



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΛΟΠΟΝΝΗΣΟΥ  
ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ  
ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ

**ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΠΩΛΕΙΩΝ ΚΙΝΗΣΗΣ ΥΠΕΡΡΟΗΣ  
ΣΕ ΔΙΚΤΥΑ ΠΟΛΥΔΙΑΣΤΑΤΗΣ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΚΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ**

**ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**ΠΟΥΛΟΥΠΑΤΗ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΥ του ΔΗΜΗΤΡΙΟΥ**

ΦΟΙΤΗΤΗ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ  
«ΠΡΟΗΓΜΕΝΑ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΑ»

**Επιβλέπων Καθηγητής: ΜΟΣΧΟΛΙΟΣ ΙΩΑΝΝΗΣ**

**ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 2010**

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

<b>ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΣΧΗΜΑΤΩΝ &amp; ΠΙΝΑΚΩΝ</b>	σελ.3
<b>ΠΕΡΙΛΗΨΗ</b>	σελ.5
<b>ΕΙΣΑΓΩΓΗ</b>	σελ.6
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1</b>	
<b>ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΗ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗ ΣΤΙΣ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΕΣ</b>	
Α. Γενικά	σελ.8
Β. Βελτιστοποίηση της Απόδοσης στις Τηλεπικοινωνίες	σελ.8
Γ. Εφαρμογες της Εναλλακτικής Δρομολόγησης στις Τηλεπικοινωνίες	σελ.10
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2</b>	
<b>ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ GoS ΣΕ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΠΩΛΕΙΩΝ</b>	
Α. Γενικά	σελ.13
Β. Αρχικές Παραδοχές – Συνθήκες	σελ.13
Γ. Ανάλυση Συστήματος που Εξυπηρετεί μια Κατηγορία Κλήσεων	σελ.16
Δ. Μελέτη Συστημάτων Πολυδιάστατης Κίνησης	σελ.20
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3</b>	
<b>GoS ΣΕ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΗΣ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ</b>	
Α. Γενικά	σελ.26
Β. Θεωρία Υπερροής	σελ.26
Γ. Ανάλυση της Διαδικασίας Αφίξεων στο Εναλλακτικό Σύστημα	σελ.29
Δ. Μέθοδοι Υπολογισμού του GoS σε Συστήματα Υπερροής Μονοδιάστατης Κίνησης	σελ.30
Ε. Συστήματα Υπερροής με Πολυδιάστατη Κίνηση	σελ.34
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4</b>	
<b>ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ</b>	
Α. Γενικά	σελ.46
Β. Πιθανότητες Απώλειας Εναλλακτικού Συστήματος Βάσει της MKRR (θεωρητικός υπολογισμός Z)	σελ.47
Γ. Πιθανότητες Απώλειας Εναλλακτικού Συστήματος Βάσει της MKRR (πειραματικός υπολογισμός Z)	σελ.49
Δ. Πιθανότητες Απώλειας Εναλλακτικού Συστήματος Βάσει της Φόρμουλας Delbrouck (Z από MKRR)	σελ.53
Ε. Πιθανότητες Απώλειας Εναλλακτικού Συστήματος Βάσει της Φόρμουλας	

Delbrouck (Z από πειραματική μέθοδο)	σελ.55
ΣΤ. Επέκταση	σελ.56
Z. Συμπεράσματα	σελ.61
<b>ΕΠΙΛΟΓΟΣ</b>	σελ.63
<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α</b>	σελ.65
<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β</b>	σελ.67
<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ</b>	σελ.71
<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Δ</b>	σελ.75
<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ε</b>	σελ.78
<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΣΤ</b>	σελ.80
<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ζ</b>	σελ.85
<b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΠΟΜΠΕΣ</b>	σελ.86

# ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΣΧΗΜΑΤΩΝ & ΠΙΝΑΚΩΝ

## ΣΧΗΜΑΤΑ

2.1	Διάγραμμα Μεταπτώσεων Καταστάσεων M/M/s(0)	σελ.19
2.2	Μοντέλο Εξυπηρέτησης 2 Κατηγοριών Κλήσεων	σελ.21
2.3	Διάγραμμα Καταστάσεων 2 Κατηγοριών Κλήσεων	σελ.21
2.4	Διάγραμμα Μετάβασης Καταστάσεων	σελ.22
2.5	«Οριακές» Καταστάσεις για την Κατηγορία 1	σελ.23
3.1	Το Z συναρτήσει των εξυπηρετητών του πρωτεύοντος συστήματος	σελ.29
3.2	Σύστημα Υπερροής Πολυδιάστατης Κίνησης	σελ.34
3.3	Υπόδειγμα Συστήματος Υπερροής με Πολυδιάστατη Κίνηση	σελ.39
4.1	Οι Παράμετροι Z από την MKRR και την Πειραματική Μέθοδο	σελ.50
4.2	Σύγκριση GoS με εφαρμογή των δυο μεθόδων υπολογισμού των παραμέτρων Z	σελ.52
4.3	Σύγκριση GoS με εφαρμογή των δυο μεθόδων υπολογισμού του GoS (MKRR & Delbrouck) για παραμέτρους Z αυτές που προκύπτουν από την MKRR	σελ.55
4.4	Σύγκριση GoS με εφαρμογή των δυο μεθόδων υπολογισμού του GoS για παραμέτρους Z αυτές που προκύπτουν από την πειραματική μέθοδο	σελ.57
4.5	GoS Από Μέθοδο Delbrouck και MKRR, Περίπτωση 1	σελ.60
4.6	GoS Από Μέθοδο Delbrouck και MKRR, Περίπτωση 2	σελ.60
4.7	GoS Από Μέθοδο Delbrouck και MKRR, Περίπτωση 3	σελ.60
4.8	GoS Από Μέθοδο Delbrouck και MKRR, Περίπτωση 4	σελ.61

## ΠΙΝΑΚΕΣ

4.1	Εύρος Μεταβολής Προσφερόμενης Κίνησης (σε Erlang)	σελ.47
4.2	Αποτελέσματα Εφαρμογής MKRR	σελ.48
4.3	GoS σε κάθε πρωτεύον σύστημα (εφαρμογή του τύπου Kaufman-Roberts)	σελ.49
4.4	Οι παράμετροι Z κάθε κατηγορίας βάσει της πειραματικής Μεθόδου	σελ.50
4.5	Τα GoS του εναλλακτικού συστήματος με εφαρμογή των παραμέτρων Z από την πειραματική μέθοδο στη φόρμουλα MKRR	σελ.51
4.6	Αποκλίσεις μεταξύ MKRR και MKRR με Z από πειραματική μέθοδο	σελ.52
4.7	Μέση Προσφερόμενη Κίνηση κάθε κατηγορίας στο εναλλακτικό σύστημα	σελ.53
4.8	Τα GoS του εναλλακτικού συστήματος με εφαρμογή των παραμέτρων Z από την MKRR στη φόρμουλα Delbrouck	σελ.54

<b>4.9</b>	Αποκλίσεις μεταξύ MKRR και Delbrouck με $Z$ από MKRR	σελ.54
<b>4.10</b>	Τα GoS του εναλλακτικού συστήματος με εφαρμογή των παραμέτρων $Z$ από την πειραματική μέθοδο στη φόρμουλα Delbrouck	σελ.56
<b>4.11</b>	Αποκλίσεις μεταξύ MKRR και Delbrouck με $Z$ από πειραματική μέθοδο	σελ.57
<b>4.12.</b>	Προσφερόμενη Κίνηση Ανά Κατηγορία Κλήσεων	σελ.58
<b>4.13.</b>	Σύγκριση Μεθόδων MKRR και Delbrouck, για δεδομένο $Z$	σελ.59
<b>4.14.</b>	Μέση Ποσοστιαία Απόκλιση Μεθόδων MKRR και Delbrouck	σελ.61

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η ανάλυση της επίδοσης (GoS) των τηλεπικοινωνιακών δικτύων εναλλακτικής δρομολόγησης, που εξυπηρετούν περισσότερες της μιας κατηγορίες τηλεπικοινωνιακής κίνησης. Δεδομένης της στατιστικής φύσεως της προσφερόμενης τηλεπικοινωνιακής κίνησης στα δίκτυα υπερροής, τα κλασικά μοντέλα υπολογισμού του GoS δεν είναι δυνατόν να εφαρμοστούν, καθότι προϋποθέτουν αφίξεις κλήσεων σε τυχαία χρονικά διαστήματα. Επιπλέον, οι ιδιαιτερότητες των δικτύων πολυδιάστατης κίνησης, επιβάλλουν επέκταση των ήδη προταθέντων μελετών περί των συστημάτων υπερροής.

Διερευνώνται οι δυνατοί τρόποι στατιστικής περιγραφής της πολυδιάστατης κίνησης υπερροής και εφαρμόζονται δύο μοντέλα που έχουν προταθεί στην βιβλιογραφία, με τελικό εξαγόμενο την εύρεση της βέλτιστης μεθόδου υπολογισμού του GoS. Όσον αφορά το πρώτο ζήτημα, δηλαδή την στατιστική περιγραφή της κίνησης υπερροής, μελετώνται δυο μέθοδοι, μια θεωρητική και μια πειραματική. Σχετικά με το τελικό ζήτημα του υπολογισμού του GoS, μελετώνται επίσης δυο μέθοδοι, εκ των οποίων η πρώτη βασίζεται στον κλασικό αναδρομικό τύπο των Kaufman – Roberts, ο οποίος παρέχει την δυνατότητα ακριβούς υπολογισμού του GoS σε ένα σύστημα που εξυπηρετεί πολυδιάστατη τυχαία κίνηση, και η δεύτερη στον ακριβή αναδρομικό τύπο του Delbrouck, ο οποίος παρέχει την δυνατότητα υπολογισμού του GoS σε ένα σύστημα που εξυπηρετεί κλήσεις πολυδιάστατης κίνησης που δύναται να είναι τυχαίες, ή μη.

Πραγματοποιείται σύγκριση των προτεινόμενων μεθόδων και τελικά προκύπτει ο βέλτιστος συνδυασμός στατιστικής περιγραφής – υπολογιστικής μεθόδου, με γνώμονα τα ακριβέστερα αποτελέσματα.

# ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στα πλαίσια της εκπόνησης Διπλωματικής Εργασίας κατά το 3<sup>ο</sup> εξάμηνο του ΠΜΣ «Προηγμένα Τηλεπικοινωνιακά Συστήματα και Δίκτυα» της Σχολής Επιστημών και Τεχνολογίας των Τηλεπικοινωνιών του Πανεπιστημίου Πελοποννήσου, αποφάσισα να ασχοληθώ με τη μελέτη των τηλεπικοινωνιακών συστημάτων υπερροής ή εναλλακτικής δρομολόγησης.

Οι βασικές αιτίες που με οδήγησαν στην απόφασή μου αυτή ήταν αφενός το γεγονός ότι το αντίστοιχο μάθημα «Προχωρημένα Θέματα Δικτύων» του 2<sup>ου</sup> εξαμήνου μου φάνηκε ιδιαίτερα ενδιαφέρον και αφετέρου το εύρος των εφαρμογών της εναλλακτικής δρομολόγησης στις τηλεπικοινωνίες. Επιπλέον, η ιδέα της μελέτης ενός τηλεπικοινωνιακού συστήματος αμιγώς στο επίπεδο της απόδοσης αυτού από την πλευρά του τελικού συνδρομητή, σε συνδυασμό και με τις πρότερες σπουδές μου στα Οικονομικά, φάνταζε ιδιαίτερα ενδιαφέρουσα και ελκυστική.

Η έννοια της εναλλακτικής δρομολόγησης δεν είναι καινούργια, ούτε καν απόρροια της αλματώδους εξέλιξης της τεχνολογίας των τηλεπικοινωνιών. Υπάρχει διαχρονικά, ως ευέλικτη παράμετρος βελτιστοποίησης της απόδοσης συστημάτων εξυπηρέτησης γενικώς, ενώ η ευρύτατη διάδοση των τεχνολογιών διαδικτύου, την έχουν καταστήσει σημαντικότερο παράγοντα βελτίωσης των παρεχόμενων τηλεπικοινωνιακών υπηρεσιών. Παράλληλα, οι διάφοροι πάροχοι είναι σε θέση να μειώσουν τα κόστη τους, συμπαρασύροντας κατ'αυτόν τον τρόπο το κόστος των τηλεπικοινωνιών γενικότερα, και καθιστώντας αυτές κτήμα όλο και περισσότερων ανθρώπων.

Σε αυτό το γενικό πλαίσιο, η μελέτη των συστημάτων εναλλακτικής δρομολόγησης, στη σύγχρονη πραγματικότητα των πολυδιάστατων τηλεπικοινωνιακών συστημάτων, καθίσταται ιδιαίζουσας σημασίας.

Ο σκελετός της εργασίας έχει ως ακολούθως:

Στο 1<sup>ο</sup> Κεφάλαιο, αναφέρονται οι γενικές αρχές της εναλλακτικής δρομολόγησης και οι εφαρμογές της στις τηλεπικοινωνίες ως τεχνικής για τη βελτίωση των παρεχόμενων υπηρεσιών. Στο 2<sup>ο</sup> Κεφάλαιο, μελετώνται τα τηλεπικοινωνιακά συστήματα απωλειών για μονοδιάστατη και πολυδιάστατη τυχαία κίνηση. Περιγράφεται στατιστικά η τυχαία κίνηση, που διέπει την ανάλυση τέτοιων συστημάτων και τελικά καταλήγουμε στις δυο σημαντικότερες φόρμουλες, την Erlang B για μονοδιάστατη κίνηση και την αναδρομική φόρμουλα των Kaufman – Roberts για πολυδιάστατη κίνηση, που παρέχουν την πιθανότητα απώλειας μιας κλήσης, δεδομένων των παραμέτρων του συστήματος και των απαιτήσεων των συνδρομητών.

Με το 3<sup>ο</sup> Κεφάλαιο, ξεκινά η καθεαυτό μελέτη των συστημάτων εναλλακτικής δρομολόγησης. Αναλύονται διεξοδικά οι λόγοι που οι κλασικές μέθοδοι του Κεφ. 2 μειονεκτούν όσον αφορά τους υπολογισμούς σε συστήματα υπερροής, ενώ παρουσιάζονται οι κλασικότερες εργασίες που δίνουν λύση

στο πρόβλημα για μονοδιάστατη τηλεπικοινωνιακή κίνηση. Ακολούθως η μελέτη επεκτείνεται σε πολυδιάστατη κίνηση, υλοποιώντας ουσιαστικά δυο μεθόδους υπολογισμού των στατιστικών χαρακτηριστικών της κίνησης υπερροής και δυο μεθόδους υπολογισμού της πιθανότητας απώλειας κλήσεων. Στο 4<sup>ο</sup> Κεφάλαιο πραγματοποιείται μια αριθμητική μελέτη των παραπάνω μεθόδων, ενώ αναλύονται και τα αποτελέσματα, παρέχοντας χρήσιμα συμπεράσματα. Στα Παραρτήματα παρέχονται οι κώδικες προγραμματισμού που χρησιμοποιήθηκαν, καθώς και ορισμένα σχόλια που θα βοηθήσουν στην κατανόηση της συλλογιστικής. Στον επισυναπτόμενο οπτικό δίσκο (CD) περιλαμβάνονται, πέραν της εργασίας σε ηλεκτρονική μορφή, αυτούσιοι οι κώδικες (χωρίς τα σχόλια), καθώς και οι βιβλιογραφικές παραπομπές που ήταν διαθέσιμες σε ηλεκτρονική μορφή.

Στο σημείο αυτό, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα την εργασία μου, Λέκτορα του Πανεπιστημίου Πελοποννήσου, Δρα Ιωάννη Μοσχολιό για την πολύτιμη αρωγή του. Ήταν αυτός που με μύησε στη Θεωρία της Τηλεπικοινωνιακής Κίνησης (teletraffic theory), που με στήριξε ηθικά και πρακτικά στις δυσκολίες που παρουσιάστηκαν κατά την εκπόνηση της εργασίας μου, ήταν αυτός χωρίς τη βοήθεια του οποίου αυτή η εργασία δε θα υπήρχε. Επιπλέον, θα ήθελα να τον ευχαριστήσω για την παραχώρηση εκ μέρους του της υλοποίησης της φόρμουλας του Delbrouck σε γλώσσα FORTRAN. Επίσης, θέλω να ευχαριστήσω το συμφοιτητή μου στο ΠΜΣ κο Γ. Γιαννακόπουλο για τη συμπαράσταση και τις πολύτιμες συμβουλές του όσον αφορά την προσομοίωση των συστημάτων.

Σε κάθε περίπτωση η ενασχόληση με το αντικείμενο υπήρξε ιδιαίτερα ευχάριστη και εποικοδομητική. Η Θεωρία της Τηλεπικοινωνιακής Κίνησης είναι μια σχετικά νέα επιστήμη, με ιδιαίτερα ευρύ και σημαντικό πεδίο, δεδομένου ότι ασχολείται με το “bottom line” των τηλεπικοινωνιών: Το όφελος του συνδρομητή.



# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

## ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΗ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗ ΣΤΙΣ

### ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΕΣ

#### **A. Γενικά**

Η διαδικασία της εναλλακτικής δρομολόγησης, ως μέσου για τη βελτίωση της επίδοσης ενός συστήματος εξυπηρέτησης, χρησιμοποιείται σε ένα ευρύτατο πεδίο εφαρμογών. Σε περιπτώσεις ιδιαίτερα αυξημένης κυκλοφορίας στους αυτοκινητοδρόμους, εφαρμόζεται εναλλακτική δρομολόγηση των οχημάτων από παρακαμπτήριες οδούς, προκειμένου μειωθεί ο χρόνος της διαδρομής. Το ίδιο γίνεται και στους σταθμούς των διοδίων. Στα πολυκαταστήματα, σε περιόδους εορτών και γενικά αυξημένης κίνησης, ανοίγουν ταμεία, χρησιμοποιούνται ταμεία άλλων ορόφων κλπ, προκειμένου να εξυπηρετηθεί το καταναλωτικό κοινό. Η περαιτέρω παράθεση σχετικών παραδειγμάτων ξεφεύγει από τους σκοπούς της παρούσας εργασίας, δεδομένου ότι είναι καθημερινής συχνότητας οι περιπτώσεις που κάποιος βιώνει τις προσπάθειες των ιδρυόντων να εξυπηρετήσουν καλύτερα τους πελάτες τους, μέσω της εναλλακτικής δρομολόγησης αυτών.

#### **B. Βελτιστοποίηση της Απόδοσης στις Τηλεπικοινωνίες**

Η ευρύτατη διάδοση και χρήση, καθώς και ο ανταγωνισμός που διέπει τα συστήματα επικοινωνιών, είτε αυτά σχετίζονται με την κλασική τηλεφωνία, είτε με ροές δεδομένων, είτε ακόμα και σε ασύρματα συστήματα, είναι πλέον γεγονός αδιαμφισβήτητο. Σε ένα τέτοιο ανταγωνιστικό πλαίσιο, είναι συνεχής η προσπάθεια των φορέων – παρόχων επικοινωνίας να βελτιώσουν κατά το δυνατόν περισσότερο τις προσφερόμενες υπηρεσίες. Τελικό ζητούμενο είναι πάντοτε η μεγιστοποίηση της ωφέλειας που αποκομίζουν οι συνδρομητές, που με τη σειρά της αναμένεται να αυξήσει το μερίδιο του παρόχου στην αγορά.

Στη λογική αυτή, είναι καταρχήν απαραίτητος ο καθορισμός της ωφέλειας του συνδρομητή και εν συνεχεία η εφαρμογή τεχνικών που θα εγγυώνται τη μεγιστοποίηση αυτής. Αυτό εν πολλοίς είναι το αντικείμενο της Θεωρίας Τηλεπικοινωνιακής Κίνησης.

##### 1. Βαθμός Εξυπηρέτησης

Η τηλεπικοινωνιακή κίνηση που καλείται να διεκπεραιώσει ένα σύστημα τηλεπικοινωνιών είναι κατά βάση αρκετά μεταβλητή [1, Κεφ.1]. Για παράδειγμα οι κλήσεις που πραγματοποιούνται τις μεταμεσονύκτιες ώρες μιας ημέρας είναι σημαντικά λιγότερες από αυτές που θα απαιτηθεί να

διεκπεραιώσει ένα σύστημα κατά την διάρκεια της ώρας αιχμής (busy hour). Ως εκ τούτου, η επιλογή του αριθμού των εξυπηρετητών της τηλεπικοινωνιακής κίνησης, με την ευρεία έννοια, από PBXs μέχρι WDM MUXs, θα πρέπει να είναι τέτοια που θα επαρκεί για τις εκάστοτε παρουσιαζόμενες ανάγκες. Το ποιοτικό μέτρο κάλυψης των αναγκών διεκπεραίωσης τηλεπικοινωνιακής κίνησης είναι ο Βαθμός Εξυπηρέτησης (Grade of Service, GoS).

Αυτή η θεώρηση προϋποθέτει ένα σύστημα απωλειών, δηλαδή ένα τηλεπικοινωνιακό σύστημα, στο οποίο οι κλήσεις που καταφθάνουν εξυπηρετούνται ή αποκλείονται, ανάλογα με τη διαθεσιμότητα των απαιτούμενων για την εξυπηρέτηση των κλήσεων πόρων. Σε ένα τέτοιο πλαίσιο λοιπόν, ο Βαθμός Εξυπηρέτησης B, ορίζεται ως εξής:

$$B = \frac{\text{Συνολικός Αριθμός Κλήσεων που Αποκλείονται}}{\text{Συνολικός Αριθμός Κλήσεων που Προσφέρονται στο Σύστημα}}$$

Προφανώς, όσο μικρότερος είναι ο Βαθμός Εξυπηρέτησης, τόσο καλύτερη είναι η επίδοσή του συστήματος. Είναι λογικό να υποθέσουμε ότι για συγκεκριμένο αριθμό προσφερόμενων κλήσεων στο σύστημα, ο Βαθμός Εξυπηρέτησης ελαχιστοποιείται, άρα η επίδοση μεγιστοποιείται, όσο περισσότερο αυξάνονται οι πόροι του συστήματος. Στον αντίποδα αυτών των διαπιστώσεων, παρατίθεται το κόστος των πόρων, είτε αυτοί αναφέρονται ως απαίτηση επέκτασης του δικτύου, είτε ως αύξηση του εξοπλισμού. Στην πράξη το κόστος αυτό ενδέχεται να είναι απαγορευτικό αν η θεώρηση κατά την κατασκευή του συστήματος είναι για την ελαχιστοποίηση του GoS βάσει των μέγιστων απαιτήσεων.

Άρα, το αντικείμενο της Θεωρίας Τηλεπικοινωνιακής Κίνησης ανάγεται στην ελαχιστοποίηση του GoS, που από τούδε και στο εξής – και σύμφωνα με τον παραπάνω ορισμό – θα καλείται και πιθανότητα απώλειας μιας κλήσης, υπό παραδεκτό κόστος πόρων.

Συμπερασματικά, η ωφέλεια που αποκομίζουν οι συνδρομητές ταυτίζεται, ως ένα βαθμό τουλάχιστον, με το GoS, που πρέπει να είναι όσο το δυνατόν μικρότερο, χωρίς από την άλλη μεριά να εκτινάσσεται στα ύψη το κόστος λειτουργίας του συστήματος.

Θα δούμε στη συνέχεια πώς μέσω αναλυτικών και προσεγγιστικών μοντέλων υπολογισμού του επιθυμητού GoS μπορεί ο σχεδιαστής ενός συστήματος να επιλέξει το κατάλληλο πλήθος και τοπολογία των πόρων. Σαφώς, το GoS εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά, και δη τα στατιστικά, όπως ο ρυθμός ζήτησης πόρων και ο χρόνος που διαρκεί η χρήση τους από τους συνδρομητές, που διέπουν την τηλεπικοινωνιακή κίνηση που καλείται να διεκπεραιώσει το σύστημα.

## 2. Η Λογική της Εναλλακτικής Δρομολόγησης στις Τηλεπικοινωνίες

Στο ανωτέρω πλαίσιο, και δεδομένης της ως επί το πλείστον πλήρους συνδεσιμότητας των τηλεπικοινωνιακών δικτύων, τόσο εντός του ίδιου παρόχου, όσο και μεταξύ παρόχων, αλλά ακόμα και μεταξύ διεθνών συστημάτων δρομολόγησης, η εναλλακτική δρομολόγηση μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως

εργαλείο για τη βελτίωση του GoS, χωρίς υπέρογκη αύξηση του κόστους των χρησιμοποιούμενων πόρων.

Η ιδέα είναι σχετικά απλή και βασίζεται στα εξής:

α. Την συλλογιστική της εναλλακτικής δρομολόγησης, όπως αυτή εφαρμόζεται σε μια Εθνική Οδό, ή ένα πολυκατάστημα.

β. Την de facto, λόγω της αλματώδους εξέλιξης του διαδικτύου και των ευρυζωνικών υπηρεσιών, παγκόσμια διασύνδεση δικτύων και συστημάτων.

γ. Την εξέλιξη των ψηφιακών ηλεκτρονικών, που επιτρέπουν την άμεση εναλλακτική δρομολόγηση, χωρίς επιπτώσεις στην απαίτηση – όταν αυτή υπάρχει – για επικοινωνίες πραγματικού χρόνου (real time).

Ως απόρροια των παραπάνω, παρέχεται η δυνατότητα σε έναν πάροχο επικοινωνιών να παραχωρεί μέρος των πόρων του όταν παρατηρεί μειωμένη αξιοποίηση αυτών σε άλλο πάροχο που την ίδια στιγμή αντιμετωπίζει υψηλό GoS, και αντιστρόφως. Η αμοιβαία παραχώρηση εξασφαλίζει ότι το κόστος δε θα αυξηθεί σημαντικά, στην πράξη η αύξηση έχει να κάνει με τον πιθανό εξοπλισμό που απαιτείται για την υλοποίηση. Στον αντίποδα, το GoS μειώνεται σημαντικά, εξασφαλίζοντας υψηλότερες επιδόσεις και για τους δυο παρόχους. Πέραν της ανωτέρω συλλογιστικής, ένας πάροχος μπορεί να εφαρμόσει εναλλακτική δρομολόγηση και μεταξύ των ίδιων πόρων του.

Σε κάθε περίπτωση, η εναλλακτική δρομολόγηση, όπως αναπτύχθηκε παραπάνω, συμβάλλει στην μείωση του GoS με ταυτόχρονη συγκράτηση του κόστους των αναλυσκόμενων πόρων.

### **Γ. Εφαρμογές Εναλλακτικής Δρομολόγησης στις Τηλεπικοινωνίες**

Η εναλλακτική δρομολόγηση εφαρμόστηκε από πολύ νωρίς [2, Κεφ.6] στα τηλεφωνικά δίκτυα PSTN. Η παγκόσμια εξέλιξη των τηλεπικοινωνιών έχει οδηγήσει σήμερα σε ουσιαστικά ένα κοινό δίκτυο PSTN που συνδέει μικρότερα τοπικά δίκτυα μεταξύ τους. Επειδή το γιγάντιο αυτό δίκτυο δεν μπορεί να είναι point – to – point μεταξύ των συνδρομητών, ούτε καν των εθνικών παρόχων, οι κλήσεις, με την ευρεία έννοια της απαίτησης για μεταφορά φωνής ή πλέον και δεδομένων, δρομολογούνται μέσω διαφορετικών διαχειριστών μέχρι να φτάσουν στον τελικό προορισμό τους [3]. Η λογική αυτή προφανώς εφαρμόζεται τόσο σε δίκτυα μεταγωγής κυκλώματος, όσο και σε δίκτυα μεταγωγής πακέτου.

Είτε μιλάμε για τηλεφωνική κλήση, είτε για μετάδοση δεδομένων, ο παραλήπτης ορίζεται από ένα πρόθεμα στον «αριθμό κλήσης» του, που ως επί το πλείστον είναι προσδιοριστικό της γεωγραφικής του θέσης. Όταν λοιπόν ο αποστολέας «καλεί» αυτόν τον αριθμό, ο πάροχός του μπορεί να τον συνδέσει απευθείας, αν διαθέτει ιδιόκτητο δίκτυο στην περιοχή του παραλήπτη. Πρακτικοί λόγοι, καθώς και η ανάγκη για παγκοσμιοποίηση ιδίως της μεταφοράς δεδομένων, καθιστούν μάλλον ουτοπική την

παραπάνω προσέγγιση, σε σημείο τέτοιο ώστε να είναι απαραίτητη η ανάπτυξη πολύπλοκων τεχνικών δρομολόγησης μέσω ενδιάμεσων παρόχων.

Στο πλαίσιο αυτό, οι τεχνικές δρομολόγησης πρέπει να λαμβάνουν υπόψιν διάφορα σημαντικά ζητήματα που σχετίζονται με την παρεχόμενη ποιότητα υπηρεσιών στον πελάτη, όπως αυτή ορίστηκε παραπάνω. Συγκεκριμένα, πρέπει να προβλέπουν συγκεκριμένες ενέργειες αν π.χ. κάποιο από τα ενδιάμεσα δίκτυα τεθεί εκτός ενεργείας λόγω βλάβης, ή καταστεί υπερβολικά απασχολημένο, μη καταφέροντας να διεκπεραιώσει την τηλεπικοινωνιακή κίνηση που του προσφέρεται. Καθίσταται επομένως σαφής η αναγκαιότητα καθορισμού εναλλακτικών διαδρομών προώθησης της παντός φύσεως τηλεπικοινωνιακής κίνησης, ώστε ο πάροχος να εγγυάται την εξυπηρέτηση του πελάτη του. Στην πράξη, οι διαχειριστές κάθε δικτύου κατασκευάζουν, βάσει παραμέτρων όπως ο φόρτος εργασίας, το κόστος, ο χρόνος προώθησης κλπ, και με εφαρμογή συγκεκριμένων αλγορίθμων, πίνακες δρομολόγησης στους οποίους αναφέρονται οι εναλλακτικές διαδρομές μετάδοσης, από τις οποίες επιλέγεται κάθε φορά η βέλτιστη, βάσει των προτεραιοτήτων που θέτει κάθε αλγόριθμος.

