	1,543308	1,541470
12	1,577238	1,578095
14	1,630442	1,632427
16	1,710985	1,708862
18	1,812986	1,812700
20	1,954251	1,950525



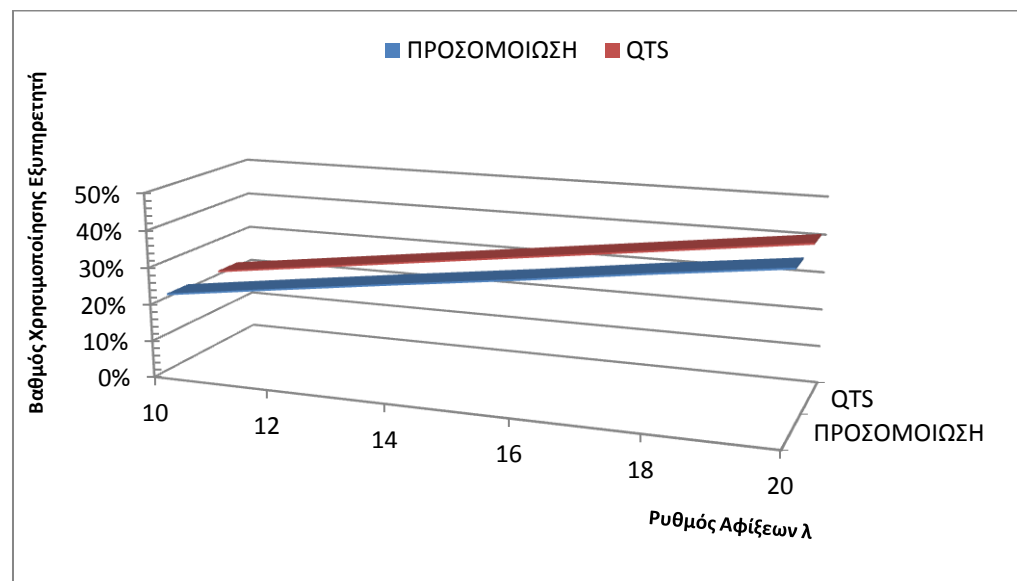
Ρυθμός Αφίξεων λ	Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	2,375048	2,374803
12	2,579861	2,578095
14	2,800440	2,799093
16	3,043076	3,042196
18	3,317975	3,312700
20	3,619540	3,617191



Ρυθμός Αφίξεων λ	Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,133434	0,133348
12	0,120780	0,120308
14	0,109189	0,108739
16	0,097842	0,098341
18	0,089332	0,088884
20	0,079756	0,080206



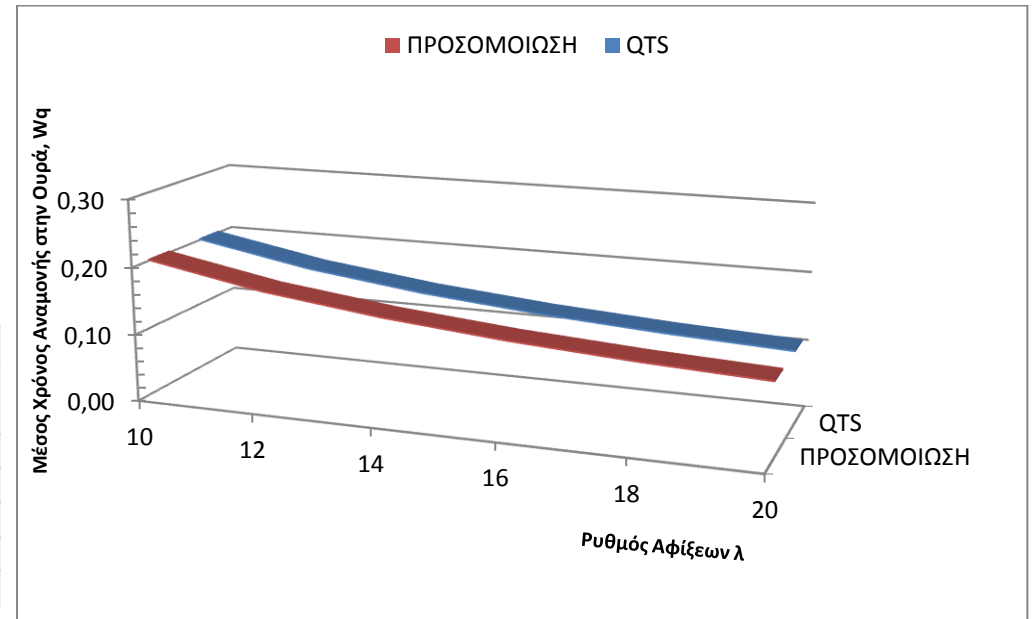
Ρυθμός Αφίξεων λ	Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,207935	0,208333
12	0,250656	0,250000
14	0,292500	0,291667
16	0,333023	0,333333
18	0,376248	0,375000
20	0,416322	0,416667



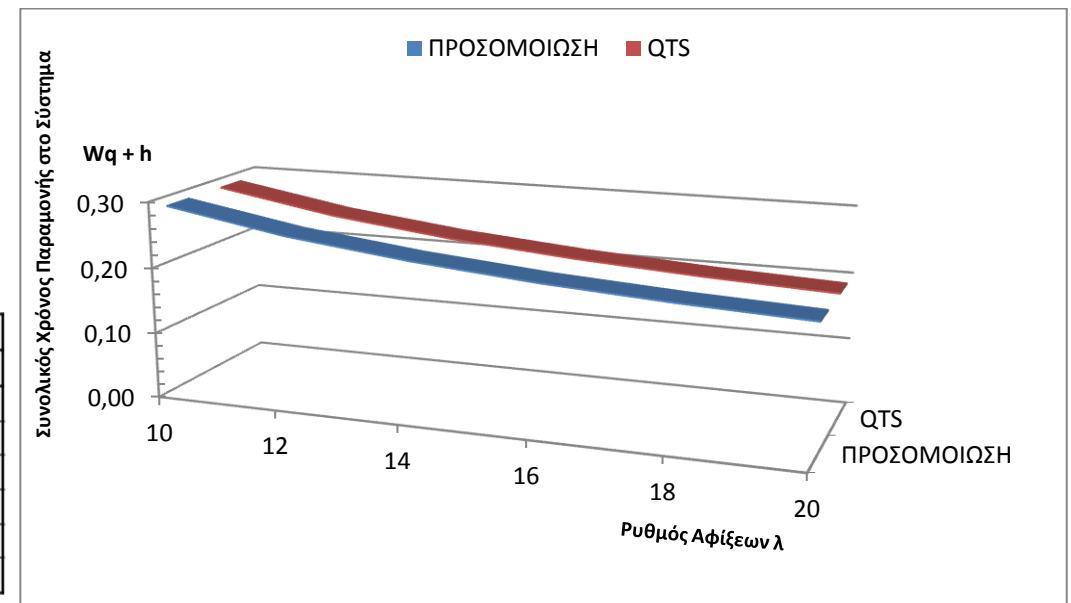
FULL BATCH SERVICE Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης : 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1 Αριθμός Κλήσεων : 2000000	λ	K = 5								ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	Διαφορά QTS από Προσομοίωση
		1 2	2 3	3 4	4 5	5 6	6 7	7 8	8 9			
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	10	0,107561	0,109173	0,106873	0,108728	0,107011	0,107892	0,107939	0,107466	0,107830	0,108062	0,000231
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,166815	0,167338	0,165649	0,166112	0,166610	0,165897	0,166792	0,166787	0,166500	0,166667	0,000167
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,201377	0,201416	0,202395	0,202495	0,202411	0,201712	0,201658	0,201405	0,201859	0,201746	0,000112
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,284784	0,285085	0,285220	0,285551	0,285716	0,284660	0,285081	0,284799	0,285112	0,285080	0,000032
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L		2,847841	2,850847	2,852197	2,855510	2,857156	2,846600	2,850810	2,847986	2,851118	2,850798	0,000320
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		2,013766	2,014156	2,023954	2,024952	2,024106	2,017116	2,016852	2,014053	2,018619	2,017465	0,001154
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	12	0,100053	0,097320	0,096600	0,096942	0,097795	0,097727	0,098545	0,098543	0,097941	0,098268	0,000328
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,199566	0,199762	0,200302	0,201169	0,199489	0,201860	0,200329	0,198753	0,200154	0,200000	0,000154
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,169297	0,169741	0,169626	0,169704	0,169536	0,169817	0,168804	0,169663	0,169524	0,169604	0,000081
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,252449	0,252975	0,253085	0,253524	0,252657	0,253925	0,252274	0,252477	0,252921	0,252938	0,000017
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L		3,029392	3,035703	3,037023	3,042291	3,031878	3,047100	3,027287	3,029721	3,035049	3,035253	0,000203
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		2,031563	2,036891	2,035511	2,036446	2,034434	2,037802	2,025644	2,035958	2,034281	2,035253	0,000972
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	14	0,089786	0,090376	0,088709	0,090208	0,091697	0,091466	0,089978	0,088478	0,090087	0,089714	0,000373
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,233177	0,234919	0,234006	0,231547	0,231964	0,231948	0,233719	0,234832	0,233264	0,233333	0,000069
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,147060	0,147279	0,147854	0,148020	0,147560	0,147589	0,147126	0,148430	0,147615	0,147335	0,000280
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,230337	0,231179	0,231427	0,230716	0,230405	0,230428	0,230597	0,232299	0,230924	0,230668	0,000255
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L		3,224723	3,236500	3,239982	3,230021	3,225666	3,225986	3,228359	3,252183	3,232928	3,229354	0,003574
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		2,058840	2,061907	2,069954	2,072287	2,065844	2,066245	2,059766	2,078025	2,066609	2,062687	0,003922

FULL BATCH SERVICE Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης : 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1 Αριθμός Κλήσεων : 2000000	λ	K = 5								ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	Διαφορά QTS από Προσομοίωση
		1 2	2 3	3 4	4 5	5 6	6 7	7 8	8 9			
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	16	0,081802	0,081003	0,081659	0,081205	0,083057	0,082362	0,082105	0,083207	0,082050	0,082127	0,000077
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,267511	0,267020	0,266156	0,265585	0,264449	0,267543	0,262290	0,266300	0,265857	0,266667	0,000810
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,131331	0,131262	0,131545	0,131684	0,131779	0,131898	0,131778	0,131105	0,131548	0,131381	0,000167
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,214929	0,214706	0,214719	0,214680	0,214419	0,215505	0,213743	0,214324	0,214628	0,214715	0,000086
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L		3,438857	3,435297	3,435505	3,434876	3,430708	3,448086	3,419894	3,429179	3,434050	3,435432	0,001382
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		2,101300	2,100198	2,104725	2,106951	2,108461	2,110370	2,108444	2,097680	2,104766	2,102099	0,002667
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	18	0,075687	0,075652	0,074015	0,073931	0,074272	0,073331	0,075510	0,074213	0,074576	0,075300	0,000724
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,300301	0,299136	0,298560	0,299701	0,297700	0,298542	0,300007	0,298760	0,299088	0,300000	0,000912
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,119256	0,119823	0,120382	0,120014	0,120304	0,120455	0,119974	0,119622	0,119979	0,119780	0,000198
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,202673	0,202916	0,203315	0,203264	0,202999	0,203383	0,203309	0,202611	0,203059	0,203114	0,000055
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L		3,648108	3,652492	3,659672	3,658752	3,653979	3,660896	3,659566	3,646992	3,655057	3,656048	0,000991
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		2,146605	2,156811	2,166871	2,160246	2,165479	2,168184	2,159530	2,153194	2,159615	2,156048	0,003567
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	20	0,070700	0,071701	0,067223	0,070084	0,068708	0,067702	0,068127	0,069045	0,069161	0,069106	0,000055
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,332767	0,332733	0,330074	0,328400	0,331420	0,334733	0,333460	0,333353	0,332118	0,333333	0,001216
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,111523	0,111186	0,111761	0,112268	0,111867	0,111997	0,111667	0,110820	0,111636	0,111371	0,000265
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,194714	0,194369	0,194279	0,194368	0,194722	0,195680	0,195032	0,194158	0,194665	0,194705	0,000040
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L		3,894290	3,887389	3,885590	3,887353	3,894439	3,913602	3,900648	3,883158	3,893309	3,894096	0,000787
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		2,230455	2,223722	2,235219	2,245355	2,237337	2,239938	2,233348	2,216392	2,232721	2,227429	0,005292

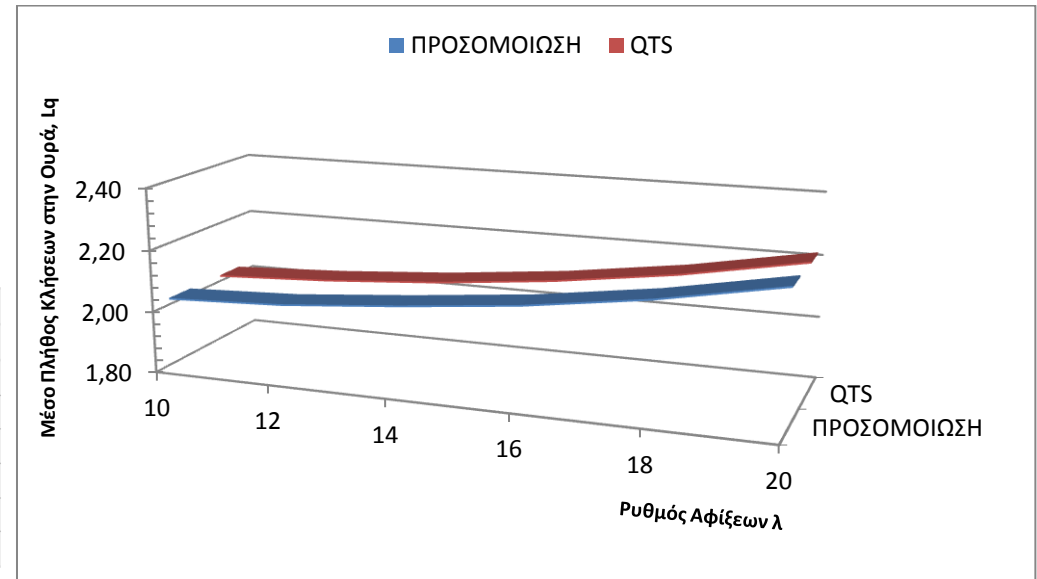
Ρυθμός Αφίξεων λ	Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,201859	0,201746
12	0,169524	0,169604
14	0,147615	0,147335
16	0,131548	0,131381
18	0,119979	0,119780
20	0,111636	0,111371



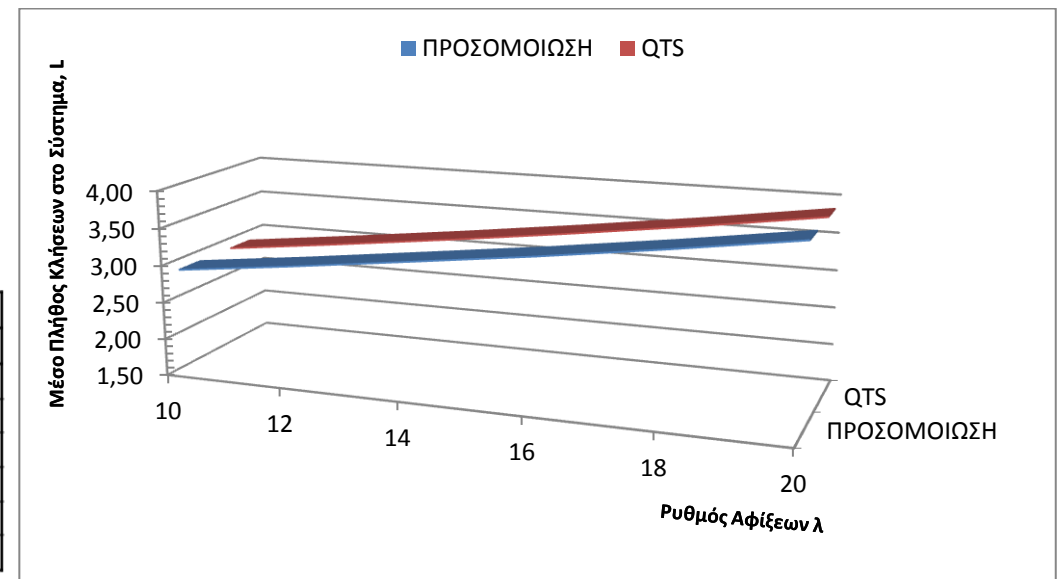
Ρυθμός Αφίξεων λ	Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, $Wq + h$ (min)	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,285112	0,285080
12	0,252921	0,252938
14	0,230924	0,230668
16	0,214628	0,214715
18	0,203059	0,203114
20	0,194665	0,194705



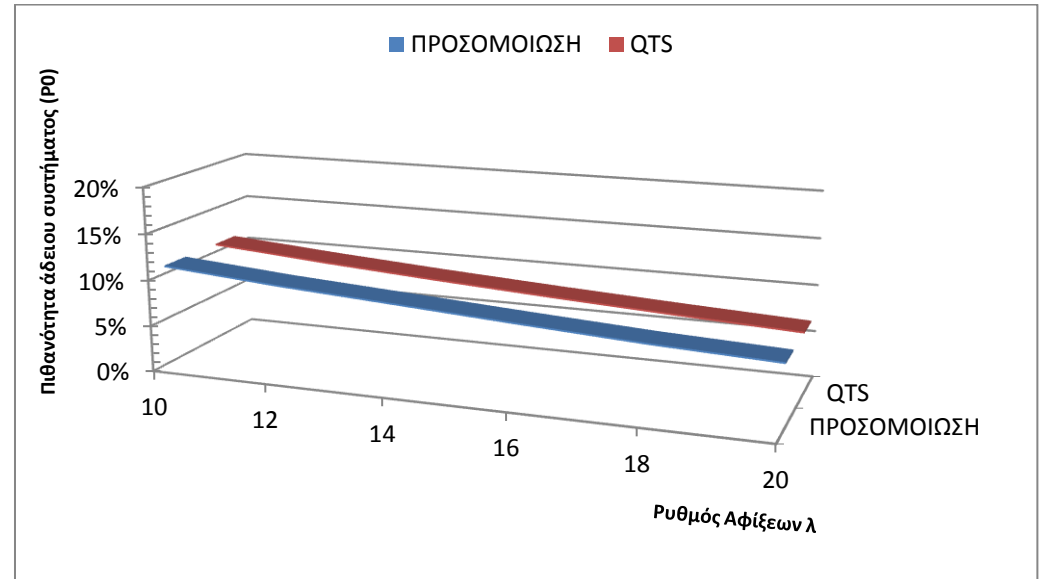
Ρυθμός Αφίξεων λ	Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	2,018619	2,017465
12	2,034281	2,035253
14	2,066609	2,062687
16	2,104766	2,102099
18	2,159615	2,156048
20	2,232721	2,227429