Ο πλέον σύγχρονος αλγόριθμος δρομολόγησης σε δίκτυα PSTN, που χρησιμοποιείται από μεγάλους παρόχους παγκοσμίως, όπως η British Telecom, είναι ο αλγόριθμος Δυναμικής Εναλλακτικής Δρομολόγησης, Dynamic Alternative Routing (DAR) [4]. Σύμφωνα με τον DAR, όταν η πρώτη προτεραιότητας διαδρομή αδυνατεί να διεκπεραιώσει μια νέα κλήση, λόγω κυρίως υπερβολικού φόρτου, επιλέγεται με στοχαστικές μεθόδους η εναλλακτική διαδρομή με τη μικρότερη κίνηση.

Στα σύγχρονα δίκτυα πάντως, με τις δυνατότητες κινητικότητας και φορηότητας αριθμού κλήσης, η συλλογιστική της δρομολόγησης παραμένει μεν βασισμένη στην επιλογή της βέλτιστης μεταξύ διαφόρων εναλλακτικών διαδρομών, αλλά δεν μπορεί να γίνεται βάσει των προθεμάτων, όπως στα δίκτυα PSTN [5]. Η κατάσταση γίνεται ακόμα πιο περίπλοκη αν αναλογιστεί κανείς την επί του παρόντος παράλληλη χρήση δικτύων PSTN και δικτύων δεδομένων. Και αυτό καθότι η ύπαρξη μιας ολόκληρης εναλλακτικής υποδομής όπως τα σύγχρονα δίκτυα μεταφοράς ψηφιακών δεδομένων καθίσταται ιδιαίτερα ελκυστική για εναλλακτική δρομολόγηση και της κίνησης των δικτύων PSTN. Στο επίπεδο αυτό, η δρομολόγηση της VoIP τηλεφωνίας που συνδυάζει λειτουργίες του δικτύου PSTN και σύγχρονων δικτύων IP, υλοποιείται χρησιμοποιώντας τα δυο δίκτυα ως εναλλακτικά, βάσει των παραμέτρων που έχουν ήδη συζητηθεί, με τη χρήση απλών συσκευών μετατροπής του PSTN σήματος σε πακέτα δεδομένων IP και αντιστρόφως [6],[7].

Η λογική της εναλλακτικής δρομολόγησης της κίνησης των δικτύων σε νεότερης τεχνολογίας δίκτυα έχει επεκταθεί και σε δορυφορικά δίκτυα [8]. Επίσης, δορυφορικά δίκτυα χρησιμοποιούνται για τη μετάδοση των πληροφοριών που θα καθορίσουν την εκάστοτε βέλτιστη διαδρομή [9], πρόβλημα που ανέκαθεν υπήρχε, δεδομένης της μεγάλης γεωγραφικής έκτασης επί της οποίας απαιτείται να γίνει η δρομολόγηση, σε συνδυασμό με τον τοπικό χαρακτήρα της επιλογής.

Τέλος, σε επίπεδο πλέον αμιγώς ψηφιακό, έχουν προταθεί αλγόριθμοι εναλλακτικής δρομολόγησης τόσο σε δίκτυα που χρησιμοποιούνται αμιγώς για μεταφορά δεδομένων IP [10], όσο και σε δίκτυα οπτικών ινών [11].

Συμπερασματικά, καταλήγουμε στο ότι η ιδέα της εναλλακτικής δρομολόγησης τυγχάνει ευρύτατης εφαρμογής στις παντός φύσεως τηλεπικοινωνίες, ως απόρροια της απαίτησης για ποιοτική παροχή υπηρεσιών. Η μελέτη επομένως των επιδόσεων των δικτύων εναλλακτικής δρομολόγησης, από άποψης παρεχόμενου GoS, αποτελεί σημαντικό πεδίο επιστημονικής αναζήτησης.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

### ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ GoS ΣΕ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΚΑ

### ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΠΩΛΕΙΩΝ

#### **A. Γενικά**

Είδαμε στα προηγούμενα ότι η παράμετρος GoS που χαρακτηρίζει – μέσω του καθορισμού της ποιότητας των παρεχόμενων υπηρεσιών προς τους συνδρομητές – την επίδοση ενός συστήματος σχετίζεται αφενός μεν με τη στατιστική υφή της ζήτησης πόρων και του χρόνου κατάληψης αυτών, αφετέρου δε με τους πόρους αυτούς καθαυτούς. Αναφέρθηκε επίσης ότι η έκφραση του GoS, ως

$$B = \frac{\text{Συνολικός Αριθμός Κλήσεων που Αποκλείονται}}{\text{Συνολικός Αριθμός Κλήσεων που Προσφέρονται στο Σύστημα}}$$

παραπέμπει στον ορισμό της πιθανότητας μια κλήση που καταφθάνει στο σύστημα και απαιτεί πόρους για να εξυπηρετηθεί να αποκλείεται τελικά από το σύστημα.

Αυτό που έπεται είναι ο υπολογισμός αυτής της πιθανότητας, δεδομένων των πόρων του συστήματος, του ρυθμού με τον οποίο καταφθάνουν κλήσεις στο σύστημα και του μέσου χρόνου που κάθε κλήση καταλαμβάνει τους πόρους που απαιτεί η εξυπηρέτησή της. Θα εξεταστεί αρχικά η μεθοδολογία για τον υπολογισμό της πιθανότητας απώλειας μιας κλήσης σε ένα σύστημα απωλειών με  $s$  εξυπηρετητές (servers). Θα αναλυθεί η συλλογιστική, καθώς και η προκύπτουσα φόρμουλα Erlang B, που αποτελεί τον ευρύτερα διαδεδομένο τρόπο υπολογισμού της πιθανότητας απώλειας μιας κλήσης. Ακολούθως θα αναλυθεί η φόρμουλα των Kaufman – Roberts, που χρησιμοποιείται όταν έχουμε κλήσεις με διαφορετικές απαιτήσεις σε αριθμό εξυπηρετητών (πολυδιάστατη κίνηση). Είναι λογικό να εξετάσουμε κάτι τέτοιο, δεδομένου ότι τα σύγχρονα δίκτυα εξυπηρετούν πολλές κατηγορίες κίνησης, από την κλασική τηλεφωνία, μέχρι streaming video και από μεταφορά δεδομένων μέχρι αποστολή μηνυμάτων SMS μέσω των κινητών τηλεφώνων. Αυτά τα είδη τηλεπικοινωνιακής κίνησης έχουν προφανώς διαφορετικές απαιτήσεις σε εύρος ζώνης, είναι δε δυνατόν και σύνηθες, να «ανταγωνίζονται» ταυτόχρονα για τους ίδιους πόρους.

#### **B. Αρχικές Παραδοχές – Συνθήκες**

Θα προχωρήσουμε με τον καθορισμό ορισμένων μεγεθών και εννοιών που θα χρησιμοποιηθούν στην ανάλυση των δυο τεχνικών που προαναφέρθηκαν, αλλά και στη συνέχεια της εργασίας γενικώς.

## 1. Διαδικασία Άφιξης Κλήσεων σε Σύστημα Απωλειών[2, Κεφ.1]

Υπάρχουν διάφοροι τρόποι στατιστικής περιγραφής της διαδικασίας άφιξης των κλήσεων σε ένα σύστημα. Στην παρούσα ανάλυση θα θεωρήσουμε τον τυχαίο τρόπο άφιξης, ενώ όπως θα δούμε παρακάτω, υπάρχουν περιπτώσεις όπου η διαδικασία άφιξης των κλήσεων δεν είναι τυχαία. Με τον όρο «τυχαία» εννοούμε ουσιαστικά ότι οι συνδρομητές που επιλέγουν να επικοινωνήσουν διαμέσου του προς μελέτη δικτύου δεν ακολουθούν κάποια συγκεκριμένη στρατηγική όσον αφορά το πότε θα αιτηθούν εξυπηρέτηση. Με στατιστικούς όρους αυτό σημαίνει:

α. Η πιθανότητα να φτάσει μια κλήση στο σύστημα σε κάποιο χρονικό διάστημα  $(t, t+\Delta t]$  με  $\Delta t \rightarrow 0$ , τείνει σε  $\lambda \Delta t$ , δεν εξαρτάται δηλαδή από το  $t$ , με το  $\lambda$  να είναι σταθερό. Το γεγονός ότι η πιθανότητα αυτή δεν εξαρτάται από το  $t$  σημαίνει ότι είναι ανεξάρτητη από οποιαδήποτε γνώση του παρελθόντος χρόνου, δηλαδή την εξέλιξη της διαδικασίας μέχρι τη στιγμή  $t$ .

β. Η πιθανότητα δυο ή περισσότερες κλήσεις να φθάνουν ταυτόχρονα στο σύστημα τείνει στο μηδέν.

γ. Οι κλήσεις γεννώνται ανεξάρτητα η μια από την άλλη.

Όταν ισχύει η υπόθεση (α), η τυχαία διαδικασία άφιξης κλήσεων καλείται Poisson. Επιπλέον, αν η ανεξαρτησία ως προς το  $t$  ισχύει για κάθε  $t$ , η διαδικασία ονομάζεται Μαρκοβιανή [1, Κεφ.3]. Προκύπτει, η απόδειξη απαντάται στο [2, Κεφ.1], ότι η πιθανότητα να προκύψουν  $x$  κλήσεις σε χρονικό διάστημα  $t$  δίνεται από τη σχέση:

$$f(x, t) = \frac{(\lambda t)^x}{x!} e^{-\lambda t}$$

Αυτή είναι η κατανομή Poisson, με μέση τιμή και διασπορά ως εξής:

$$E = \lambda t \quad \sigma^2 = \lambda t$$

Όπως προκύπτει από τα χαρακτηριστικά της Poisson Κατανομής, οι τυχαίες αφίξεις κλήσεων χαρακτηρίζονται από λόγο διασποράς ( $\sigma^2$ ) προς μέση τιμή ( $E$ ) ίσο με 1. Η συγκεκριμένη έκφραση  $\sigma^2 / E$  ονομάζεται δείκτης διασποράς (Index of variance, peakedness factor) και συμβολίζεται με  $Z$  [1, Κεφ.8]. Ο δείκτης διασποράς, ή πιο απλά παράμετρος  $Z$ , εκφράζει τη χρονική μεταβλητότητα της διαδικασίας αφίξεων, δηλαδή το κατά πόσο τα στατιστικά χαρακτηριστικά αυτής παραμένουν ή όχι σταθερά κατά την χρονική εξέλιξή της. Στην περίπτωση της κατανομής Poisson, ισχύει  $Z=1$ , εφόσον η διαδικασία είναι Μαρκοβιανή, όπως ορίστηκε ανωτέρω. Αξίζει εδώ να σημειωθεί ότι κάθε διαδικασία με  $Z=1$  μπορεί να αναλυθεί με βάση τις αλυσίδες Markov, και αντίστροφα, για μη Μαρκοβιανές διαδικασίες, ισχύει  $Z \neq 1$ , γεγονός που σημαίνει ότι τα στατιστικά χαρακτηριστικά της διαδικασίας μεταβάλλονται ως προς το

χρόνο. Συναφώς, μια διαδικασία με  $Z \neq 1$  δεν είναι δυνατό να αναλυθεί μέσω της μαρκοβιανής συλλογιστικής.

Από την παραπάνω σχέση για την πιθανότητα άφιξης, προκύπτει ότι η πιθανότητα να καταφθάσουν 0 κλήσεις στο χρονικό διάστημα  $(0, t]$  είναι  $e^{-t\lambda}$ . Επομένως, η πιθανότητα το μεσοδιάστημα δυο αφίξεων να είναι μικρότερο του  $t$  είναι  $1 - e^{-t\lambda}$ . Πρόκειται για την εκθετική κατανομή, με μέσο  $\lambda^{-1}$ , που χαρακτηρίζει το χρόνο που μεσολαβεί μεταξύ δυο αφίξεων κλήσεων.

Τα στατιστικά χαρακτηριστικά της τυχαίας κίνησης είναι ιδιαίζουσας σημασίας, εφόσον το γεγονός ότι αυτά παραπέμπουν σε Μαρκοβιανή διαδικασία διέπει εν πολλοίς τη μελέτη που ακολουθεί. Περιπτώσεις κίνησης με παράμετρο  $Z \neq 1$  δεν μπορούν να περιγραφούν με τη μαρκοβιανή συλλογιστική, και αυτό θα δούμε παρακάτω τι επιπτώσεις έχει.

## 2. Χρόνος Εξυπηρέτησης των Κλήσεων σε Σύστημα Απωλειών

Το μέγεθος αυτό πρέπει επίσης να καθοριστεί επαρκώς, εφόσον δηλώνει το χρόνο για τον οποίο οι πόροι που απαιτεί μια κλήση είναι κατειλημμένοι και επομένως μη διαθέσιμοι για τις τυχόν προσφερόμενες νέες κλήσεις κατά το διάστημα αυτό. Θα θεωρήσουμε επίσης τυχαίο αυτό το χρόνο, ορίζοντας ως  $\mu$  τον αριθμό των κλήσεων που εξυπηρετούνται στη μονάδα του χρόνου. Από τα προηγούμενα που αφορούν τη διαδικασία Poisson, προκύπτει ότι ο χρόνος εξυπηρέτησης μιας κλήσης,  $1/\mu$ , ακολουθεί την εκθετική κατανομή. Ισχύουν επίσης οι όροι  $(\beta)$  και  $(\gamma)$  της παραγράφου B.1, δηλαδή το  $\mu$  παραμένει σταθερό καθ' όλη τη διάρκεια της μελέτης και σε χρονικό διάστημα ίσο με  $1/\mu$  είναι δυνατή η διεκπεραίωση το πολύ μιας κλήσης. Η τελευταία έκφραση σημαίνει ότι αν σε χρόνο  $t$  υπάρχουν  $k$  κλήσεις στο σύστημα, σε ένα διάστημα  $\Delta t \rightarrow 0$  οι κλήσεις θα είναι τουλάχιστον  $k-1$ . Πράγματι, αν στο σύστημα υπάρχουν  $k$  κλήσεις, τότε σε ένα πολύ μικρό  $\Delta t$  μπορεί είτε να γεννηθεί μια κλήση, είτε να εξυπηρετηθεί μια κλήση και να αποχωρήσει, είτε τίποτε από τα δύο. Άρα ο μικρότερος αριθμός κλήσεων που θα έχουν απομείνει στο σύστημα θα είναι  $k-1$ .

## 3. Η Έννοια του Φορτίου Κίνησης $\alpha$

Ως φορτίο κίνησης  $\alpha$  ορίζεται η συνολική διάρκεια όλων των κλήσεων σε ένα σύστημα, εντός ενός χρονικού διαστήματος αναφοράς [1, Κεφ.1]. Όπως προκύπτει από τον ορισμό του, το  $\alpha$  είναι αδιάστατο μέγεθος, εφόσον είναι πηλίκο χρόνου προς χρόνο. Ωστόσο, έχει οριστεί ως μονάδα μέτρησής του το erlang, προς τιμήν του Δανού μαθηματικού A. K. Erlang, που ήταν ο πρώτος που ασχολήθηκε με ζητήματα τηλεπικοινωνιακής κίνησης. Το erlang ορίζεται με χρόνο αναφοράς τη μια ώρα.

Το φορτίο κίνησης χαρακτηρίζεται από τις εξής ιδιότητες [1, Κεφ.1]:

α. Αν  $c$  είναι ο αριθμός των κλήσεων που φτάνουν σε ένα σύστημα και, ως ανωτέρω,  $1/\mu$  είναι ο μέσος χρόνος που διαρκεί κάθε κλήση, τότε  $\alpha = c \cdot (1/\mu)$



β. Το φορτίο κίνησης ισούται με τον αριθμό των κλήσεων που φτάνουν σε ένα σύστημα σε χρόνο ίσο με το μέσο χρόνο εξυπηρέτησής τους.

γ. Το φορτίο κίνησης που διεκπεραιώνεται από έναν εξυπηρετητή είναι ίσο με την πιθανότητα αυτός ο εξυπηρετητής να είναι κατειλημμένος.

δ. Το φορτίο κίνησης που εξυπηρετείται από ένα σύστημα, ισούται με το μέσο αριθμό κατειλημμένων εξυπηρετητών αυτού.

Από τις ανωτέρω ιδιότητες του φορτίου κίνησης προκύπτει ότι  $\alpha = \lambda / \mu$ , όπως ορίζονται τα  $\lambda$  και  $\mu$  ανωτέρω.

#### 4. Μοντελοποίηση του Συστήματος Απωλειών [19]

Θεωρούμε ένα σύστημα απωλειών, δηλαδή ένα σύστημα στο οποίο οι κλήσεις που καταφθάνουν και βρίσκουν όλους τους πόρους κατειλημμένους αποκλείονται από αυτό χωρίς να επηρεάζουν, με οιονδήποτε τρόπο, τις κλήσεις που ήδη εξυπηρετούνται.. Ένα τέτοιο σύστημα, με πεπερασμένο αριθμό πόρων (εξυπηρετητών, γραμμών κλπ) ίσο με  $s$ , και με διαδικασίες άφιξης και εξυπηρέτησης τυχαίες, όπως έχουν ήδη οριστεί ανωτέρω, θα συμβολίζεται ως  $M/M/s(0)$  (συμβολισμός κατά Kendall). Ο πρώτος όρος  $M$  (Markov) εκφράζει την κατανομή πιθανότητας των χρονικών διαστημάτων μεταξύ των διαδοχικών αφίξεων, η οποία είναι η εκθετική. Ο δεύτερος όρος  $M$  (Markov) εκφράζει την κατανομή του χρόνου εξυπηρέτησης των κλήσεων, η οποία είναι επίσης η εκθετική. Τέλος, ο όρος  $s(0)$  σημαίνει ότι δεν υπάρχει ουρά αναμονής στο σύστημα. Συνοψίζουμε στα ακόλουθα:

α. Ο μέσος ρυθμός άφιξης κλήσεων είναι σταθερός και ίσος με  $\lambda$  στη μονάδα του χρόνου.

β. Ο μέσος ρυθμός εξυπηρέτησης είναι  $\mu$ , επίσης σταθερός.

γ. Το σύστημα έχει  $s$  εξυπηρετητές.

δ. Λόγω της φύσεως των κατανομών άφιξης και εξυπηρέτησης των κλήσεων, το σύστημα καλείται Μαρκοβιανό, και επομένως μπορεί να εφαρμοστεί η μαρκοβιανή συλλογιστική ανάλυσης. Αρκούμεστε σε αυτή τη δήλωση επί του παρόντος, αφού η μαρκοβιανή ανάλυση θα αναφερθεί στη συνέχεια λεπτομερώς. Αυτό που κυρίως μας ενδιαφέρει, είναι ότι τα στατιστικά χαρακτηριστικά των κλήσεων μας επιτρέπουν να εφαρμόσουμε την ανάλυση αυτή.

#### **Γ. Ανάλυση Συστήματος που εξυπηρετεί μια Κατηγορία Κλήσεων [1, Κεφ.2]**

Θα θεωρήσουμε ένα σύστημα απωλειών με τις παραμέτρους της παραγράφου Β.4. Ορίζουμε ως  $N(t)$  τον αριθμό των κλήσεων που υπάρχουν και εξυπηρετούνται στο σύστημα τη χρονική στιγμή  $t$ . Όπως είδαμε ότι ισχύει για ένα μαρκοβιανό σύστημα, για ένα χρονικό διάστημα  $\Delta t \rightarrow 0$  υπάρχουν οι εξής δυνατότητες:

α. Κατά το διάστημα  $[t, t+\Delta t]$  καμία νέα κλήση δεν καταφθάνει στο σύστημα και καμία από τις εξυπηρετούμενες κλήσεις δεν τερματίζεται.

β. Κατά το διάστημα  $[t, t+\Delta t]$  μία νέα κλήση καταφθάνει στο σύστημα.

γ. Κατά το διάστημα  $[t, t+\Delta t]$  μία από τις εξυπηρετούμενες κλήσεις τερματίζεται και αποχωρεί από το σύστημα.

Επομένως το γεγονός  $N(t+\Delta t) = r$ , δηλαδή τη χρονική στιγμή  $t+\Delta t$  να υπάρχουν και να εξυπηρετούνται από το σύστημα  $r$  κλήσεις, μπορεί να προκύψει από ένα από τα παρακάτω γεγονότα:

α.  $N(t) = r$  και καμία νέα κλήση δεν καταφθάνει στο σύστημα, ούτε τερματίζεται κάποια από τις ήδη εξυπηρετούμενες  $r$  κλήσεις στο  $\Delta t$ .

β.  $N(t) = r - 1$ , και μια νέα κλήση καταφθάνει στο σύστημα στο  $\Delta t$ .

γ.  $N(t) = r + 1$ , και μια από τις  $r + 1$  κλήσεις τερματίζεται στο διάστημα  $\Delta t$ .

Γνωρίζοντας ότι ο ρυθμός άφιξης κλήσεων είναι  $\lambda$  και ο ρυθμός εξυπηρέτησης είναι  $\mu$ , σε όρους πιθανοτήτων έχουμε αντίστοιχα:

$$\alpha. \quad P_r(t) * (1 - \lambda * \Delta t - r * \mu * \Delta t) \quad (2.1)$$

$$\beta. \quad P_{r-1}(t) * \lambda * \Delta t \quad (2.2)$$

$$\gamma. \quad P_{r+1}(t) * (r + 1) * \mu * \Delta t \quad (2.3)$$

Προφανώς, από τα παραπάνω προκύπτει ότι η πιθανότητα τη χρονική στιγμή  $t+\Delta t$  να υπάρχουν  $r$  κλήσεις στο σύστημα είναι το άθροισμά (2.1) + (2.2) + (2.3), δηλαδή:

$$P_r(t + \Delta t) = P_r(t) * (1 - \lambda * \Delta t - r * \mu * \Delta t) + P_{r-1}(t) * \lambda * \Delta t + P_{r+1}(t) * (r + 1) * \mu * \Delta t \quad (2.4)$$

Από την (2.4), με αναδιάταξη των όρων και διαίρεση με  $\Delta t$ , έχουμε

$$\frac{P_r(t+\Delta t) - P_r(t)}{\Delta t} = \lambda * P_{r-1}(t) - (\lambda + r * \mu) * P_r(t) + (r + 1) * \mu * P_{r+1}(t) \quad (2.5)$$

Αν θεωρήσουμε  $\Delta t \rightarrow 0$  και θέσουμε το αντίστοιχο όριο στο αριστερό μέλος της (2.5), λαμβάνουμε την παράγωγο:

$$\frac{dP_r(t)}{dt} = \lambda * P_{r-1}(t) - (\lambda + r * \mu) * P_r(t) + (r + 1) * \mu * P_{r+1}(t) \quad (2.6)$$

Σε σταθερή κατάσταση,  $\frac{dP_r(t)}{dt} = 0$ , οπότε η (2.6) καταλήγει:

$$\lambda * P_{r-1} - (\lambda + r * \mu) * P_r + (r + 1) * \mu * P_{r+1} = 0 \quad (2.7)$$

Οι πιθανότητες ύπαρξης  $r-1, r, r+1$  κλήσεων αντίστοιχα είναι πλέον απαλλαγμένες από την εξάρτηση του χρόνου. Αυτό πραγματοποιείται θεωρώντας  $t \rightarrow \infty$ , οπότε οδηγούμαστε σε μια μοναδική πιθανοτική κατανομή ύπαρξης κλήσεων, ανεξάρτητη από την πρότερη κατάσταση, όπως έχουμε ήδη αναλύσει ότι μπορεί να ισχύσει για μαρκοβιανά συστήματα. Αυτό είναι το νόημα της σταθερής κατάστασης που αναφέρεται παραπάνω.

Από τη σχέση (2.7), και λαμβάνοντας τις αντίστοιχες εξισώσεις για  $r = 0$ , ως  $r = i - 1$ , για  $i = 1, 2, \dots, s$ , με  $P_i = 0$  για  $i = -1$  &  $i = s+1$ , και ορίζοντας  $\alpha = \lambda/\mu$ , λαμβάνουμε τον εξής αναδρομικό τύπο:

$$P_i = \frac{\alpha}{i} P_{i-1}$$

ο οποίος αν εφαρμοστεί για διαδοχικές τιμές του  $i$  όπως τις ορίσαμε ανωτέρω, δίνει τελικά, [1, Κεφ.2]

$$P_i = \frac{\alpha^i}{i!} P_0 \quad (2.8)$$

όπου  $P_0$  είναι η πιθανότητα να μην υπάρχει καμία κλήση στο σύστημα.

Προφανώς  $\sum_{i=0}^s P_i = 1$ . Αν διαχωρίσουμε την  $P_0$ ,

$$P_0 + \sum_{i=1}^s P_i = 1$$

και αν σε αυτή τη σχέση εισάγουμε την (2.8), βγάζοντας κοινό παράγοντα το  $P_0$ , προκύπτει ότι

$$P_0 = \left( \sum_{i=0}^s \frac{\alpha^i}{i!} \right)^{-1}$$

Αντικαθιστώντας την παραπάνω σχέση στην (2.8), προκύπτει, για  $i = r$ , δηλαδή για την πιθανότητα ύπαρξης  $r$  κλήσεων στο σύστημα:

$$P_r = \frac{\frac{\alpha^r}{r!}}{\sum_{i=0}^s \frac{\alpha^i}{i!}} \quad (2.9)$$

Αν θεωρήσουμε ότι για κάθε κλήση απαιτείται 1 εξυπηρετητής, τότε η πιθανότητα μια κλήση που εισέρχεται στο σύστημα να αντιμετωπίζει πλήρη κάλυψη αυτού, δηλαδή να είναι και οι  $s$  εξυπηρετητές κατειλημμένοι, οπότε η κλήση να αποκλείεται, είναι η (2.9) για  $r = s$ :

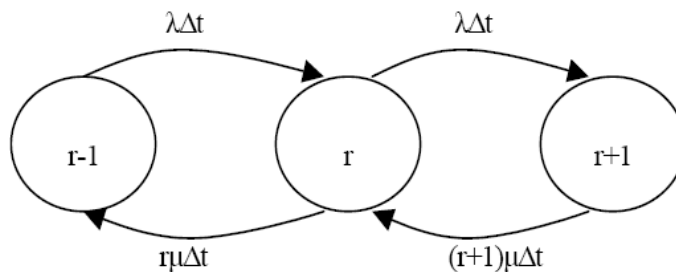
$$P_s = \frac{\frac{\alpha^s}{s!}}{\sum_{i=0}^s \frac{\alpha^i}{i!}} \quad (2.10)$$

Επομένως, η σχέση (2.10) παρέχει το GoS για σύστημα με  $s$  εξυπηρετητές, που καλείται να διεκπεραιώσει φορτίο κίνησης  $\alpha$ . Στην αντίστροφη λογική, η (2.10) δίνει τον αριθμό των εξυπηρετητών που απαιτούνται για προκαθορισμένο GoS, με δεδομένα τα στατιστικά χαρακτηριστικά της προσφερόμενης κίνησης. Η σχέση (2.10) ονομάζεται φόρμουλα Erlang B.

Μια τελευταία παρατήρηση στην ενότητα αυτή, αφορά τη διαγραμματική απεικόνιση των μεταπτώσεων, δηλαδή τις μεταβάσεις μεταξύ καταστάσεων  $(r-1), (r), (r+1)$ . Αν πολλαπλασιάσουμε την (2.7) με  $\Delta t$ , παίρνουμε:

$$\lambda * P_{r-1} * \Delta t - (\lambda + r * \mu) * P_r * \Delta t + (r + 1) * \mu * P_{r+1} * \Delta t = 0 \quad (2.11)$$

Επιπλέον, διαγραμματικά έχουμε:



**Σχ.2.1: Διάγραμμα Μεταπτώσεων Καταστάσεων M/M/s(0)**

Παρατηρώντας το διάγραμμα και σε συνδυασμό με την εξής αναδιάταξη της (2.11):

$$\lambda * P_{r-1} * \Delta t + (r + 1) * \mu * P_{r+1} * \Delta t = (\lambda + r * \mu) * P_r * \Delta t$$

συμπεραίνουμε ότι το μεν αριστερό μέλος εκφράζει τους ρυθμούς με τους οποίους είναι δυνατόν να καταλήξουμε στην κατάσταση όπου  $r$  κλήσεις υπάρχουν και εξυπηρετούνται στο σύστημα, ενώ το δεξιό τους ρυθμούς «εξόδου» από την  $r$ . Το γεγονός ότι οι δυο ρυθμοί είναι ίσοι, εκφράζει την ιδιότητα της σφαιρικής ισορροπίας (global balance), έννοιας θεμελιώδους για τα μαρκοβιανά συστήματα [1, Κεφ.2].

#### Δ. Μελέτη Συστημάτων Πολυδιάστατης Κίνησης

Η ανάλυση που προηγήθηκε ουσιαστικά καθίσταται ελλιπής λόγω της σύγχρονης πρακτικής των τηλεπικοινωνιακών δικτύων, που παρέχουν ενοποιημένες υπηρεσίες τηλεπικοινωνίας, π.χ. διαδικτυακή σύνδεση, υπηρεσίες φωνής κλπ. Οι υπηρεσίες αυτές απαιτούν συνήθως ανόμοιες ποσότητες πόρων, που τους δεσμεύουν για διαφορετικούς χρόνους. Ως εκ τούτου, η ανάλυσή μας θα πρέπει να επεκταθεί για δίκτυα που εξυπηρετούν διαφορετικές κατηγορίες κίνησης, με διαφορετικές απαιτήσεις σε εύρος ζώνης, και προφανώς διαφορετικά στατιστικά χαρακτηριστικά αφίξεων και εξυπηρέτησης. Παρόλα αυτά, η ιδέα της τυχαίας κίνησης εφαρμόζεται και εδώ, οπότε συναφώς ακολουθείται η λογική της μαρκοβιανής ανάλυσης.

Η γενικότερη ανάλυση τέτοιων συστημάτων έχει μελετηθεί εκτενώς [1, Κεφ.6], [2, Κεφ.7] και έχουν προταθεί διάφορες προσεγγίσεις. Θα περιοριστούμε σε μια από τις πλέον δημοφιλείς μελέτες, η οποία καταλήγει στον ακριβή αναδρομικό τύπο των Kaufman – Roberts [12],[13].

Προκειμένου να καταστεί κατανοητή η ανωτέρω προσέγγιση, θα μελετηθεί ένα σύστημα με την εξής μοντελοποίηση [19]:

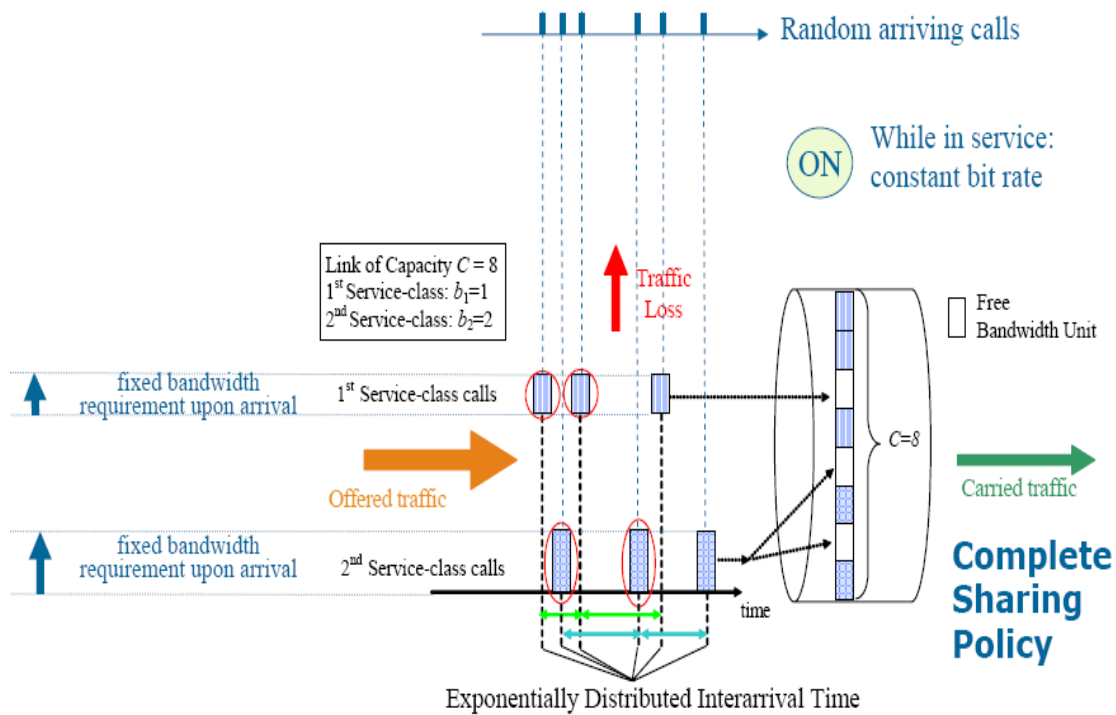
1. Θεωρούμε ότι εξυπηρετούνται δυο κατηγορίες κλήσεων με στατιστικά χαρακτηριστικά τυχαίας κίνησης  $(\lambda_1, \mu_1)$  και  $(\lambda_2, \mu_2)$ .

2. Το σύστημα αποτελείται από  $C$  εξυπηρετητές, στους οποίους οι νέες κλήσεις των δυο κατηγοριών έχουν πλήρη πρόσβαση. Αυτό σημαίνει ότι όποια νέα κλήση, οιασδήποτε κατηγορίας, βρίσκει τους απαιτούμενους πόρους που χρειάζεται για να εξυπηρετηθεί ελεύθερους τους δεσμεύει και εξυπηρετείται. Τέτοια συστήματα καλούνται συστήματα πλήρους διάθεσης (complete sharing systems). Ο αναγνώστης μπορεί να ανατρέξει στο [2, Κεφ.7] για την μελέτη συστημάτων περιορισμένης διάθεσης του εύρους ζώνης, όπου δηλαδή δεν έχουν όλες οι κατηγορίες κλήσεων ελεύθερη πρόσβαση σε όλους τους πόρους (εξυπηρετητές) του συστήματος.

3. Κάθε κατηγορία αντίστοιχα απαιτεί  $b_1$  και  $b_2$  εξυπηρετητές, οι οποίοι δεν χρειάζεται να είναι διαθέσιμοι στη σειρά. Αν π.χ.  $b_2=3$ ,  $C=8$  και είναι διαθέσιμοι οι εξυπηρετητές υπ' αριθμόν 2, 5, 7, τότε μια κλήση της κατηγορίας 2 που καταφθάνει θα εξυπηρετηθεί.

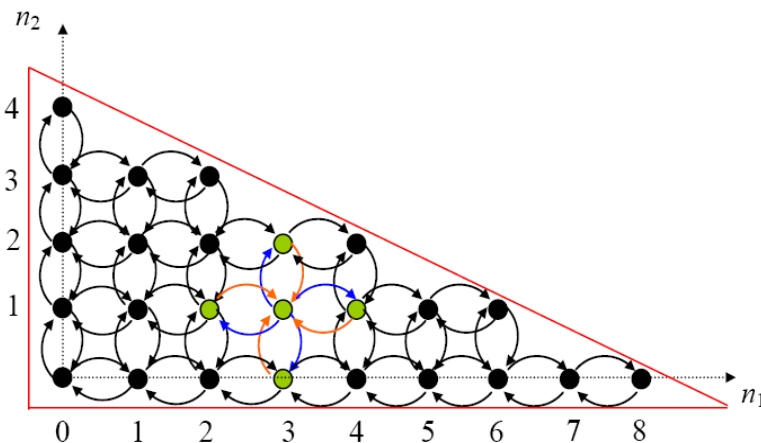
4. Επιθυμώντας να δώσουμε αριθμητική υπόσταση στη μελέτη μας, θεωρούμε  $b_1=1$ ,  $b_2=2$ ,  $C=8$ .

Τα παραπάνω συνοψίζονται σχηματικά ως εξής:



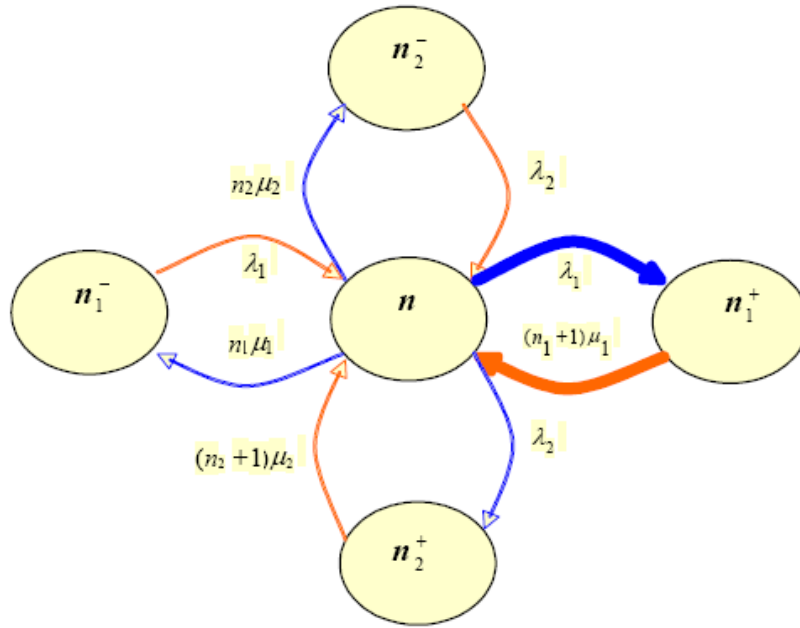
**Σχ.2.2: Μοντέλο Εξυπηρέτησης 2 Κατηγοριών Κλήσεων [19]**

Τα αντίστοιχα διαγράμματα καταστάσεων, σύμφωνα με τη μαρκοβιανή ανάλυση, είναι πλέον δισδιάστατα, (ή  $K$ -διάστατα για  $K$  κατηγορίες εξυπηρετούμενων από το σύστημα κλήσεων) με αυτό του παραδείγματός μας να έχει ως εξής:



**Σχ.2.3: Διάγραμμα Καταστάσεων 2 Κατηγοριών Κλήσεων [19]**

Στον κάθετο άξονα παριστάνονται οι κλήσεις της κατηγορίας 2, έστω  $n_2$ , ενώ στον οριζόντιο αυτές της κατηγορίας 1, έστω  $n_1$ . Προφανώς, θα πρέπει  $n_1 * b_1 + n_2 * b_2 \leq C$ . Αυτή η συνθήκη περιορισμού εκφράζεται από την υποτείνουσα του σχηματιζόμενου ορθογώνιου τριγώνου και αποτελεί το όριο συνδυασμών  $(n_1, n_2)$  που μπορεί να εξυπηρετήσει το σύστημα. Οι εν λόγω συνδυασμοί παριστάνονται ως σφαίρες εντός του τριγώνου. Επίσης, έχουν παρατεθεί και οι μεταβάσεις από κατάσταση σε κατάσταση, σύμφωνα με τη μαρκοβιανή ανάλυση. Μια λεπτομέρεια του ανωτέρω σχήματος έχει ως εξής:



**Σχ.2.4: Διάγραμμα Μετάβασης Καταστάσεων [19]**

Στο παραπάνω σχήμα, έχουμε μια κατάσταση  $n := (n_1, n_2)$  από την οποία μπορούμε να μεταβούμε, σύμφωνα με τη μαρκοβιανή λογική, στις  $n_1^+ := (n_1 + 1, n_2)$ ,  $n_2^+ := (n_1, n_2 + 1)$ ,  $n_1^- := (n_1 - 1, n_2)$  και  $n_2^- := (n_1, n_2 - 1)$  με τους αντίστοιχους ρυθμούς μετάβασης. Πέραν της σφαιρικής ισορροπίας που είδαμε παραπάνω, ορίζουμε και την έννοια της τοπικής ισορροπίας [1, Κεφ.2], επίσης άρρηκτα συνυφασμένη με μαρκοβιανά συστήματα. Σύμφωνα με αυτήν, ο ρυθμός με τον οποίο μεταβαίνουμε από μια κατάσταση σε μια άλλη με αύξηση κατά 1 των κλήσεων της μιας κατηγορίας, ισούται με τον ρυθμό της αντίστροφης μετάβασης. Για παράδειγμα, στο σχήμα έχουμε:

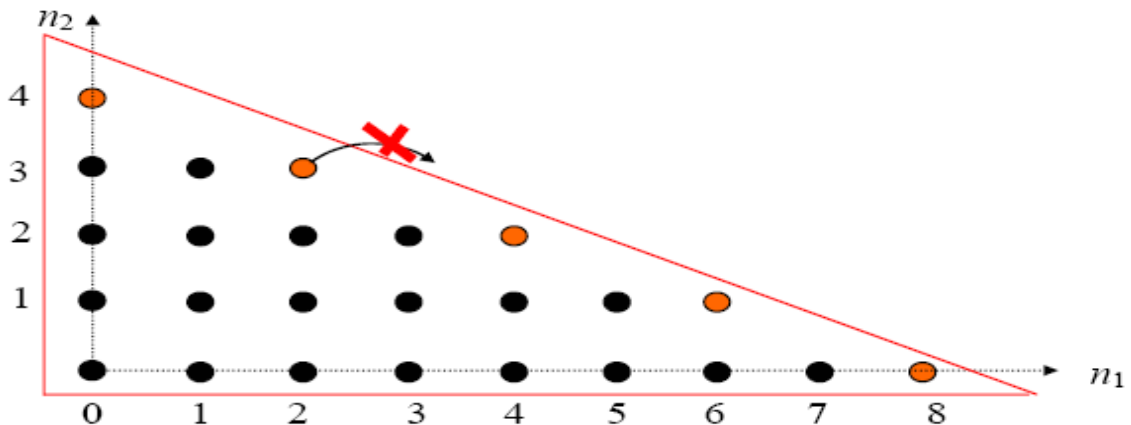
$$\lambda_1 * P(n) = (n_1 + 1) * \mu_1 * P(n_1^+)$$

Η λογική της παραπάνω ανάλυσης καταλήγει σε μια επίλυση μορφής γινομένου [1, Κεφ.6], που παρέχει ανά πάσα στιγμή την πιθανότητα να βρισκόμαστε σε μια κατάσταση  $n := (n_1, n_2)$ . Γενικά για  $K$  κατηγορίες κλήσεων, η πιθανότητα μόνιμης κατάστασης (με  $n_i$  κλήσεις για την κατηγορία  $i$ ) δίνεται από τον τύπο

$$P(n) = \frac{\prod_{i=1}^K \frac{a_i^{n_i}}{n_i!}}{\sum_{n \in \Omega} \left( \prod_{i=1}^K \frac{a_i^{n_i}}{n_i!} \right)}$$

Η πιθανότητα απώλειας μια κλήσης της κατηγορίας 1, θα ισούται με την πιθανότητα να βρισκόμαστε σε μια από τις «οριακές» καταστάσεις του Σχ.2, δηλαδή σε κατάσταση τέτοια ώστε να είναι

αδύνατη η μετάβαση στην  $n_1^+$ . Στο παρακάτω σχήμα, φαίνονται οι «οριακές» καταστάσεις για την κατηγορία 1, με πορτοκαλί χρώμα.



**Σχ.2.5: «Οριακές» Καταστάσεις για την Κατηγορία 1 [19]**

Άρα η πιθανότητα απώλειας για την κατηγορία 1 θα είναι το άθροισμα των πιθανοτήτων να βρεθούμε στις καταστάσεις αυτές, καθότι πρόκειται για ανεξάρτητα μεταξύ τους γεγονότα.

Η παραπάνω μέθοδος, που είναι όπως είπαμε μορφής γινομένου, είναι ακριβής, αλλά δύσκολη στην εφαρμογή της, κυρίως λόγω της ύπαρξης παραγοντικών. Ως εκ τούτου ακολουθείται μια ελαφρώς διαφορετική συλλογιστική, που καταλήγει σε έναν ακριβή αναδρομικό τύπο, τη φόρμουλα Kaufman – Roberts [12],[13].

Η ιδέα είναι ότι εφόσον μας ενδιαφέρει ο αριθμός των συνολικά κατειλημμένων πόρων και η διατήρηση της συνθήκης  $n_1 * b_1 + n_2 * b_2 \leq C$ , μπορούμε να κατασκευάσουμε μια μονοδιάστατη αλυσίδα Markov, όπου απλά θα αναφέρονται οι κατειλημμένοι πόροι και οι ρυθμοί μετάβασης μεταξύ τους. Αν συμβολίσουμε με  $j$  τον αριθμό των κατειλημμένων εξυπηρετητών στο παράδειγμά μας το  $j$  θα παίρνει τιμές από 0 ως 8 (γενικά  $j = 0, 1, \dots, C$ ). Το διάγραμμα μεταβάσεων γίνεται κάπως πιο σύνθετο. Η συνθήκη περιορισμού για το συγκεκριμένο συνδυασμό απαιτήσεων σε εξυπηρετητές είναι  $j = n_1 + 2 * n_2$ .

Με τον τρόπο αυτό, το πρόβλημα της εύρεσης της πιθανότητας απώλειας ανάγεται στην εύρεση της πιθανότητας να έχουμε συγκεκριμένο (συνολικό) αριθμό κατειλημμένων πόρων. Είναι λογικό να μη μας ενδιαφέρει ποια εκ των δυνατών  $(n_1, n_2)$  μας έχει φέρει στην κατάσταση π.χ.  $j=8$  (κατάσταση απώλειας των κλήσεων της κατηγορίας 1), αλλά απλώς το γεγονός ότι  $j=8$ , καθότι η πιθανότητα να αποκλειστεί μια κλήση ισούται με την πιθανότητα το  $j$  να έχει τιμή τέτοια ώστε οι διαθέσιμοι πόροι να είναι λιγότεροι από τους απαιτούμενους. Για παράδειγμα, η πιθανότητα απώλειας για κλήση της κατηγορίας 2, εφόσον αυτή η κλήση απαιτεί 2 εξυπηρετητές, ισούται με την πιθανότητα να είμαστε είτε στην κατάσταση  $j = 7$ , είτε στην  $j = 8$ .

Επομένως, αρκεί να βρούμε τις πιθανότητες που αφορούν τις διάφορες τιμές του  $j$ . Αποδεικνύεται [12],[13] ότι αν  $q(j)$  είναι η μη κανονικοποιημένη πιθανότητα να βρισκόμαστε στη  $j$  κατάσταση, για  $K$  κατηγορίες κλήσεων, ισχύει:



$$q(j) \begin{cases} 1 & \text{για } j = 0 \\ \frac{1}{j} \sum_{k=1}^K a_k b_k q(j - b_k) & \text{για } j = 1, \dots, C \\ 0 & \text{αλλιού} \end{cases} \quad (2.12)$$

Ο παραπάνω αναδρομικός τύπος είναι γνωστός στην βιβλιογραφία ως τύπος των Kaufman-Roberts και υπολογίζει με ακρίβεια τις τιμές των  $q(j)$ .

Υπενθυμίζεται ότι τα σύμβολα της παραπάνω εξίσωσης έχουν ως εξής:

- $q(j)$  : Η μη κανονικοποιημένη πιθανότητα να υπάρχουν  $j$  κατειλημμένοι εξυπηρετητές.  
 $K$  : Το πλήθος των διαφορετικών κατηγοριών κλήσεων που εξυπηρετούνται από το σύστημα.  
 $a_k$  : Το φορτίο κίνησης της κατηγορίας  $k$ .  
 $b_k$  : Το εύρος ζώνης, ή ακριβέστερα ο αριθμός των εξυπηρετητών, που απαιτεί η κλήση της κατηγορίας  $k$ .  
 $C$  : Το σύνολο των εξυπηρετητών του συστήματος.

Προκειμένου να καταλήξουμε σε έναν τύπο που να υπολογίζει την πιθανότητα απώλειας μιας κλήσης της κατηγορίας  $k$ , εκκρεμούν ακόμα δυο βήματα:

- α. Να συσχετίσουμε αυτή την πιθανότητα με το  $q(j)$  που προκύπτει από τη (2.12).
- β. Να κανονικοποιήσουμε τη (2.12).

Όσον αφορά το (α), είναι εύκολα αντιληπτό ότι αν έχουμε  $j$  εξυπηρετητές κατειλημμένους και η κλήση της κατηγορίας  $k$  απαιτεί  $b_k$  εξυπηρετητές, τότε η εισερχόμενη αυτή κλήση θα εξυπηρετείται αν και μόνο αν  $C - j \geq b_k$ , αν δηλαδή οι μη κατειλημμένοι εξυπηρετητές είναι περισσότεροι, ή οριακά ίσοι, από αυτούς που απαιτούνται για την εξυπηρέτηση της κλήσης. Με την αντίστροφη συλλογιστική, αν  $C - j < b_k \rightarrow j > C - b_k$ , τότε η κλήση θα αποκλείεται. Δεδομένου ότι το  $j$  παίρνει μόνο ακέραιες τιμές, η πιθανότητα απώλειας της εισερχόμενης κλήσης ισούται, θεωρώντας ανεξάρτητα τα ενδεχόμενα, με το άθροισμα των πιθανοτήτων  $q(C - b_k + 1) + q(C - b_k + 2) + \dots$  μέχρις ότου το περιεχόμενο της παρένθεσης να ισούται με  $C$ .

Σχετικά με το (β), διαιρούμε τη (12) με το άθροισμα των  $q(j)$ , ώστε να επιτευχθεί η κανονικοποίηση.

Εν τέλει καταλήγουμε στον εξής τύπο για την πιθανότητα απώλειας μιας κλήσης της κατηγορίας  $k$ , που περιλαμβάνει αμφότερες τις ανωτέρω συνθήκες:

$$P_{b_k} = \sum_{j=C-b_k+1}^C \left( \frac{q(j)}{\sum_{j=0}^C q(j)} \right) \quad (2.13)$$

Κλείνοντας με την ανάλυση αυτή, τονίζεται για άλλη μια φορά ότι η απαραίτητη προϋπόθεση από την οποία ξεκινάμε είναι η θεώρηση της κίνησης ως τυχαίας. Αυτό έχει πολύ μεγάλη σημασία για τη

συνέχεια της εργασίας, όπου θα μελετηθούν συστήματα στα οποία η προσφερόμενη τηλεπικοινωνιακή κίνηση δεν μπορεί να μοντελοποιηθεί ως τυχαία, δηλαδή οι αφίξεις δεν ακολουθούν την κατά Poisson κατανομή, και επομένως η απευθείας εφαρμογή της (2.13) δεν είναι δυνατή.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

### GoS ΣΕ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

#### ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΗΣ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ

##### **A. Γενικά**

Θα μελετήσουμε σε αυτό το Κεφάλαιο τη συλλογιστική και τους υπολογισμούς που σχετίζονται με τα δίκτυα υπερροής (overflow). Θα αναφερθούν οι βασικές αρχές των δικτύων αυτών, οι λόγοι για τους οποίους οι υπολογιστικές μέθοδοι για το GoS που έχουμε ήδη αναλύσει δεν είναι δυνατόν να εφαρμοστούν και τέλος θα μελετήσουμε δύο θεωρίες εξαγωγής του GoS σε τέτοια δίκτυα.

Τα δίκτυα υπερροής, ή εναλλακτικής δρομολόγησης, μπορούν να θεωρηθούν ως δίκτυα περιορισμένης διαθεσιμότητας. Αυτό σημαίνει ότι αν το σύστημα έχει  $n$  εξυπηρετητές, η προσφερόμενη κίνηση έχει πρόσβαση μόνο στους  $k$ , και στην περίπτωση που δεν υπάρχει διαθέσιμος εξυπηρετητής, τότε η κίνηση που δεν εξυπηρετείται από τους  $k$  εξυπηρετητές προωθείται στους  $(n-k)$ , όπου δεν είχε αρχικά πρόσβαση. Αν ούτε εκεί υπάρχει διαθέσιμος εξυπηρετητής, τότε η κλήση αποκλείεται από το σύστημα. Μια ανάλυση των δικτύων περιορισμένης διαθεσιμότητας απαντάται στο [2, Κεφ.6].

Θα εξακολουθήσουμε τη μελέτη αναλύοντας το πρόβλημα του προσδιορισμού του GoS σε δίκτυα υπερροής, παραλείποντας τις γενικότητες περί δικτύων περιορισμένης πρόσβασης. Θα υποθέσουμε αρχικά δίκτυα που εξυπηρετούν μια κατηγορία κίνησης, π.χ. δίκτυα μεταφοράς δεδομένων. Αυτό σημαίνει ότι όλες οι προσφερόμενες «κλήσεις» απαιτούν τον ίδιο αριθμό εξυπηρετητών, που εδώ θεωρείται ίσος με 1. Δεν έχει σημασία αυτό το συμβατικό νούμερο, μπορούμε κάλλιστα να υποθέσουμε απαιτούμενο εύρος ζώνης ίσο με 2 εξυπηρετητές ανά κλήση, και απλά να υποδιπλασιάσουμε των αριθμό των συνολικών εξυπηρετητών.

Αργότερα θα διευρύνουμε την έρευνά μας σε δίκτυα που εξυπηρετούν κλήσεις πολλαπλών κατηγοριών, π.χ. δεδομένα και φωνή, θα μελετήσουμε τα προκύπτοντα προβλήματα και θα αναφερθούμε στους προτεινόμενους τρόπους αντιμετώπισης αυτών, ώστε τελικά να εξαχθεί και σε αυτά το GoS. Όπως εύκολα αντιλαμβάνεται κανείς παρακολουθώντας τις τελευταίες τεχνολογικές εξελίξεις, το ζήτημα αυτό αποκτά ιδιαίτερη σημασία, δεδομένης της δυνατότητας ανάπτυξης οικονομιών κλίμακας, μέσω της ολοκλήρωσης (integration) των προς εκμετάλλευση πόρων.

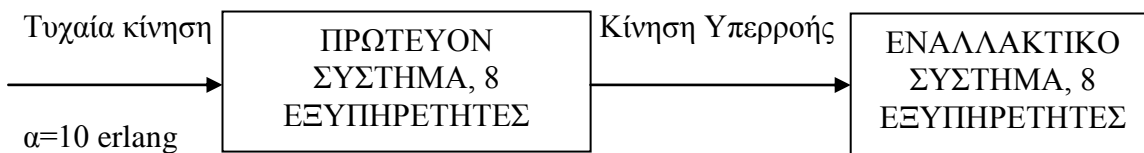
##### **B. Θεωρία Υπερροής**

Όπως έχουμε ήδη αναλύσει στο Κεφάλαιο 2, οι κλασικές μέθοδοι υπολογισμού του GoS βασίζονται εν πολλοίς στην Μαρκοβιανή ανάλυση, η οποία με τη σειρά της προϋποθέτει κίνηση με

στατιστικά χαρακτηριστικά της κατανομής Poisson (τυχαία). Υπενθυμίζεται ότι η κίνηση αυτή, που ανταποκρίνεται ιδιαίτερα καλά στην πραγματικότητα, χαρακτηρίζεται από αφίξεις κλήσεων που ακολουθούν την εκθετική κατανομή με σταθερό μέσο ίσο με  $\lambda$ .

Ας θεωρήσουμε ένα δίκτυο με 16 εξυπηρετητές, οι οποίοι χωρίζονται σε δυο συστήματα: Το πρωτεύον, στο οποίο καταφθάνουν αρχικά οι κλήσεις με τη διαδικασία που αναφέρεται παραπάνω, έστω  $\lambda=10$  κλήσεις/sec, αποτελούμενο από 8 εξυπηρετητές και το εναλλακτικό, αποτελούμενο επίσης από 8 εξυπηρετητές, στο οποίο διοχετεύονται οι κλήσεις που δεν βρίσκουν διαθέσιμους πόρους στο πρωτεύον. Οι κλήσεις που δε βρίσκουν διαθέσιμους εξυπηρετητές ούτε στο εναλλακτικό σύστημα αποκλείονται, καθιστάμενες ο αριθμητής στη σχέση που μας δίνει το GoS. Θεωρούμε τέλος ότι κάθε κλήσει απαιτεί 1 εξυπηρετητή.

Σχηματικά το σύστημα έχει ως εξής:



Έχει σημασία στο σημείο αυτό να δούμε τη στατιστική φύση της κίνησης που καταφθάνει προς εξυπηρέτηση στο εναλλακτικό σύστημα. Στις χρονικές περιόδους αιχμής, δηλαδή υψηλής καταφθάνουσας κίνησης, ένα σημαντικό ποσοστό της αρχικά προσφερόμενης κίνησης (στο πρωτεύον σύστημα) θα «υπερρέει» προς το εναλλακτικό σύστημα. Στην ακραία περίπτωση που για σημαντικό χρονικό διάστημα το σύνολο των πόρων του πρωτεύοντος συστήματος είναι πλήρως κατειλημμένοι, το σύνολο της προσφερόμενης κίνησης, που όπως είδαμε έχει χαρακτηριστικά Poisson, θα οδεύει προς το εναλλακτικό. Επομένως, για το συγκεκριμένο χρονικό διάστημα η προσφερόμενη κίνηση θα είναι τυχαία, δηλαδή με χαρακτηριστικά Poisson κατανομής.

Αντίθετα, σε περιόδους χαμηλής κίνησης, όλη η προσφερόμενη κίνηση στο πρωτεύον σύστημα θα εξυπηρετείται από αυτό, οπότε η προσφερόμενη στο εναλλακτικό σύστημα κίνηση θα είναι μηδέν.

Έχουμε δηλαδή μια κατάσταση κατά την οποία η προσφερόμενη κίνηση στο εναλλακτικό σύστημα είναι είτε Poisson, με μέσο  $\lambda$ , είτε μηδέν. Η κίνηση λέμε ότι είναι Διακοπτόμενη Διαδικασία Poisson, Interrupted Poisson Process (IPP), και αναλύεται διεξοδικά στο [2, Κεφ.3].

Από το παραπάνω αντιπροσωπευτικό παράδειγμα, συνάγεται ότι γενικά δεν μπορούμε να θεωρήσουμε την κίνηση που προσφέρεται στο εναλλακτικό σύστημα ως τυχαία. Με στατιστικούς όρους, η παράμετρος  $Z$  όπως αναφέρθηκε στην Ενότητα Β του Κεφαλαίου 2, είναι διαφορετική του 1.

Το επόμενο βήμα στη συλλογιστική αυτή είναι το λογικό συμπέρασμα ότι λόγω ακριβώς της φύσεως της προσφερόμενης κίνησης στο εναλλακτικό σύστημα, δεν είναι δυνατή η εφαρμογή των αρχών

της Μαρκοβιανής Ανάλυσης στη μελέτη αυτού. Ως εκ τούτου, δεν είναι δυνατή η εφαρμογή των κλασικών μοντέλων, όσον αφορά τον υπολογισμό του GoS του εναλλακτικού συστήματος.

Επιστρέφοντας στο αριθμητικό παράδειγμα που αναφέρθηκε παραπάνω, δηλαδή προσφερόμενη κίνηση 10 erlang, 8 εξυπηρετητές για το πρωτεύον σύστημα και 8 για το εναλλακτικό, έχουμε τα εξής:

1. Η κίνηση που δεν εξυπηρετείται από το πρωτεύον σύστημα ισούται με την προσφερόμενη σε αυτό κίνηση, επί την πιθανότητα απώλειας (B) για το σύστημα αυτό, όπως προκύπτει από τη φόρμουλα Erlang B. Η εφαρμογή της φόρμουλας Erlang B δίνει  $B=0,33832$ , οπότε η μη διεκπεραιούμενη από το πρωτεύον σύστημα κίνηση είναι  $\alpha B=10*0,33832 = 3,3832$  Erlang. Αυτή θα είναι η κίνηση που προσφέρεται στο εναλλακτικό σύστημα.