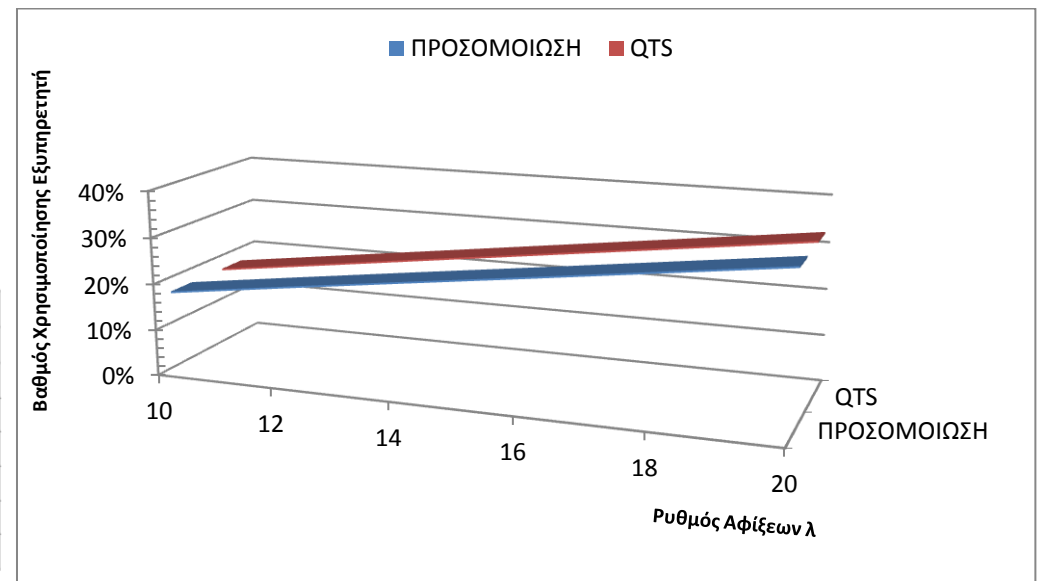
Ρυθμός Αφίξεων λ	Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	2,851118	2,850798
12	3,035049	3,035253
14	3,232928	3,229354
16	3,434050	3,435432
18	3,655057	3,656048
20	3,893309	3,894096



Ρυθμός Αφίξεων λ	Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,107830	0,108062
12	0,097941	0,098268
14	0,090087	0,089714
16	0,082050	0,082127
18	0,074576	0,075300
20	0,069161	0,069106



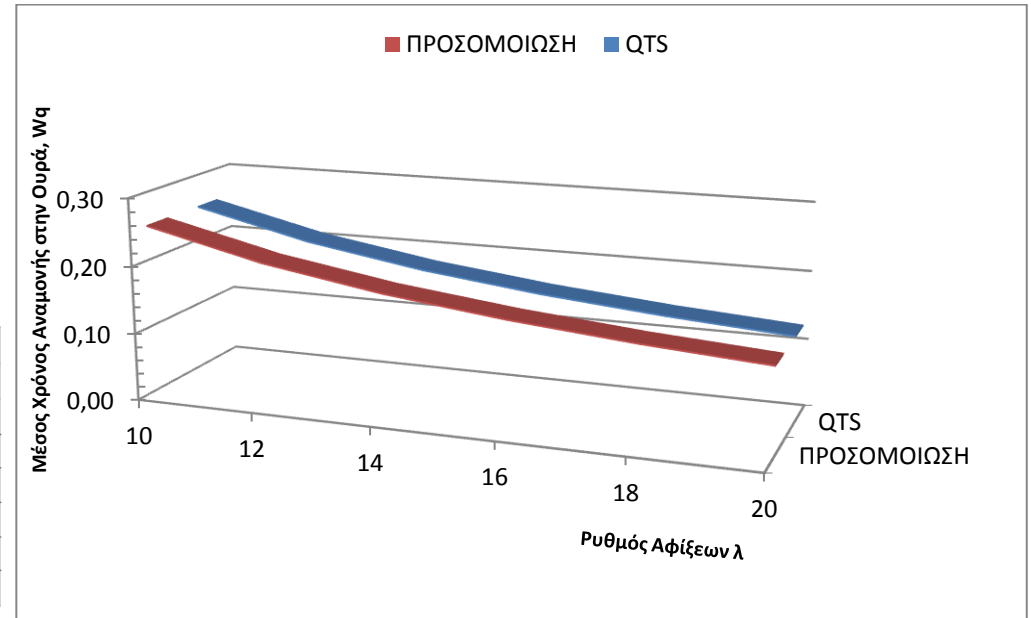
Ρυθμός Αφίξεων λ	Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,166500	0,166667
12	0,200154	0,200000
14	0,233264	0,233333
16	0,265857	0,266667
18	0,299088	0,300000
20	0,332118	0,333333



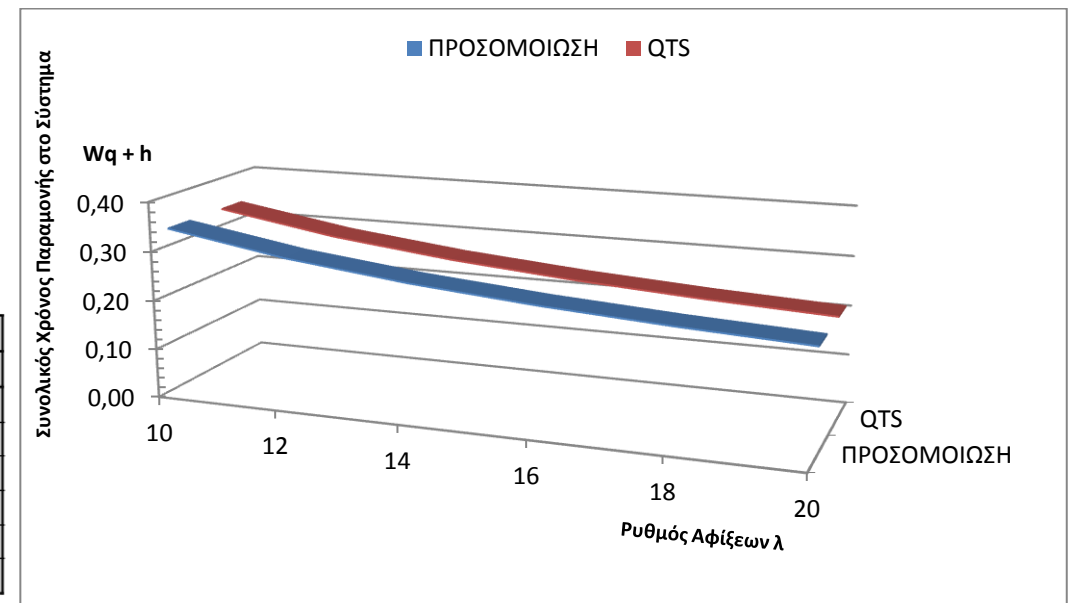
FULL BATCH SERVICE Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης : 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1 Αριθμός Κλήσεων : 2000000	λ	K = 6								ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	Διαφορά QTS από Προσομοίωση
		1 2	2 3	3 4	4 5	5 6	6 7	7 8	8 9			
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	10	0,090576	0,091287	0,089948	0,090886	0,090454	0,091016	0,090418	0,091044	0,090704	0,090539	0,000165
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,138153	0,138605	0,140705	0,139730	0,138295	0,139544	0,137755	0,137761	0,138819	0,138889	0,000070
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,251266	0,250978	0,250238	0,250248	0,251202	0,250650	0,251525	0,250264	0,250796	0,250766	0,000031
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,334158	0,334141	0,334661	0,334085	0,334179	0,334376	0,334178	0,332921	0,334087	0,334099	0,000011
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L		3,341578	3,341415	3,346613	3,340854	3,341788	3,343761	3,341779	3,329205	3,340874	3,340988	0,000114
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		2,512662	2,509783	2,502384	2,502475	2,512018	2,506498	2,515248	2,502639	2,507963	2,507655	0,000308
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	12	0,082502	0,081112	0,083163	0,083801	0,083529	0,083018	0,083540	0,083358	0,083003	0,082644	0,000359
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,165987	0,167023	0,164755	0,167879	0,167299	0,166829	0,164933	0,165121	0,166228	0,166667	0,000438
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,209774	0,210386	0,210552	0,209520	0,208873	0,210289	0,209454	0,209633	0,209810	0,209724	0,000086
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,292767	0,293897	0,292929	0,293460	0,292523	0,293704	0,291921	0,292194	0,292924	0,293058	0,000133
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L		3,513208	3,526765	3,515152	3,521517	3,510270	3,524444	3,503053	3,506327	3,515092	3,516691	0,001599
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		2,517287	2,524630	2,526621	2,514245	2,506479	2,523472	2,513452	2,515598	2,517723	2,516691	0,001032
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	14	0,076475	0,075456	0,077708	0,076599	0,075978	0,075958	0,075047	0,075563	0,076098	0,075824	0,000274
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,191874	0,192789	0,193710	0,195004	0,195081	0,195306	0,190969	0,196561	0,193912	0,194444	0,000533
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,180637	0,181538	0,180939	0,180584	0,180183	0,180401	0,181526	0,180912	0,180840	0,180815	0,000025
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,262868	0,264162	0,263958	0,264157	0,263789	0,264104	0,263370	0,265152	0,263945	0,264149	0,000204
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L		3,680159	3,698262	3,695411	3,698197	3,693052	3,697454	3,687176	3,712135	3,695231	3,698083	0,002852
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		2,528916	2,541528	2,533150	2,528170	2,522564	2,525620	2,541365	2,532772	2,531761	2,531416	0,000345

FULL BATCH SERVICE Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης : 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1 Αριθμός Κλήσεων : 2000000	λ	K = 6								ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	Διαφορά QTS από Προσομοίωση
		1 2	2 3	3 4	4 5	5 6	6 7	7 8	8 9			
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	16	0,071708	0,068239	0,071614	0,070325	0,068372	0,068445	0,069647	0,069677	0,069753	0,069833	0,000080
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,219940	0,222055	0,220328	0,223518	0,221417	0,222356	0,218695	0,223073	0,221423	0,222222	0,000799
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,159927	0,159795	0,159936	0,159534	0,159487	0,159588	0,160202	0,159286	0,159719	0,159584	0,000135
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,242405	0,243066	0,242559	0,243354	0,242518	0,242971	0,242213	0,242939	0,242753	0,242917	0,000164
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L		3,878481	3,889052	3,880942	3,893657	3,880293	3,887535	3,875404	3,887016	3,884048	3,886676	0,002629
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		2,558840	2,556721	2,558977	2,552547	2,551791	2,553401	2,563234	2,548576	2,555511	2,553343	0,002168
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	18	0,065988	0,063721	0,066565	0,065830	0,063006	0,064117	0,063474	0,064678	0,064672	0,064500	0,000172
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,249519	0,248605	0,248605	0,247516	0,253194	0,251323	0,247364	0,249627	0,249469	0,250000	0,000531
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,143814	0,144501	0,143276	0,143388	0,143174	0,143331	0,143496	0,143493	0,143559	0,143559	0,000000
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,226987	0,227370	0,226144	0,225893	0,227572	0,227105	0,225950	0,226702	0,226715	0,226892	0,000177
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L		4,085764	4,092658	4,070596	4,066082	4,096300	4,087889	4,067108	4,080636	4,080879	4,084063	0,003184
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		2,588652	2,601026	2,578963	2,580987	2,577133	2,579953	2,582923	2,582876	2,584064	2,584063	0,000001
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	20	0,060763	0,060284	0,058485	0,058984	0,060369	0,058905	0,058532	0,059970	0,059537	0,059702	0,000165
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,275743	0,276108	0,279787	0,277437	0,277330	0,279547	0,275068	0,277541	0,277320	0,277778	0,000458
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,131594	0,131733	0,130929	0,131109	0,131507	0,130996	0,131630	0,130308	0,131226	0,131263	0,000038
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,214317	0,214565	0,214865	0,214340	0,214706	0,214860	0,214150	0,213570	0,214422	0,214597	0,000175
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L		4,286340	4,291304	4,297303	4,286797	4,294127	4,297203	4,283004	4,271404	4,288435	4,291932	0,003497
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		2,631883	2,634655	2,618579	2,622177	2,630147	2,619919	2,632596	2,606157	2,624514	2,625265	0,000751

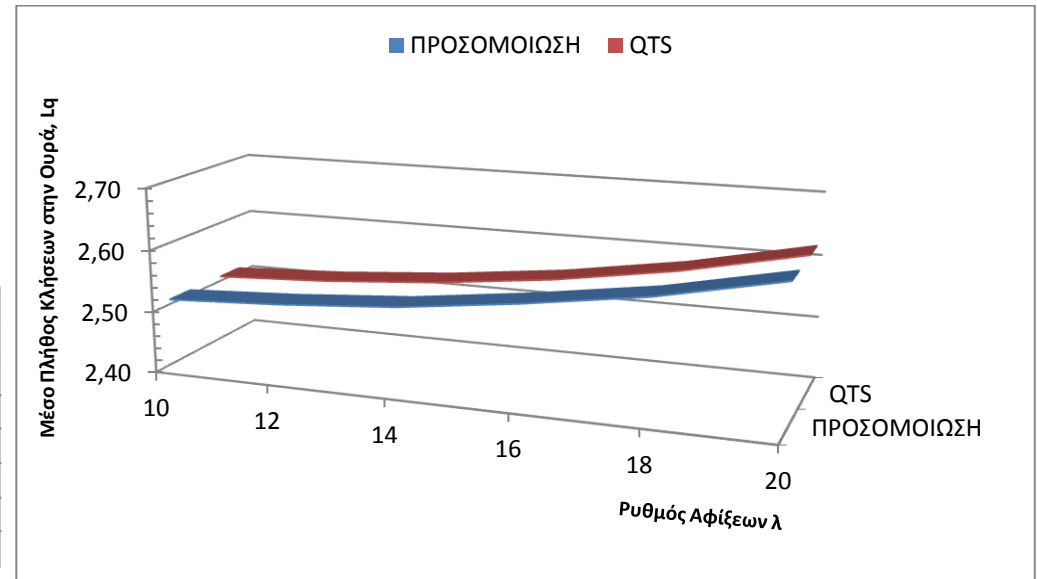
Ρυθμός Αφίξεων λ	Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,250796	0,250766
12	0,209810	0,209724
14	0,180840	0,180815
16	0,159719	0,159584
18	0,143559	0,143559
20	0,131226	0,131263



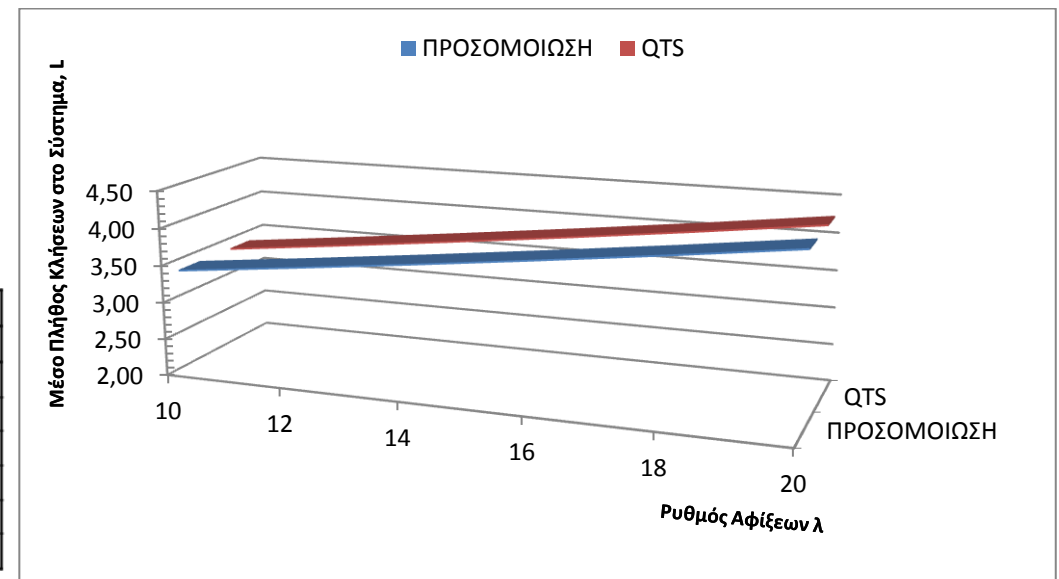
Ρυθμός Αφίξεων λ	Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, $Wq + h$ (min)	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,334087	0,334099
12	0,292924	0,293058
14	0,263945	0,264149
16	0,242753	0,242917
18	0,226715	0,226892
20	0,214422	0,214597



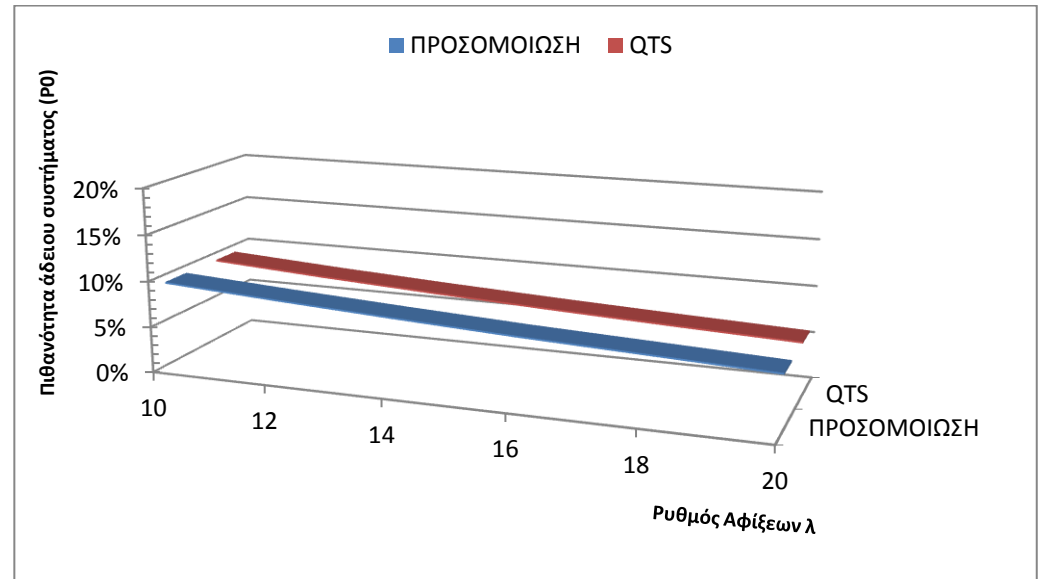
Ρυθμός Αφίξεων λ	Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	2,507963	2,507655
12	2,517723	2,516691
14	2,531761	2,531416
16	2,555511	2,553343
18	2,584064	2,584063
20	2,624514	2,625265