2. Αν θεωρήσουμε την ανωτέρω κίνηση τυχαία, μπορούμε να υπολογίσουμε την κίνηση που τελικά, δηλαδή από το εναλλακτικό σύστημα, αποκλείεται, ως την κίνηση αυτή επί την πιθανότητα απώλειας του εναλλακτικού συστήματος, όπως προκύπτει επίσης από τη φόρμουλα Erlang B. Η κίνηση που προσφέρεται στο εναλλακτικό σύστημα είναι 3,3832 erlang. Για χωρητικότητα ίση με 8, η φόρμουλα Erlang B δίνει  $B=1,456\%$ . Πολλαπλασιάζοντας αυτή την πιθανότητα με την κίνηση που προσφέρεται, η κίνηση που τελικά δεν εξυπηρετείται είναι  $0,01456*3,3832=0,04926$  erlang

3. Η πιθανότητα απώλειας, το GoS δηλαδή, συνολικά για το σύστημα θα ισούται με την αποκλειόμενη κίνηση προς την αρχικά προσφερόμενη κίνηση, δηλαδή  $0,04926/10=0,4926\%$ .

Προσομοιώνοντας το παραπάνω υπόδειγμα με 1.000.000 αρχικά προσφερόμενες κλήσεις, ο κώδικας παρατίθεται ως Παράρτημα Α, προκύπτει πιθανότητα απώλειας 2,285%, σχεδόν πενταπλάσια από αυτήν που προέκυψε από την διαδοχική εφαρμογή της φόρμουλας Erlang B. Η διαφορά έγκειται στην πιθανότητα απώλειας του εναλλακτικού συστήματος, που στην προσομοίωση προκύπτει ίση με 6,7% και όχι 1,456% που δίνει η εφαρμογή της φόρμουλας Erlang B.

Επομένως, η εφαρμογή της ανωτέρω φόρμουλας στο εναλλακτικό σύστημα δεν αποδίδει σωστά, γεγονός που ήταν αναμενόμενο από τη συλλογιστική που αναπτύχθηκε, και οφείλεται στο ότι η προσφερόμενη κίνηση δεν είναι τυχαία.

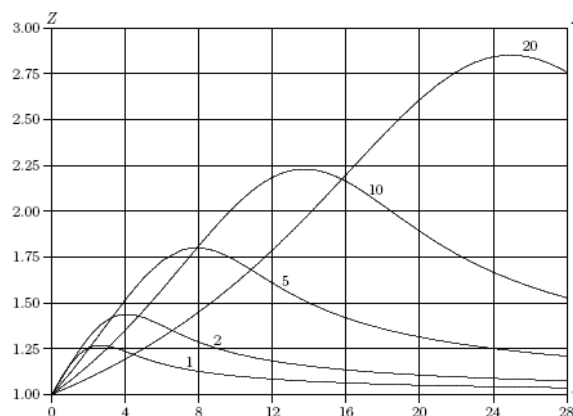
Ένα ακόμα σημείο που χρήζει ιδιαίτερης μνείας είναι το γεγονός ότι η τιμή της συνολικής πιθανότητας απώλειας (πρωτεύοντος και εναλλακτικού συστήματος) που προκύπτει από την προσομοίωση (2,285%), είναι ακριβώς ίση με την τιμή που δίνει η εφαρμογή της φόρμουλας Erlang B για τη δεδομένη αρχικά προσφερόμενη κίνηση (10 Erl) σε εξυπηρετητές ίσους με το σύνολο των εξυπηρετητών των δυο συστημάτων (πρωτεύον και εναλλακτικό), δηλαδή στο παράδειγμά μας 16. Παρατηρούμε επομένως ότι η συμπεριφορά του δικτύου που εμπεριέχει ένα πρωτεύον και ένα εναλλακτικό σύστημα και εξυπηρετεί μια κατηγορία κλήσεων, δε διαφέρει σε τίποτα από τη συμπεριφορά ενός συστήματος με εξυπηρετητές ίσους με το άθροισμα των δυο, στο οποίο προσφέρεται τυχαία κίνηση ίση με αυτή στο πρώτο δίκτυο.

### Γ. Ανάλυση της Διαδικασίας Αφίξεων στο Εναλλακτικό Σύστημα

Είδαμε παραπάνω ότι η εφαρμογή των κλασικών μεθόδων υπολογισμού του GoS δεν είναι δυνατή στην περίπτωση του εναλλακτικού συστήματος, καθότι η προσφερόμενη κίνηση δεν ακολουθεί την Poisson διαδικασία. Σε στατιστικούς όρους αυτό σημαίνει ότι χαρακτηρίζεται από  $Z \neq 1$ . Επομένως, ανάλογα με το προκύπτον  $Z$ , η διαδικασία αφίξεων μπορεί να μοντελοποιηθεί με κάποια άλλη κατανομή και ακολούθως να μελετηθεί η συμπεριφορά του συστήματος. Όπως αναφέρεται στο [2, Κεφ.5] στην περίπτωση που  $Z > 1$ , δηλαδή κίνηση περισσότερο ριπαία (bursty) από την τυχαία, η κατανομή που ακολουθούν οι αφίξεις είναι η Διωνυμική, ενώ για  $Z < 1$ , κίνηση πιο «ομαλή» (smooth) από την τυχαία, ακολουθείται η Pascal κατανομή. Αναμένουμε για την πρώτη περίπτωση πιθανότητα απώλειας μεγαλύτερη από αυτήν που προκύπτει από την εφαρμογή της φόρμουλας Erlang B, δηλαδή από την περίπτωση της τυχαίας κίνησης, ενώ στη δεύτερη πιθανότητα απώλειας μικρότερη.

Σε κάθε περίπτωση, η γνώση του  $Z$  για το προς μελέτη σύστημα είναι κεφαλαιώδους σημασίας, ώστε να προχωρήσουμε στη μελέτη αυτού. Στα συστήματα υπερροής, ο υπολογισμός του  $Z$  εξακολουθεί να είναι το πηλίκο (διασπορά)/(μέση τιμή) της προσφερόμενης κίνησης, με τη διαφορά ότι θεωρείται ότι αυτή προσφέρεται σε ένα σύστημα με άπειρους εξυπηρετητές [14]. Στην πράξη αυτό σημαίνει ότι όλη η κίνηση υπερροής εξυπηρετείται από το εναλλακτικό σύστημα, δηλ το  $GoS=0$ . Επίσης, εφόσον όλη η κίνηση εξυπηρετείται, δεν έχει σημασία σε ποιο σημείο της ανάλυσης θα υπολογιστεί το  $Z$ . Είτε υπολογιστεί στην «είσοδο» του εναλλακτικού συστήματος, είτε μέσα σε αυτό, το αποτέλεσμα θα είναι το ίδιο – η κίνηση που προσφέρεται ισούται με αυτήν που εξυπηρετείται. Αυτή είναι μια ιδιαίτερα χρήσιμη διαπίστωση, δεδομένης της δυσκολίας που παρουσιάζει η παρατήρηση του  $Z$  στην πράξη [2, Κεφ.6].

Σαφώς, το  $Z$  εξαρτάται από τις παραμέτρους (προσφερόμενη κίνηση, αριθμός εξυπηρετητών, μέσος χρόνος εξυπηρέτησης κλήσεων) του πρωτεύοντος συστήματος. Αυτό είναι προφανές από το γεγονός ότι η κίνηση που προσφέρεται στο εναλλακτικό σύστημα είναι η κίνηση που δεν εξυπηρετείται από το πρωτεύον. Άρα και οι στατιστικές της ιδιότητες θα εξαρτώνται αποκλειστικά από τις παραμέτρους του πρωτεύοντος συστήματος. Στο παρακάτω Σχήμα 3.1 βλέπουμε το  $Z$  που προκύπτει για ένα πρωτεύον σύστημα με  $n$  εξυπηρετητές, για διάφορες τιμές της προσφερόμενης κίνησης  $A$ :



Σχ. 3.1. Το  $Z$  συναρτῆσει των εξυπηρετητῶν του πρωτεύοντος συστήματος [1, Κεφ.6]

Παρατηρούμε ότι για  $n=0$ , προκύπτει  $Z=1$ . Αυτό είναι φυσιολογικό: Όλη η κίνηση που προσφέρεται στο πρωτεύον σύστημα υπερέχει προς το εναλλακτικό, εφόσον δεν εξυπηρετείται. Όμοια, για  $n \rightarrow \infty$  η αποκλειόμενη κίνηση θα αποτελείται από μεμονωμένα περιστατικά, καθιστάμενη τυχαία, οπότε  $Z \rightarrow 1$ .

Πρακτικά και βάσει των ανωτέρω, η παράμετρος  $Z$  υπολογίζεται ως εξής:

Έστω ότι το προς μελέτη σύστημα χαρακτηρίζεται:

- Αρχικά προσφερόμενη (τυχαία) κίνηση ίση με  $a$ .
- Το πρωτεύον σύστημα έχει  $C_{pr}$  εξυπηρετητές.
- Το εναλλακτικό σύστημα έχει άπειρους εξυπηρετητές.

Η μέση τιμή του φορτίου κίνησης που προσφέρεται, και διεκπεραιώνεται πλήρως, στο εναλλακτικό σύστημα είναι

$$R = a * E(C_{pr}, a) \quad (3.1)$$

όπου  $E(C_{pr}, a)$  η πιθανότητα απώλειας που προκύπτει από τη φόρμουλα Erlang B για  $C_{pr}$  εξυπηρετητές και προσφερόμενο (τυχαίο) φορτίο κίνησης  $a$ .

Όπως έχουμε ήδη δείξει, αυτή είναι μια λογική σκέψη, ότι δηλαδή το φορτίο που προσφέρεται στο εναλλακτικό σύστημα είναι αυτό που δεν εξυπηρετείται από το πρωτεύον.

Η διασπορά της προσφερόμενης κίνησης στο εναλλακτικό σύστημα δίνεται από τη φόρμουλα Riordan [2, Κεφ.6] ως εξής:

$$\sigma^2 = R * \left( 1 - R + \frac{a}{C_{pr} + 1 - a + R} \right) \quad (3.2)$$

Εξ ορισμού η παράμετρος  $Z$  ισούται με το πηλίκο (3.2)/(3.1), επομένως:

$$Z = \left( 1 - R + \frac{a}{C_{pr} + 1 - a + R} \right) \quad (3.3)$$

#### Δ. Μέθοδοι Υπολογισμού του GoS σε Συστήματα Υπερροής Μονοδιάστατης Κίνησης

Από την ανάλυση που προηγήθηκε, προκύπτει ότι για τον υπολογισμό της πιθανότητας απώλειας σε δίκτυα υπερροής, απαιτείται η χρήση ιδιαίτερων μεθόδων. Όπως δείχθηκε, αυτό είναι απόρροια της μη

τυχειότητας της κίνησης που προσφέρεται στα δίκτυα αυτά, που με τη σειρά της υποδεικνύει την ακαταλληλότητα των κλασικών μεθόδων.

Στην ενότητα αυτή θα ασχοληθούμε με τις δυο σημαντικότερες μεθόδους προσέγγισης του προβλήματος, τη Μέθοδο της Ισοδύναμης Τυχαίας Κίνησης (Equivalent Random Traffic Method – ERM) που διατυπώθηκε από τον Wilkinson [2, Κεφ.6] και τη Μέθοδο των Fredericks & Hayward [15]. Αμφότερες οι μέθοδοι ασχολούνται με τον υπολογισμό της πιθανότητας απώλειας σε συστήματα όπου γενικά η προσφερόμενη κίνηση δεν είναι τυχαία, δηλαδή η παράμετρος  $Z$  είναι διαφορετική του 1, συνεπώς έχουν άμεση εφαρμογή στα δίκτυα υπερροής.

Επίσης, δεδομένης και της τεχνολογίας που υπήρχε την εποχή της διατύπωσής τους, οι ανωτέρω μέθοδοι διαχειρίζονται μονοδιάστατη κίνηση, δηλαδή κλήσεις, με την ευρεία έννοια του όρου, που απαιτούν συγκεκριμένο αριθμό εξυπηρετητών. Αργότερα στο Κεφάλαιο αυτό θα δούμε πως η Μέθοδος των Fredericks & Hayward μπορεί να επεκταθεί για να συμπεριλάβει κλήσεις με διαφορετικό αριθμό απαιτούμενων εξυπηρετητών.

### 1. Η Μέθοδος της Ισοδύναμης Τυχαίας Κίνησης (ERM)

Η εν λόγω μέθοδος διατυπώθηκε το 1956 από τον Wilkinson και έχει παίξει σημαντικό ρόλο στη διαστασιοποίηση των δικτύων τηλεπικοινωνιών. Η συλλογιστική της έγκειται στην εξής προσέγγιση:

Μια, ή και περισσότερες, διαδικασίες άφιξης κλήσεων που δεν είναι τυχαίες, δηλαδή χαρακτηρίζονται από  $Z \neq 1$ , μπορεί να θεωρηθεί ότι αποτελούν κλήσεις υπερροής από ένα σύστημα στο οποίο η αρχικά προσφερόμενη κίνηση είναι τυχαία. Ως εκ τούτου, μπορούμε να εφαρμόσουμε τη συλλογιστική της ενότητας Β του παρόντος Κεφαλαίου για να υπολογίσουμε την πιθανότητα απώλειας.

Ας θεωρήσουμε ένα σύστημα αποτελούμενο από  $C_2$  εξυπηρετητές, στο οποίο προσφέρονται  $K$  ροές κλήσεων, για τις οποίες θεωρούμε ότι γενικά δεν είναι τυχαίες, δηλαδή ισχύει  $\sigma_i^2/R_i \neq 1$ , όπου  $\sigma_i^2$  η διασπορά της κίνησης της ροής  $i$  και  $R_i$  η μέση τιμή αυτής με  $i=1, \dots, K$ . Υποθέτοντας ότι οι  $K$  ροές προσφερόμενης κίνησης είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους, προφανώς η συνολική μη τυχαία κίνηση που προσφέρεται στο σύστημα θα χαρακτηρίζεται από παραμέτρους:

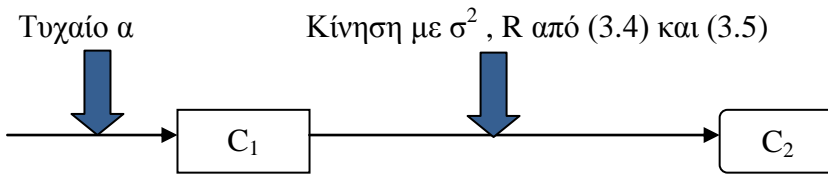
$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^K \sigma_i^2 \quad (3.4)$$

$$R = \sum_{i=1}^K R_i \quad (3.5)$$

Η ιδέα της ERM είναι να θεωρήσουμε την κίνηση με στατιστικά χαρακτηριστικά ίδια με αυτά των (3.4) και (3.5), ως την κίνηση υπερροής που παράγεται από ένα εικονικό σύστημα αποτελούμενο από  $C_1$  εξυπηρετητές και στο οποίο προσφέρεται τυχαία κίνηση φορτίου  $a$ . Προφανώς τα  $C_1$  και  $a$  θα πρέπει να



καθοριστούν ούτως ώστε, σύμφωνα με τις σχέσεις (3.1) και (3.2), να παράγουν κίνηση υπερροής με τα χαρακτηριστικά των (3.4) και (3.5). Τότε, το αρχικό μας σύστημα θα έχει γίνει:



Σύμφωνα με τη συλλογιστική της ενότητας Β του παρόντος Κεφαλαίου, η (συνολική) αποκλειόμενη κίνηση του ανωτέρω συστήματος (συνολικά  $C_1+C_2$  εξυπηρετητές) θα προκύπτει από την εφαρμογή της φόρμουλας Erlang B ως

$$\alpha * E(C_1+C_2, \alpha) \quad (3.6)$$

ενώ κατά τον ίδιο τρόπο η αποκλειόμενη κίνηση του «πρωτεύοντος» συστήματος θα είναι

$$\alpha * E(C_1, \alpha) \quad (3.7)$$

Άρα η πιθανότητα απώλειας του αρχικού συστήματος («εναλλακτικό» στο ισοδύναμο μοντέλο) θα δίνεται ως το πηλίκο (3.6)/(3.7). Ισοδύναμα, η πιθανότητα απώλειας του αρχικού συστήματος θα είναι ίση με το πηλίκο της συνολικά αποκλειόμενης κίνησης (3.6) προς την αρχικά προσφερόμενη κίνηση, που είναι το R από την (3.5).

Οι παραπάνω σχέσεις μας δίνουν την πιθανότητα απώλειας για το σύνολο της προσφερόμενης κίνησης, όπως υπολογίστηκε μέσω των (3.4) και (3.5). Είναι εύλογο να μας απασχολεί η πιθανότητα απώλειας καθεμιάς από τις K ροές. Προκύπτει, [2, Κεφ.6] ότι οι ζητούμενες πιθανότητες αποκλεισμού εξαρτώνται αναλογικά από την παράμετρο  $Z_i (= \sigma_i^2 / R_i)$  των ροών. Συγκεκριμένα, για τη ροή i ισχύει ότι η πιθανότητα απώλειας θα είναι:

$$\alpha * E(C_1+C_2, \alpha) * \frac{\sigma_i^2}{R_i * \sigma^2} \quad (3.8)$$

Η ERM έχει συγκεκριμένα μειονεκτήματα:

α. Απαιτείται κάθε φορά από τα  $\sigma^2$  και R, δηλ. την παράμετρο Z, των (3.4) και (3.5) να υπολογίζουμε τα  $C_1$ , α των (3.6) και (3.7). Αυτό μπορεί να γίνει από τις (3.1) και (3.2), με τον υπολογισμό όμως να παρουσιάζει δυσκολίες, δεδομένου του γεγονότος ότι η φόρμουλα Erlang B απαιτεί

την ταυτόχρονη γνώση τόσο του  $\alpha$  όσο και του  $C_1$ . Εναλλακτικά χρησιμοποιούνται οι προσεγγιστικοί τύποι του Rapp [1, Κεφ.8], σύμφωνα με τους οποίους για δεδομένα τα  $\sigma^2$  και  $R$ , ισχύει:

$$\alpha = \sigma^2 + 3 * Z * (Z - 1) \quad (3.9)$$

$$C_1 = \alpha * \frac{R+Z}{R+Z-1} - R - 1 \quad (3.10)$$

β. Ισχύει μόνο για περιπτώσεις όπου  $Z > 1$ . Αυτό διαφαίνεται από τους τύπους (3.9) και (3.10), όπου πιθανή τιμή του  $Z < 1$ , μπορεί να οδηγήσει σε αρνητικά αποτελέσματα για τα  $\alpha$  και  $C_1$ . Πάντως ο Bretschneider [2, Κεφ.6] έχει επεκτείνει τη μέθοδο και για περιπτώσεις όπου  $Z < 1$ .

## 2. Η Μέθοδος των Fredericks & Hayward

Η δεύτερη μέθοδος που θα αναλυθεί διατυπώθηκε από τον Fredericks το 1980. Ξεπερνά τα μειονεκτήματα της ERM όπως περιγράφηκαν παραπάνω, ούσα στον αντίποδα προσεγγιστική μέθοδος. Η ERM είναι προσεγγιστική μόνο στο επίπεδο χρήσης των τύπων Rapp. Η μέθοδος αυτής της παραγράφου είναι προσεγγιστική επί της αρχής.

Σύμφωνα με τη συλλογιστική της μεθόδου, ένα σύστημα με  $C$  εξυπηρετητές στο οποίο προσφέρεται μη τυχαία κίνηση με χαρακτηριστικά  $\sigma^2$ ,  $R$  και  $Z (\neq 1)$  όπως προκύπτουν από τις (3.1) – (3.3) έχει την ίδια πιθανότητα απώλειας με ένα σύστημα με  $C/Z$  εξυπηρετητές στο οποίο προσφέρεται τυχαία κίνηση με μέση τιμή  $R/Z$ . Έτσι, μπορεί να εφαρμοστεί η φόρμουλα Erlang B για την εύρεση της πιθανότητας απώλειας.

Η απόδειξη της μεθόδου έχει ως εξής:

Έστω το ανωτέρω σύστημα που περιγράφεται με τις παραμέτρους  $\{R, C, Z\}$ . Αν χωρίσουμε το σύστημα αυτό σε  $Z$  όμοια υποσυστήματα, στο καθένα από αυτά θα προσφέρεται κίνηση με μέση τιμή  $R/Z$ , ενώ η χωρητικότητά του θα είναι  $C/Z$ . Η διασπορά της κίνησης θα είναι  $\sigma^2 \left(\frac{1}{Z} R\right)$  και εφόσον το  $1/Z$  είναι σταθερός αριθμός, τελικά η διασπορά θα είναι  $\left(\frac{1}{Z}\right)^2 * \sigma^2 (R)$ . Όμως το  $\sigma^2 (R)$  είναι η διασπορά της συνολικά προσφερόμενης κίνησης, δηλαδή το  $\sigma^2$ . Επομένως, καθένα από τα όμοια υποσυστήματα θα έχει παράμετρο  $Z_i$  ίση με  $\frac{\left(\frac{1}{Z}\right)^2 * \sigma^2}{R/Z}$  και επειδή  $Z = \sigma^2/R$ , τελικά  $Z_i = 1$ . Αυτό σημαίνει ότι σε καθένα από τα υποσυστήματα προσφέρεται τυχαία κίνηση και επομένως μπορεί να εφαρμοστεί η φόρμουλα Erlang B για τον υπολογισμό της πιθανότητας απώλειας. Στη μελέτη του Fredericks [15] θεωρείται ότι η πιθανότητα απώλειας για το συνολικό σύστημα ισούται με την πιθανότητα απώλειας των  $Z$  όμοιων υποσυστημάτων. Πρόκειται για μια ισχυρή προσέγγιση, επί της αρχής της μεθόδου. Το καθένα από αυτά τα υποσυστήματα πλέον περιγράφεται  $\{R/Z, C/Z, 1\}$ . Επομένως, η ζητούμενη πιθανότητα απώλειας

ισούται με αυτήν που προκύπτει για καθένα από τα όμοια υποσυστήματα με την εφαρμογή της φόρμουλας Erlang. Η προσέγγιση είναι αρκετά ικανοποιητική [2, Κεφ.6].

Πέραν του προσεγγιστικού της χαρακτήρα, η μέθοδος Fredericks & Hayward είναι αρκετά εύκολη στην εφαρμογή της, παρουσιάζοντας ωστόσο το εξής μειονέκτημα:

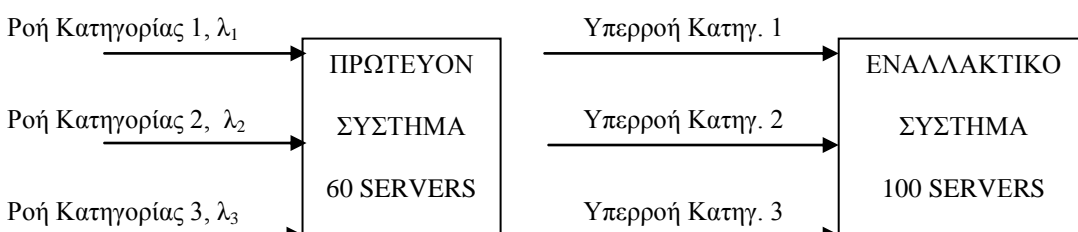
Στην περιγραφή των υποσυστημάτων, άρα και στην εφαρμογή της φόρμουλας Erlang B για την εύρεση της πιθανότητας απώλειας, η χωρητικότητα είναι  $C/Z$ . Δεν εγγυάται τίποτα ότι το πηλίκο αυτό θα είναι ακέραιος αριθμός, οπότε είτε θα πρέπει να στρογγυλοποιήσουμε προς τον πλησιέστερο ακέραιο, είτε να ακολουθήσουμε προσεγγιστικές μεθόδους για την εφαρμογή της φόρμουλας Erlang B για μη ακέραιο αριθμό εξυπηρετητών. Στην πρώτη περίπτωση θα πρέπει να λάβουμε υπόψιν τον μικρότερο ακέραιο, ώστε να έχουμε μια συντηρητική – άρα και ασφαλή, πρόβλεψη για το GoS, ενώ στη δεύτερη χρησιμοποιείται η φόρμουλα του Syski [16]. Σε κάθε περίπτωση, τα ανωτέρω χαρακτηριστικά της μεθόδου την καθιστούν αρκετά προσεγγιστική, με σχετικά καλά όμως αποτελέσματα.

### Ε. Συστήματα Υπερροής με Πολυδιάστατη Κίνηση

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, η αλματώδης εξέλιξη των τηλεπικοινωνιών στο επίπεδο της ανάπτυξης και παροχής νέων υπηρεσιών, έχει με τη σειρά της εισάγει νέα προβλήματα όσον αφορά την αποτίμηση της επίδοσης των δικτύων από την άποψη της ποιότητας παροχής υπηρεσιών. Οι κλασικές μέθοδοι υπολογισμού του GoS για τηλεφωνικές κλήσεις έχουν πλέον επεκταθεί, όπως αναλυτικά είδαμε στο προηγούμενο Κεφάλαιο, ώστε να συμπεριλάβουν περισσότερες από μια κατηγορίες «κλήσεων», με την έννοια των διαφορετικών απαιτήσεων σε εύρος ζώνης.

Είδαμε πώς αντιμετωπίζεται το πρόβλημα αυτό όταν η προσφερόμενη πολυδιάστατη κίνηση είναι τυχαία, αναλύοντας τη φόρμουλα των Kaufman – Roberts. Είδαμε επίσης παραπάνω πώς το γεγονός ότι η προσφερόμενη τηλεπικοινωνιακή κίνηση σε δίκτυα υπερροής δεν είναι τυχαία, χαρακτηρίζεται δηλαδή από παράμετρο  $Z \neq 1$ , επιβάλλει την εφαρμογή μεθόδων που διαφέρουν από τις κλασικές μεθόδους. Δεδομένης της ευρείας χρήσης δικτύων υπερροής στα σύγχρονα συστήματα πολυδιάστατης κίνησης, το επόμενο βήμα θα είναι η ανάπτυξη μοντέλων και μεθόδων που θα δύνανται να αποδώσουν το GoS σε συστήματα υπερροής όπου προσφέρεται πολυδιάστατη κίνηση που σαφώς δεν έχει τα χαρακτηριστικά της τυχαίας.

Θα ξεκινήσουμε την ανάλυσή μας θεωρώντας το δίκτυο του παρακάτω σχήματος:



Σχ. 3.2 Σύστημα Υπερροής Πολυδιάστατης Κίνησης

Η κίνηση που προσφέρεται είναι ανεξάρτητη για καθεμιά από τις τρεις κατηγορίες κλήσεων με τυχαία χαρακτηριστικά και εκθετικά κατανομημένους χρόνους αφίξεων με μέσους  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ . Η κίνηση αυτή αρχικά προσφέρεται στο Πρωτεύον Σύστημα που υλοποιείται με 60 εξυπηρετητές. Έστω  $b_1, b_2, b_3$  οι απαιτήσεις των κατηγοριών σε εξυπηρετητές. Η κίνηση κάθε κατηγορίας που δε θα διεκπεραιώνεται από το Πρωτεύον Σύστημα θα διοχετεύεται στο Εναλλακτικό Σύστημα, με 100 εξυπηρετητές, ως κίνηση υπερροής. Όπως είδαμε, αναμένεται ότι η κίνηση αυτή δε θα έχει τα χαρακτηριστικά της τυχαίας. Ακολούθως, η κίνηση κάθε κατηγορίας που δε θα εξυπηρετείται ούτε από το εναλλακτικό σύστημα θα θεωρείται αποκλειόμενη κίνηση, αποτελώντας τον αριθμητή στον τύπο υπολογισμού του GoS. Εξ ορισμού ο παρονομαστής θα είναι η αρχικά τυχαία προσφερόμενη κίνηση.

Ας ορίσουμε το αριθμητικό υπόδειγμα, προκειμένου να μελετήσουμε τη συμπεριφορά του συστήματος. Για λόγους απλούστευσης, υποθέτουμε εκθετικά κατανομημένους χρόνους εξυπηρέτησης των κλήσεων για όλες τις κατηγορίες, με ρυθμούς  $\mu_1=\mu_2=\mu_3=1$ . Έτσι, σύμφωνα με τις ιδιότητες του φορτίου κίνησης που είδαμε αρχικά, στην παράγραφο Β.3 του Κεφαλαίου 2 η προσφερόμενη κίνηση για κάθε κατηγορία θα ισούται με  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ . Έστω λοιπόν  $\alpha_1=12$  Erl,  $\alpha_2=6$  Erl και  $\alpha_3=4$  Erl. Αντίστοιχα, έστω  $b_1=4, b_2=8$  και  $b_3=12$  οι απαιτήσεις σε εξυπηρετητές για κάθε κατηγορία κλήσης.

Στην Ενότητα Β του παρόντος Κεφαλαίου, είδαμε ότι για μια κατηγορία κλήσεων η συμπεριφορά του συστήματος δε διαφέρει, ως προς το GoS, από ένα σύστημα με χωρητικότητα ίση με το άθροισμα των χωρητικοτήτων των δυο συστημάτων (Πρωτεύον + Εναλλακτικό). Ας δούμε τώρα τι συμβαίνει για την πολυδιάστατη κίνηση. Η εφαρμογή της φόρμουλας των Kaufman – Roberts στο προηγούμενο παράδειγμα δίνει, για συνολικά  $(100+60=)$  160 εξυπηρετητές, τις εξής πιθανότητες αποκλεισμού:

Κατηγορία 1:	5,5480%
Κατηγορία 2:	11,442%
Κατηγορία 3:	17,628%

Το ανωτέρω σύστημα προσομοιώθηκε, ο κώδικας παρατίθεται ως Παράρτημα Β, για 1.000.000 κλήσεις και πέντε runs. Η μέση τιμή των αποτελεσμάτων είναι:

Κατηγορία 1:	4,31256%
Κατηγορία 2:	11,5242%
Κατηγορία 3:	19,9695%

Η παρατηρούμενη απόκλιση, σε σχέση και με την ακρίβεια που επιτυγχάνεται για μια κατηγορία κλήσεων, μας προδιαθέτει για την ειδική αντιμετώπιση που επιβάλλεται για την πολυδιάστατη κίνηση.

Δεδομένου δε ότι για το πρωτεύον σύστημα οι προκύπτουσες πιθανότητες αποκλεισμού συγκλίνουν, η μελέτη του εναλλακτικού συστήματος είναι αυτή στην οποία απαιτείται να εστιάσουμε.