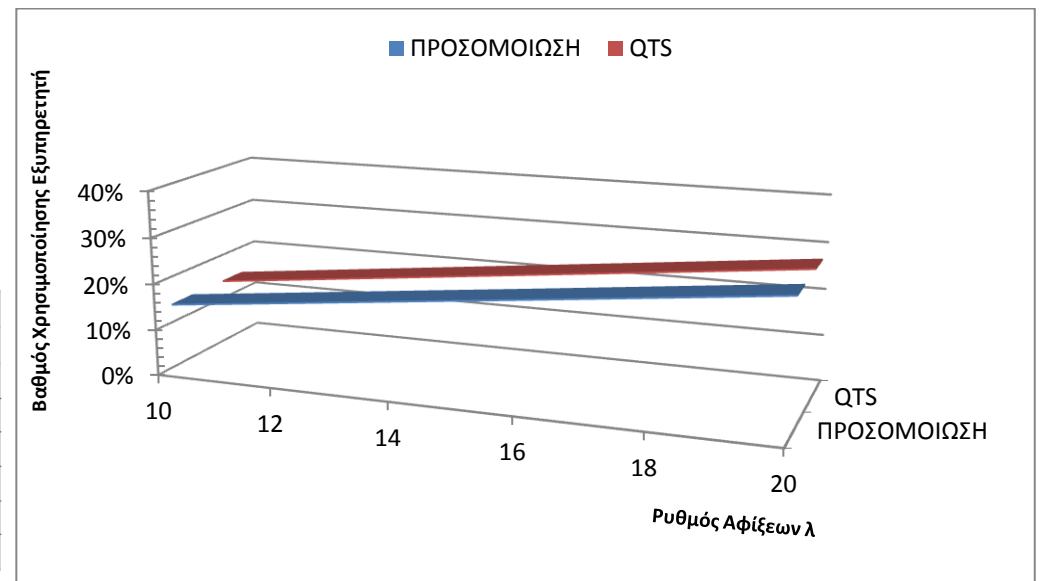
Ρυθμός Αφίξεων λ	Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	3,340874	3,340988
12	3,515092	3,516691
14	3,695231	3,698083
16	3,884048	3,886676
18	4,080879	4,084063
20	4,288435	4,291932



Ρυθμός Αφίξεων λ	Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,090704	0,090539
12	0,083003	0,082644
14	0,076098	0,075824
16	0,069753	0,069833
18	0,064672	0,064500
20	0,059537	0,059702



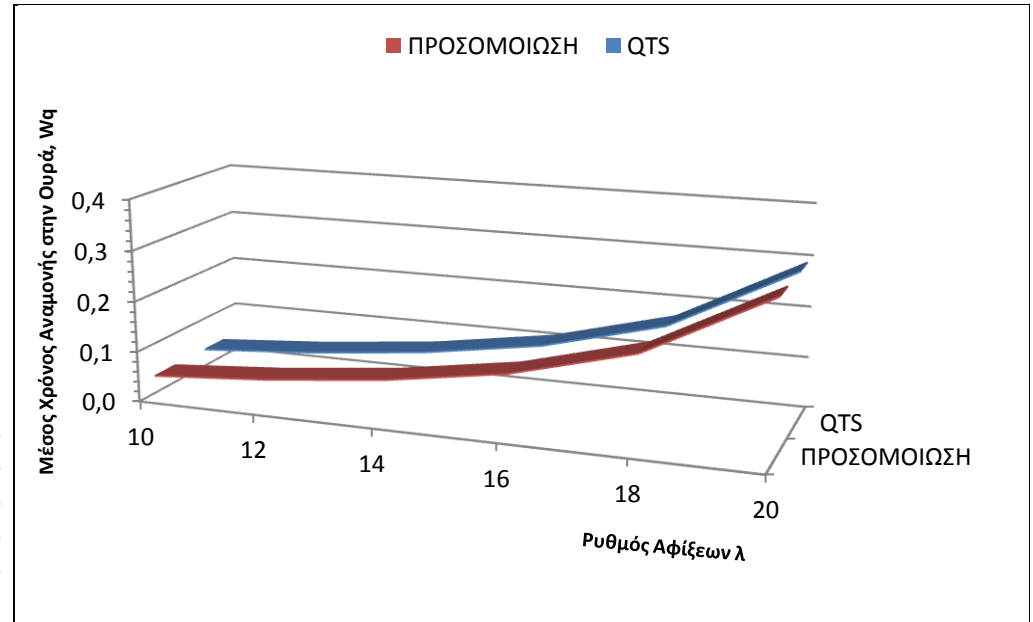
Ρυθμός Αφίξεων λ	Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,138819	0,138889
12	0,166228	0,166667
14	0,193912	0,194444
16	0,221423	0,222222
18	0,249469	0,250000
20	0,277320	0,277778



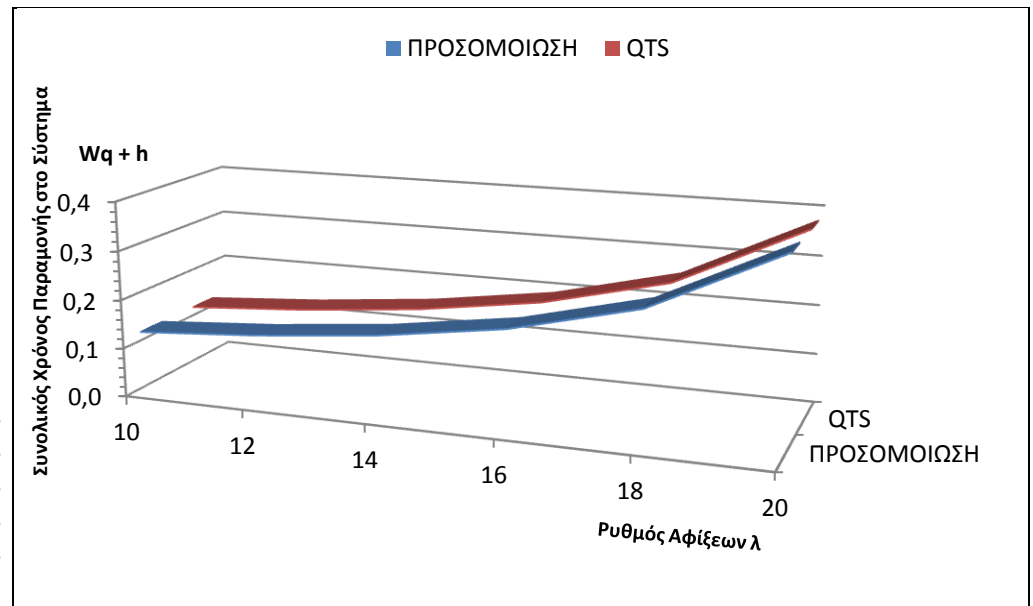
PARTIAL BATCH SERVICE Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης : 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1 Αριθμός Κλήσεων : 200000	λ	K = 2								ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	Διαφορά QTS από Προσομοίωση
		1 2	2 3	3 4	4 5	5 6	6 7	7 8	8 9			
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	10	1,163769	1,187981	1,168278	1,175267	1,172607	1,190453	1,187946	1,173961	1,177533	1,177750	0,000217
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		0,339859	0,352661	0,338829	0,345983	0,347180	0,358542	0,355243	0,341122	0,347427	0,344417	-0,003010
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,116377	0,118798	0,116828	0,117527	0,117261	0,119045	0,118795	0,117396	0,117753	0,117775	0,000022
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,033044	0,035465	0,033495	0,034194	0,033928	0,035712	0,035462	0,034063	0,034420	0,034442	0,000021
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)		0,462098	0,458296	0,459857	0,458906	0,460745	0,457358	0,459591	0,459501	0,459544	0,459189	-0,000355
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,411955	0,417660	0,414724	0,414642	0,412714	0,415956	0,416352	0,416420	0,415053	0,416667	0,001614
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	12	1,601001	1,629205	1,591277	1,625019	1,631171	1,642140	1,620124	1,620790	1,620091	1,618022	-0,002069
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		0,607183	0,629760	0,604856	0,622378	0,625747	0,636938	0,629335	0,624331	0,622566	0,618022	-0,004544
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,133417	0,135767	0,132606	0,135418	0,135931	0,136845	0,135010	0,135066	0,135008	0,134835	-0,000172
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,050084	0,052434	0,049273	0,052085	0,052598	0,053512	0,051677	0,051733	0,051675	0,051502	-0,000173
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)		0,384259	0,381514	0,385342	0,382409	0,382831	0,379766	0,384249	0,382030	0,382800	0,381968	-0,000832
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,496909	0,499723	0,493210	0,501320	0,502712	0,502601	0,495394	0,498230	0,498762	0,500000	0,001238
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	14	2,188138	2,231359	2,197416	2,247737	2,247735	2,280981	2,251253	2,223418	2,233505	2,227979	-0,005526
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		1,031728	1,064158	1,041494	1,082591	1,081065	1,116399	1,089583	1,059246	1,070783	1,061312	-0,009471
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,156296	0,159383	0,156958	0,160553	0,160552	0,162927	0,160804	0,158816	0,159536	0,159141	-0,000395
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,072963	0,076050	0,073625	0,077220	0,077219	0,079594	0,077471	0,075483	0,076203	0,075808	-0,000395
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)		0,312803	0,307394	0,311074	0,307466	0,311605	0,307818	0,309684	0,311298	0,309893	0,309791	-0,000102
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,578205	0,583600	0,577961	0,582573	0,583335	0,582291	0,580835	0,582086	0,581361	0,583333	0,001972

PARTIAL BATCH SERVICE Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης : 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1 Αριθμός Κλήσεων : 200000	λ	K = 2								ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	Διαφορά QTS από Προσομοίωση
		1 2	1 2	1 2	1 2	1 2	1 2	1 2	1 2			
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	16	3,024147	3,169435	3,073641	3,158267	3,154781	3,219048	3,196971	3,177545	3,146729	3,137393	-0,009336
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		1,705456	1,832184	1,746583	1,819526	1,816233	1,887920	1,856144	1,840878	1,813116	1,804060	-0,009056
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,189011	0,198090	0,192103	0,197392	0,197174	0,201191	0,199811	0,198597	0,196671	0,196087	-0,000584
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,105678	0,114757	0,108770	0,114059	0,113841	0,117858	0,116478	0,115264	0,113338	0,112754	-0,000584
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)		0,246276	0,235622	0,243285	0,240172	0,243159	0,240338	0,241089	0,241714	0,241457	0,241698	0,000241
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,659359	0,668626	0,663529	0,669371	0,669274	0,665564	0,670413	0,668334	0,666809	0,666667	-0,000142
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	18	4,419668	4,707536	4,524236	4,647476	4,655775	4,943552	4,739530	4,666592	4,663046	4,643187	-0,019858
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		2,932168	3,202262	3,036601	3,138867	3,163358	3,426007	3,240342	3,170485	3,163761	3,143187	-0,020574
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,245537	0,261530	0,251346	0,258193	0,258654	0,274642	0,263307	0,259255	0,259058	0,257955	-0,001103
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,162204	0,178197	0,168013	0,174860	0,175321	0,191309	0,179974	0,175922	0,175725	0,174622	-0,001103
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)		0,181564	0,173927	0,179406	0,177646	0,179808	0,175590	0,178763	0,174738	0,177680	0,177205	-0,000475
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,743750	0,752637	0,743817	0,754304	0,746208	0,758773	0,749594	0,748053	0,749642	0,750000	0,000358
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	20	7,322357	7,630110	7,334982	7,561919	7,669788	8,230681	7,660522	8,011576	7,677742	7,649774	-0,027968
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		5,665447	5,956097	5,680281	5,892043	6,010566	6,552195	5,983546	6,323065	6,007905	5,983107	-0,024798
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,366118	0,381505	0,366749	0,378096	0,383489	0,411534	0,383026	0,400579	0,383887	0,382489	-0,001398
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,282785	0,298172	0,283416	0,294763	0,300156	0,328201	0,299693	0,317246	0,300554	0,299155	-0,001399
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)		0,120097	0,113018	0,117706	0,111884	0,117532	0,112584	0,115881	0,112964	0,115208	0,115610	0,000402
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,828455	0,837006	0,827351	0,834938	0,829611	0,839243	0,838488	0,844256	0,834919	0,833333	-0,001585

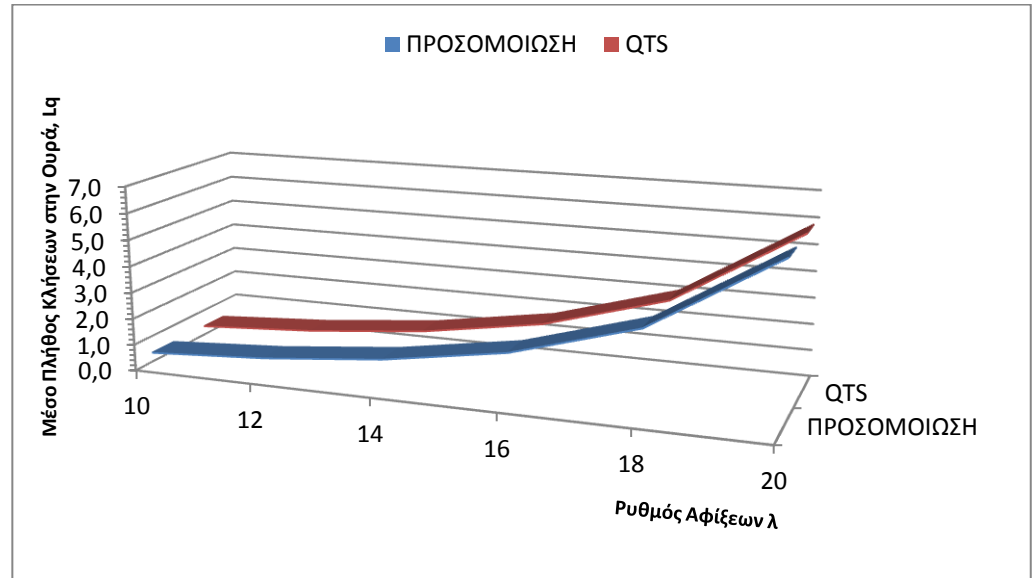
Ρυθμός Αφίξεων λ	Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,034420	0,034442
12	0,051675	0,051502
14	0,076203	0,075808
16	0,113338	0,112754
18	0,175725	0,174622
20	0,300554	0,299155



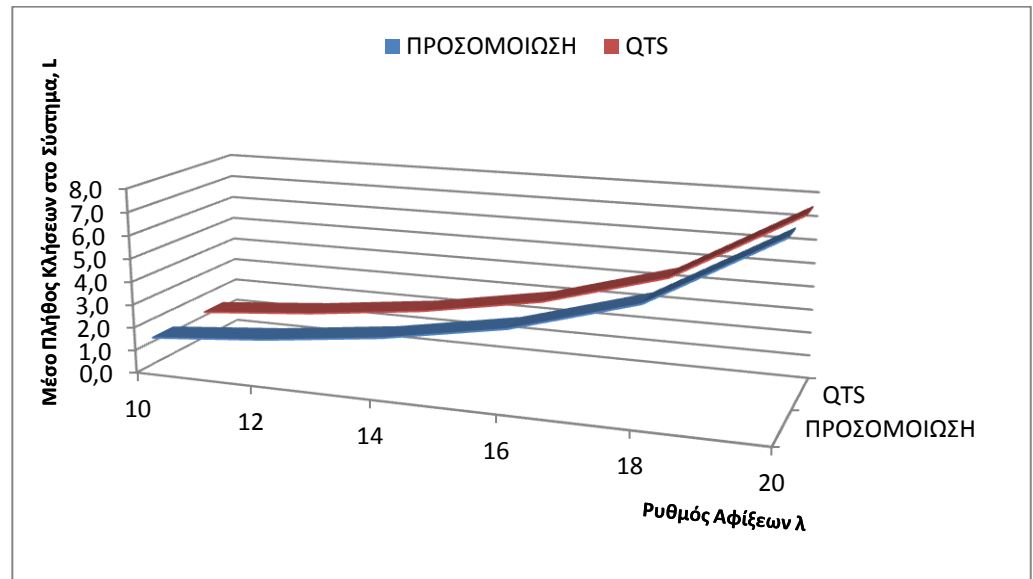
Ρυθμός Αφίξεων λ	Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, $Wq + h$ (min)	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,117753	0,117775
12	0,135008	0,134835
14	0,159536	0,159141
16	0,196671	0,196087
18	0,259058	0,257955
20	0,383887	0,382489



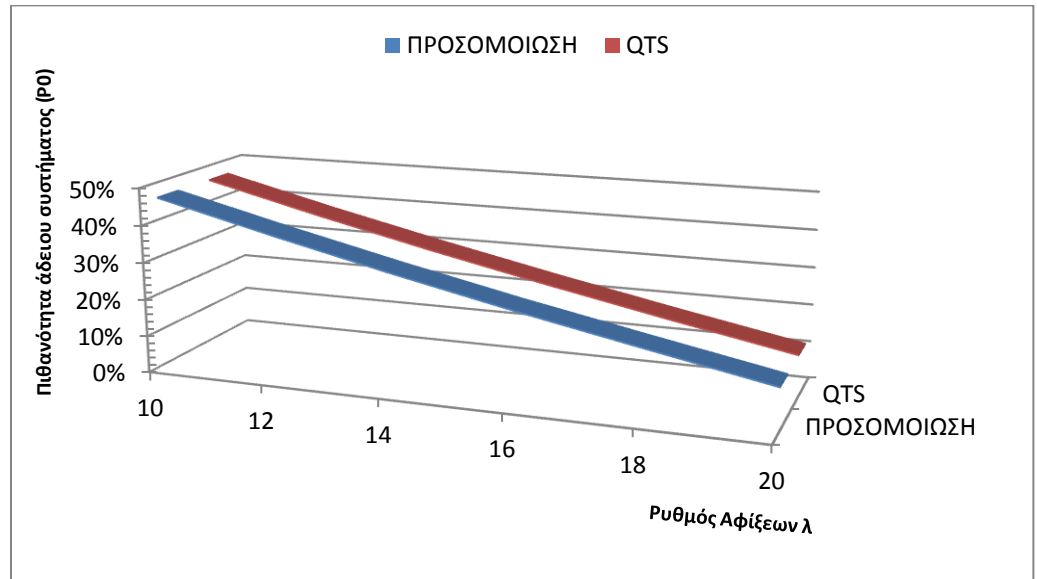
Ρυθμός Αφίξεων λ	Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,347427	0,344417
12	0,622566	0,618022
14	1,070783	1,061312
16	1,813116	1,804060
18	3,163761	3,143187
20	6,007905	5,983107



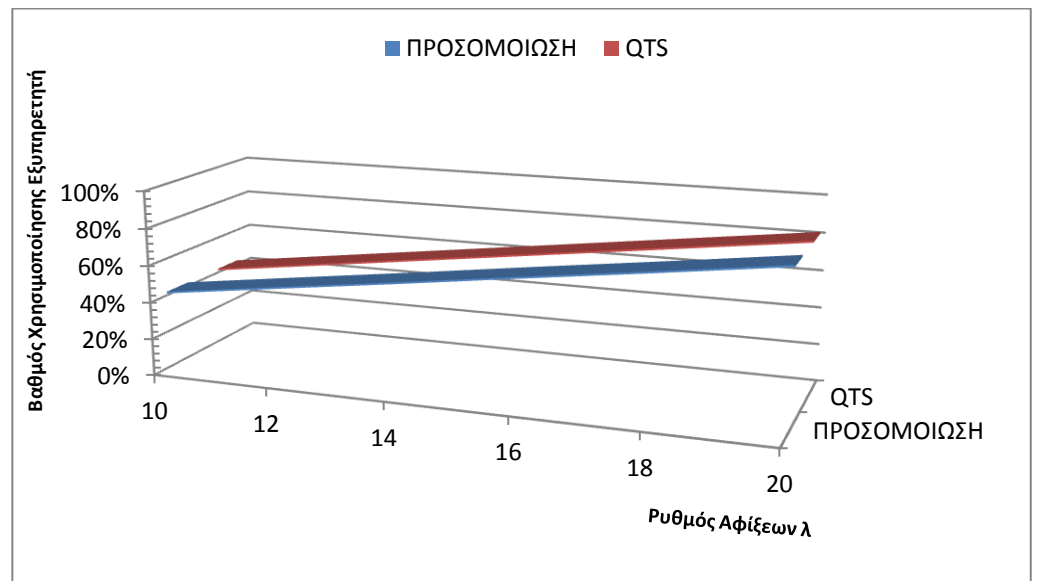
Ρυθμός Αφίξεων λ	Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	1,177533	1,177750
12	1,620091	1,618022
14	2,233505	2,227979
16	3,146729	3,137393
18	4,663046	4,643187
20	7,677742	7,649774



Ρυθμός Αφίξεων λ	Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,459544	0,459189
12	0,382800	0,381968
14	0,309893	0,309791
16	0,241457	0,241698
18	0,177680	0,177205
20	0,115208	0,115610



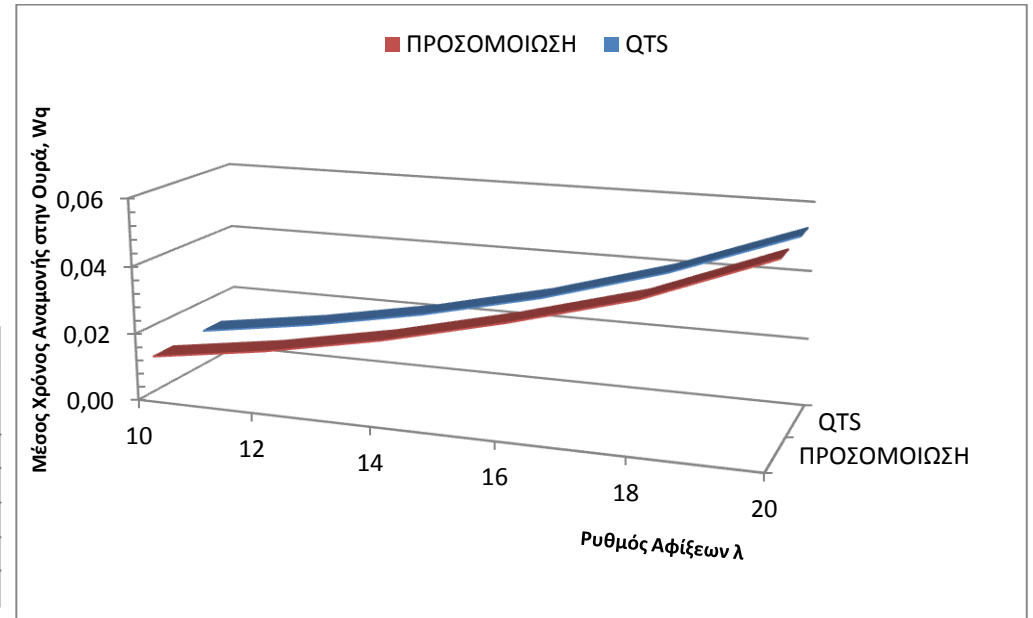
Ρυθμός Αφίξεων λ	Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,415053	0,416667
12	0,498762	0,500000
14	0,581361	0,583333
16	0,666809	0,666667
18	0,749642	0,750000
20	0,834919	0,833333



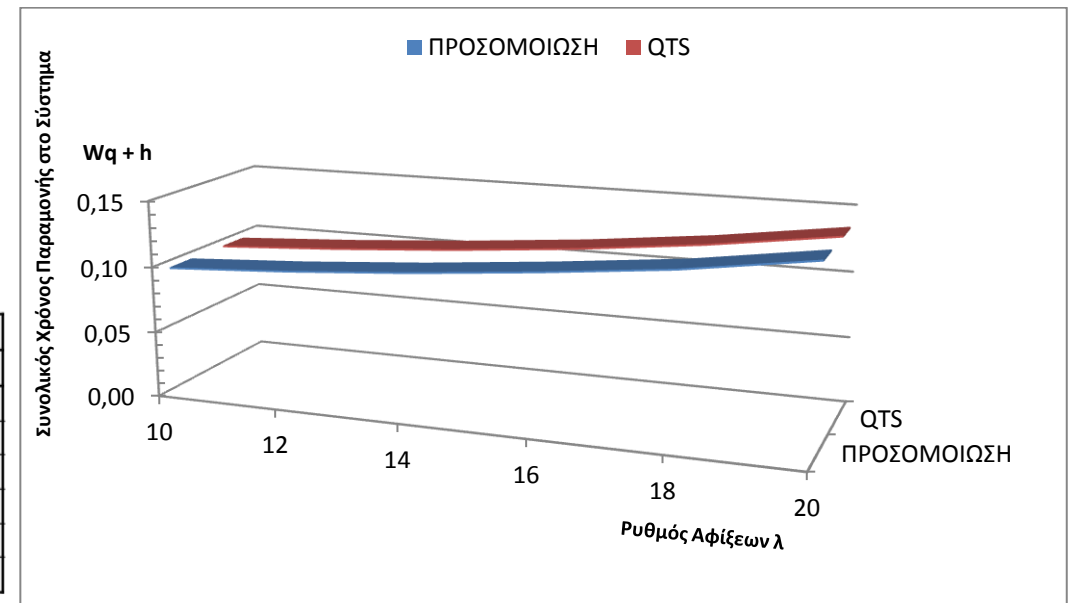
PARTIAL BATCH SERVICE Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης : 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1 Αριθμός Κλήσεων : 200000	λ	K = 3								ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	Διαφορά QTS από Προσομοίωση
		1 2	2 3	3 4	4 5	5 6	6 7	7 8	8 9			
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	10	0,935595	0,939680	0,934278	0,941119	0,941221	0,944747	0,948684	0,932691	0,939752	0,940181	0,000429
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		0,105848	0,108408	0,107764	0,106446	0,107105	0,108789	0,108367	0,106715	0,107430	0,106848	-0,000582
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,093560	0,093968	0,093428	0,094112	0,094122	0,094475	0,094868	0,093269	0,093975	0,094018	0,000043
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,010227	0,010635	0,010095	0,010779	0,010789	0,011142	0,011535	0,009936	0,010642	0,010685	0,000043
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)		0,515588	0,515792	0,517486	0,516311	0,515493	0,517058	0,511658	0,515046	0,515554	0,515416	-0,000138
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,276582	0,277091	0,275505	0,278224	0,278039	0,278653	0,280106	0,275325	0,277441	0,277778	0,000337
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	12	1,172655	1,194618	1,179466	1,194160	1,193759	1,196190	1,192763	1,194473	1,189761	1,191479	0,001719
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		0,182796	0,194123	0,183753	0,191684	0,193053	0,194175	0,196880	0,192238	0,191088	0,191479	0,000391
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,097721	0,099551	0,098289	0,099513	0,099480	0,099683	0,099397	0,099539	0,099147	0,099290	0,000143
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,014388	0,016218	0,014956	0,016180	0,016147	0,016350	0,016064	0,016206	0,015814	0,015957	0,000143
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)		0,457542	0,457541	0,457839	0,456997	0,455831	0,455106	0,454830	0,455211	0,456362	0,456313	-0,000049
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,329953	0,333498	0,331904	0,334159	0,333569	0,334005	0,331961	0,334078	0,332891	0,333333	0,000442
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	14	1,471582	1,498347	1,479848	1,470057	1,474261	1,499746	1,478507	1,489192	1,482693	1,482215	-0,000477
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		0,311601	0,326424	0,313347	0,309584	0,315689	0,334953	0,312156	0,315936	0,317461	0,315549	-0,001913
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,105113	0,107025	0,105703	0,105004	0,105304	0,107125	0,105608	0,106371	0,105907	0,105873	-0,000034
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,021780	0,023692	0,022370	0,021671	0,021971	0,023792	0,022275	0,023038	0,022574	0,022539	-0,000034
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)		0,404903	0,401322	0,403714	0,405147	0,404343	0,401045	0,402107	0,400735	0,402915	0,402866	-0,000048
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,386661	0,390641	0,388834	0,386824	0,386191	0,388264	0,388784	0,391085	0,388411	0,388889	0,000479

PARTIAL BATCH SERVICE Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1 Αριθμός Κλήσεων : 200000	λ	K = 3								ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	Διαφορά QTS από Προσομοίωση
		1 2	2 3	3 4	4 5	5 6	6 7	7 8	8 9			
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	16	1,805556	1,839280	1,807594	1,832910	1,824847	1,864907	1,824948	1,839778	1,829978	1,825317	-0,004661
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		0,489646	0,504588	0,482074	0,492868	0,495453	0,518663	0,498247	0,497610	0,497394	0,491984	-0,005410
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,112847	0,114955	0,112975	0,114557	0,114053	0,116557	0,114059	0,114986	0,114374	0,114082	-0,000291
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,029514	0,031622	0,029642	0,031224	0,030720	0,033224	0,030726	0,031653	0,031041	0,030749	-0,000292
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)		0,358941	0,352684	0,355116	0,353066	0,356136	0,350012	0,354190	0,351329	0,353934	0,353943	0,000009
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,438637	0,444898	0,441840	0,446681	0,443131	0,448748	0,442234	0,447389	0,444195	0,444444	0,000249
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	18	2,204099	2,259091	2,204609	2,212712	2,233825	2,303595	2,223211	2,230613	2,233969	2,240565	0,006596
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		0,709073	0,757078	0,710117	0,727623	0,739786	0,789387	0,734617	0,728318	0,737000	0,740565	0,003565
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,122450	0,125505	0,122478	0,122928	0,124101	0,127977	0,123512	0,123923	0,124109	0,124476	0,000367
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,039117	0,042172	0,039145	0,039595	0,040768	0,044644	0,040179	0,040590	0,040776	0,041143	0,000366
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)		0,308445	0,307059	0,310859	0,310684	0,307876	0,304384	0,309426	0,305504	0,308030	0,308588	0,000558
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,498342	0,500671	0,498164	0,495030	0,498013	0,504736	0,496198	0,500765	0,498990	0,500000	0,001010
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	20	2,724363	2,788306	2,713105	2,760103	2,752967	2,842312	2,759147	2,743143	2,760431	2,753899	-0,006532
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		1,072207	1,126487	1,064174	1,086326	1,094171	1,178636	1,097423	1,075759	1,099398	1,087232	-0,012165
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,136218	0,139415	0,135655	0,138005	0,137648	0,142116	0,137957	0,137157	0,138021	0,137695	-0,000326
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,052885	0,056082	0,052322	0,054672	0,054315	0,058783	0,054624	0,053824	0,054688	0,054362	-0,000327
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)		0,269912	0,259470	0,270933	0,265155	0,268717	0,265260	0,268677	0,265883	0,266751	0,266390	-0,000361
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,550719	0,553940	0,549644	0,557926	0,552932	0,554559	0,553908	0,555794	0,553678	0,555556	0,001878

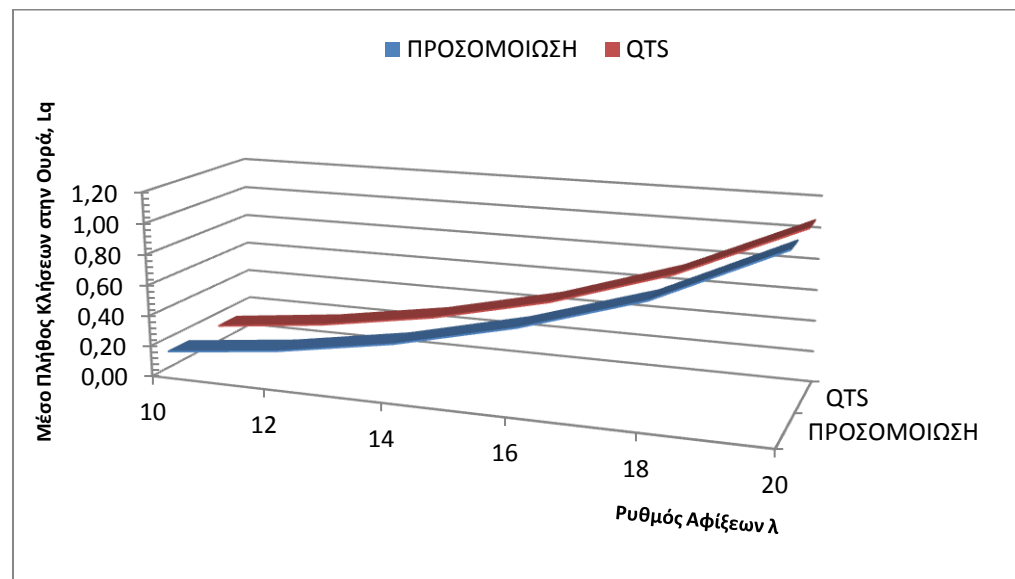
Ρυθμός Αφίξεων λ	Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,010642	0,010685
12	0,015814	0,015957
14	0,022574	0,022539
16	0,031041	0,030749
18	0,040776	0,041143
20	0,054688	0,054362



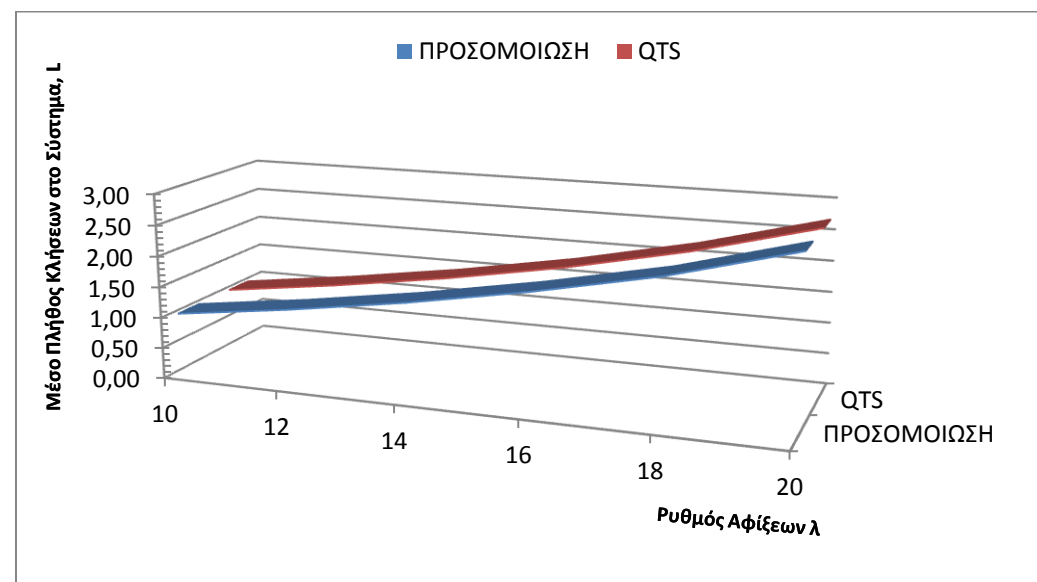
Ρυθμός Αφίξεων λ	Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, $Wq + h$ (min)	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,093975	0,094018
12	0,099147	0,099290
14	0,105907	0,105873
16	0,114374	0,114082
18	0,124109	0,124476
20	0,138021	0,137695