Σε κάθε περίπτωση, για οποιαδήποτε μέθοδο από αυτές που περιγράφηκαν παραπάνω, απαιτείται να υπολογιστούν τα στατιστικά χαρακτηριστικά της κίνησης που προσφέρεται στο εναλλακτικό σύστημα. Υπενθυμίζεται ότι πρόκειται για την κίνηση που αποκλείεται από το πρωτεύον. Όσον αφορά τη μέση τιμή αυτής  $R$ , η διαδικασία είναι σχετικά απλή και δεν αλλάζει σε σχέση με την περίπτωση της μιας κατηγορίας κλήσεων, καθότι η προσφερόμενη κίνηση στο πρωτεύον σύστημα είναι τυχαία: Υπολογίζουμε, εφαρμόζοντας τη φόρμουλα των Kaufman – Roberts, την πιθανότητα απώλειας για κάθε κατηγορία και ακολούθως την πολλαπλασιάζουμε με το αρχικά προσφερόμενο φορτίο κίνησης. Στο υπόδειγμα που αναπτύχθηκε παραπάνω, με απλή εφαρμογή της φόρμουλας Kaufman – Roberts για τις 3 κατηγορίες κλήσεων, με τις αντίστοιχες απαιτήσεις σε εξυπηρετητές και για σύστημα με 60 εξυπηρετητές (πρωτεύον σύστημα), προκύπτουν οι εξής πιθανότητες αποκλεισμού:

Κατηγορία 1:	39,948%
Κατηγορία 2:	65,328%
Κατηγορία 3:	80,823%

Επομένως η μέση τιμή της προσφερόμενης στο εναλλακτικό σύστημα κίνησης ανά κατηγορία είναι:

Κατηγορία 1:	$R_1$	=	$12 * 0,39948$	=	4,79376 Erl
Κατηγορία 2:	$R_2$	=	$6 * 0,65328$	=	3,91968 Erl
Κατηγορία 3:	$R_3$	=	$4 * 0,80823$	=	3,23292 Erl

Το επόμενο βήμα είναι να υπολογίσουμε τη διασπορά της προσφερόμενης κίνησης στο εναλλακτικό σύστημα, ούτως ώστε να είμαστε σε θέση να υπολογίσουμε και την παράμετρο  $Z$ , που θα μας καταδείξει τη στατιστική φύση της κίνησης αυτής. Η εφαρμογή του τύπου (3.2) του Riordan

$$\sigma^2 = R * \left( 1 - R + \frac{a}{C_{pr} + 1 - a + R} \right)$$

στην περίπτωση της πολυδιάστατης κίνησης είναι ανέφικτη

[17]. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η μεταβλητή  $C_{pr}$  που εισάγεται – και κανονικά ισούται με τον αριθμό των εξυπηρετητών του πρωτεύοντος συστήματος – στην προκειμένη περίπτωση δεν αφορά μόνο μια κατηγορία κίνησης. Επειδή οι κλήσεις των κατηγοριών ανταγωνίζονται στο ίδιο σύστημα για τους ίδιους πόρους, όταν καλούμαστε να υπολογίσουμε τη διασπορά της κίνησης κάθε κατηγορίας, δεν μπορούμε να θέσουμε τους εξυπηρετητές ως  $C_{pr}$ , εφόσον δεν είναι αυτός ο αριθμός των εξυπηρετητών που αντιστοιχούν σε κάθε κατηγορία. Πράγματι, διαισθητικά παρατηρούμε το εξής:

Η σχέση (3.2), όταν εφαρμοστεί για κάθε κατηγορία με έστω το  $C_{pr}$ , θα μας δώσει αρνητικό αποτέλεσμα, που προφανώς είναι λάθος. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι ο παρονομαστής του κλάσματος είναι θετικός, αλλά σχετικά μεγάλος, λόγω του μεγάλου αριθμού που έχουμε δώσει στο  $C_{pr}$ . Αυτό αποσπασματικά δε μας λέει κάτι, αλλά συνδυάζεται με σχετικά μεγάλο  $R$ , αφού στον υπολογισμό αυτού έχει ληφθεί υπόψιν το (θεωρητικά σωστό) γεγονός ότι οι διαφορετικές κατηγορίες κλήσεων ανταγωνίζονται για τους ίδιους πόρους. Επομένως έχουμε ένα σχετικά μικρό θετικό άθροισμα εντός της παρένθεσης, από το οποίο αφαιρείται ένα σχετικά μεγάλο  $R$ , γεγονός που οδηγεί σε αρνητικό αποτέλεσμα. Από την παραπάνω συλλογιστική συνάγεται το συμπέρασμα ότι το πρόσημο του αποτελέσματος δεν είναι τυχαίο, ούτε οφείλεται στην επιλογή του συγκεκριμένου παραδείγματος. Οφείλεται στην εσφαλμένη θεώρηση του  $C_{pr}$  ως τον αριθμό των εξυπηρετητών που αντιστοιχούν σε μια κατηγορία κίνησης, δεδομένης και της προκύπτουσας πιθανότητας απώλειας – και άρα του  $R$ .

Μη έχοντας τη δυνατότητα να υπολογίσουμε τη διασπορά της προσφερόμενης κίνησης κάθε κατηγορίας στο εναλλακτικό σύστημα, δεν είμαστε σε θέση να υπολογίσουμε την παράμετρο  $Z$ , και επομένως ούτε να εφαρμόσουμε κάποια από τις μεθόδους που αναπτύχθηκαν στην ενότητα  $\Delta$  του παρόντος Κεφαλαίου (ERM και Fredericks – Hayward). Επομένως, ένα σημαντικό ζήτημα σε συστήματα υπερροής στα οποία προσφέρεται πολυδιάστατη κίνηση, είναι ο υπολογισμός της διασποράς και κατ' επέκτασιν της παραμέτρου  $Z$ .

Στη συνέχεια θα μελετήσουμε δυο μεθόδους υπολογισμού του  $Z$  για τέτοια συστήματα. Η πρώτη βασίζεται στις σχέσεις Riordan και έχει διατυπωθεί στο [17], ενώ η δεύτερη κάνει χρήση της συνθήκης των σχέσεων αυτών, δηλαδή ότι θα πρέπει η κίνηση να προσφέρεται σε ένα σύστημα (το εναλλακτικό στην παρούσα περίπτωση) με άπειρους εξυπηρετητές, βλ. ενότητα  $\Gamma$  του παρόντος Κεφαλαίου. Η δεύτερη μέθοδος πλεονεκτεί στο γεγονός ότι βασίζεται στην παρατήρηση της πραγματικότητας (όπως προκύπτει μέσω προσομοίωσης), ενώ μειονεκτεί όσον αφορά την υπολογιστική της ισχύ και τη δυνατότητα υλοποίησής της αναλυτικά.

#### 1. Τροποποιημένη Φόρμουλα Kaufman – Roberts (Modified Kaufman Roberts Recursion, MKRR)

Η πρώτη μέθοδος που εξετάζεται στην εργασία [17] συνίσταται σε μια απόπειρα υπολογισμού των παραμέτρων  $Z$  κάθε κατηγορίας κλήσεων, βάσει των σχέσεων του Riordan, και ακολούθως μια τροποποίηση της φόρμουλας των Kaufman – Roberts, που όπως είδαμε σε προηγούμενο Κεφάλαιο αποτελεί μια αναδρομική σχέση υπολογισμού της πιθανότητας απώλειας για τυχαία πολυδιάστατη κίνηση, ώστε να συμπεριλάβει μη τυχαία κίνηση. Με αυτόν τον τρόπο υπολογίζεται η πιθανότητα απώλειας του εναλλακτικού συστήματος.

Η ιδέα της τροποποίησης της φόρμουλας Kaufman – Roberts για τον υπολογισμό της πιθανότητας απώλειας για μη τυχαία προσφερόμενη κίνηση αποτελεί ουσιαστικά μια γενίκευση της μεθόδου Fredericks & Hayward. Όντως, αν μπορέσουμε με κάποιο τρόπο να υπολογίσουμε τις παραμέτρους  $Z$  κάθε κατηγορίας και ακολούθως διαιρέσουμε με αυτές τη μέση προσφερόμενη κίνηση κάθε κατηγορίας, τότε η κίνηση αυτή καθίσταται τυχαία και επομένως είναι δυνατή η εφαρμογή της φόρμουλας των Kaufman – Roberts.

Τα ζητήματα που πρέπει να επιλυθούν ώστε το ανωτέρω λογικό υπόβαθρο της μεθόδου Fredericks & Hayward να υλοποιηθεί, είναι τα ακόλουθα:

α. Ο υπολογισμός των παραμέτρων  $Z$ , δεδομένης της αδυναμίας εφαρμογής της σχέσης Riordan για τη διασπορά ( $\sigma^2$ ) για πολυδιάστατη κίνηση.

β. Ο υπολογισμός μιας παραμέτρου που θα ονομάζουμε «συνολικό  $Z$ », ή « $Z$  κανονικοποίησης» και θα αποτελέσει τον παράγοντα με τον οποίο θα πρέπει να διαιρεθεί ο αριθμός των εξυπηρετητών του εναλλακτικού συστήματος, ώστε σε καθεμιά από αυτές τις εικονικές ομάδες εξυπηρετητών, η προσφερόμενη κίνηση να μπορεί να θεωρηθεί τυχαία.

Θα ορίσουμε το προς μελέτη υπόδειγμα γενικευμένα, ως εξής:

- Έστω  $T$  ο αριθμός των πρωτεύοντων συστημάτων, στα οποία αρχικά προσφέρεται τυχαία κίνηση  $K$  κατηγοριών κλήσεων.
- Θεωρούμε το διάνυσμα των απαιτήσεων των διαφορετικών κατηγοριών κλήσεων σε εύρος ζώνης (εξυπηρετητές) ως εξής:

$$[b_1, b_2, \dots, b_K]$$

- Επίσης θα ορίσουμε το διάνυσμα της αρχικά τυχαίας προσφερόμενης κίνησης, που θα έχει διάσταση  $K \times T$  ως εξής:

$$\begin{bmatrix} \alpha_{1,1} & \dots & \alpha_{1,T} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{K,1} & \dots & \alpha_{K,T} \end{bmatrix}$$

Στον πίνακα αυτό,  $\alpha_{m,n}$  είναι το φορτίο της κατηγορίας  $m$  που προσφέρεται στο πρωτεύον σύστημα  $n$ .

- Ορίζουμε το εξής διάνυσμα χωρητικότητας των  $T$  πρωτεύοντων συστημάτων:

$$[C_1, C_2, \dots, C_T]$$

- Έστω  $C_{ait}$  η χωρητικότητα του εναλλακτικού συστήματος, στο οποίο προσφέρεται η κίνηση όλων των κατηγοριών που δεν διεκπεραιώνεται από όλα τα πρωτεύοντα συστήματα.
- Ακόμα ορίζουμε τον παρακάτω πίνακα για να εκφράσουμε τη μέση τιμή της μη τυχαίας κίνησης που προσφέρεται στο εναλλακτικό σύστημα:

$$\begin{bmatrix} R_{1,1} & \dots & R_{1,T} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{K,1} & \dots & R_{K,T} \end{bmatrix}$$

Στον πίνακα αυτό,  $R_{m,n}$  είναι η μέση τιμή του φορτίου κίνησης της κατηγορίας  $m$  που δεν διεκπεραιώνεται από το πρωτεύον σύστημα  $n$ .

- Όμοια ακριβώς ορίζεται και ένας πίνακας με τις αντίστοιχες με ανωτέρω τιμές για τη διασπορά:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{1,1}^2 & \cdots & \sigma_{1,T}^2 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{K,1}^2 & \cdots & \sigma_{K,T}^2 \end{bmatrix}$$

- Αν θεωρήσουμε την προσφερόμενη κίνηση σε κάθε πρωτεύον σύστημα ανεξάρτητη από αυτήν που προσφέρεται στα υπόλοιπα, τότε η μέση τιμή της συνολικά προσφερόμενης κίνησης της κατηγορίας  $m$  στο εναλλακτικό σύστημα θα είναι:

$$R_m = \sum_{n=1}^T R_{m,n} \quad (3.11)$$

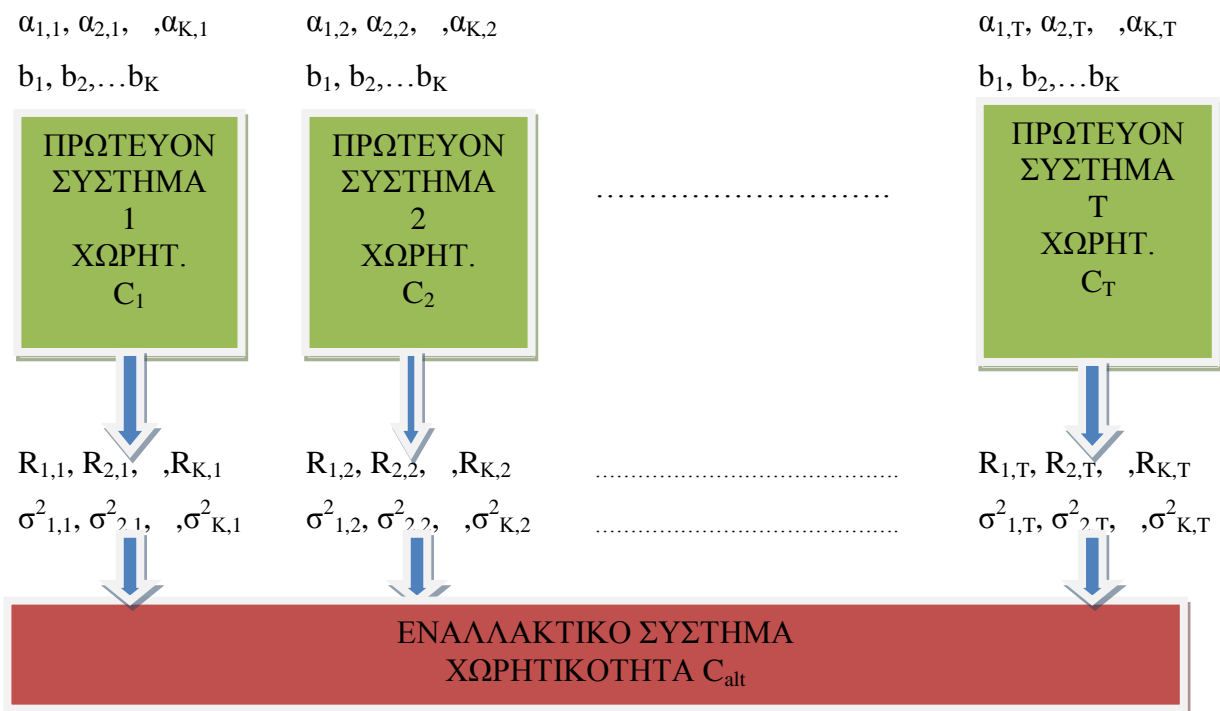
- Όμοια ισχύει και για τη διασπορά:

$$\sigma_m^2 = \sum_{n=1}^T \sigma_{m,n}^2 \quad (3.12)$$

- Τέλος εξ ορισμού:

$$Z_m = \sigma_m^2 / R_m \quad (3.13)$$

Σχηματικά, το ανωτέρω υπόδειγμα έχει ως εξής:



Σχ.3.3. Υπόδειγμα Συστήματος Υπερροής με Πολυδιάστατη Κίνηση

Από την πρώτη σχέση του Riordan (3.1), υπολογίζουμε για κάθε κατηγορία κλήσης  $m$  και κάθε πρωτεύον σύστημα  $n$  τη μέση προσφερόμενη κίνηση προς το εναλλακτικό σύστημα ως εξής:

$$R_{m,n} = \alpha_{m,n} * E_{m,n} \quad (3.14)$$



Στη σχέση (3.14) το  $\alpha_{m,n}$  είναι το φορτίο κίνησης της κατηγορίας  $m$  που προσφέρεται στο πρωτεύον σύστημα  $n$ , ενώ  $E_{m,n}$  είναι η πιθανότητα απώλειας των κλήσεων της κατηγορίας  $m$  στο πρωτεύον σύστημα  $n$ . Εφόσον η προσφερόμενη κίνηση σε κάθε πρωτεύον σύστημα είναι τυχαία, η πιθανότητα αυτή μπορεί εύκολα να βρεθεί από την εφαρμογή της φόρμουλας Kaufman – Roberts.

Είδαμε παραπάνω ότι το πρόβλημα κατά την εφαρμογή της δεύτερης σχέσης Riordan (3.2) για την εύρεση της διασποράς της κίνησης κάθε κατηγορίας σε κάθε πρωτεύον σύστημα έγκειται στο γεγονός της κοινής χρήσης των πόρων κάθε συστήματος. Αν γνωρίζαμε τους εξυπηρετητές που «αντιστοιχούν» σε κάθε κατηγορία, θα μπορούσαμε εύκολα να εφαρμόσουμε τη (3.2) για να βρούμε τη διασπορά της προσφερόμενης στο εναλλακτικό σύστημα κίνησης κάθε κατηγορίας, από κάθε σύστημα.

Θα θεωρήσουμε λοιπόν ότι οι πόροι κάθε πρωτεύοντος συστήματος χωρίζονται σε  $K$  εικονικά υποσυστήματα, καθένα από τα οποία δέχεται κίνηση μόνο μιας κατηγορίας. Προφανώς, αυτή η υπόθεση είναι καθαρά θεωρητική, αφού η κίνηση όλων των κατηγοριών προσφέρεται σε όλους τους εξυπηρετητές όλων των πρωτεύοντων. Μπορούμε όμως να αποδώσουμε σε κάθε κατηγορία, εντός του ίδιου πρωτεύοντος συστήματος, τους πόρους που της αναλογούν, δεδομένης της πιθανότητας απώλειας που αντιμετωπίζει, και ακολούθως να υπολογίσουμε τη διασπορά της μη διεκπεραιούμενης κίνησης. Πρόκειται για μια προσεγγιστική επίλυση του προβλήματος εύρεσης της διακύμανσης και επομένως και της παραμέτρου  $Z$ .

Οι πόροι που αντιστοιχούν σε κάθε κατηγορία, για το πρωτεύον σύστημα  $n$ , αντιστοιχούν, σύμφωνα και με τις ιδιότητες του φορτίου κίνησης, στο γινόμενο της διεκπεραιούμενης κίνησης (carried traffic) της κατηγορίας  $m$  ( $\alpha_{car,m}$ ) επί τον αριθμό των εξυπηρετητών που απαιτεί κάθε κλήση της κατηγορίας,  $b_m$ . Εφόσον  $R_{m,n}$  είναι η μη διεκπεραιούμενη κίνηση, αυτή που εξυπηρετείται από το πρωτεύον  $n$  θα είναι  $\alpha_{m,n} - R_{m,n}$  και από τη (3.14):

$$\alpha_{car,m,n} = \alpha_{m,n} * (1 - E_{m,n}) \quad (3.15)$$

Σύμφωνα με τα παραπάνω, σε εξυπηρετητές αυτό μεταφράζεται  $\alpha_{car,m,m} * b_m$ . Τώρα είναι λογικό να θεωρήσουμε ότι οι πόροι του πρωτεύοντος συστήματος  $n$  που αντιστοιχούν στην κατηγορία  $m$ ,  $C_{m,n}$ , είναι οι συνολικοί πόροι του πρωτεύοντος  $n$  μείον αυτούς που αντιστοιχούν στις υπόλοιπες  $K - 1$  κατηγορίες κλήσεων, δηλαδή:

$$C_{m,n} = C_n - \sum_{i \neq m}^K \alpha_{car,i,n} * b_i \quad (3.16)$$

Πλέον μπορούμε να εφαρμόσουμε τη (3.2), θεωρώντας ότι στην κατηγορία  $m$  αντιστοιχούν  $C_{m,n}$  οι εξυπηρετητές από τη (3.16), και να υπολογίσουμε τη διασπορά της προσφερόμενης στο εναλλακτικό σύστημα κίνησης της κατηγορίας  $m$  από το πρωτεύον σύστημα  $n$ , ως εξής:

$$\sigma^2_{m,n} = R_{m,n} * \left( 1 - R_{m,n} + \frac{a_{m,n}}{\frac{c_{m,n}}{b_m} + 1 - a_{m,n} + R_{m,n}} \right) \quad (3.17)$$

Σε σχέση με τη (3.2), έχουμε κανονικοποιήσει τον αριθμό των εξυπηρετητών που αντιστοιχούν σε κάθε κατηγορία κλήσεων και σε κάθε πρωτεύον σύστημα, διαιρώντας με  $b_m$ , ώστε να αντιστοιχεί σε κίνηση που απαιτεί έναν εξυπηρετητή ανά κλήση. Από τις (3.11) και (3.12) μπορούμε τώρα να υπολογίσουμε τη συνολική μέση τιμή και διασπορά για την προσφερόμενη κίνηση της κατηγορίας  $m$  στο εναλλακτικό σύστημα και επομένως υπολογίζεται από την (3.13) και η παράμετρος  $Z$  για τη συγκεκριμένη κατηγορία. Άρα, στη λογική της μεθόδου Fredericks & Hayward, η «τυχαία» κίνηση στο εναλλακτικό σύστημα από την κατηγορία  $m$  θα εκφράζεται από φορτίο ίσο με  $R_m/Z_m$ .

Απομένει να υπολογίσουμε την συνολική παράμετρο κανονικοποίησης  $Z$ , έστω  $Z_{\text{καν}}$ , με την οποία θα διαιρέσουμε τον αριθμό των εξυπηρετητών του εναλλακτικού συστήματος για να ανάγουμε σε τυχαία την κίνηση που προσφέρεται σε αυτό. Είναι λογικό να θεωρήσουμε ότι αυτή η παράμετρος θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει τις μεμονωμένες παραμέτρους  $Z$  όλων των κατηγοριών κίνησης, μιας και θα πρέπει να εκφράζει τη συνολική απόκλιση της προσφερόμενης κίνησης στο εναλλακτικό σύστημα από την κατανομή Poisson. Επίσης είναι λογικό να θέλουμε να λάβουμε υπόψιν την μέση τιμή  $R$  της προσφερόμενης κίνησης από κάθε κατηγορία, ως ποσόστωση της συνεισφοράς της παραμέτρου  $Z$  αυτής στην  $Z_{\text{καν}}$ . Με βάση τους ανωτέρω συλλογισμούς ορίζουμε:

$$Z_{\text{καν}} = \sum_{i=1}^K \frac{Z_i * R_i * b_i}{\sum_{k=1}^K R_k * b_k} \quad (3.18)$$

Πράγματι, στην (3.18) το  $Z_{\text{καν}}$  υπολογίζεται ως το άθροισμα των  $Z_i$  πολλαπλασιασμένων με τη συνεισφορά, σε εξυπηρετητές, κάθε κατηγορίας, στη συνολικά προσφερόμενη κίνηση (σε εξυπηρετητές) στο εναλλακτικό σύστημα.

Έχοντας επιλύσει τα δυο βασικά προβλήματα της μεθόδου, όπως αυτά ορίστηκαν στην αρχή της ενότητας αυτής, είμαστε σε θέση πλέον να εφαρμόσουμε τη φόρμουλα Kaufman – Roberts, διατυπώνοντας έτσι την MKRR βάσει της συλλογιστικής της μεθόδου Fredericks & Hayward:

$$q(j) = \frac{1}{j} \sum_{i=1}^K \frac{R_i}{Z_i} * b_i * q(j - b_i)$$

$$B_m = \sum_{j=\frac{c_{ait}}{Z_{\text{καν}}} - b_m + 1}^{\frac{c_{ait}}{Z_{\text{καν}}}} \left( \frac{q(j)}{\sum_{j=0}^{\frac{c_{ait}}{Z_{\text{καν}}}} q(j)} \right) \quad (3.19)$$

Προκύπτει έτσι η πιθανότητα απώλειας κλήσεων της κατηγορίας  $m$  ( $B_m$ ) από το εναλλακτικό σύστημα. Σε σχέση με τον κλασικό ορισμό της φόρμουλας Kaufman – Roberts, η MKRR τροποποιείται αφενός όσον αφορά το προσφερόμενο φορτίο κίνησης – ώστε αυτό να μοντελοποιηθεί ως τυχαίο, βάσει της μεθόδου Fredericks & Hayward – και αφετέρου όσον αφορά τον αριθμό των εξυπηρετητών, όπου έχουμε συμπεριλάβει τον παράγοντα κανονικοποίησης  $Z_{καν}$ .

Η υλοποίηση της MKRR είναι σχετικά απλή σε οιαδήποτε υπολογιστική γλώσσα προγραμματισμού. Βασίζεται στη μέθοδο Fredericks & Hayward, ανάγοντας την προσφερόμενη κίνηση κάθε κατηγορίας σε τυχαία, και τελικά εφαρμόζει έναν ευρέως διαδεδομένο τύπο για τον υπολογισμό της πιθανότητας αποκλεισμού. Βεβαίως, στηρίζεται σε τουλάχιστον δύο επίπεδα προσέγγισης, τόσο την ιδέα των εικονικών πρωτεύοντων υποσυστημάτων, όσο και τη θεώρηση του  $Z_{καν}$ , που της στερούν υπολογιστική ακρίβεια σε σχέση και με άλλες πιο ακριβείς μεθόδους.

## 2. Πειραματική Μέθοδος Υπολογισμού των Παραμέτρων $Z$

Όπως έχει ήδη προαναφερθεί, το σημαντικότερο ζήτημα που ανακύπτει κατά τη μελέτη των συστημάτων υπερροής είναι αυτό του καθορισμού της παραμέτρου  $Z$  της προσφερόμενης κίνησης. Η εν λόγω παράμετρος αποτελεί το στατιστικό χαρακτηριστικό που υποδεικνύει τη διαφοροποίηση της κίνησης από την κατανομή Poisson. Το γεγονός αυτό με τη σειρά του υποδεικνύει το διαφορετικό τρόπο με τον οποίο τα συστήματα αυτά επιβάλλεται να αντιμετωπιστούν, προκειμένου τα αποτελέσματα που θα προκύψουν να είναι αξιόπιστα. Είτε μελετάται μια κατηγορία κίνησης, όπως στις μεθόδους ERM και Fredericks & Hayward που αναλύθηκαν αρχικά, είτε περισσότερες, ο καθορισμός της παραμέτρου  $Z$  είναι το σημείο – κλειδί στην ανάλυση. Στην περίπτωση των μεθόδων που ασχολούνται με μια κατηγορία κίνησης, το  $Z$  θεωρείτο δεδομένο ή προέκυπτε με εφαρμογή των σχέσεων Riordan δεδομένου ότι όλοι οι πόροι του πρωτεύοντος αντιστοιχούσαν στην μονοδιάστατη προσφερόμενη κίνηση. Στο μοντέλο πολυδιάστατης κίνησης που αναλύθηκε στην προηγούμενη ενότητα, παρατέθηκε ένας θεωρητικός τρόπος υπολογισμού του  $Z$ , που όπως αναφέρθηκε είναι προσεγγιστικός. Προσεγγιστική πλην αναγκαία για την επέκταση της μεθόδου Fredericks & Hayward είναι και η θεώρηση που έγινε για τη συνολική παράμετρο  $Z_{καν}$ .

Στο πλαίσιο αυτό, έχει νόημα να μελετηθούν εναλλακτικοί τρόποι υπολογισμού της παραμέτρου  $Z$ , που πιθανόν θα μας παρέχουν μια καλύτερη απεικόνιση της πραγματικότητας. Υπενθυμίζεται εδώ το θεωρητικό υπόβαθρο υπολογισμού της παραμέτρου  $Z$ , σύμφωνα με το οποίο αυτή ισούται με το πηλίκο της διασποράς προς τη μέση τιμή της κίνησης σε ένα σύστημα με άπειρους εξυπηρετητές. Η λογική πίσω από αυτή τη θεώρηση αναπτύχθηκε αναλυτικά στην ενότητα Γ του παρόντος Κεφαλαίου. Είναι εύλογο στο σημείο αυτό να ισχυριστούμε ότι η παράμετρος  $Z$  είναι δυνατόν να υπολογιστεί προσομοιώνοντας το οιοδήποτε μοντέλο εναλλακτικής δρομολόγησης, με την προϋπόθεση το εναλλακτικό σύστημα να έχει άπειρους εξυπηρετητές.

Η ορθότητα του ισχυρισμού αυτού θα αποδειχτεί για μια κατηγορία κίνησης αρχικά, περίπτωση όπου οι σχέσεις του Riordan μας επιτρέπουν σχετικά ακριβή υπολογισμό και επομένως σύγκριση με τα πειραματικά δεδομένα, και στη συνέχεια θα επεκταθεί για περισσότερες κατηγορίες κίνησης. Προκειμένου δε να καταστεί πιο γενικευμένη η λογική αυτή, θα θεωρήσουμε ένα υπόδειγμα με περισσότερα του ενός πρωτεύοντα συστήματα, και συγκεκριμένα το εξής:

<b>A/A ΠΡΩΤ. ΣΥΣΤ.</b>	<b>ΠΡΟΣΦΕΡ. ΚΙΝΗΣΗ</b>	<b>ΕΞΥΠΗΡΕΤΗΤΕΣ</b>
1	12 Erl	16
2	8 Erl	8
3	4 Erl	0

Θεωρώντας ότι οι κλήσεις που προσφέρονται απαιτούν έναν εξυπηρετητή, μπορούμε να εξάγουμε από τη φόρμουλα Erlang τις πιθανότητες αποκλεισμού για καθένα από τα πρωτεύοντα συστήματα, ως εξής:

Πρωτ. Σύστημα 1	6,0417%
Πρωτ. Σύστημα 2	23,0575%
Πρωτ. Σύστημα 3	100%

Εφαρμόζοντας την (3.1) βρίσκουμε τη μέση τιμή της προσφερόμενης κίνησης από κάθε πρωτεύον σύστημα στο εναλλακτικό:

Από Πρωτεύον 1	$12 * 0,060417 =$	0,725 Erl
Από Πρωτεύον 2	$8 * 0,230575 =$	1,8846 Erl
Από Πρωτεύον 3	$4 * 1 =$	4 Erl

Από τη σχέση του Riordan (3.2), βρίσκουμε τις αντίστοιχες τιμές για τη διασπορά:

Από Πρωτεύον 1	1,7190
Από Πρωτεύον 2	3,5596
Από Πρωτεύον 3	4

Τέλος, από τον ορισμό της παραμέτρου Z, (διακύμανση) / (μέση τιμή), προκύπτουν οι εξής τιμές αντιστοίχως:

Παράμετρος Z για κίνηση υπερροής από Πρωτεύον Σύστημα 1: 2,7311

Παράμετρος  $Z$  για κίνηση υπερροής από Πρωτεύον Σύστημα 2: 1,8888

Παράμετρος  $Z$  για κίνηση υπερροής από Πρωτεύον Σύστημα 3: 1

Παρατηρούμε τα εξής:

1. Η κίνηση υπερροής από τα πρωτεύοντα συστήματα 1 και 2 έχει παράμετρο  $Z > 1$ . Αυτό σημαίνει ότι η κίνηση είναι περισσότερο bursty από την τυχαία και μπορεί να μοντελοποιηθεί με την κατανομή Pascal.
2. Αντίθετα η κίνηση υπερροής από το πρωτεύον σύστημα 3 έχει παράμετρο  $Z = 1$ . Δηλαδή η κίνηση που προσφέρεται στο εναλλακτικό σύστημα είναι τυχαία. Αυτό καθίσταται εύκολα αντιληπτό, δεδομένου ότι το πρωτεύον σύστημα 3 έχει 0 εξυπηρετητές. Έτσι, όλη η αρχικά προσφερόμενη σε αυτό τυχαία κίνηση διοχετεύεται στο εναλλακτικό σύστημα αμετάβλητη, ούσα επομένως επίσης τυχαία.