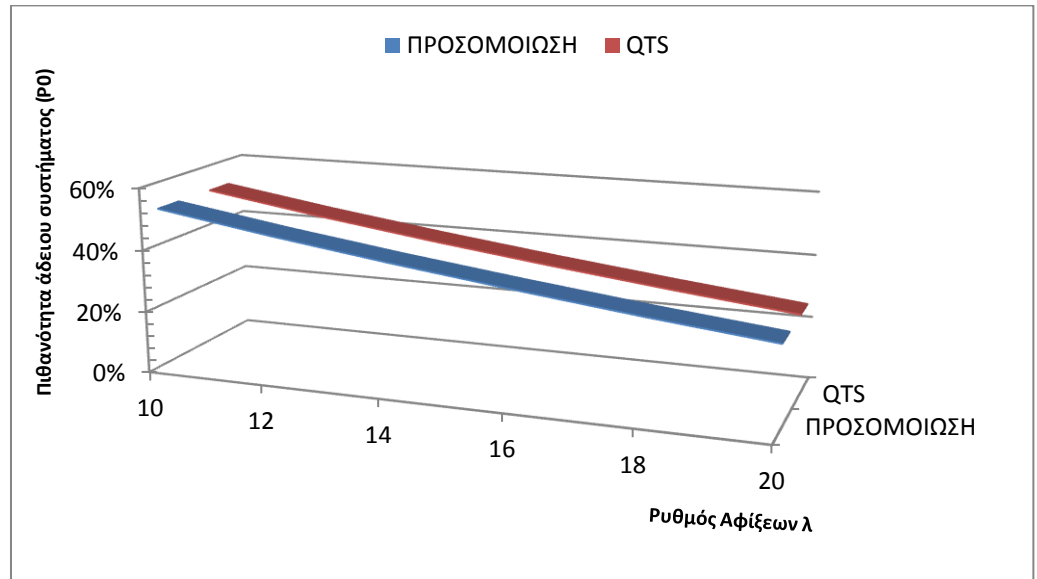
Ρυθμός Αφίξεων λ	Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,107430	0,106848
12	0,191088	0,191479
14	0,317461	0,315549
16	0,497394	0,491984
18	0,737000	0,740565
20	1,099398	1,087232



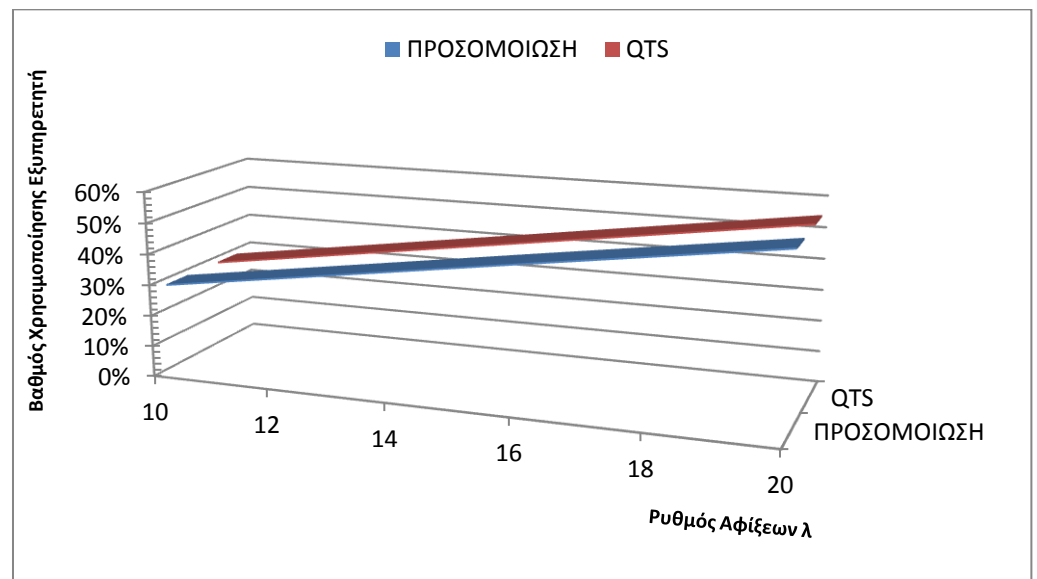
Ρυθμός Αφίξεων λ	Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,939752	0,940181
12	1,189761	1,191479
14	1,482693	1,482215
16	1,829978	1,825317
18	2,233969	2,240565
20	2,760431	2,753899



Ρυθμός Αφίξεων λ	Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,515554	0,515416
12	0,456362	0,456313
14	0,402915	0,402866
16	0,353934	0,353943
18	0,308030	0,308588
20	0,266751	0,266390



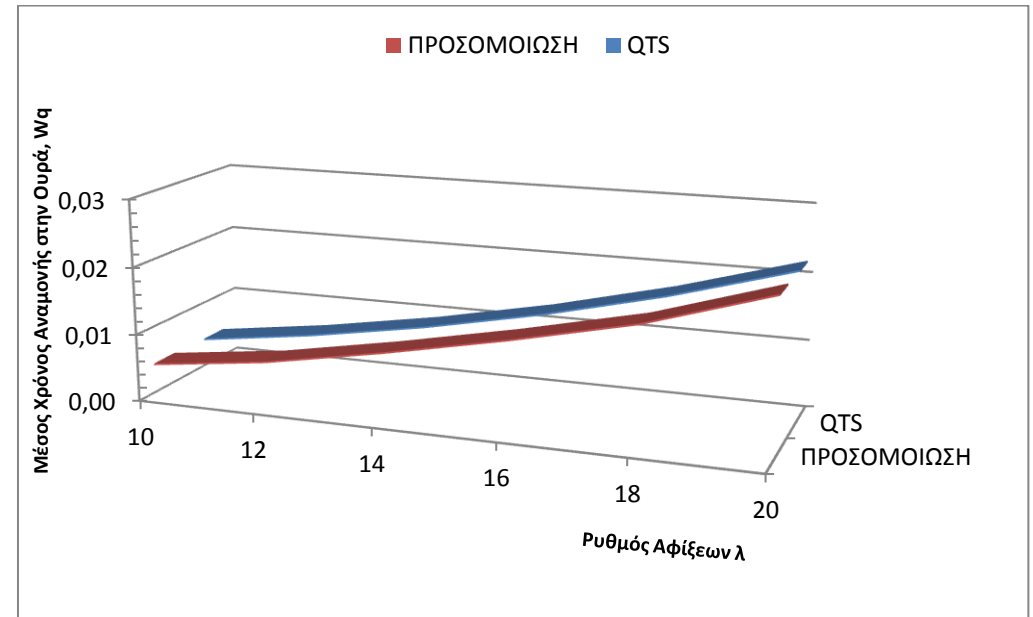
Ρυθμός Αφίξεων λ	Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,277441	0,277778
12	0,332891	0,333333
14	0,388411	0,388889
16	0,444195	0,444444
18	0,498990	0,500000
20	0,553678	0,555556



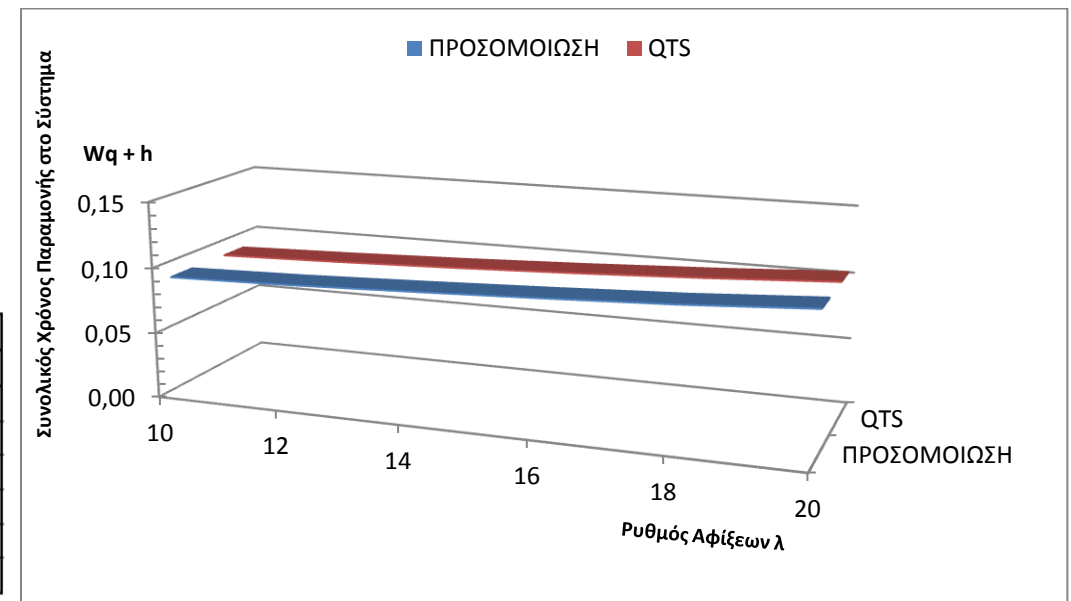
PARTIAL BATCH SERVICE Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης : 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1 Αριθμός Κλήσεων : 200000	λ	K = 4								ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	Διαφορά QTS από Προσομοίωση
		1 2	2 3	3 4	4 5	5 6	6 7	7 8	8 9			
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	10	0,873605	0,873351	0,866394	0,880263	0,879074	0,884195	0,878134	0,875158	0,876272	0,874790	-0,001481
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		0,044443	0,041029	0,040030	0,042363	0,043793	0,045831	0,040472	0,041868	0,042479	0,041457	-0,001022
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,087360	0,087335	0,086639	0,088026	0,087907	0,088419	0,087813	0,087516	0,087627	0,087479	-0,000148
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,004027	0,004002	0,003306	0,004693	0,004574	0,005086	0,004480	0,004183	0,004294	0,004146	-0,000148
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)		0,532402	0,533271	0,533785	0,533242	0,534710	0,533546	0,531882	0,533548	0,533298	0,533393	0,000095
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,207291	0,208080	0,206591	0,209475	0,208820	0,209591	0,209415	0,208322	0,208448	0,208333	-0,000115
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	12	1,066293	1,084738	1,071897	1,074213	1,074247	1,081128	1,080679	1,084612	1,077226	1,078004	0,000778
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		0,076240	0,082534	0,076829	0,076824	0,080887	0,082166	0,081009	0,078686	0,079397	0,078004	-0,001393
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,088858	0,090395	0,089325	0,089518	0,089521	0,090094	0,090057	0,090384	0,089769	0,089834	0,000065
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,005525	0,007062	0,005992	0,006185	0,006188	0,006761	0,006724	0,007051	0,006436	0,006500	0,000064
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)		0,483333	0,481979	0,482314	0,482084	0,482528	0,480740	0,479759	0,479815	0,481569	0,481231	-0,000338
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,247513	0,250551	0,248767	0,249347	0,248340	0,249741	0,249917	0,251481	0,249457	0,250000	0,000543
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	14	1,291302	1,304980	1,293168	1,295107	1,293762	1,322780	1,297027	1,311333	1,301182	1,299092	-0,002091
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		0,130397	0,134859	0,130340	0,133514	0,134261	0,141780	0,135251	0,132931	0,134167	0,132425	-0,001742
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,092236	0,093213	0,092369	0,092508	0,092412	0,094484	0,092645	0,093667	0,092942	0,092792	-0,000149
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,008903	0,009880	0,009036	0,009175	0,009079	0,011151	0,009312	0,010334	0,009609	0,009459	-0,000150
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)		0,438426	0,432614	0,434419	0,434643	0,436401	0,433425	0,437344	0,431907	0,434897	0,434954	0,000057
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,290226	0,292530	0,290707	0,290398	0,289875	0,295250	0,290444	0,294601	0,291754	0,291667	-0,000087

PARTIAL BATCH SERVICE Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης : 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1 Αριθμός Κλήσεων : 200000	λ	K = 4								ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	Διαφορά QTS από Προσομοίωση
		1 2	2 3	3 4	4 5	5 6	6 7	7 8	8 9			
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	16	1,522939	1,553383	1,529576	1,553126	1,537238	1,567577	1,543327	1,545996	1,544145	1,542185	-0,001960
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		0,202409	0,217471	0,197762	0,216045	0,209968	0,218808	0,210595	0,205349	0,209801	0,208852	-0,000949
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,095184	0,097086	0,095599	0,097070	0,096077	0,097974	0,096458	0,096625	0,096509	0,096387	-0,000123
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,011851	0,013753	0,012266	0,013737	0,012744	0,014641	0,013125	0,013292	0,013176	0,013053	-0,000123
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)		0,394365	0,390825	0,396663	0,391477	0,396879	0,388622	0,394302	0,391495	0,393079	0,393362	0,000283
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,330132	0,333978	0,332954	0,334270	0,331818	0,337192	0,333183	0,335162	0,333586	0,333333	-0,000253
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	18	1,784521	1,827378	1,784735	1,816029	1,801172	1,830770	1,816909	1,809757	1,808909	1,812648	0,003739
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		0,299238	0,321542	0,301911	0,310256	0,309273	0,323125	0,314746	0,310680	0,311346	0,312648	0,001301
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,099140	0,101521	0,099152	0,100891	0,100065	0,101709	0,100939	0,100542	0,100495	0,100703	0,000208
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,015807	0,018188	0,015819	0,017558	0,016732	0,018376	0,017606	0,017209	0,017162	0,017369	0,000207
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)		0,356855	0,354285	0,356250	0,357926	0,358603	0,355036	0,353649	0,354134	0,355842	0,355537	-0,000305
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,371321	0,376459	0,370706	0,376443	0,372975	0,376911	0,375541	0,374769	0,374391	0,375000	0,000609
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	20	2,088635	2,149325	2,096173	2,133215	2,114277	2,143981	2,114002	2,130191	2,121225	2,116983	-0,004242
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		0,441632	0,473113	0,436451	0,453061	0,448871	0,463992	0,455909	0,444881	0,452239	0,450316	-0,001923
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,104432	0,107466	0,104809	0,106661	0,105714	0,107199	0,105700	0,106510	0,106061	0,105849	-0,000212
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,021099	0,024133	0,021476	0,023328	0,022381	0,023866	0,022367	0,023177	0,022728	0,022516	-0,000213
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)		0,323203	0,320940	0,322717	0,320296	0,322174	0,322066	0,318390	0,315964	0,320719	0,320823	0,000104
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,411751	0,419053	0,414931	0,420039	0,416352	0,419997	0,414523	0,421328	0,417247	0,416667	-0,000580

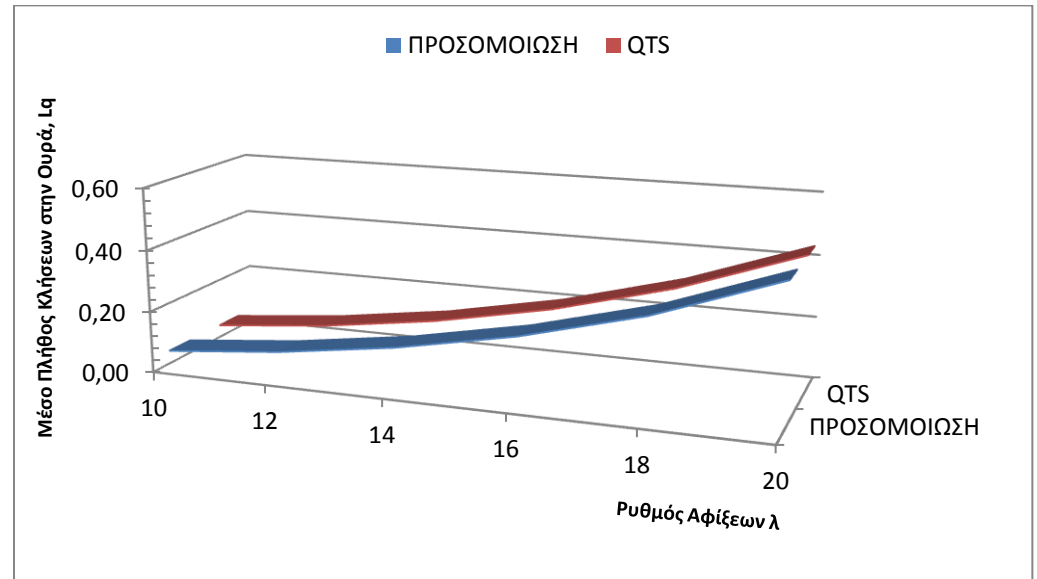
Ρυθμός Αφίξεων λ	Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,004294	0,004146
12	0,006436	0,006500
14	0,009609	0,009459
16	0,013176	0,013053
18	0,017162	0,017369
20	0,022728	0,022516



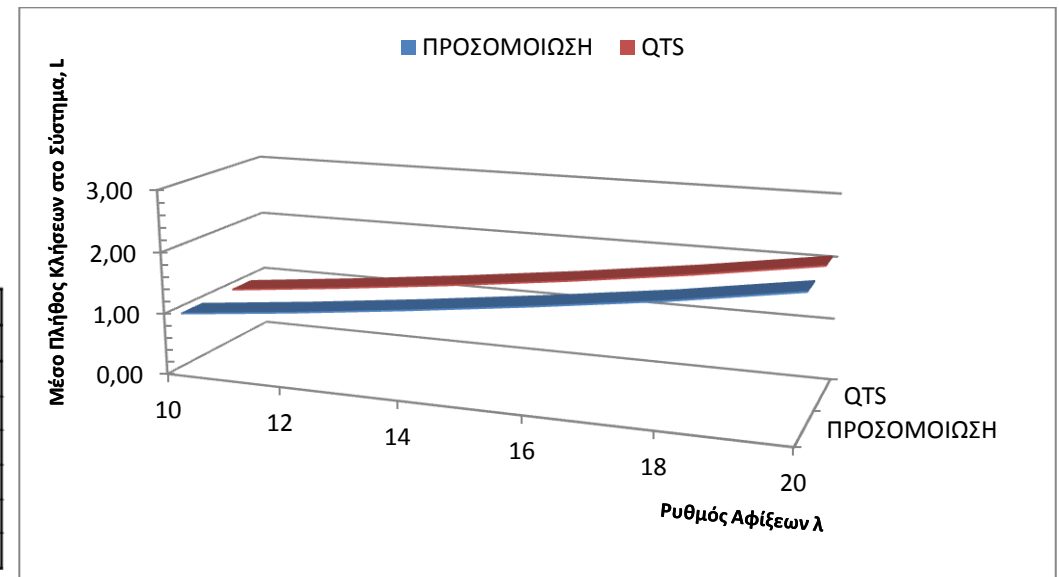
Ρυθμός Αφίξεων λ	Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, $Wq + h$ (min)	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,087627	0,087479
12	0,089769	0,089834
14	0,092942	0,092792
16	0,096509	0,096387
18	0,100495	0,100703
20	0,106061	0,105849



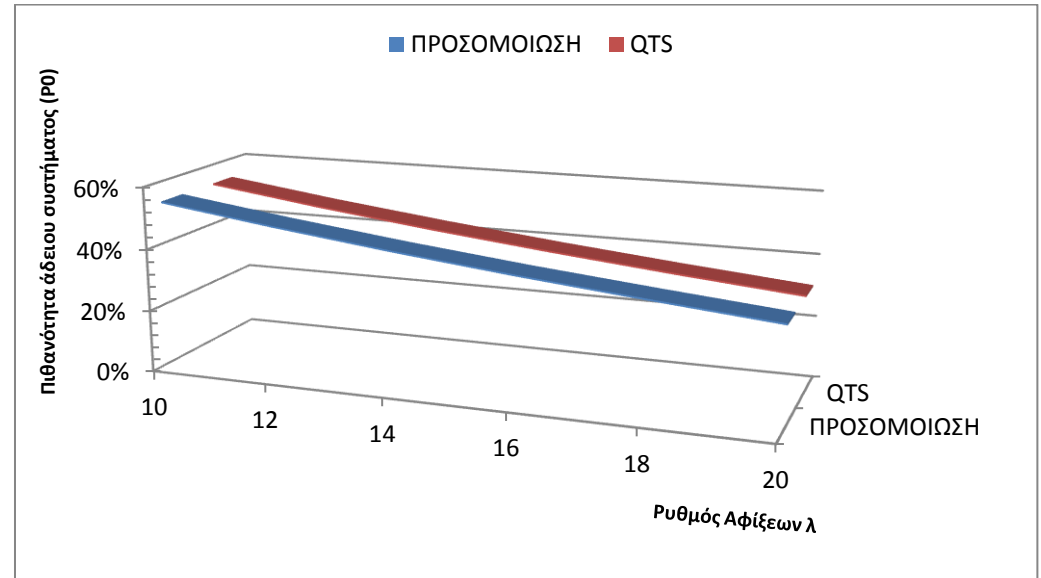
Ρυθμός Αφίξεων λ	Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,042479	0,041457
12	0,079397	0,078004
14	0,134167	0,132425
16	0,209801	0,208852
18	0,311346	0,312648
20	0,452239	0,450316



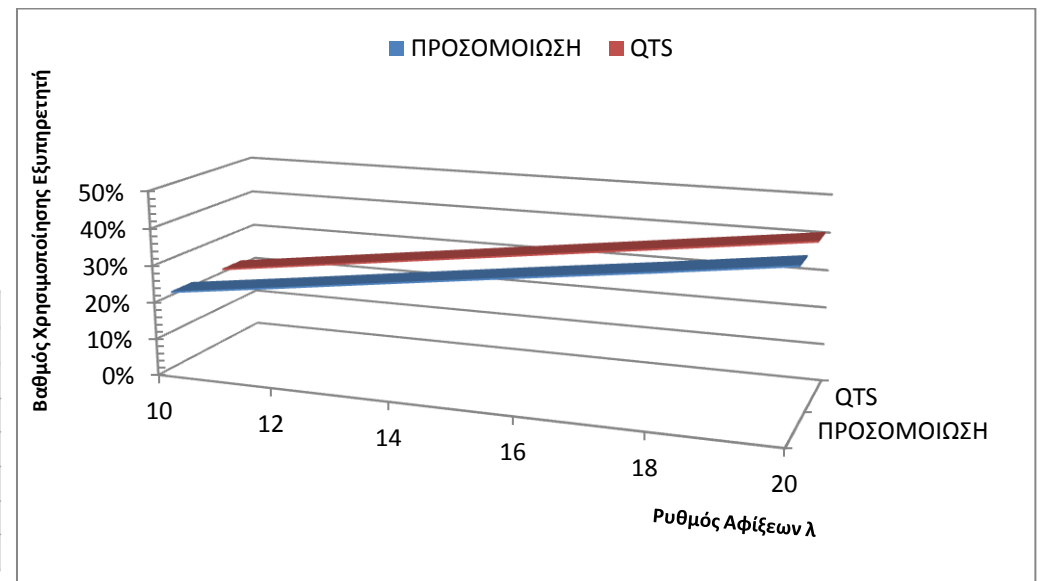
Ρυθμός Αφίξεων λ	Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,876272	0,874790
12	1,077226	1,078004
14	1,301182	1,299092
16	1,544145	1,542185
18	1,808909	1,812648
20	2,121225	2,116983



Ρυθμός Αφίξεων λ	Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,533298	0,533393
12	0,481569	0,481231
14	0,434897	0,434954
16	0,393079	0,393362
18	0,355842	0,355537
20	0,320719	0,320823



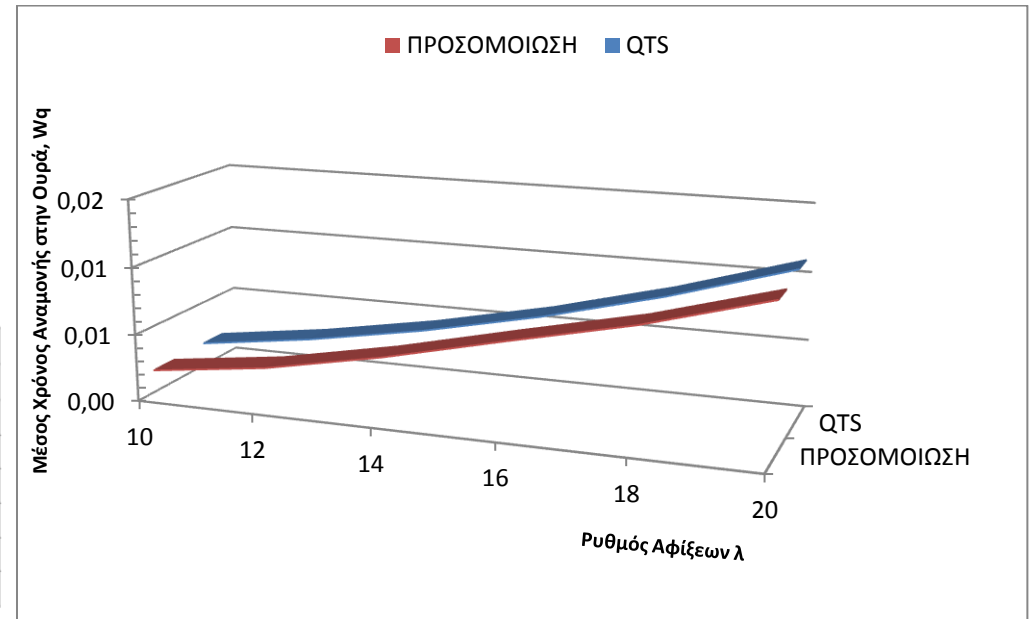
Ρυθμός Αφίξεων λ	Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,208448	0,208333
12	0,249457	0,250000
14	0,291754	0,291667
16	0,333586	0,333333
18	0,374391	0,375000
20	0,417247	0,416667



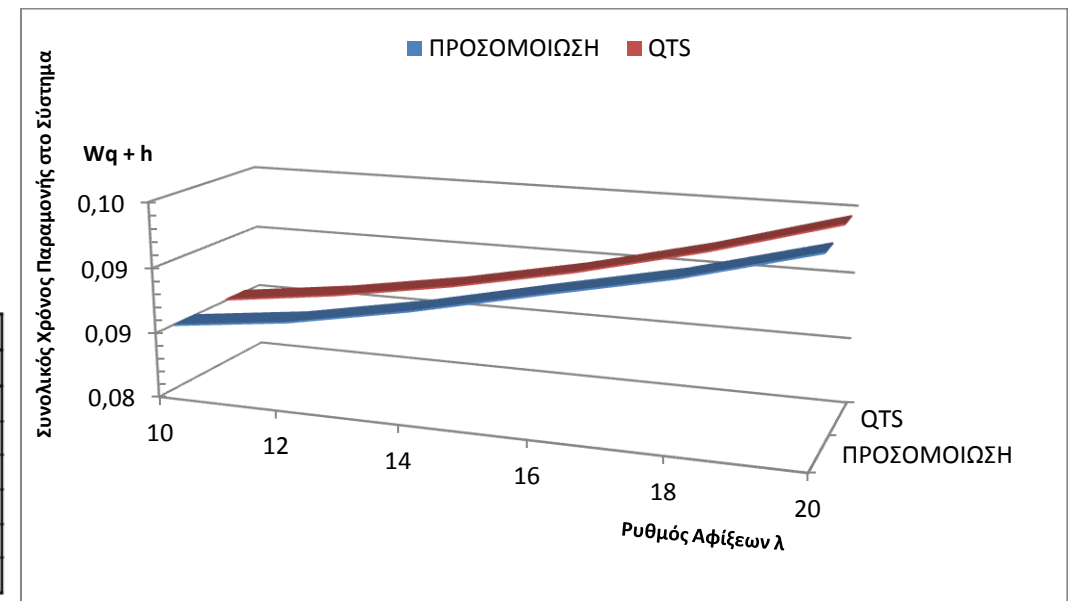
PARTIAL BATCH SERVICE Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης : 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1 Αριθμός Κλήσεων : 200000	λ	K = 5								ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	Διαφορά QTS από Προσομοίωση
		1 2	2 3	3 4	4 5	5 6	6 7	7 8	8 9			
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	10	0,847793	0,848063	0,847672	0,852766	0,851818	0,851031	0,851724	0,849767	0,850079	0,850797	0,000718
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		0,017784	0,017904	0,016150	0,017756	0,017665	0,018969	0,016542	0,018378	0,017644	0,017464	-0,000180
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,084779	0,084806	0,084767	0,085277	0,085182	0,085103	0,085172	0,084977	0,085008	0,085080	0,000072
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,001446	0,001473	0,001434	0,001944	0,001849	0,001770	0,001839	0,001644	0,001675	0,001746	0,000072
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)		0,541151	0,541754	0,540068	0,540494	0,539668	0,539899	0,539307	0,540012	0,540294	0,540308	0,000014
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,166002	0,166032	0,166304	0,167002	0,166831	0,166412	0,167036	0,166278	0,166487	0,166667	0,000180
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	12	1,030899	1,040870	1,028477	1,036551	1,030288	1,037617	1,027815	1,033965	1,033310	1,035244	0,001933
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		0,034095	0,038231	0,034188	0,036281	0,037108	0,038159	0,034997	0,034160	0,035902	0,035244	-0,000659
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,085908	0,086739	0,085706	0,086379	0,085857	0,086468	0,085651	0,086164	0,086109	0,086270	0,000161
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,002575	0,003406	0,002373	0,003046	0,002524	0,003135	0,002318	0,002831	0,002776	0,002937	0,000161
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)		0,493399	0,490765	0,491966	0,490622	0,493840	0,492753	0,492637	0,491066	0,492131	0,491342	-0,000789
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,199361	0,200528	0,198858	0,200054	0,198636	0,199892	0,198563	0,199961	0,199482	0,200000	0,000518
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	14	1,221121	1,240559	1,212471	1,230635	1,226439	1,243129	1,226921	1,234567	1,229480	1,229305	-0,000175
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		0,062550	0,062759	0,062949	0,062775	0,065290	0,065180	0,065215	0,063341	0,063757	0,062638	-0,001119
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,087223	0,088611	0,086605	0,087902	0,087603	0,088795	0,087637	0,088183	0,087820	0,087807	-0,000012
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,003890	0,005278	0,003272	0,004569	0,004270	0,005462	0,004304	0,004850	0,004487	0,004474	-0,000013
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)		0,451528	0,444001	0,448985	0,448263	0,449039	0,447352	0,450177	0,447904	0,448406	0,448570	0,000164
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,231714	0,235560	0,229904	0,233572	0,232230	0,235590	0,232341	0,234245	0,233145	0,233333	0,000189

PARTIAL BATCH SERVICE Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης : 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1 Αριθμός Κλήσεων : 200000	λ	K = 5								ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	Διαφορά QTS από Προσομοίωση
		1 2	2 3	3 4	4 5	5 6	6 7	7 8	8 9			
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	16	1,424612	1,449355	1,422942	1,447234	1,431173	1,449142	1,436858	1,442862	1,438022	1,435244	-0,002779
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		0,098666	0,104088	0,097862	0,104311	0,098614	0,107810	0,103063	0,103635	0,102256	0,101910	-0,000346
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,089038	0,090585	0,088934	0,090452	0,089448	0,090571	0,089804	0,090179	0,089876	0,089703	-0,000174
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,005705	0,007252	0,005601	0,007119	0,006115	0,007238	0,006471	0,006846	0,006543	0,006369	-0,000174
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)		0,411211	0,409255	0,411851	0,411924	0,412243	0,410212	0,408647	0,407057	0,410300	0,410637	0,000337
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,265189	0,269053	0,265016	0,268585	0,266512	0,268266	0,266759	0,267845	0,267153	0,266667	-0,000486
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	18	1,630735	1,656667	1,643390	1,665796	1,658817	1,673673	1,635622	1,662609	1,653414	1,656045	0,002632
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		0,153181	0,157982	0,146111	0,156332	0,156620	0,166411	0,149484	0,159301	0,155678	0,156045	0,000368
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,090596	0,092037	0,091299	0,092544	0,092156	0,092982	0,090868	0,092367	0,091856	0,092003	0,000146
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,007263	0,008704	0,007966	0,009211	0,008823	0,009649	0,007535	0,009034	0,008523	0,008669	0,000146
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)		0,379167	0,375065	0,376439	0,374828	0,373634	0,374814	0,379660	0,374499	0,376013	0,376500	0,000487
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,295511	0,299737	0,299456	0,301893	0,300439	0,301452	0,297228	0,300662	0,299547	0,300000	0,000453
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	20	1,876941	1,890205	1,866931	1,897894	1,866944	1,904355	1,886499	1,909714	1,887435	1,894085	0,006649
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		0,219609	0,229010	0,223446	0,233620	0,223546	0,241355	0,237697	0,232479	0,230095	0,227418	-0,002677
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,093847	0,094510	0,093347	0,094895	0,093347	0,095218	0,094325	0,095486	0,094372	0,094704	0,000332
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,010514	0,011177	0,010014	0,011562	0,010014	0,011885	0,010992	0,012153	0,011039	0,011371	0,000332
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)		0,346998	0,352474	0,350694	0,346729	0,347889	0,346397	0,348994	0,345443	0,348202	0,345532	-0,002670
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,331467	0,332239	0,328697	0,332855	0,328679	0,332600	0,329760	0,335447	0,331468	0,333333	0,001865

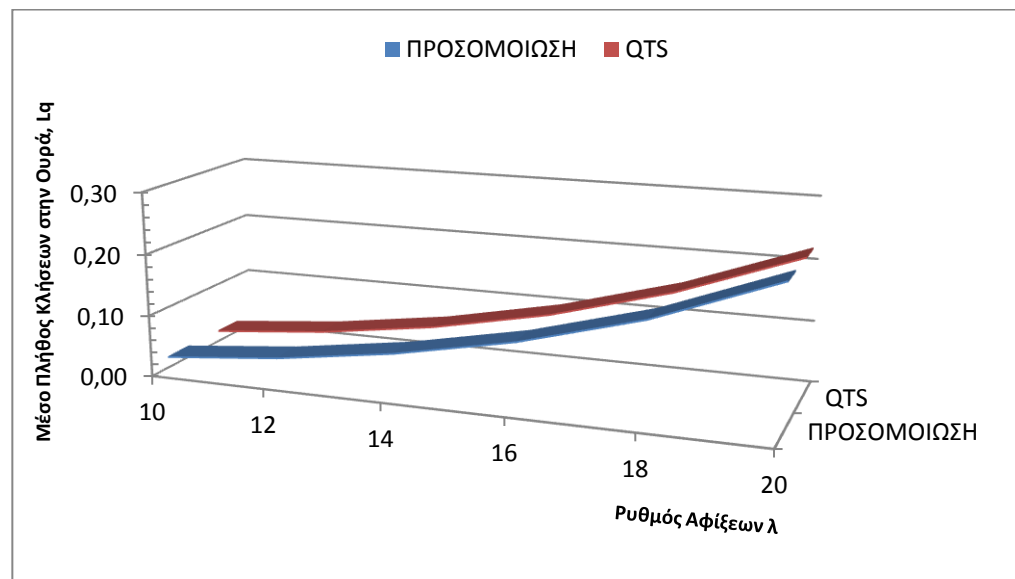
Ρυθμός Αφίξεων λ	Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, W_q (min)	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,001675	0,001746
12	0,002776	0,002937
14	0,004487	0,004474
16	0,006543	0,006369
18	0,008523	0,008669
20	0,011039	0,011371



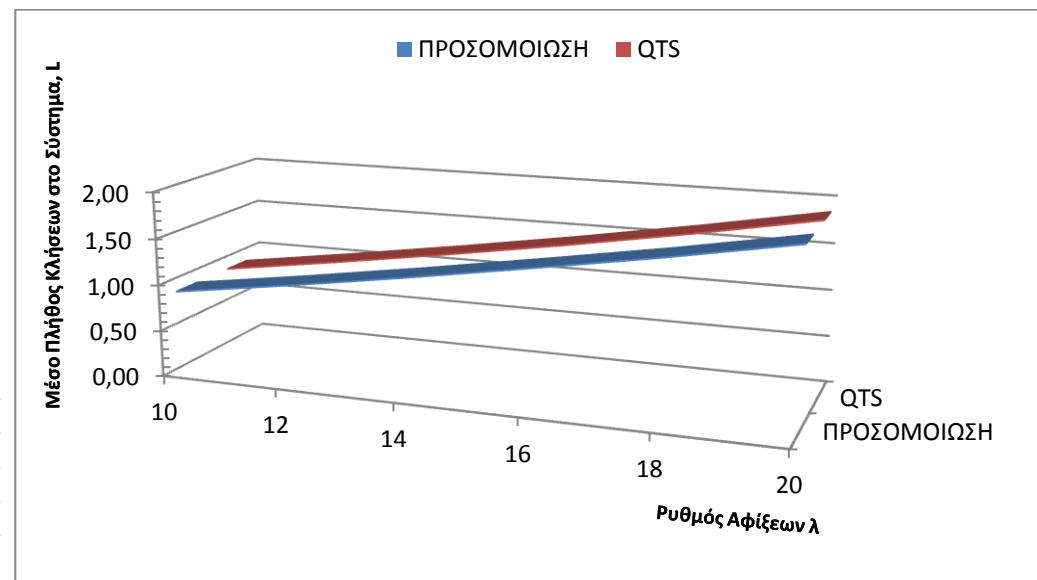
Ρυθμός Αφίξεων λ	Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, $W_q + h$ (min)	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,085008	0,085080
12	0,086109	0,086270
14	0,087820	0,087807
16	0,089876	0,089703
18	0,091856	0,092003
20	0,094372	0,094704