Στη συνέχεια προσομοιώνουμε το υπόδειγμα, ορίζοντας τρία πρωτεύοντα συστήματα ως ανωτέρω, καθώς και ένα εναλλακτικό με (θεωρητικά) άπειρη χωρητικότητα, ώστε να διερευνήσουμε τη σύγκλιση των αποτελεσμάτων από τους τύπους του Riordan με τη θεωρητική προσέγγιση της παραμέτρου  $Z$ . Άπειρη χωρητικότητα στην παρούσα φάση σημαίνει αριθμό εξυπηρετητών τέτοιον ώστε η πιθανότητα απώλειας στο εναλλακτικό σύστημα να είναι μηδενική. Ορίζουμε επομένως μια αυθαίρετα μεγάλη τιμή για τους εξυπηρετητές του εναλλακτικού συστήματος. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα η τιμή αυτή τίθεται ως 2000 εξυπηρετητές. Προσομοιώνουμε 1.000.000 κλήσεις προσφερόμενες κατά την κατανομή Poisson στα πρωτεύοντα συστήματα. Ο τρόπος υπολογισμού της παραμέτρου  $Z$  ορίζεται με το γνωστό μας πλέον πηλίκο. Η διασπορά και η μέση τιμή υπολογίζονται λαμβάνοντας υπ' όψιν τις προερχόμενες από κάθε πρωτεύον σύστημα κλήσεις που εξυπηρετούνται από το εναλλακτικό. Για να υπολογίσουμε επαρκή δείγματα λαμβάνουμε τιμές ανά 1,5 λεπτό της ώρας. Αυτή είναι μια λογική συχνότητα, εφόσον οι κλήσεις έχουν τεθεί να διαρκούν κατά μέσο όρο 1 λεπτό. Ο κώδικας της προσομοίωσης παρατίθεται ως Παράρτημα Γ. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν είναι:

Παράμετρος  $Z$  για κίνηση υπερροής από Πρωτεύον Σύστημα 1: 2,37646

Παράμετρος  $Z$  για κίνηση υπερροής από Πρωτεύον Σύστημα 2: 1,87538

Παράμετρος  $Z$  για κίνηση υπερροής από Πρωτεύον Σύστημα 3: 1,00550

Παρατηρούμε σχετική ακρίβεια, γεγονός που σημαίνει ότι οι σχέσεις του Riordan προσεγγίζουν αρκετά την πραγματικότητα. Οι αποκλίσεις οφείλονται στην περίοδο της δειγματοληψίας κλήσεων που εξυπηρετούνται από το εναλλακτικό σύστημα. Πράγματι, δεδομένου ότι τα στατιστικά χαρακτηριστικά υπολογίζονται με ολοκλήρωση στο χρόνο, όσο μικρότερο είναι το χρονικό διάστημα μεταξύ δυο δειγματοληψιών, τόσο ακριβέστερη είναι η τελική τιμή.

Ακολουθώς επεκτείνουμε το παραπάνω υπόδειγμα προσομοίωσης, ώστε να συμπεριλάβουμε περισσότερες της μιας κατηγορίες κλήσεων. Υπολογίζεται κατ' αυτόν τον τρόπο η παράμετρος  $Z$  κάθε κατηγορίας, σύμφωνα με το θεωρητικό προσδιορισμό αυτής. Η συγκεκριμένη μέθοδος υπολογισμού της παραμέτρου  $Z$  είναι ακριβής και απόλυτα σύμφωνη με τη θεωρία.

Έχοντας πλέον ακριβείς υπολογισμούς για τις παραμέτρους  $Z$ , μπορούμε να εφαρμόσουμε τόσο το μοντέλο MKRR που αναπτύχθηκε παραπάνω, από τη σχέση (3.18) και έπειτα, όσο και το ακριβές μοντέλο του Delbrouck [18], που προϋποθέτει τη γνώση των παραμέτρων  $Z$ .

Ο Delbrouck προτείνει έναν ακριβή αναδρομικό τύπο για τον υπολογισμό της πιθανότητας απώλειας πολυδιάστατης κίνησης, με οιαδήποτε τιμή παραμέτρου  $Z$ . Συγκεκριμένα, για την κατηγορία κίνησης  $i$  προκύπτει η πιθανότητα απώλειας ως:

$$B_i = \frac{B_i^*}{1 + (Z_i - 1) * (1 - B_i^*)}$$

όπου  $B_i^* = \frac{\alpha_i - \alpha_{c,i}}{\alpha_{c,i}}$  με  $\alpha_i$  την κίνηση που προσφέρει η κατηγορία  $i$  και  $\alpha_{c,i}$  το μέσο αριθμό «κλήσεων» της κατηγορίας  $i$  που εξυπηρετούνται ταυτόχρονα (από τις ιδιότητες του φορτίου κίνησης, το  $\alpha_{c,i}$  εκφράζει την διεκπεραιωμένη κίνηση), και δίνεται από τον τύπο:

$$\alpha_{c,i} = \sum_{j=1}^c \sum_{k=1}^{[j/b_i]} \varphi_i * \beta_i^{k-1} * p(j - k * b_i) \quad (3.20)$$

Όπου η παράσταση  $[j/b_i]$  υποδηλώνει το μικρότερο ακέραιο του πηλίκου  $j/b_i$ .

Στον ανωτέρω τύπο, ισχύει:

$$p(j) = \frac{q(j)}{\sum_{j=0}^c q(j)}$$

με  $p(j)$  την κανονικοποιημένη πιθανότητα  $j$  εξυπηρετητές να είναι κατειλημμένοι. Οι μη κανονικοποιημένες πιθανότητες  $q(j)$  δίνονται από τον τύπο:

$$q(j) = \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^{[j/b_i]} \frac{b_i * \varphi_i * \beta_i^{k-1}}{j} * q(j - k * b_i)$$

με  $K$  τον συνολικό αριθμό των κατηγοριών κλήσεων.

Επίσης στην (3.20):

$b_i$  είναι οι εξυπηρετητές που απαιτούνται για την διεκπεραίωση μιας κλήσεως της κατηγορίας  $i$ .

$\varphi_i$  ορίζεται το πηλίκο του φορτίου κίνησης της κατηγορίας  $i$  προς την παράμετρο  $Z$  αυτής.

$\beta_i$  είναι η παράσταση  $1 - (1/Z_i)$

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

## ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

### A. Γενικά

Στην ενότητα E του προηγούμενου Κεφαλαίου αναφερθήκαμε σε δυο μεθόδους υπολογισμού των παραμέτρων  $Z$  πολυδιάστατης κίνησης σε συστήματα υπερροής, αφού πρώτα αιτιολογήσαμε τη σπουδαιότητα της εν λόγω διεργασίας. Είμαστε πλέον σε θέση να παρουσιάσουμε αριθμητικά παραδείγματα, μέσω των οποίων θα καταδειχθεί η ακρίβεια κάθε μεθόδου. Επιπλέον, θα εξετάσουμε αριθμητικά τις δύο μεθόδους υπολογισμού του GoS (MKRR – Delbrouck), όπως αναλύθηκαν στο προηγούμενο Κεφάλαιο.

Συγκεκριμένα, θα θεωρήσουμε ένα δίκτυο με δυο πρωτεύοντα συστήματα, στα οποία προσφέρονται με τυχαίο τρόπο κλήσεις τριών κατηγοριών όσον αφορά τις απαιτήσεις σε εξυπηρετητές. Η μη διεκπεραιούμενη τηλεπικοινωνιακή κίνηση όλων των κατηγοριών, από όλα τα πρωτεύοντα συστήματα διοχετεύεται σε ένα εναλλακτικό σύστημα.

Επικεντρωνόμαστε στον υπολογισμό των πιθανοτήτων αποκλεισμού από το εναλλακτικό σύστημα. Είναι εύλογο να το κάνουμε αυτό, καθότι η πιθανότητα απώλειας κλήσεων του δικτύου ανωτέρω θα ισούται με την πιθανότητα μια κλήση να μην μπορεί να εξυπηρετηθεί από το εναλλακτικό σύστημα, δεδομένου ότι οι κλήσεις που δεν εξυπηρετούνται από τα πρωτεύοντα υπερρέουν προς το εναλλακτικό.

Οι παράμετροι του προς μελέτη δικτύου έχουν ως εξής:

- 2 πρωτεύοντα συστήματα, με 60 εξυπηρετητές το καθένα.
- 3 κατηγορίες κλήσεων, με απαιτήσεις σε εξυπηρετητές 4, 8 και 12 αντίστοιχα.
- 1 εναλλακτικό σύστημα με 100 εξυπηρετητές.

Οι ανεξάρτητες μεταβλητές είναι τα προσφερόμενα με τυχαίο τρόπο φορτία κίνησης σε κάθε πρωτεύον σύστημα και οι εξαρτημένες είναι οι πιθανότητες αποκλεισμού κάθε κατηγορίας από το εναλλακτικό σύστημα. Το εύρος μεταβολής των ανεξάρτητων μεταβλητών, σε μονάδες Erl, έχει ως εξής:

ΠΡΩΤΕΥΟΝ ΣΥΣΤΗΜΑ 1			ΠΡΩΤΕΥΟΝ ΣΥΣΤΗΜΑ 2		
Κατηγ.1 (b=4)	Κατηγ.2 (b=8)	Κατηγ.3 (b=12)	Κατηγ.1	Κατηγ.2	Κατηγ.3
5	2,5	1,666666667	5	2,5	1,666666667
5,5	2,75	1,833333333	5,5	2,75	1,833333333
6	3	2	6	3	2
6,5	3,25	2,166666667	6,5	3,25	2,166666667
7	3,5	2,333333333	7	3,5	2,333333333
7,5	3,75	2,5	7,5	3,75	2,5
8	4	2,666666667	8	4	2,666666667
8,5	4,25	2,833333333	8,5	4,25	2,833333333
9	4,5	3	9	4,5	3
9,5	4,75	3,166666667	9,5	4,75	3,166666667
10	5	3,333333333	10	5	3,333333333
10,5	5,25	3,5	10,5	5,25	3,5
11	5,5	3,666666667	11	5,5	3,666666667
11,5	5,75	3,833333333	11,5	5,75	3,833333333
12	6	4	12	6	4
12,5	6,25	4,166666667	12,5	6,25	4,166666667
13	6,5	4,333333333	13	6,5	4,333333333

**Πίνακας 4.1. Εύρος Μεταβολής Προσφερόμενης Κίνησης (σε erlang)**

Το γεγονός ότι έχουμε το ίδιο προσφερόμενο φορτίο κίνησης για κάθε πρωτεύον σύστημα σε κάθε κατηγορία προφανώς δεν περιορίζει την μελέτη του συστήματος.

Η αριθμητική ανάλυση επιμερίζεται ως εξής:

- Στην ενότητα Β θα υπολογιστούν οι πιθανότητες αποκλεισμού βάσει της MKRR – όπως αναλύεται στην παράγραφο Ε.1 του Κεφ.3, με τις παραμέτρους  $Z$  που προκύπτουν από αυτήν.
- Στην ενότητα Γ θα υπολογιστούν οι πιθανότητες αποκλεισμού βάσει της MKRR, με τις παραμέτρους  $Z$  που προκύπτουν από την πειραματική μέθοδο του Κεφαλαίου 3, παράγραφος Ε.2.
- Στην ενότητα Δ θα υπολογιστούν οι πιθανότητες αποκλεισμού βάσει της φόρμουλας Delbrouck [18], με τις παραμέτρους  $Z$  που προκύπτουν από την MKRR.
- Στην ενότητα Ε θα υπολογιστούν οι πιθανότητες αποκλεισμού βάσει της φόρμουλας Delbrouck, με τις παραμέτρους  $Z$  που προκύπτουν από την πειραματική μέθοδο του Κεφαλαίου 4.
- Στην ενότητα ΣΤ θα πραγματοποιηθεί μια επέκταση των υπολογισμών.
- Στην ενότητα Ζ θα κλείσουμε με την κριτική όλων των μεθόδων, βάσει των ανωτέρω αποτελεσμάτων

## **Β. Πιθανότητες Αποκλεισμού Εναλλακτικού Συστήματος Βάσει της MKRR (θεωρητικός υπολογισμός $Z$ )**

Η φόρμουλα που αναπτύσσεται στην παράγραφο 1 της Ενότητας Ε του Κεφαλαίου 3 υλοποιήθηκε στην υπολογιστική γλώσσα προγραμματισμού MATLAB R2007b. Ο αναλυτικός κώδικας



παρατίθεται ως Παράρτημα Δ. Στην περίπτωση που στο τελευταίο βήμα το πηλίκο  $C_{alt}/Z_{κav}$  προκύπτει μη ακέραιο, λαμβάνεται υπόψιν ο μικρότερος ακέραιος, δηλαδή υιοθετούμε την συντηρητική προσέγγιση. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

ΠΡΟΣΦΕΡΟΜΕΝΗ ΚΙΝΗΣΗ ΑΝΑ ΠΡΩΤΕΥΟΝ ΣΥΣΤΗΜΑ			ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ Ζ ΑΝΑ ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ ΚΛΗΣΕΩΝ			ΠΡΟΚΥΠΤΟΝ GoS ΓΙΑ ΤΟ ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ		
α1	α2	α3	Z1	Z2	Z3	Κατηγ.1	Κατηγ.2	Κατηγ.3
5	2,5	1,666667	1,3915	1,2087	1,0843	0,1000%	0,2600%	0,5200%
5,5	2,75	1,833333	1,3989	1,1814	1,0435	0,4300%	1,0500%	1,9400%
6	3	2	1,4021	1,1495	1,0005	0,9600%	2,2500%	3,9600%
6,5	3,25	2,166667	1,4024	1,1143	0,9567	2,3600%	5,2800%	8,8200%
7	3,5	2,333333	1,4007	1,0769	0,9128	3,8300%	8,2800%	13,3600%
7,5	3,75	2,5	1,3975	1,0381	0,8695	5,6700%	11,8900%	18,6200%
8	4	2,666667	1,3934	0,9984	0,8272	7,7900%	15,9300%	24,2800%
8,5	4,25	2,833333	1,3887	0,9583	0,7861	11,2000%	22,1800%	32,7500%
9	4,5	3	1,3836	0,9180	0,7464	13,6700%	26,4800%	38,2800%
9,5	4,75	3,166667	1,3783	0,8778	0,7080	16,1700%	30,6900%	43,5200%
10	5	3,333333	1,3730	0,8378	0,6711	18,6600%	34,7500%	48,4100%
10,5	5,25	3,5	1,3677	0,7981	0,6356	21,1100%	38,6100%	52,9200%
11	5,5	3,666667	1,3624	0,7588	0,6015	23,5100%	42,2800%	57,0700%
11,5	5,75	3,833333	1,3572	0,7201	0,5687	25,8500%	45,7500%	60,8700%
12	6	4	1,3521	0,6819	0,5372	28,1300%	49,0300%	64,3400%
12,5	6,25	4,166667	1,3472	0,6442	0,5069	30,3500%	52,1200%	67,5300%
13	6,5	4,333333	1,3422	0,6070	0,4779	31,6800%	53,9000%	69,2900%

**Πίνακας 4.2. Αποτελέσματα Εφαρμογής MKRR**

Προκειμένου καταστεί πιο σαφής ο τρόπος υπολογισμού που ακολουθείται, παρατίθεται ως Παράρτημα Ε ένα παράδειγμα, για προσφερόμενη κίνηση ανά πρωτεύον σύστημα αντίστοιχα 12, 6, 4 erlang ανά κατηγορία κίνησης

Παρατηρούμε τα εξής:

- Οι υπολογιζόμενες πιθανότητες αποκλεισμού είναι αύξουσες συναρτήσεις του εκάστοτε προσφερόμενου φορτίου κίνησης. Αυτό συνάδει με τη θεωρητική ανάλυση των Κεφαλαίων 1 και 2 περί GoS.
- Οι προκύπτουσες παράμετροι Z παρουσιάζουν «ανωμαλίες» όσον αφορά την κυρτότητα σε σχέση με το φορτίο κίνησης. Γενικώς φθίνουν, ενώ για τις Κατηγορίες Κλήσεων 2 και 3, σε πολλές περιπτώσεις παρουσιάζονται μικρότερες του 1. Θεωρητικά, αυτό σημαίνει ότι η προσφερόμενη κίνηση αυτών των κατηγοριών στο εναλλακτικό σύστημα είναι πιο «ομαλή» από την τυχαία. Γενικώς αυτό έρχεται σε κάποια αντίθεση με αυτά που έχουμε ήδη αναφέρει, δεδομένων και των πιθανοτήτων αποκλεισμού των πρωτευόντων συστημάτων. Στον Πίνακα 4.3 παρατίθενται αυτές, που όπως αναμενόταν συμπίπτουν με την εφαρμογή της φόρμουλας Kaufman – Roberts:

ΠΡΟΣΦΕΡΟΜΕΝΗ ΚΙΝΗΣΗ ΑΝΑ ΠΡΩΤΕΥΟΝ ΣΥΣΤΗΜΑ			ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ ΑΠΟΚΛΕΙΣΜΟΥ ΑΝΑ ΠΡΩΤΕΥΟΝ ΣΥΣΤΗΜΑ		
$\alpha 1$	$\alpha 2$	$\alpha 3$	Κατηγ. 1	Κατηγ. 2	Κατηγ. 3
5	2,5	1,666667	0,12746	0,2578	0,38676
5,5	2,75	1,833333	0,152927	0,301964	0,442418
6	3	2	0,1778	0,343533	0,4928
6,5	3,25	2,166667	0,201785	0,382185	0,537923
7	3,5	2,333333	0,224729	0,417943	0,578271
7,5	3,75	2,5	0,232347	0,37232	0,5912
8	4	2,666667	0,267363	0,48125	0,646275
8,5	4,25	2,833333	0,287059	0,5092	0,674894
9	4,5	3	0,305744	0,534956	0,7005
9,5	4,75	3,166667	0,323453	0,558674	0,723411
10	5	3,333333	0,34024	0,58058	0,74394
10,5	5,25	3,5	0,3562	0,600857	0,762571
11	5,5	3,666667	0,371355	0,619636	0,779318
11,5	5,75	3,833333	0,385765	0,637078	0,794478
12	6	4	0,399483	0,653283	0,808225
12,5	6,25	4,166667	0,41256	0,668368	0,820752
13	6,5	4,333333	0,425038	0,682446	0,832154

**Πίνακας 4.3. GoS σε κάθε πρωτεύον σύστημα (εφαρμογή του τύπου Kaufman-Roberts)**

Σε σχέση με τη θεωρητική ανάλυση που προηγήθηκε, θα περιμέναμε ότι όσο μεγαλύτερη είναι η πιθανότητα απώλειας για τα πρωτεύοντα συστήματα (βλ. Πίνακα 4.3), τόσο περισσότερο η κίνηση προς το εναλλακτικό σύστημα θα προσέγγιζε την τυχαία, δηλαδή οι παράμετροι  $Z$  θα πλησίαζαν προς το 1. Παρατηρούμε ότι κάτι τέτοιο δεν προκύπτει από την εφαρμογή της φόρμουλας MKRR.

#### **Γ. Πιθανότητες Αποκλεισμού Εναλλακτικού Συστήματος Βάσει της MKRR (πειραματικός υπολογισμός $Z$ )**

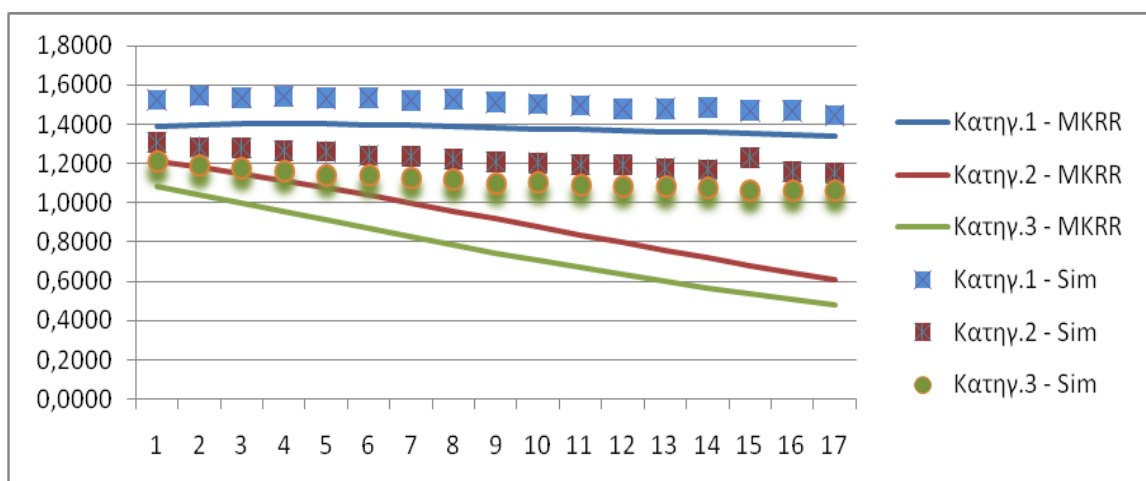
Καταρχήν πρέπει να υπολογίσουμε τις παραμέτρους  $Z$  βάσει του πειραματικού μοντέλου της προσομοίωσης, όπως αναπτύχθηκε στην παράγραφο 2 της Ενότητας Ε του Κεφαλαίου 3. Όπως και στις υπόλοιπες προσομοιώσεις, χρησιμοποιήθηκε η γλώσσα προγραμματισμού SIMSCRIPT II.5. Πραγματοποιήθηκαν προσομοιώσεις του υποδείγματος με πέντε διαφορετικά ζεύγη SEEDS (μια παράμετρος για την τυχαία προσφερόμενη κίνηση στα πρωτεύοντα συστήματα και μια για την κατανομή των χρόνων εξυπηρέτησης): 3 – 8, 4 – 9, 1 – 2, 2 – 5, 1 – 7. Για την ποσοτικοποίηση των (θεωρητικά) άπειρων εξυπηρετητών του εναλλακτικού συστήματος χρησιμοποιήθηκε ο αριθμός 2.000. Στο δίκτυο προσφέρθηκαν 1.000.000 κλήσεις. Ο κώδικας παρατίθεται ως Παράρτημα ΣΤ.

Η μέση τιμή των παραμέτρων  $Z$  προέκυψε ως εξής:

ΠΡΟΣΦΕΡΟΜΕΝΗ ΚΙΝΗΣΗ ΑΝΑ ΠΡΩΤΕΥΟΝ ΣΥΣΤΗΜΑ			ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ Z ΑΝΑ ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ ΚΛΗΣΕΩΝ		
α1	α2	α3	Z1	Z2	Z3
5	2,5	1,666667	1,5246	1,3063	1,2093
5,5	2,75	1,833333	1,5449	1,2839	1,1876
6	3	2	1,5361	1,2803	1,1758
6,5	3,25	2,166667	1,5432	1,2646	1,1612
7	3,5	2,333333	1,5327	1,2614	1,1388
7,5	3,75	2,5	1,5343	1,2396	1,1376
8	4	2,666667	1,5215	1,2374	1,1285
8,5	4,25	2,833333	1,5289	1,2209	1,1180
9	4,5	3	1,5116	1,2081	1,0974
9,5	4,75	3,166667	1,5020	1,2028	1,1056
10	5	3,333333	1,4970	1,1937	1,0941
10,5	5,25	3,5	1,4767	1,1927	1,0854
11	5,5	3,666667	1,4794	1,1761	1,0802
11,5	5,75	3,833333	1,4835	1,1681	1,0797
12	6	4	1,4688	1,2305	1,0619
12,5	6,25	4,166667	1,4688	1,1581	1,0641
13	6,5	4,333333	1,4445	1,1505	1,0639

**Πίνακας 4.4. Οι παράμετροι Z κάθε κατηγορίας βάσει της πειραματικής μεθόδου**

Παρατηρούμε ότι υπάρχει σημαντική απόκλιση από τις παραμέτρους Z, όπως αυτές υπολογίστηκαν από τη φόρμουλα MKRR (στήλες 4-6, Πίνακας 4.2). Επιπροσθέτως, τα προκύπτοντα εδώ Z συνάδουν με τη θεώρηση περί προσέγγισης της κίνησης που προσφέρεται στο εναλλακτικό σύστημα ως τυχαίας, καθώς αυξάνει η πιθανότητα απώλειας από τα πρωτεύοντα συστήματα, βλ. και Σχήμα 3.1. Στην πράξη, όσο αυξάνει η πιθανότητα απώλειας από τα πρωτεύοντα συστήματα, τόσο η παράμετρος Z προσεγγίζει την τιμή 1. Οι προκύπτουσες παράμετροι Z από κάθε μέθοδο φαίνονται γραφικά στο παρακάτω γράφημα, όπου απεικονίζεται ξεκάθαρα η απόκλιση των αποτελεσμάτων της MKRR από τα αποτελέσματα της προσομοίωσης:



**Σχ. 4.1. Οι Παράμετροι Z από την MKRR και την Πειραματική Μέθοδο**

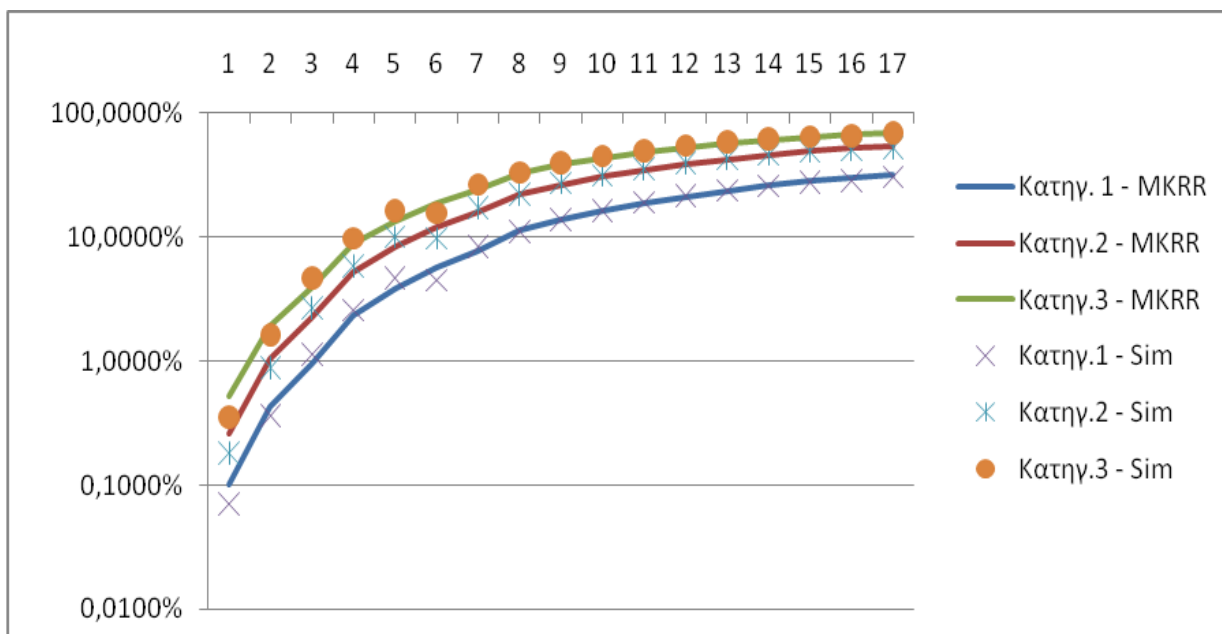
Εφόσον υπολογίστηκαν οι παράμετροι  $Z$ , ο κώδικας υλοποίησης της MKRR θα πρέπει να τροποποιηθεί, σε σχέση με αυτόν του Παραρτήματος Δ, ώστε να μπορούμε να εισάγουμε τα εκάστοτε  $Z$ . Ο νέος κώδικας παρατίθεται ως Παράρτημα Ζ. Επισημαίνεται ότι ο υπολογισμός του συνολικού  $Z$  κανονικοποίησης της φόρμουλας MKRR παραμένει αμετάβλητος. Προκύπτουν τα εξής αποτελέσματα:

ΠΡΟΣΦΕΡΟΜΕΝΗ ΚΙΝΗΣΗ ΑΝΑ ΠΡΩΤΕΥΟΝ ΣΥΣΤΗΜΑ			ΠΡΟΚΥΠΤΟΝ GoS ΓΙΑ ΤΟ ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ		
$\alpha 1$	$\alpha 2$	$\alpha 3$	ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ1	ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ2	ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ3
5	2,5	1,666667	0,0700%	0,1800%	0,3500%
5,5	2,75	1,833333	0,3600%	0,8800%	1,6300%
6	3	2	1,1300%	2,6600%	4,6600%
6,5	3,25	2,166667	2,5800%	5,8000%	9,7200%
7	3,5	2,333333	4,6400%	10,0400%	16,1800%
7,5	3,75	2,5	4,5000%	9,7200%	15,6600%
8	4	2,666667	8,3600%	17,2100%	26,3900%
8,5	4,25	2,833333	11,0000%	22,0600%	32,9500%
9	4,5	3	13,8500%	27,0900%	39,4700%
9,5	4,75	3,166667	16,3000%	31,2600%	44,6900%
10	5	3,333333	18,9100%	35,5300%	49,8400%
10,5	5,25	3,5	21,3900%	39,4600%	54,4100%
11	5,5	3,666667	23,7600%	43,1100%	58,5000%
11,5	5,75	3,833333	25,8900%	46,2700%	61,9500%
12	6	4	27,5300%	48,6400%	64,4600%
12,5	6,25	4,166667	28,5000%	49,9600%	65,7800%
13	6,5	4,333333	30,4700%	52,7100%	68,5800%

**Πίνακας 4.5. Τα GoS του εναλλακτικού συστήματος με εφαρμογή των παραμέτρων  $Z$  από τη πειραματική μέθοδο στη φόρμουλα MKRR**

Γραφικά η σύγκριση των αποτελεσμάτων των δυο μεθόδων υπολογισμού των παραμέτρων  $Z$  (Πίνακας 4.2 και Πίνακας 4.5), με κοινή εφαρμογή της MKRR, φαίνεται στο σχήμα 4.2. Η κλίμακα είναι λογαριθμική.

Αυτό που παρατηρούμε είναι ότι γενικά υπάρχει μια σχετική σύγκλιση μεταξύ των δυο μεθόδων, παρόλο που οι υπολογιζόμενες παράμετροι  $Z$  διαφέρουν. Πιθανότατα οι διαφορές εξομαλύνονται μέσω του υπολογισμού της συνολικής παραμέτρου  $Z$  που χρησιμοποιείται στο τελευταίο βήμα της μεθόδου. Σε κάθε περίπτωση, αν και οι παράμετροι που περιγράφουν την προσφερόμενη στο εναλλακτικό σύστημα κίνηση δεν ανταποκρίνονται στη θεωρητική του περιγραφή – όπως υπολογίστηκε μέσω του πειραματικού μοντέλου, τα αποτελέσματα που αφορούν τις πιθανότητες αποκλεισμού συγκλίνουν, ιδιαίτερα για μεγάλες τιμές του αρχικά προσφερόμενου φορτίου κίνησης.



**Σχ.4.2. Σύγκριση GoS με εφαρμογή των δυο μεθόδων υπολογισμού των παραμέτρων Z**

Οι κατ' απόλυτη τιμή αποκλίσεις μεταξύ των δυο μεθόδων φαίνονται σε μορφή επί τοις εκατό ποσοστών στον παρακάτω Πίνακα 4.6 και προκύπτουν ως εξής:

Από την πιθανότητα απώλειας όπως προκύπτει με εφαρμογή της μεθόδου MKRR με τις παραμέτρους Z από την πειραματική μέθοδο, αφαιρείται η πιθανότητα απώλειας από την MKRR στην πλήρη εφαρμογή της (δηλαδή με τις παραμέτρους Z που προκύπτουν από αυτήν). Με τον τρόπο αυτό υπολογίζεται η απόλυτη διαφορά μεταξύ των αποτελεσμάτων που δίνουν οι δυο μέθοδοι.

Το αποτέλεσμα της αφαίρεσης, κατ' απόλυτη τιμή – εφόσον μας ενδιαφέρει η σχετική απόκλιση και όχι το πρόσημο αυτής – διαιρείται με την πιθανότητα απώλειας από την πλήρη εφαρμογή της MKRR:

ΠΡΟΣΦΕΡΟΜΕΝΗ ΚΙΝΗΣΗ ΑΝΑ ΠΡΩΤΕΥΟΝ ΣΥΣΤΗΜΑ			ΑΠΟΚΛΙΣΕΙΣ ΜΕΘΟΔΩΝ		
α1	α2	α3	ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ1	ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ2	ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ3
5	2,5	1,666667	30,00000%	30,76923%	32,69231%
5,5	2,75	1,833333	16,27907%	16,19048%	15,97938%
6	3	2	17,70833%	18,22222%	17,67677%
6,5	3,25	2,166667	9,32203%	9,84848%	10,20408%
7	3,5	2,333333	21,14883%	21,25604%	21,10778%
7,5	3,75	2,5	20,63492%	18,25063%	15,89689%
8	4	2,666667	7,31707%	8,03515%	8,69028%
8,5	4,25	2,833333	1,78571%	0,54103%	0,61069%
9	4,5	3	1,31675%	2,30363%	3,10867%
9,5	4,75	3,166667	0,80396%	1,85728%	2,68842%
10	5	3,333333	1,33976%	2,24460%	2,95394%
10,5	5,25	3,5	1,32639%	2,20150%	2,81557%
11	5,5	3,666667	1,06338%	1,96310%	2,50569%
11,5	5,75	3,833333	0,15474%	1,13661%	1,77427%
12	6	4	2,13295%	0,79543%	0,18651%
12,5	6,25	4,166667	6,09555%	4,14428%	2,59144%
13	6,5	4,333333	3,81944%	2,20779%	1,02468%

**Πίνακας 4.6. Αποκλίσεις μεταξύ MKRR και MKRR με Z από πειραματική μέθοδο**

Παρατηρώντας τις αποκλίσεις, αντιλαμβανόμαστε τη διαφορά που εισάγει στους υπολογισμούς η θεωρητική προσέγγιση της μεθόδου MKRR όσον αφορά τις παραμέτρους Z της κίνησης που προσφέρεται στο εναλλακτικό σύστημα.

Υπενθυμίζεται ότι η προσέγγιση αφορούσε την ταύτιση των εξυπηρετητών που αντιστοιχούν σε κάθε κατηγορία κλήσεων (ώστε να είναι δυνατή η εφαρμογή της (3.2) για τον υπολογισμό της διασποράς) με τους εξυπηρετητές που «απομένουν», δεδομένης της κίνησης που διεκπεραιώνεται για τις υπόλοιπες κατηγορίες κλήσεων, βλ. και παράγραφο Ε.1 Κεφ.3.

#### Δ. Πιθανότητες Αποκλεισμού Εναλλακτικού Συστήματος Βάσει της Φόρμουλας Delbrouck (Z από MKRR)

Στην Ενότητα αυτή θα εφαρμόσουμε τη φόρμουλα του Delbrouck (3.20) που αποτελεί μια γενική μέθοδο υπολογισμού των πιθανοτήτων αποκλεισμού οσωνδήποτε κατηγοριών κλήσεων, που προσφέρονται με μη τυχαίο τρόπο σε ένα σύστημα. Κατ' ουσίαν το ζήτημα των κλήσεων υπερροής είναι ακριβώς αυτό. Επομένως αν γνωρίζουμε τις παραμέτρους Z και τις μέσες τιμές της προσφερόμενης κίνησης στο εναλλακτικό σύστημα, μπορούμε να υπολογίσουμε, βασιζόμενοι στην ανωτέρω φόρμουλα, τις απαιτούμενες πιθανότητες αποκλεισμού.

Σύμφωνα με τη σχέση (3.1), η μέση τιμή της κίνησης κάθε κατηγορίας που προσφέρεται συνολικά στο εναλλακτικό σύστημα θα ισούται με το άθροισμα των γινομένων της αρχικά προσφερόμενης τυχαίας κίνησης σε κάθε πρωτεύον σύστημα επί το GoS του.

Από τους Πίνακες 4.3 (πιθανότητες απώλειας για τα πρωτεύοντα συστήματα) και 4.1 (αρχικά προσφερόμενη κίνηση), έχουμε:

ΠΡΟΣΦΕΡΟΜΕΝΗ ΚΙΝΗΣΗ ΑΝΑ ΠΡΩΤΕΥΟΝ ΣΥΣΤΗΜΑ			ΜΕΣΗ ΤΙΜΗ ΠΡΟΣΦΕΡΟΜΕΝΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ ΣΤΟ ΕΝΑΛΛ. ΣΥΣΤΗΜΑ		
α1	α2	α3	Κατηγ. 1	Κατηγ. 2	Κατηγ. 3
5	2,5	1,666667	1,2746	1,289	1,2892
5,5	2,75	1,833333	1,6822	1,6608	1,6222
6	3	2	2,1336	2,0612	1,9712
6,5	3,25	2,166667	2,6232	2,4842	2,331
7	3,5	2,333333	3,1462	2,9256	2,6986
7,5	3,75	2,5	3,4852	2,7924	2,956
8	4	2,666667	4,2778	3,85	3,4468
8,5	4,25	2,833333	4,88	4,3282	3,8244
9	4,5	3	5,5034	4,8146	4,203
9,5	4,75	3,166667	6,1456	5,3074	4,5816
10	5	3,333333	6,8048	5,8058	4,9596
10,5	5,25	3,5	7,4802	6,309	5,338
11	5,5	3,666667	8,1698	6,816	5,715
11,5	5,75	3,833333	8,8726	7,3264	6,091
12	6	4	9,5876	7,8394	6,4658
12,5	6,25	4,166667	10,314	8,3546	6,8396
13	6,5	4,333333	11,051	8,8718	7,212

Πίνακας 4.7. Μέση Προσφερόμενη Κίνηση κάθε κατηγορίας στο εναλλακτικό σύστημα

Χρησιμοποιώντας τις παραμέτρους Z του Πίνακα 4.2 (αυτές δηλαδή που προκύπτουν από την εφαρμογή της MKRR) και εφαρμόζοντας τις σχέσεις Delbrouck, όπως αναλύονται στο τέλος του Κεφαλαίου 3, λαμβάνουμε τα εξής αποτελέσματα σχετικά με την πιθανότητα απώλειας κλήσεων στο εναλλακτικό σύστημα και για κάθε κατηγορία προσφερόμενης κίνησης υπερροής:

ΠΡΟΣΦΕΡΟΜΕΝΗ ΚΙΝΗΣΗ ΑΝΑ ΠΡΩΤΕΥΟΝ ΣΥΣΤΗΜΑ			ΠΡΟΚΥΠΤΟΝ GoS ΓΙΑ ΤΟ ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ		
α1	α2	α3	ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ1	ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ2	ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ3
5	2,5	1,666667	0,113400%	0,262000%	0,409800%
5,5	2,75	1,833333	0,386000%	0,793190%	1,143500%
6	3	2	1,045550%	1,948900%	2,664770%
6,5	3,25	2,166667	2,320000%	3,989500%	5,490000%
7	3,5	2,333333	4,353000%	6,997000%	9,788000%
7,5	3,75	2,5	7,126900%	10,820000%	15,445000%
8	4	2,666667	10,487600%	15,190000%	22,077000%
8,5	4,25	2,833333	14,220600%	20,400000%	29,190000%
9	4,5	3	18,123570%	25,814710%	36,362480%
9,5	4,75	3,166667	22,042730%	31,211000%	43,255000%
10	5	3,333333	25,875000%	36,438000%	49,678000%
10,5	5,25	3,5	29,560000%	41,405000%	55,541000%
11	5,5	3,666667	33,066000%	46,064000%	60,814000%
11,5	5,75	3,833333	36,382000%	50,401000%	65,515000%
12	6	4	39,510000%	54,415000%	69,680000%
12,5	6,25	4,166667	42,461000%	58,123000%	73,363000%
13	6,5	4,333333	45,239680%	61,542280%	76,611000%

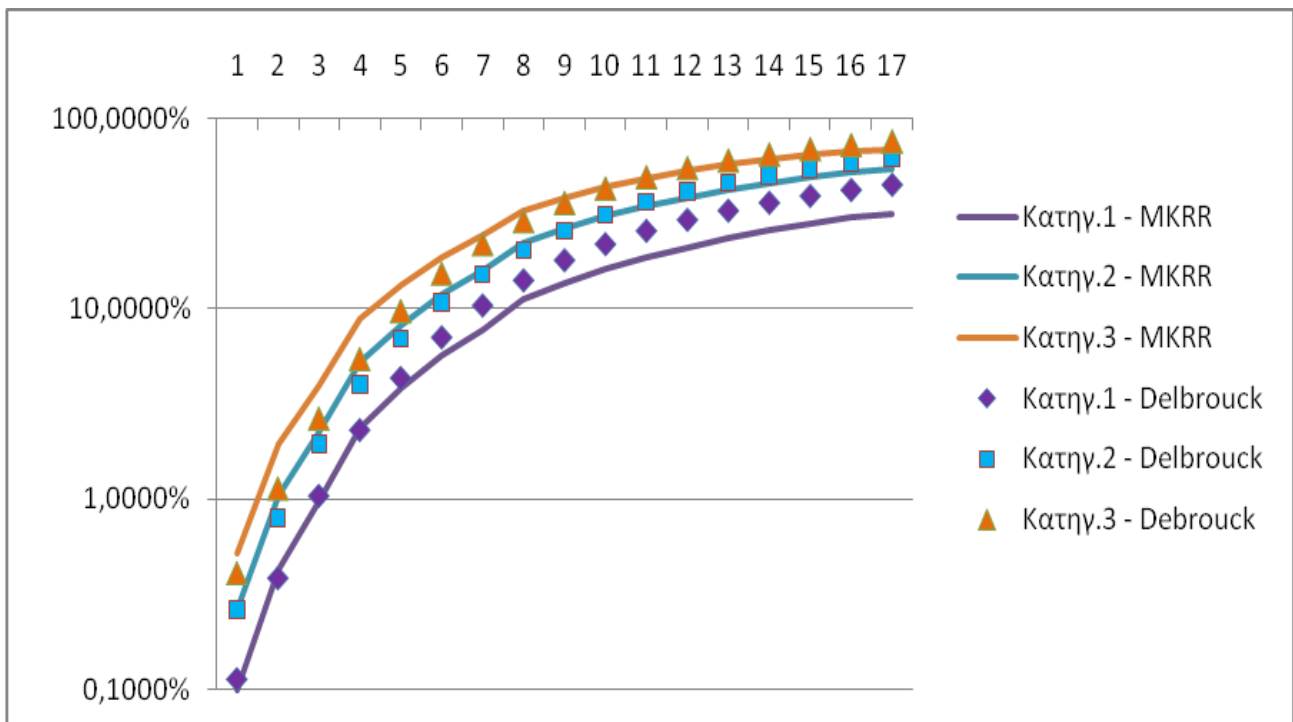
**Πίνακας 4.8. Τα GoS του εναλλακτικού συστήματος με εφαρμογή των παραμέτρων Z από την MKRR στη φόρμουλα Delbrouck**

Εφόσον χρησιμοποιήθηκαν οι παράμετροι Z της MKRR, συγκρίνουμε τις δυο μεθόδους, τη φόρμουλα Delbrouck και την MKRR, στο επίπεδο των αποτελεσμάτων:

ΠΡΟΣΦΕΡΟΜΕΝΗ ΚΙΝΗΣΗ ΑΝΑ ΠΡΩΤΕΥΟΝ ΣΥΣΤΗΜΑ			ΑΠΟΚΛΙΣΕΙΣ ΜΕΘΩΔΩΝ		
α1	α2	α3	ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ1	ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ2	ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ3
5	2,5	1,666667	11,81658%	0,76336%	26,89117%
5,5	2,75	1,833333	11,39896%	32,37686%	69,65457%
6	3	2	8,18230%	15,44974%	48,60570%
6,5	3,25	2,166667	1,72414%	32,34741%	60,65574%
7	3,5	2,333333	12,01470%	18,33643%	36,49367%
7,5	3,75	2,5	20,44227%	9,88909%	20,55681%
8	4	2,666667	25,72180%	4,87163%	9,97871%
8,5	4,25	2,833333	21,24102%	8,72549%	12,19596%
9	4,5	3	24,57336%	2,57717%	5,27335%
9,5	4,75	3,166667	26,64248%	1,66928%	0,61265%
10	5	3,333333	27,88406%	4,63253%	2,55244%
10,5	5,25	3,5	28,58593%	6,75039%	4,71904%
11	5,5	3,666667	28,89978%	8,21466%	6,15648%
11,5	5,75	3,833333	28,94838%	9,22799%	7,08998%
12	6	4	28,80283%	9,89617%	7,66361%
12,5	6,25	4,166667	28,52264%	10,32810%	7,95087%
13	6,5	4,333333	29,97298%	12,41793%	9,55607%

**Πίνακας 4.9. Αποκλίσεις μεταξύ MKRR και Delbrouck με Z από MKRR**

Γραφικά, οι αποκλίσεις φαίνονται στο παρακάτω σχήμα:



**Σχ.4.3. Σύγκριση GoS με εφαρμογή των δυο μεθόδων υπολογισμού του GoS (MKRR & Delbrouck) για παραμέτρους Z αυτές που προκύπτουν από την MKRR**

Παρατηρούμε σημαντικές αποκλίσεις, που υποδεικνύουν ότι ακόμα και αν δεχθούμε ότι το θεωρητικό υπόβαθρο υπολογισμού των παραμέτρων Z της MKRR είναι σωστό, οι υπολογισμοί που ακολουθούν παρέχουν GoS αποκλίνουσα από την φόρμουλα Delbrouck, που είναι ακριβής, για τα ίδια Z.

**Ε. Πιθανότητες Αποκλεισμού Εναλλακτικού Συστήματος Βάσει της Φόρμουλας Delbrouck (Z από πειραματική μέθοδο)**

Ολοκληρώνουμε την αριθμητική ανάλυση με τη μέθοδο που παρέχει, σύμφωνα με τη θεωρία, τα πλέον αξιόπιστα αποτελέσματα, αφού συνδυάζει τον υπολογισμό των παραμέτρων Z βάσει του θεωρητικού ορισμού (περί εναλλακτικού συστήματος άπειρης χωρητικότητας), με την ακρίβεια της φόρμουλας Delbrouck στον υπολογισμό του GoS(δεδομένων των Z). Χρησιμοποιούμε τις μέσες τιμές των φορτίων κίνησης του Πίνακα 4.8 και τις παραμέτρους Z από τον Πίνακα 4.4 και λαμβάνουμε τα εξής αποτελέσματα:



ΠΡΟΣΦΕΡΟΜΕΝΗ ΚΙΝΗΣΗ ΑΝΑ ΠΡΩΤΕΥΟΝ ΣΥΣΤΗΜΑ			ΠΡΟΚΥΠΤΟΝ GoS ΓΙΑ ΤΟ ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ		
α1	α2	α3	ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ1	ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ2	ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ3
5	2,5	1,666667	0,19736000%	0,45038000%	0,80790000%
5,5	2,75	1,833333	0,59322600%	1,19939300%	2,00003700%
6	3	2	1,42228700%	2,75263400%	4,30863090%
6,5	3,25	2,166667	2,86146790%	5,19216510%	7,82859620%
7	3,5	2,333333	4,88242730%	8,63690450%	12,34909000%
7,5	3,75	2,5	5,68992120%	9,73503890%	14,1160300%
8	4	2,666667	10,30588000%	17,11062000%	23,78399000%
8,5	4,25	2,833333	13,48991200%	21,57853000%	29,61119000%
9	4,5	3	16,55914000%	26,10292000%	35,04864000%
9,5	4,75	3,166667	19,47051000%	30,33052000%	40,55842000%
10	5	3,333333	22,41976000%	34,37173000%	45,31012000%
10,5	5,25	3,5	24,99445000%	38,27172000%	49,65592000%
11	5,5	3,666667	27,73178000%	41,54497000%	53,68159000%
11,5	5,75	3,833333	30,26703000%	44,62861000%	57,31859000%
12	6	4	32,15581000%	48,78399000%	59,86837000%
12,5	6,25	4,166667	34,65180000%	50,32951000%	63,35533000%
13	6,5	4,333333	36,35273000%	52,79270000%	66,11536000%

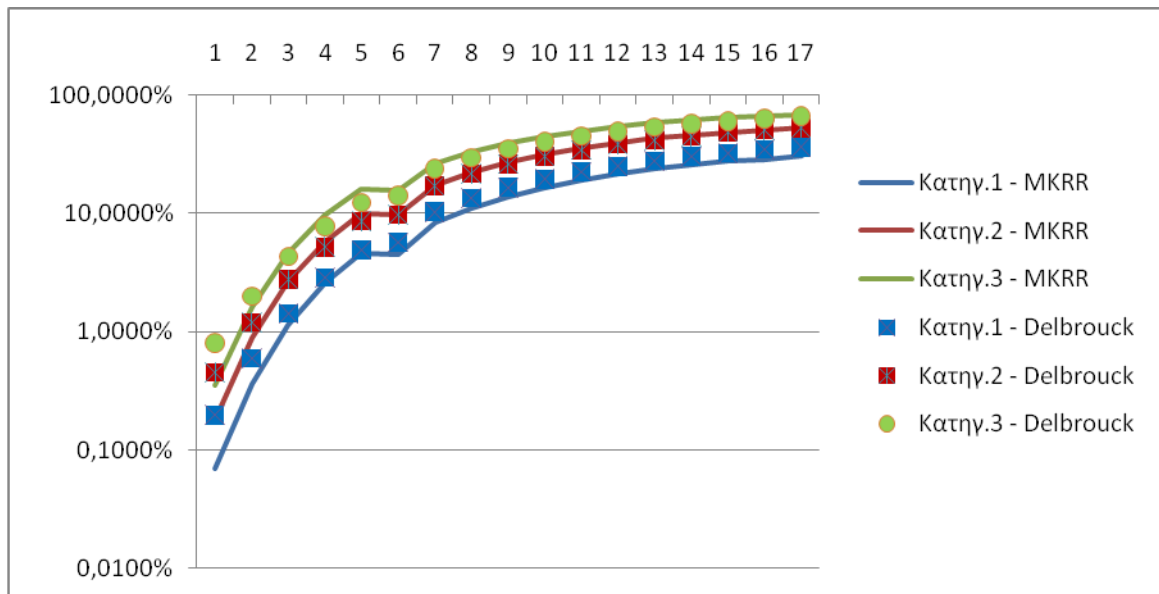
**Πίνακας 4.10. Τα GoS του εναλλακτικού συστήματος με εφαρμογή των παραμέτρων Z από την πειραματική μέθοδο στη φόρμουλα Delbrouck**

Σε σχέση με τους αντίστοιχους υπολογισμούς από την MKRR, για τα Z της πειραματικής μεθόδου (παράγραφος Γ), έχουμε τις εξής αποκλίσεις (ο τρόπος υπολογισμού είναι ίδιος με αυτόν της Ενότητας Γ):

ΠΡΟΣΦΕΡΟΜΕΝΗ ΚΙΝΗΣΗ ΑΝΑ ΠΡΩΤΕΥΟΝ ΣΥΣΤΗΜΑ			ΑΠΟΚΛΙΣΕΙΣ ΜΕΘΟΔΩΝ		
α1	α2	α3	ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ1	ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ2	ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ3
5	2,5	1,666667	64,53182%	60,03375%	56,67781%
5,5	2,75	1,833333	39,31486%	26,62955%	18,50151%
6	3	2	20,55049%	3,36529%	8,15501%
6,5	3,25	2,166667	9,83649%	11,70677%	24,16019%
7	3,5	2,333333	4,96530%	16,24535%	31,02180%
7,5	3,75	2,5	20,91279%	0,15448%	10,93771%
8	4	2,666667	18,88126%	0,58081%	10,95699%
8,5	4,25	2,833333	18,45759%	2,23125%	11,27550%
9	4,5	3	16,36039%	3,78149%	12,61493%
9,5	4,75	3,166667	16,28365%	3,06450%	10,18674%
10	5	3,333333	15,65476%	3,36983%	9,99750%
10,5	5,25	3,5	14,42100%	3,10485%	9,57404%
11	5,5	3,666667	14,32212%	3,76707%	8,97591%
11,5	5,75	3,833333	14,46138%	3,67789%	8,08012%
12	6	4	14,38561%	0,29516%	7,66954%
12,5	6,25	4,166667	17,75319%	0,73418%	3,82710%
13	6,5	4,333333	16,18236%	0,15665%	3,72779%

**Πίνακας 4.11. Αποκλίσεις μεταξύ MKRR και Delbrouck με Z από πειραματική μέθοδο**

Οι παρατηρούμενες αποκλίσεις φαίνονται και στο κάτωθι γράφημα:



**Σχ.4.4. Σύγκριση GoS με εφαρμογή των δυο μεθόδων υπολογισμού του GoS για παραμέτρους Z αυτές που προκύπτουν από την πειραματική μέθοδο**

Επίσης παρατηρούνται αποκλίσεις, που υποδεικνύουν τη μειωμένη υπολογιστική ισχύ της MKRR, ακόμα και για δεδομένα τα πραγματικά Z. Αξιοσημείωτη είναι η μορφή των καμπυλών, που υποδεικνύει μη συνεχώς αύξουσες συναρτήσεις των φορτίων κίνησης. Η μορφή αυτή προκύπτει και σε περιπτώσεις τυχαίας πολυδιάστατης κίνησης από τη μέθοδο Kaufman – Roberts[19].

### ΣΤ. Επέκταση

Καθότι θεωρήσαμε ότι η πειραματική μέθοδος υπολογισμού των παραμέτρων Z είναι η πλέον ακριβής, όσον αφορά επιπροσθέτως και τη θεωρητική προσέγγιση του όρου, έχει νόημα εδώ να επεκτείνουμε τη μελέτη της παραγράφου E ανωτέρω, ώστε να συγκρίνουμε για διάφορες τιμές των παραμέτρων Z τις μεθόδους Delbrouck και MKRR. Συγκεκριμένα, θα θεωρήσουμε ένα εύρος προσφερόμενης κίνησης σε ένα «εναλλακτικό» σύστημα, με τις παραμέτρους Z επίσης να παίρνουν διάφορες τιμές και θα συγκρίνουμε την έκδοση αυτή της MKRR με τη μέθοδο Delbrouck. Έχει νόημα να το κάνουμε αυτό, μιας και με δεδομένο το προσφερόμενο φορτίο κίνησης κάθε κατηγορίας, το απαιτούμενο εύρος ζώνης (σε εξυπηρετητές) και την παράμετρο Z, η MKRR δίνει έναν εναλλακτικό τρόπο υπολογισμού των πιθανοτήτων απώλειας. Επισημαίνεται ότι θα χρησιμοποιήσουμε τον κώδικα του Παραρτήματος Z, ώστε να εφαρμόσουμε την MKRR, ενώ η εφαρμογή της μεθόδου Delbrouck παραμένει ως ανωτέρω.

Ορίζουμε το αριθμητικό υπόδειγμα ως εξής:

*ΠΡΟΣΦΕΡΟΜΕΝΗ ΚΙΝΗΣΗ ΑΝΑ ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ ΚΛΗΣΕΩΝ*

<b>R<sub>1</sub></b>	<b>R<sub>2</sub></b>	<b>R<sub>3</sub></b>
16	8	2,667
20	10	3,333
24	12	4
28	14	4,667
32	16	5,333
36	18	6
40	20	6,667
44	22	7,333
48	24	8
52	26	8,667

**Πίνακας 4.12. Προσφερόμενη Κίνηση Ανά Κατηγορία Κλήσεων**

Οι απαιτήσεις κάθε κατηγορίας σε εύρος ζώνης (εξυπηρετητές) είναι οι εξής:

Κατηγορία 1:	$b_1$	=	1
Κατηγορία 2:	$b_2$	=	2
Κατηγορία 3:	$b_3$	=	6

Τέλος, ορίζουμε τον αριθμό των εξυπηρετητών του συστήματος σε 120.