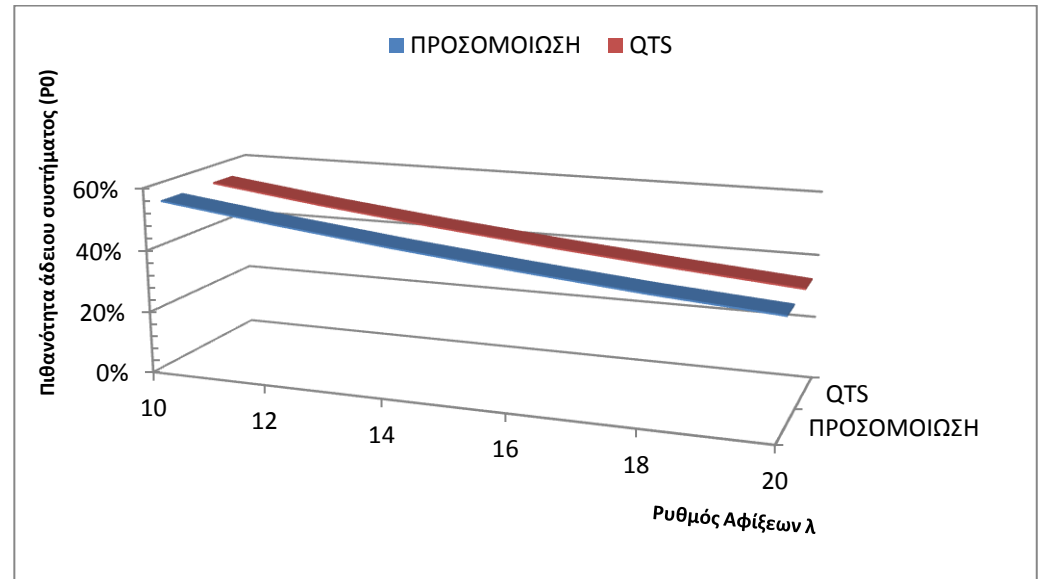
Ρυθμός Αφίξεων λ	Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,017644	0,017464
12	0,035902	0,035244
14	0,063757	0,062638
16	0,102256	0,101910
18	0,155678	0,156045
20	0,230095	0,227418



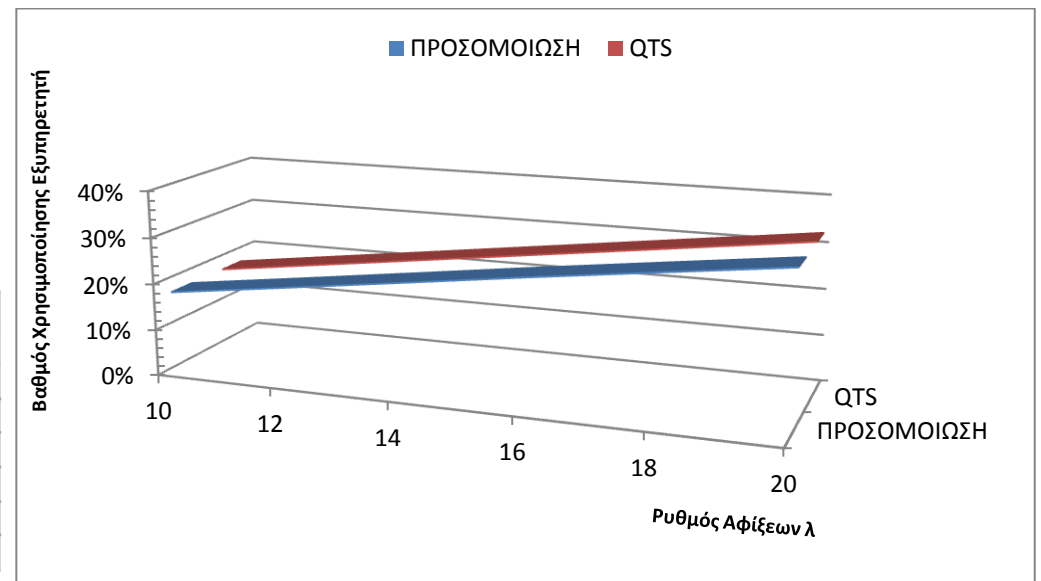
Ρυθμός Αφίξεων λ	Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,850079	0,850797
12	1,033310	1,035244
14	1,229480	1,229305
16	1,438022	1,435244
18	1,653414	1,656045
20	1,887435	1,894085



Ρυθμός Αφίξεων λ	Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,540294	0,540308
12	0,492131	0,491342
14	0,448406	0,448570
16	0,410300	0,410637
18	0,376013	0,376500
20	0,348202	0,345532



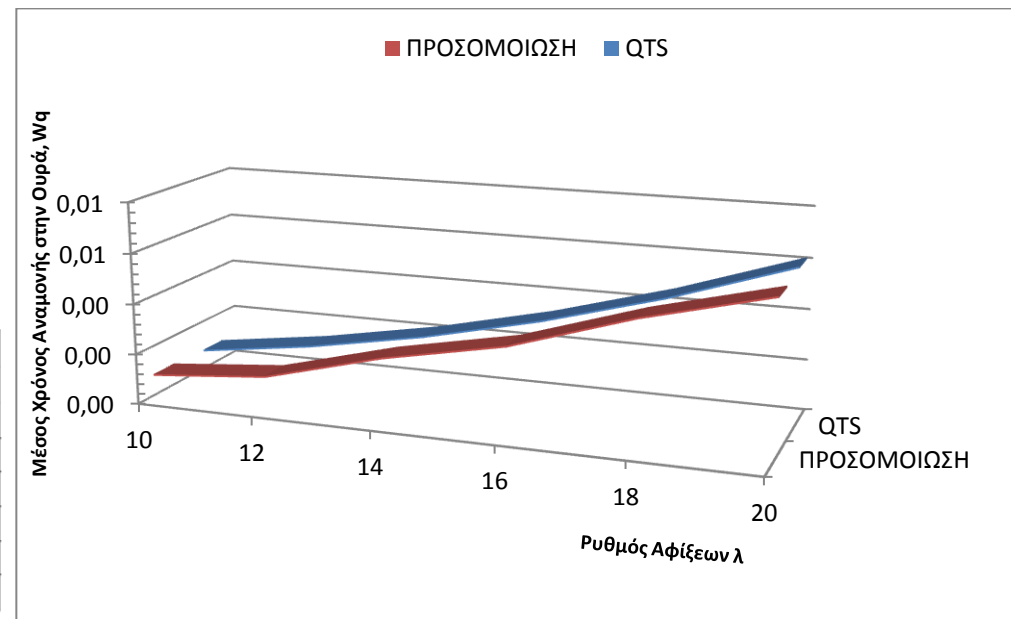
Ρυθμός Αφίξεων λ	Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,166487	0,166667
12	0,199482	0,200000
14	0,233145	0,233333
16	0,267153	0,266667
18	0,299547	0,300000
20	0,331468	0,333333



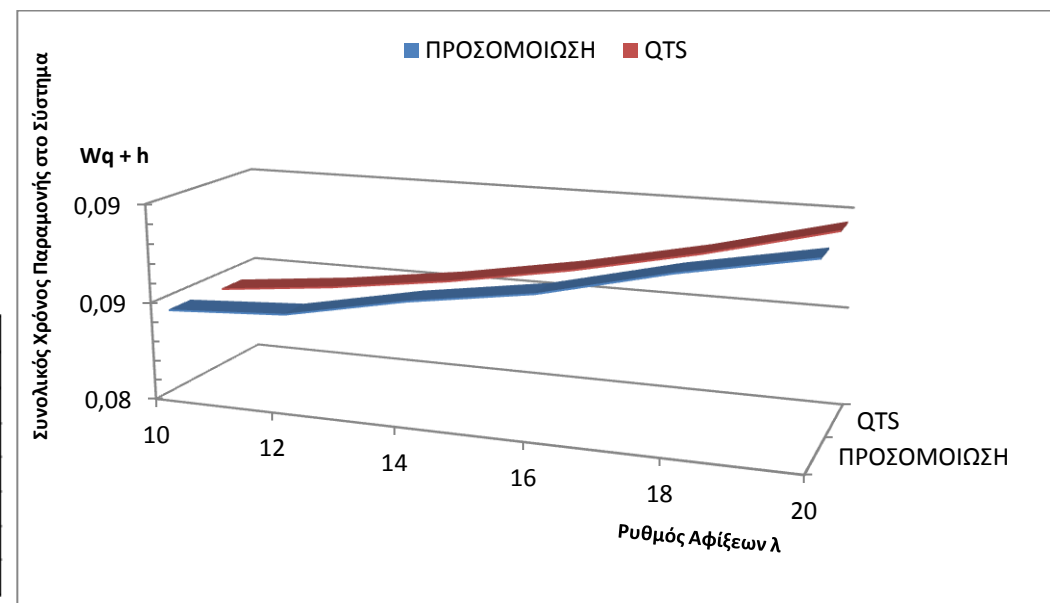
PARTIAL BATCH SERVICE Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης : 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1 Αριθμός Κλήσεων : 200000	λ	K = 6								ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	Διαφορά QTS από Προσομοίωση
		1 2	2 3	3 4	4 5	5 6	6 7	7 8	8 9			
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	10	0,836791	0,840030	0,838604	0,846440	0,840150	0,842849	0,844687	0,843116	0,841583	0,840836	-0,000747
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		0,006534	0,007996	0,006782	0,008453	0,007624	0,008156	0,007964	0,007751	0,007609	0,007503	-0,000106
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,083679	0,084003	0,083860	0,084644	0,084015	0,084285	0,084469	0,084312	0,084227	0,084084	-0,000143
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,000346	0,000670	0,000527	0,001311	0,000682	0,000952	0,001136	0,000979	0,000825	0,000750	-0,000075
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)		0,542806	0,543628	0,542491	0,541157	0,543149	0,542329	0,543540	0,543337	0,542805	0,543231	0,000426
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,138376	0,138672	0,138637	0,139664	0,138754	0,139115	0,139454	0,139227	0,138987	0,138889	-0,000098
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	12	1,008946	1,020375	1,006415	1,018306	1,013702	1,019275	1,012998	1,019158	1,014897	1,016690	0,001793
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		0,016965	0,016732	0,016562	0,017360	0,016015	0,019500	0,017251	0,017853	0,017280	0,016690	-0,000589
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,084079	0,085031	0,083868	0,084859	0,084475	0,084940	0,084417	0,084930	0,084575	0,084724	0,000149
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,000746	0,001698	0,000535	0,001526	0,001142	0,001607	0,001084	0,001597	0,001242	0,001391	0,000149
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)		0,497655	0,493808	0,496703	0,494343	0,496199	0,495475	0,498016	0,495087	0,495911	0,495862	-0,000049
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,165330	0,167274	0,164976	0,166824	0,166281	0,166626	0,165958	0,166884	0,166269	0,166667	0,000398
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	14	1,195369	1,209214	1,198237	1,188061	1,197553	1,217011	1,193594	1,210834	1,201234	1,198077	-0,003158
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		0,034254	0,033251	0,029971	0,032000	0,032549	0,035186	0,032274	0,033762	0,032906	0,031410	-0,001496
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,085383	0,086372	0,085588	0,084862	0,085540	0,086929	0,085257	0,086488	0,085802	0,085577	-0,000225
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,002050	0,003039	0,002255	0,001529	0,002207	0,003596	0,001924	0,003155	0,002469	0,002244	-0,000226
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)		0,455361	0,453184	0,453881	0,457978	0,454122	0,453719	0,454981	0,451667	0,454362	0,454943	0,000581
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,193519	0,195994	0,194711	0,192677	0,194167	0,196971	0,193553	0,196179	0,194721	0,194444	-0,000277

PARTIAL BATCH SERVICE Μέσος Χρόνος Εξυπηρέτησης : 0.083333 Αριθμός Εξυπηρετητών : 1 Αριθμός Κλήσεων : 200000	λ	K = 6								ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	QTS PLUS ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	Διαφορά QTS από Προσομοίωση
		1 2	2 3	3 4	4 5	5 6	6 7	7 8	8 9			
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	16	1,378853	1,398081	1,369185	1,397779	1,380574	1,401431	1,384084	1,391315	1,387663	1,386649	-0,001014
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		0,051673	0,056732	0,052398	0,059178	0,054785	0,056511	0,053696	0,052967	0,054743	0,053315	-0,001427
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,086178	0,087380	0,085574	0,087361	0,086286	0,087589	0,086505	0,086957	0,086729	0,086666	-0,000063
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,002845	0,004047	0,002241	0,004028	0,002953	0,004256	0,003172	0,003624	0,003396	0,003332	-0,000064
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)		0,421147	0,416892	0,421023	0,419106	0,420736	0,415785	0,417663	0,417879	0,418779	0,418998	0,000219
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,221197	0,223558	0,219464	0,223100	0,220965	0,224153	0,221731	0,223058	0,222153	0,222222	0,000069
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	18	1,567540	1,599141	1,569447	1,600797	1,577825	1,608272	1,588965	1,593816	1,588225	1,583966	-0,004259
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		0,080668	0,090157	0,082981	0,090005	0,082321	0,090140	0,085403	0,087470	0,086595	0,083966	-0,002629
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,087086	0,088841	0,087191	0,088933	0,087657	0,089348	0,088276	0,088545	0,088235	0,087998	-0,000236
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,003753	0,005508	0,003858	0,005600	0,004324	0,006015	0,004943	0,005212	0,004902	0,004665	-0,000237
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)		0,387500	0,387366	0,389928	0,386262	0,388800	0,385616	0,389848	0,385076	0,387550	0,387002	-0,000547
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,247812	0,251497	0,247744	0,251799	0,249251	0,253022	0,250594	0,251058	0,250347	0,250000	-0,000347
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	20	1,777131	1,789455	1,769384	1,794963	1,780284	1,816202	1,775527	1,805451	1,788550	1,791652	0,003103
Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq		0,124975	0,132784	0,127998	0,127513	0,119761	0,135888	0,127376	0,129016	0,128164	0,124986	-0,003178
Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, W=Wq + h (min)		0,088857	0,089473	0,088469	0,089748	0,089014	0,090810	0,088776	0,090273	0,089428	0,089583	0,000155
Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)		0,005524	0,006140	0,005136	0,006415	0,005681	0,007477	0,005443	0,006940	0,006095	0,006249	0,000155
Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)		0,358622	0,359070	0,359612	0,357257	0,359883	0,357973	0,360239	0,360120	0,359097	0,358211	-0,000886
Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή		0,275359	0,276112	0,273564	0,277908	0,276754	0,280052	0,274692	0,279406	0,276731	0,277778	0,001047

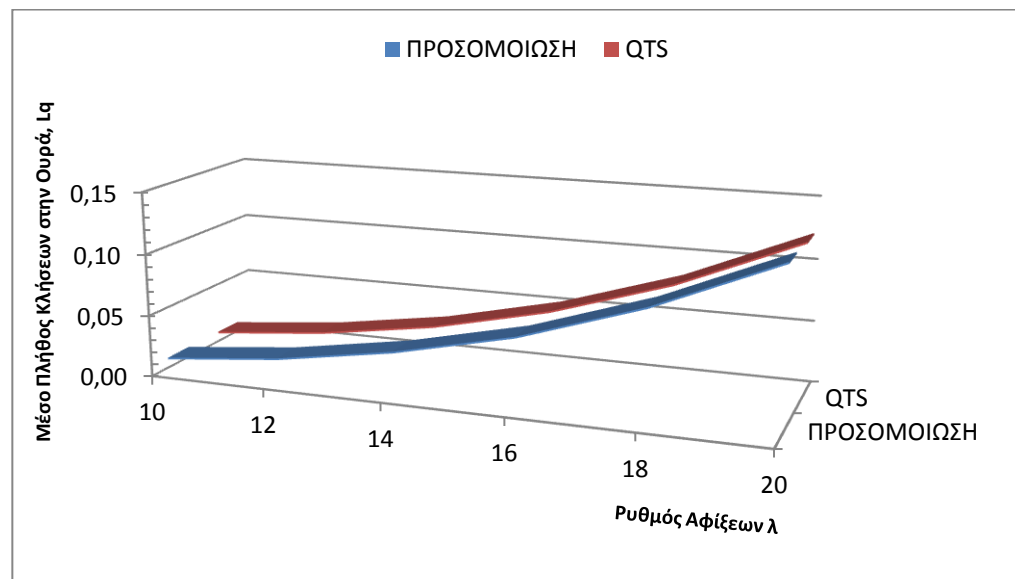
Ρυθμός Αφίξεων λ	Μέσος Χρόνος Αναμονής στην Ουρά, Wq (min)	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,000825	0,000750
12	0,001242	0,001391
14	0,002469	0,002244
16	0,003396	0,003332
18	0,004902	0,004665
20	0,006095	0,006249



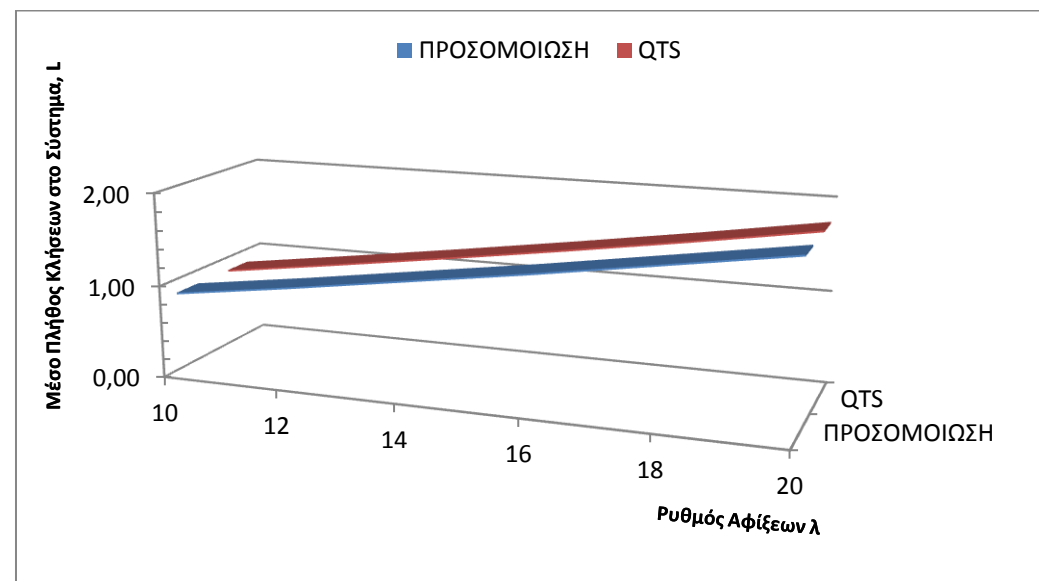
Ρυθμός Αφίξεων λ	Συνολικός Χρόνος Παραμονής στο Σύστημα, $Wq + h$ (min)	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,084227	0,084084
12	0,084575	0,084724
14	0,085802	0,085577
16	0,086729	0,086666
18	0,088235	0,087998
20	0,089428	0,089583



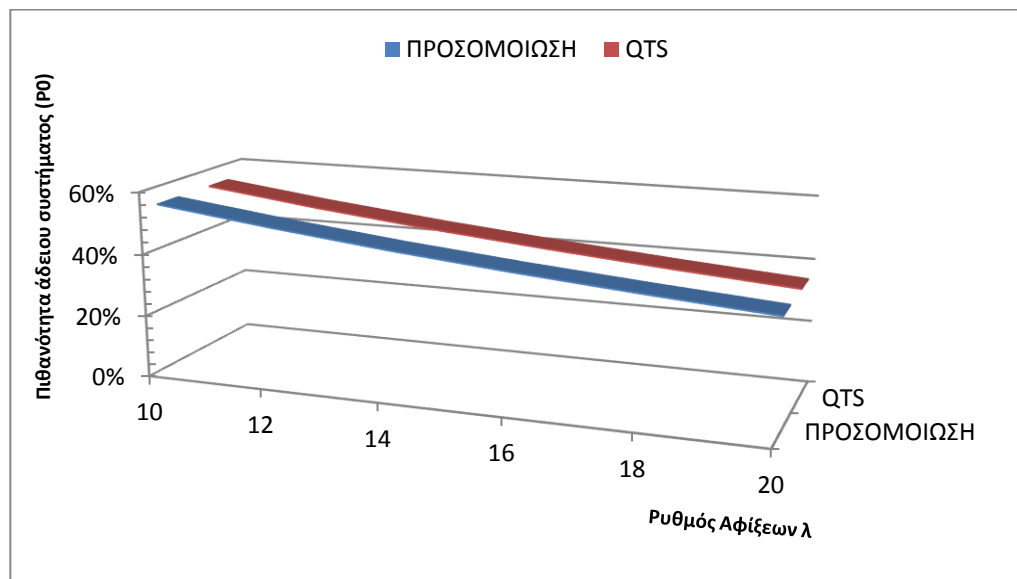
Ρυθμός Αφίξεων λ	Μέσο Πλήθος Κλήσεων στην Ουρά, Lq	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,007609	0,007503
12	0,017280	0,016690
14	0,032906	0,031410
16	0,054743	0,053315
18	0,086595	0,083966
20	0,128164	0,124986



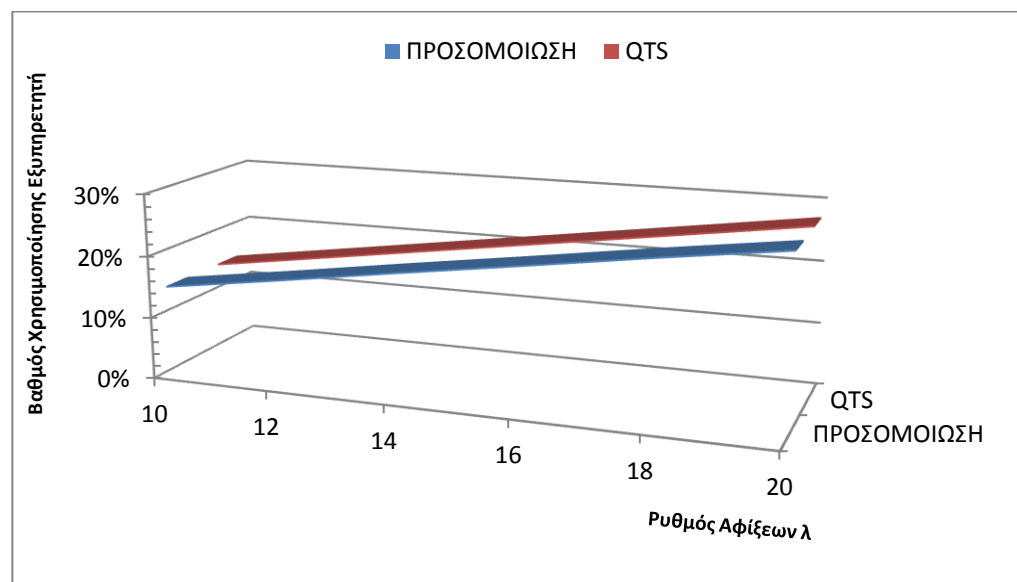
Ρυθμός Αφίξεων λ	Μέσο Πλήθος Κλήσεων στο Σύστημα, L	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,841583	0,840836
12	1,014897	1,016690
14	1,201234	1,198077
16	1,387663	1,386649
18	1,588225	1,583966
20	1,788550	1,791652



Ρυθμός Αφίξεων λ	Πιθανότητα άδειου συστήματος (P0)	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,542805	0,543231
12	0,495911	0,495862
14	0,454362	0,454943
16	0,418779	0,418998
18	0,387550	0,387002
20	0,359097	0,358211



Ρυθμός Αφίξεων λ	Βαθμός Χρησιμοποίησης Εξυπηρετητή	
	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	QTS
10	0,138987	0,138889
12	0,166269	0,166667
14	0,194721	0,194444
16	0,222153	0,222222
18	0,250347	0,250000
20	0,276731	0,277778



ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Η

Κώδικας Partial Batch Service

'Ορίζουμε τις διαδικασίες της προσομοίωσης και τις μεταβλητές

```
PREAMBLE
PROCESSES INCLUDE ARRIVAL.GENERATOR, CALL AND TIMER
RESOURCES INCLUDE SERVER
DEFINE DELAY.IN.QUEUE, ARRIVAL.RATE, MEAN.SERVICE.TIME, ATIME AS REAL VARIABLES
DEFINE NO.DEL.IN.QUEUE AS INTEGER VARIABLES
DEFINE I, YES.DEL.IN.QUEUE, STREAM1, STREAM2, FREE AS AN INTEGER VARIABLE
DEFINE SERVERS, CALLS, TOTAL.CALLS,YY, ZZZ,TTT, FFF, K, GGG, DDD AS INTEGER VARIABLES
DEFINE MATRIX AS AN INTEGER,1-DIMENSIONAL ARRAY
DEFINE X, ACTUAL.DELAY.IN.QUEUE AS AN INTEGER VARIABLE
DEFINE MINUTES TO MEAN UNITS
END

MAIN
PRINT 1 LINE THUS
-----# M/M[X]/s partial batch service WITH ONE SERVER ONLY!# -----
OPEN UNIT 1 FOR INPUT, FILE NAME IS "INPUT.TXT"
USE UNIT 1 FOR INPUT
READ ARRIVAL.RATE, MEAN.SERVICE.TIME, SERVERS, K, CALLS, STREAM1, STREAM2

RESERVE MATRIX(*) AS (SERVERS + 1000)

CREATE EVERY SERVER(1)
LET U.SERVER(1) = SERVERS
ACTIVATE AN ARRIVAL.GENERATOR NOW
CLOSE UNIT 1
ACTIVATE A TIMER NOW
START SIMULATION

PRINT 1 LINES WITH SERVERS THUS
SIMULATION OF THE M/M[X]** QUEUE
PRINT 7 LINES WITH ARRIVAL.RATE,
MEAN.SERVICE.TIME, SERVERS, CALLS, K, YY THUS

ARRIVAL.RATE                ** .****
MEAN SERVICE TIME           ** .*****
NUMBER OF SERVERS           ***
CALLS                       *****
CALLS SERVICED AT A TIME    **
NUMBER OF SAMPLES           *****
SKIP 2 LINES

PRINT 7 LINES WITH ZZZ/YY, GGG/YY, ZZZ/YY/ARRIVAL.RATE, ZZZ/YY/ARRIVAL.RATE -
MEAN.SERVICE.TIME, FFF/YY, DDD/(K*YY) THUS
AVERAGE NUMBER OF CALLS IN THE SYSTEM, L BASED ON TIMER
AVERAGE NUMBER OF CALLS IN THE QUEUE, Lq BASED ON TIMER
MEAN WAITING TIME IN THE SYSTEM, W BASED ON LITTLE
MEAN TIME IN THE QUEUE, Wq BASED ON LITTLE
PROBABILITY THE SYSTEM IS EMPTY
PROBABILITY THE SERVER IS BUSY

*** .*****
*** .*****
*** .*****
* .*****
* .*****

SKIP 2 LINES
print 1 line thus
PROBABILITIES P(N) BASED ON TIMER
```

```

FOR JG = 1 TO (SERVERS + 15)
DO
PRINT 1 LINE WITH (JG-1) AND MATRIX(JG)/YY THUS
probability(***) = *.*****
LOOP

READ AS /

END

PROCESS ARRIVAL.GENERATOR
FOR I = 1 TO CALLS
DO
ACTIVATE A CALL NOW
WAIT EXPONENTIAL.F(1/ARRIVAL.RATE, STREAM1) MINUTES
LOOP
END

PROCESS CALL

LET X = X + 1  'H μεταβλητή αυτή στη συνέχεια θα συγκρίνεται με το K
LET YES.DEL.IN.QUEUE = YES.DEL.IN.QUEUE + 1

'REQUEST'

IF U.SERVER(1) = 1

REQUEST 1 SERVER

LET YES.DEL.IN.QUEUE = YES.DEL.IN.QUEUE - 1  'Από τη στιγμή που περάσουμε το REQUEST η
κλήση παύει να είναι στην ουρά οπότε μειώνεται κατά 1 το YES.DEL.IN.QUEUE
LET NO.DEL.IN.QUEUE = NO.DEL.IN.QUEUE + 1  'Και αντίστροφα αυξάνει κατά 1 η
NO.DEL.IN.QUEUE δείχνοντας ότι η κλήση πάει να εξυπηρετηθεί

ATIME = EXPONENTIAL.F (MEAN.SERVICE.TIME, STREAM2)

WORK ATIME MINUTES

RELINQUISH 1 SERVER(1)
LET NO.DEL.IN.QUEUE = NO.DEL.IN.QUEUE - 1
LET X = X - 1  'Αφού ολοκληρωθεί η εξυπηρέτηση της κλήσης
μειώνεται κατά 1 το NO.DEL.IN.QUEUE αλλά και το X
'Το παρακάτω IF εξετάζει πόσες κλήσεις είναι
στην ουρά τη στιγμή που έχει ολοκληρώσει την εξυπηρέτησή της η κλήση μας

' Βασικό IF
IF X < K  ' Αν ο συνολικός αριθμός των κλήσεων X που
είναι στην ουρά είναι μικρότερος από K τότε θεωρούμε ότι θα εξυπηρετηθούν μαζί με την
προηγούμενη κλήση και για αυτό μειώνουμε κατά X την YES.DEL.IN.QUEUE
LET YES.DEL.IN.QUEUE = YES.DEL.IN.QUEUE - X
LET X = 0  'Εφόσον όλες θα εξυπηρετηθούν το X
μηδενίζεται
ELSE
LET YES.DEL.IN.QUEUE = YES.DEL.IN.QUEUE - K + 1  'Αλλιώς θα εξυπηρετηθούν μόνο τόσες
ώστε να μην υπερβαίνουμε το K (θέτουμε - K + 1, γιατί μία κλήση έχει ήδη εξυπηρετηθεί
παραπάνω
LET X = X - K + 1  ' Το X παραμένει θετικό, αφού κάποιες
κλήσεις παραμένουν στην ουρά
ENDIF

```

```

IF YES.DEL.IN.QUEUE > 0
  ACTUAL.DELAY.IN.QUEUE = YES.DEL.IN.QUEUE
  GO TO 'REQUEST '
  'Αφού υπάρχουν ακόμα κλήσεις στην ουρά το
  πρόγραμμα με την εντολή GOTO πάει στο σημείο REQUEST που είναι πριν το "REQUEST
  SERVER"...Έτσι η πρώτη κλήση από αυτές που είναι στην ουρά θα κάνει REQUEST TON SERVER και
  αφού εξυπηρετηθεί θα εξετάσει στη συνέχεια το βασικό IF
ELSE
  ACTUAL.DELAY.IN.QUEUE = 0
  GO TO 'END'
  'Αφού δεν υπάρχουν άλλες κλήσεις στην ουρά το
  πρόγραμμα πάει στο END.
ENDIF

'END'

END

PROCESS TIMER
UNTIL I>=CALLS
DO
  ZZZ = ZZZ + NO.DEL.IN.QUEUE + YES.DEL.IN.QUEUE

  IF U.SERVER(1) = 1
    FFF = FFF + 1
  ENDIF

  TTT = TTT + YES.DEL.IN.QUEUE
  GGG = GGG + ACTUAL.DELAY.IN.QUEUE
  DDD = ZZZ - GGG

  ADD 1 TO MATRIX(NO.DEL.IN.QUEUE + YES.DEL.IN.QUEUE + 1)
  WAIT 0.25 MINUTES
  YY = YY + 1
LOOP
END

```

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Θ

Αποτελέσματα QtsPlus για το $M/M^{[1]}/1$ Μοντέλο Αναμονής

M/M/1: POISSON ARRIVALS TO A SINGLE EXPONENTIAL SERVER

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	2,
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameters:

Maximum size for probability chart	15
Total time horizon for probability plotting	10,

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,5
Service rate (μ)	12,000048
Server utilization (ρ)	0,166666
Mean number of customers in the system (L)	0,19999904
Mean number of customers in the queue (Lq)	0,03333304
Expected non-empty queue size (Lq')	1,19999904
Mean waiting time (W)	0,09999952
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,01666652
Mean length of busy period (B)	0,09999952

M/M/1: POISSON ARRIVALS TO A SINGLE EXPONENTIAL SERVER

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	4,
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameters:

Maximum size for probability chart	15
Total time horizon for probability plotting	10,

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,25
Service rate (μ)	12,000048
Server utilization (ρ)	0,333332
Mean number of customers in the system (L)	0,499997
Mean number of customers in the queue (Lq)	0,166665
Expected non-empty queue size (Lq')	1,499997
Mean waiting time (W)	0,12499925
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,04166625
Mean length of busy period (B)	0,12499925

M/M/1: POISSON ARRIVALS TO A SINGLE EXPONENTIAL SERVER

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	6,
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameters:

Maximum size for probability chart	15
Total time horizon for probability plotting	10,

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,166666667
Service rate (μ)	12,000048
Server utilization (ρ)	0,499998
Mean number of customers in the system (L)	0,999992
Mean number of customers in the queue (Lq)	0,499994
Expected non-empty queue size (Lq')	1,999992
Mean waiting time (W)	0,166665333
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,083332333
Mean length of busy period (B)	0,166665333

M/M/1: POISSON ARRIVALS TO A SINGLE EXPONENTIAL SERVER

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	8,
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameters:

Maximum size for probability chart	15
Total time horizon for probability plotting	10,

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,125
Service rate (μ)	12,000048
Server utilization (ρ)	0,666664
Mean number of customers in the system (L)	1,999976
Mean number of customers in the queue (Lq)	1,333312
Expected non-empty queue size (Lq')	2,999976
Mean waiting time (W)	0,249997
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,166664
Mean length of busy period (B)	0,249997

M/M/1: POISSON ARRIVALS TO A SINGLE EXPONENTIAL SERVER

Input Parameters:

Arrival rate (λ)	10,
Mean service time ($1/\mu$)	0,083333

Plot Parameters:

Maximum size for probability chart	15
Total time horizon for probability plotting	10,

Results:

Mean interarrival time ($1/\lambda$)	0,1
Service rate (μ)	12,000048
Server utilization (ρ)	0,833330
Mean number of customers in the system (L)	4,999880002
Mean number of customers in the queue (Lq)	4,166550002
Expected non-empty queue size (Lq')	5,999880002
Mean waiting time (W)	0,499988
Mean waiting time in the queue (Wq)	0,416655
Mean length of busy period (B)	0,499988

Βιβλιογραφικές Αναφορές

1. Donald Gross, John F. Shortle, James M. Thompson, Carl M. Harris, «Fundamentals of Queueing Theory», 4th edition Wiley, 2008
2. Μιχαήλ Δ. Λογοθέτης, «Θεωρία Τηλεπικοινωνιακής Κινήσεως και Εφαρμογές», 2^η έκδοση Παπασωτηρίου, 2012
3. G.S. Fishman, Concepts and Methods for Discrete Event Digital Simulation, Wiley, New York, 1973
4. Αντώνης Οικονόμου, «Εισαγωγή στις ουρές αναμονής», ΕΚΠΑ, Μάρτιος 2008
5. Εμμανουήλ Ρουμελιώτης, «Μοντελοποίηση και Προσομοίωση», Τόμος Α' Ε.Α.Π Σχολή Θετικών Επιστημών και Τεχνολογίας, 2001
6. Ανδρέας Κ. Γεωργίου, «Στοιχεία από τη θεωρία γραμμών αναμονής», Πανεπιστήμιο Μακεδονίας, 2012
7. Averill M Law and CACI, «An Introduction to Simulation Using SIMSCRIPT II.5», 2002
8. Edward C. Russell, «Building Simulation Models with SIMSCRIPT II.5», CACI, 1999
9. E.C. Russel, SIMSCRIPT II.5 Programming Language, CACI, Los Angeles, 1987
10. M.H. McDougall, «System Level Simulation,» in M. Breuer ed., Digital System Design Automation, vol. 2, Computer Science Press, 1975
11. G. Gordon, System Simulation, Prentice–Hall Englewood Cliffs, NJ, 1969.
12. CACI, Windows SIMSCRIPT II.5, User's Manual, La Jolla, California, 1997
13. H.M. Markowitz, B. Hausner, and H.W. Karr, SIMSCRIPT: A Simulation Programming Language, RAND Corporation, RM–3310–pr, Prentice–Hall, Englewood Cliffs, USA, 1962
14. <http://www.cpe.ku.ac.th/~anan/myhomepage/wp-content/uploads/2012/06/2012-lecture-9-bulksystem-netq.pdf>
15. <http://web2.uwindsor.ca/math/hlynka/queue.html>
16. http://faculty.ksu.edu.sa/9766/OR372/Lec19_Bulk%20Service%20Arrivals%20and%20Service%20Classes.pdf
17. http://www.mie.uth.gr/ekp_yliko/simulation.pdf