Στη συνέχεια θα μελετήσουμε τις εξής περιπτώσεις για τις παραμέτρους Z:

1.  $Z_1 = Z_2 = Z_3 = 2$
2.  $Z_1 = Z_2 = Z_3 = 3$
3.  $Z_1 = Z_2 = Z_3 = 4$
4.  $Z_1 = Z_2 = Z_3 = 5$

Στον Πίνακα 4.13 παρατίθενται τα ανά περίπτωση αποτελέσματα, αφενός με την εφαρμογή της MKRR ως Παράρτημα Z, και αφετέρου με την εφαρμογή της μεθόδου Delbrouck. Επίσης, στον ίδιο Πίνακα παρέχονται και οι ανά περίπτωση προκύπτουσες ποσοστιαίες διαφορές, προκειμένου διαπιστωθεί η ακρίβεια της MKRR σε σχέση με την μέθοδο Delbrouck:

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 1			MKRR			DELBOUCK			ΔΙΑΦΟΡΕΣ		
R(1)	R(2)	R(3)	B(1)	B(2)	B(3)	B(1)	B(2)	B(3)	ΚΑΤΗΓ.1	ΚΑΤΗΓ.2	ΚΑΤΗΓ.3
16	8	2,667	0,01%	0,02%	0,13%	0,0002576	0,0006099	0,0004943	61,180%	67,208%	162,998%
20	10	3,333	0,08%	0,18%	0,85%	0,00116	0,00269	0,0168	31,034%	33,086%	49,405%
24	12	4,000	0,35%	0,76%	3,19%	0,00388	0,00875	0,0439	9,794%	13,143%	27,335%
28	14	4,667	0,99%	2,11%	8,03%	0,00997	0,0219	0,092	0,702%	3,653%	12,717%
32	16	5,333	2,10%	4,38%	15,28%	0,02065	0,04394	0,1597	1,695%	0,319%	4,321%
36	18	6,000	3,64%	7,45%	24,03%	0,0361	0,07465	0,2399	0,831%	0,201%	0,167%
40	20	6,667	5,50%	11,05%	33,18%	0,05553	0,1117	0,3236	0,954%	1,074%	2,534%
44	22	7,333	7,54%	14,90%	41,98%	0,07773	0,1524	0,404	2,998%	2,231%	3,911%
48	24	8,000	9,67%	18,83%	50,00%	0,1015	0,1943	0,4774	4,729%	3,088%	4,734%
52	26	8,667	11,83%	22,71%	57,10%	0,126	0,2357	0,5424	6,111%	3,649%	5,273%

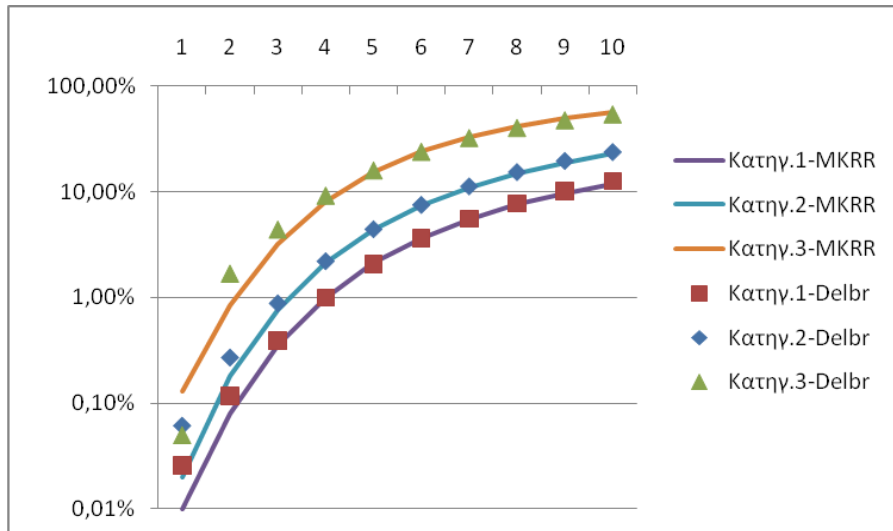
ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 2			MKRR			DELBOUCK			ΔΙΑΦΟΡΕΣ		
R(1)	R(2)	R(3)	B(1)	B(2)	B(3)	B(1)	B(2)	B(3)	ΚΑΤΗΓ.1	ΚΑΤΗΓ.2	ΚΑΤΗΓ.3
16	8	2,667	0,08%	0,18%	0,96%	0,001384	0,003376	0,02862	42,197%	46,682%	66,457%
20	10	3,333	0,31%	0,70%	3,32%	0,003829	0,009111	0,05806	19,039%	23,170%	42,818%
24	12	4,000	0,86%	1,87%	7,88%	0,008861	0,02045	0,1033	2,945%	8,557%	23,717%
28	14	4,667	1,80%	3,83%	14,58%	0,01754	0,03915	0,1632	2,623%	2,171%	10,662%
32	16	5,333	3,12%	6,51%	22,73%	0,03043	0,06562	0,2335	2,530%	0,792%	2,655%
36	18	6,000	4,75%	9,74%	31,45%	0,04738	0,09879	0,3081	0,253%	1,407%	2,077%
40	20	6,667	6,60%	13,31%	40,01%	0,0677	0,1366	0,3815	2,511%	2,562%	4,875%
44	22	7,333	8,59%	17,03%	47,99%	0,09039	0,1769	0,4503	4,967%	3,731%	6,573%
48	24	8,000	10,64%	20,77%	55,18%	0,1146	0,2179	0,5125	7,155%	4,681%	7,668%
52	26	8,667	12,71%	24,46%	61,50%	0,1394	0,2582	0,5677	8,824%	5,267%	8,332%

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 3			MKRR			DELBOUCK			ΔΙΑΦΟΡΕΣ		
R(1)	R(2)	R(3)	B(1)	B(2)	B(3)	B(1)	B(2)	B(3)	ΚΑΤΗΓ.1	ΚΑΤΗΓ.2	ΚΑΤΗΓ.3
16	8	2,667	0,20%	0,46%	2,53%	0,003153	0,007935	0,06588	36,568%	42,029%	61,597%
20	10	3,333	0,64%	1,43%	6,76%	0,007104	0,01734	0,1075	9,910%	17,532%	37,116%
24	12	4,000	1,41%	3,08%	13,00%	0,014	0,03298	0,1613	0,714%	6,610%	19,405%
28	14	4,667	2,54%	5,43%	20,70%	0,02458	0,05568	0,2243	3,336%	2,478%	7,713%
32	16	5,333	3,98%	8,33%	29,12%	0,03905	0,08507	0,2921	1,921%	2,081%	0,308%
36	18	6,000	5,66%	11,63%	37,58%	0,05713	0,1198	0,3605	0,928%	2,922%	4,244%
40	20	6,667	7,50%	15,15%	45,61%	0,07813	0,158	0,426	4,006%	4,114%	7,066%
44	22	7,333	9,44%	18,77%	59,25%	0,1012	0,1979	0,4865	6,719%	5,154%	21,788%
48	24	8,000	11,44%	22,39%	59,49%	0,1255	0,2379	0,541	8,845%	5,885%	9,963%
52	26	8,667	13,45%	25,94%	65,23%	0,1504	0,277	0,5894	10,572%	6,354%	10,672%

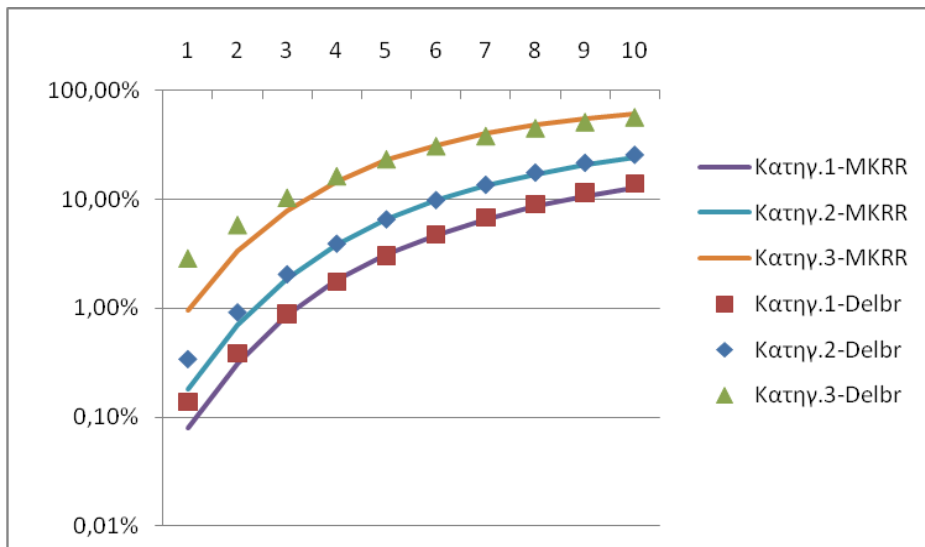
ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 4			MKRR			DELBOUCK			ΔΙΑΦΟΡΕΣ		
R(1)	R(2)	R(3)	B(1)	B(2)	B(3)	B(1)	B(2)	B(3)	ΚΑΤΗΓ.1	ΚΑΤΗΓ.2	ΚΑΤΗΓ.3
16	8	2,667	0,30%	0,69%	3,74%	0,005269	0,0137	0,1083	43,063%	49,635%	65,466%
20	10	3,333	0,92%	2,06%	9,81%	0,01061	0,02656	0,1567	13,289%	22,440%	37,396%
24	12	4,000	1,90%	4,17%	17,63%	0,01909	0,0458	0,2138	0,471%	8,952%	17,540%
28	14	4,667	3,19%	6,83%	26,12%	0,0312	0,07159	0,2761	2,244%	4,596%	5,397%
32	16	5,333	4,72%	9,90%	34,66%	0,04694	0,1031	0,3402	0,554%	3,977%	1,881%
36	18	6,000	6,43%	13,24%	42,84%	0,06593	0,1389	0,4029	2,472%	4,680%	6,329%
40	20	6,667	8,26%	16,73%	50,41%	0,0875	0,1772	0,462	5,600%	5,587%	9,113%
44	22	7,333	10,17%	20,27%	57,22%	0,1109	0,2166	0,5161	8,296%	6,417%	10,870%
48	24	8,000	12,12%	23,79%	63,24%	0,1353	0,2557	0,5648	10,421%	6,961%	11,969%
52	26	8,667	14,08%	27,24%	68,50%	0,1602	0,2936	0,6081	12,110%	7,221%	12,646%

Πίνακας 4.13. Σύγκριση Μεθόδων MKRR και Delbrouck, για δεδομένο Z

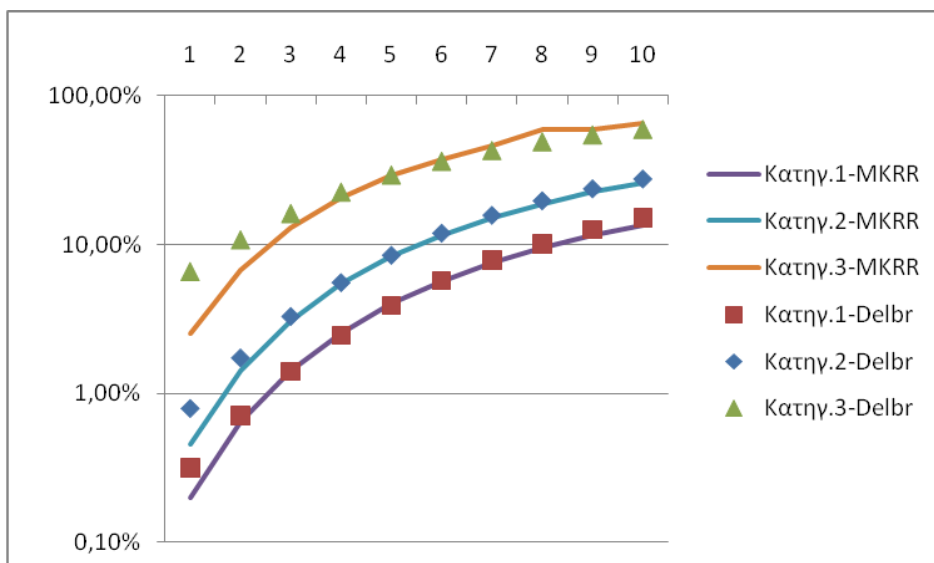
Σχηματικά οι ανωτέρω αποκλίσεις αναπαρίστανται στα κάτωθι διαγράμματα:



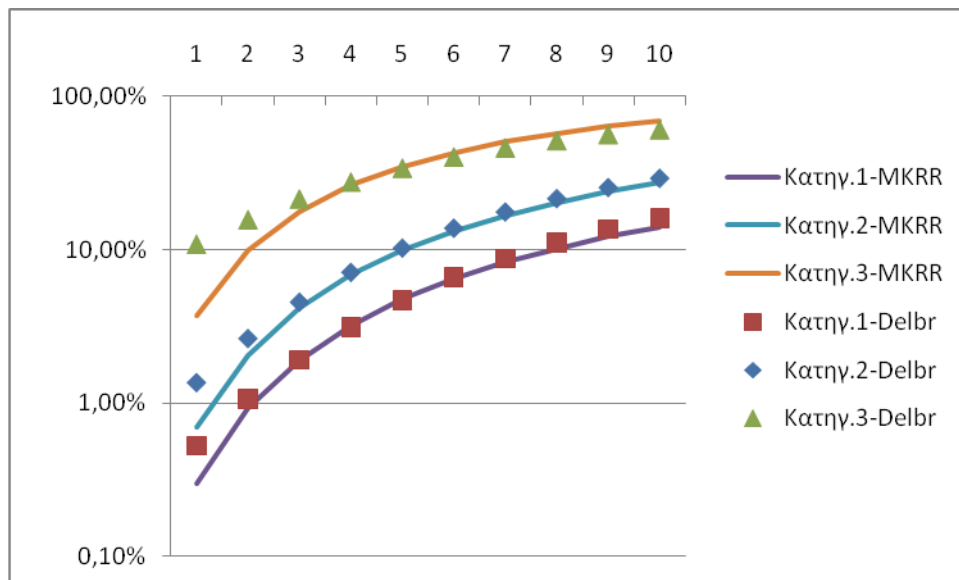
Σχ.4.5. GoS Από Μέθοδο Delbrouck και MKRR, Περίπτωση 1



Σχ.4.6. GoS Από Μέθοδο Delbrouck και MKRR, Περίπτωση 2



Σχ.4.7. GoS Από Μέθοδο Delbrouck και MKRR, Περίπτωση 3



**Σχ.4.8. GoS Από Μέθοδο Delbrouck και MKRR, Περίπτωση 4**

Ανά περίπτωση και κατηγορία οι μέσες ποσοστιαίες αποκλίσεις έχουν ως εξής:

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ 1	ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ 2	ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ 3
1	12%	12,765%	27,34%
2	9,3%	9,9%	17,58%
3	8,35%	9,52%	17,99%
4	9,85%	12,05%	17,86%

**Πίνακας 4.14. Μέση Ποσοστιαία Απόκλιση Μεθόδων MKRR και Delbrouck**

Οι παρατηρούμενες αποκλίσεις υποδεικνύουν ότι ναι μεν υπάρχει σχετική σύγκλιση, υπάρχουν όμως και περιπτώσεις αρκετά υψηλής απόκλισης, και μάλιστα αυξανόμενου του απαιτούμενου εύρους ζώνης.

## **Z. Συμπεράσματα**

Αναλύοντας τα αποτελέσματα μεταξύ των μεθόδων, όπως παρουσιάστηκαν στις ανωτέρω ενότητες, θα θεωρήσουμε ως βάση τους υπολογισμούς της φόρμουλας Delbrouck για τις παραμέτρους Z που προκύπτουν από την πειραματική μέθοδο (Πίνακας 4.10). Αυτό αιτιολογείται αφενός από την ακρίβεια της ανωτέρω φόρμουλας και αφετέρου από το θεωρητικό υπόβαθρο υπολογισμού των παραμέτρων Z, βλ. Ενότητα Γ του Κεφαλαίου 3.

Όπως έχει προαναφερθεί στην εργασία, οι παράμετροι Z και ο ακριβής υπολογισμός αυτών αποτελούν το κύριο διακύβευμα όλων των υποδειγμάτων. Η σπουδαιότητα είναι τόσο θεωρητική, αφού καταδεικνύεται η φύση της προσφερόμενης στο εναλλακτικό σύστημα κίνησης, όσο και πρακτική, εφόσον η ύπαρξη της φόρμουλας Delbrouck επιτρέπει τον απευθείας υπολογισμό των GoS, με την

προϋπόθεση της γνώσης των  $Z$ . Σε αυτό το πλαίσιο, το Σχήμα 4.1 αποτελεί αδιάψευστο μάρτυρα της αδυναμίας της MKRR όσον αφορά την εύρεση των παραμέτρων  $Z$ , σε σχέση με τα πραγματικά.

Επομένως, παραμένει ως σημαντικό ζήτημα για περαιτέρω μελέτη η ανάπτυξη ενός μοντέλου θεωρητικού υπολογισμού των παραμέτρων  $Z$  για πολυδιάστατη κίνηση, σε πρωτεύοντα συστήματα όπου όλες οι κατηγορίες κλήσεων ανταγωνίζονται για τους ίδιους πόρους. Πρακτικά, προτάθηκε ο πειραματικός τρόπος των παραμέτρων  $Z$ , που όμως δεν είναι ακριβής, με τη μαθηματική έννοια του όρου. Είδαμε το ζήτημα του ορθού καθορισμού της συχνότητας δειγματοληψίας των εξυπηρετούμενων από το «άπειρης» χωρητικότητας εναλλακτικό σύστημα κλήσεων, ως ένα επιπλέον σημείο που χρήζει περαιτέρω ανάλυσης.

Πέραν του υπολογισμού των παραμέτρων  $Z$ , η MKRR προτείνει μια αρκετά ελκυστική και εύκολη στην υλοποίησή της φόρμουλα, όσον αφορά τον υπολογισμό του GoS για δεδομένα  $Z$ . Οι αποκλίσεις, όπως παρουσιάστηκαν στα σχήματα 4.3 (για  $Z$  από την MKRR) και 4.4 (για τα πειραματικά υπολογισθέντα  $Z$ ) είναι σημαντικές, υποδεικνύουν όμως το σωστό δρόμο στον οποίο βρίσκεται η MKRR. Άλλωστε, επιλεκτικά ο Πίνακας 4.11 δίνει σχετικά συγκλίνοντα αποτελέσματα.

Καταλήγουμε εκ των ανωτέρω στα εξής:

- 1) Στο επίπεδο του υπολογισμού των παραμέτρων  $Z$ , η MKRR υστερεί σημαντικά σε σχέση με την πειραματική μέθοδο, για την οποία όμως επίσης υπάρχουν ζητήματα προς ανάλυση (καθορισμός βέλτιστης συχνότητας δειγματοληψίας – σε σχέση και με την απαιτούμενη υπολογιστική ισχύ, καθώς και ακριβής μαθηματικός υπολογισμός).
- 2) Στο επίπεδο της εφαρμογής της MKRR για δεδομένα τα  $Z$ , τα αποτελέσματα είναι σχετικά ενθαρρυντικά, βλ. και επέκταση, Ενότητα ΣΤ.
- 3) Στην πράξη, ο συνδυασμός της πειραματικής μεθόδου για τον υπολογισμό των  $Z$  με την εφαρμογή της φόρμουλας Delbrouck, που απαιτεί σαφώς λιγότερη υπολογιστική ισχύ από την MKRR είναι ο βέλτιστος τρόπος υπολογισμού του GoS σε συστήματα υπερροής.

## ΕΠΙΛΟΓΟΣ

Η παρούσα εργασία αποτελεί μια απόπειρα ανάλυσης των συστημάτων εναλλακτικής δρομολόγησης. Ξεκινώντας από τις βασικές εφαρμογές της εναλλακτικής δρομολόγησης και τις αρχές της Θεωρίας Τηλεπικοινωνιακής Κίνησης, αποδείχθηκε η ιδιαιτερότητα των συστημάτων υπερροής, όσον αφορά τις στατιστικές παραμέτρους της προσφερόμενης κίνησης, και η μελέτη εναλλακτικών μεθόδων εξαγωγής του GoS που αυτή επιβάλλει.

Τα σημεία – κλειδιά στην ανάλυση αυτών των συστημάτων είναι δυο:

1. Ο υπολογισμός των στατιστικών παραμέτρων ενός συστήματος υπερροής, από τα χαρακτηριστικά του πρωτεύοντος συστήματος και την αρχικά προσφερόμενη κίνηση.
2. Δεδομένων των ανωτέρω, αλλά και της κίνησης που προσφέρεται στο εναλλακτικό σύστημα, η εξαγωγή του GoS.

Η μέθοδος Delbrouck παρέχει μια επακριβή και αδιαμφισβήτη αξιόπιστη μέθοδο επίλυσης του (2). Η MKRR που αναλύθηκε, είναι βασίζεται σε μια ευρέως γνωστή φόρμουλα, οπότε είναι δεδομένο το ενδιαφέρον σχετικά με αυτήν, παρουσιάζει όμως σημαντικές αποκλίσεις στα αποτελέσματα.

Αμφότερες οι μέθοδοι απαιτούν επίλυση του (1). Αν δεν υπολογιστούν σωστά οι παράμετροι  $Z$ , καμία από τις μεθόδους, όσο ακριβής και αν είναι, δε θα παρέχει σωστά αποτελέσματα. Είδαμε αναλυτικά τα προβλήματα που παρουσιάζονται στον καθορισμό των  $Z$ , καθώς και δυο μεθόδους υπολογισμού. Για τη μεν MKRR τα προβλήματα εντοπίζονται στις προσεγγίσεις που υιοθετεί και τα αποτελέσματα που παρέχει, ενώ για την πειραματική μέθοδο, το ζήτημα είναι η μετουσίωση του θεωρητικού της υποβάθρου σε μια αναλυτική μαθηματική φόρμουλα. Επιπλέον, είδαμε ότι ακόμα και κατά την προσομοίωση των συστημάτων, η συχνότητα δειγματοληψίας παίζει σπουδαίο ρόλο στα τελικά εξαγόμενα αποτελέσματα.

Επομένως, ένα ιδιαίτερα σημαντικό πεδίο έρευνας είναι ο υπολογισμός των  $Z$ . Πέραν αυτού, η εναλλακτική δρομολόγηση ως ιδέα μπορεί να συνδυαστεί με άλλες επεκτάσεις της Θεωρίας Τηλεπικοινωνιακής Κίνησης, όπως π.χ. η εφαρμογή μοντέλων ελαστικών απαιτήσεων όσον αφορά το εύρος ζώνης, τεχνικές δέσμευσης εύρους ζώνης (bandwidth/trunk reservation) κλπ.

Σε κάθε περίπτωση το αντικείμενο είναι ιδιαίτερα ευρύ και ενδιαφέρον, ενώ παράλληλα η εξέλιξη του αναμένεται να βελτιώσει τις παρεχόμενες υπηρεσίες στους πολυάριθμους τελικούς χρήστες, που τελικά είναι και το ζητούμενο της επιστήμης. \_



# **ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ**

# ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

## Προσομοίωση Δικτύου με 1 Πρωτεύον και 1 Εναλλακτικό Σύστημα, για μια κατηγορία κλήσεων

#Ορίζουμε τις διαδικασίες της προσομοίωσης και τις μεταβλητές

```
PREAMBLE
  PROCESSES INCLUDE CALL,GENERATOR AND OVERFLOWCALL
  RESOURCES INCLUDE PRIMARYTRUNK AND ALTERNATIVETRUNK
  DEFINE MIT,MST,OVERFL AND BLOCKING AS DOUBLE VARIABLES
  DEFINE PRIMARYTRUNKS AND ALTERNATIVETRUNKS AS INTEGER VARIABLES
  DEFINE PRIM_ACCEPTED_CALLS,ALT_ACCEPTED_CALLS,BLOCKED_CALLS AND OVERFLOW_CALLS AS INTEGER
VARIABLES
  DEFINE I,CALLS AND TRANSIT AS INTEGER VARIABLES
  DEFINE STREAM1 AND STREAM2 AS INTEGER VARIABLES
END
```

MAIN

```
PRINT 1 LINE THUS
-----#SYSTHMA YPERROHS ME 1 KLASH POY APAITEI 1 TRUNK#-----
```

# Ορίζουμε το αρχείο από το οποίο το πρόγραμμα θα λαμβάνει τις μεταβλητές

```
OPEN UNIT 1 FOR INPUT, FILE NAME IS "INPUTOV1.TXT"
USE UNIT 1 FOR INPUT
READ CALLS, TRANSIT, STREAM1, STREAM2, PRIMARYTRUNKS, ALTERNATIVETRUNKS, MIT, MST
CLOSE UNIT 1
```

# Δίνεται η εντολή στο πρόγραμμα να «μετράει» συνεχώς τους εξυπηρετητές του πρωτεύοντος και του εναλλακτικού συστήματος

```
CREATE EVERY PRIMARYTRUNK(1)
CREATE EVERY ALTERNATIVETRUNK(1)
```

# Ορίζεται σαν αρχική τιμή των πόρων πρωτεύοντος και εναλλακτικού συστήματος αυτή που καθορίζεται στην είσοδο

```
LET U.PRIMARYTRUNK(1)= PRIMARYTRUNKS
LET U.ALTERNATIVETRUNK(1)= ALTERNATIVETRUNKS
```

# Εκκινεί μια διαδικασία γέννησης κλήσεων

```
ACTIVATE A GENERATOR NOW
START SIMULATION
```

# Ορίζεται το πηλίκο που θα δίνει την συνολική πιθανότητα απώλειας και αυτήν του πρωτεύοντος συστήματος

```
LET BLOCKING=BLOCKED_CALLS/(BLOCKED_CALLS + PRIM_ACCEPTED_CALLS + ALT_ACCEPTED_CALLS)
LET OVERFL=OVERFLOW_CALLS/(CALLS-TRANSIT)
```

# Δίνεται η εντολή να φαίνονται στην οθόνη των αποτελεσμάτων τα:

```
PRINT 1 LINE WITH MIT/MST THUS
```

```
OFFERED TRAFFIC ** #αρχικά προσφερόμενη κίνηση
```

```
SKIP 1 LINE
```

```
PRINT 1 LINE WITH PRIMARYTRUNKS THUS
```

```
SYSTEM PRIMARY TRUNKS *** #εξυπηρετητές πρωτεύοντος
```

```
SKIP 1 LINE
```

```
PRINT 1 LINE WITH ALTERNATIVETRUNKS THUS
```

```
SYSTEM ALTERNATIVE TRUNKS *** #εξυπηρετητές εναλλακτικού
```

```
SKIP 1 LINE
```

```
PRINT 1 LINE WITH BLOCKING AND 100*BLOCKING THUS
```

```
BLOCKING PROBABILITY *.***** (***.*** %) #πιθανότητα απώλειας
```

```
SKIP 1 LINE
```

```
PRINT 1 LINE WITH MIT*OVERFL THUS
```

```
AVER OVERFLOW TRAFFIC *.**** #R
```

```
SKIP 1 LINE
```

```
PRINT 1 LINE WITH BLOCKED_CALLS THUS
```

```
APOKLEISTHKAN *****#κλήσεις που αποκλείστηκαν (από εναλλακτικό)
```

```
SKIP 1 LINE
```

```
PRINT 1 LINE WITH BLOCKED_CALLS + PRIM_ACCEPTED_CALLS + ALT_ACCEPTED_CALLS THUS
```

```
SYNOLIKES KLHSEIS ***** #συνολικές κλήσεις
```

```
SKIP 1 LINE
```

```
PRINT 1 LINE WITH OVERFLOW_CALLS THUS
```

```
KLHSEIS YPERROHS PROSFEROMENES ***** #κλήσεις υπερροής
```

```
SKIP 1 LINE
```

```
PRINT 1 LINE WITH BLOCKED_CALLS/OVERFLOW_CALLS THUS
```

```

APOKLEISMOS ENALLAKTIKOY **.***
SKIP 2 LINES
PRINT 3 LINES THUS
#####
PRESS ENTER TO EXIT...
#####
READ AS /

```

#πιθανότητα απώλειας εναλλακτικού συστήματος

END

#Περιγράφεται η διαδικασία γέννησης κλήσεων, από 1 μέχρι τον αριθμό που έχουμε θέσει στην είσοδο

```

PROCESS GENERATOR
FOR I = 1 TO CALLS
DO
ACTIVATE A CALL NOW
WAIT EXPONENTIAL.F(1/MIT,STREAM2) MINUTES
LOOP

```

#οι κλήσεις καταφθάνουν με ρυθμό λ

END

# Περιγράφεται η διαδικασία εξυπηρέτησης κλήσεων. Αν υπάρχουν πόροι, εξυπηρετείται από το πρωτεύον, αλλιώς ενεργοποιείται η διαδικασία κλήσης στο εναλλακτικό

```

PROCESS CALL
IF U.PRIMARYTRUNK(1)>=1
IF I > TRANSIT
ADD 1 TO PRIM_ACCEPTED_CALLS
REQUEST 1 PRIMARYTRUNK(1)
WORK EXPONENTIAL.F(1/MST,STREAM1) MINUTES
RELINQUISH 1 PRIMARYTRUNK(1)
ENDIF

```

# η κλήση εξυπηρετείται από το πρωτεύον για χρόνο ίσο με 1/μ

```

ELSE
IF I > TRANSIT
ACTIVATE A OVERFLOWCALL NOW
ADD 1 TO OVERFLOW_CALLS
ENDIF
ENDIF

```

END

# Περιγράφεται η διαδικασία εξυπηρέτησης κλήσεων στο εναλλακτικό σύστημα. Αν δεν υπάρχουν διαθέσιμοι πόροι, η κλήση προστίθεται στις αποκλεισμένες

```

PROCESS OVERFLOWCALL
IF U.ALTERNATIVETRUNK(1)>=1
IF I > TRANSIT
ADD 1 TO ALT_ACCEPTED_CALLS
REQUEST 1 ALTERNATIVETRUNK(1)
WORK EXPONENTIAL.F(1/MST,STREAM1) MINUTES
RELINQUISH 1 ALTERNATIVETRUNK(1)
ENDIF

```

```

ELSE
IF I > TRANSIT
ADD 1 TO BLOCKED_CALLS
ENDIF
ENDIF

```

END

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

### Προσομοίωση Δικτύου με 1 Πρωτεύον και 1 Εναλλακτικό Σύστημα, για 3 κατηγορίες κλήσεων

# Η λογική εξακολουθεί ως ανωτέρω. Πλέον οι κατηγορίες είναι 3, οπότε έχουμε μια διαδικασία γέννησης για την καθεμιά, μια διαδικασία εξυπηρέτησης για το πρωτεύον για την καθεμιά, και τέλος μια διαδικασία εξυπηρέτησης στο εναλλακτικό για την καθεμιά

```
PREAMBLE
    PROCESSES INCLUDE
CLASS1_GENERATOR,
CLASS2_GENERATOR,
CLASS3_GENERATOR,
CLASS1CALL,
CLASS2CALL,
CLASS3CALL,
CLASS1_OVERFLOWCALL,
CLASS2_OVERFLOWCALL AND
CLASS3_OVERFLOWCALL

    RESOURCES INCLUDE
PRIMARYTRUNK AND
ALTERNATIVETRUNK

    DEFINE CLASS1_MIT,CLASS2_MIT,CLASS3_MIT AND MST AS DOUBLE VARIABLES
    DEFINE CLASS1_BW,CLASS2_BW,CLASS3_BW, PRIMARYTRUNKS AND ALTERNATIVETRUNKS AS INTEGER VARIABLES
    DEFINE CLASS1_ACC,CLASS2_ACC AND CLASS3_ACC AS INTEGER VARIABLES
    DEFINE
CLASS1_BLOCKED_CALLS,CLASS2_BLOCKED_CALLS,CLASS2_OVERFLOW_CALLS,CLASS1_OVERFLOW_CALLS,CLASS3_OVERFLOW_C
ALLS AND CLASS3_BLOCKED_CALLS AS INTEGER VARIABLES
    DEFINE I,CALLS, OVTR AND TRANSIT AS INTEGER VARIABLES
    DEFINE STREAM1 AND STREAM2 AS INTEGER VARIABLES

END

MAIN
    PRINT 1 LINE THUS
-----#OVERFLOW ME 3 KLASEIS & 1 OMADA PRIMARY#-----
    OPEN UNIT 1 FOR INPUT, FILE NAME IS "INPUTOVERFLOW2.TXT"
    USE UNIT 1 FOR INPUT
    READ    CALLS,
            TRANSIT,
            STREAM1, STREAM2,
            CLASS1_BW,
            CLASS2_BW,
            CLASS3_BW,
            PRIMARYTRUNKS,
            ALTERNATIVETRUNKS,
            CLASS1_MIT,
            CLASS2_MIT,
            CLASS3_MIT,
            MST
    CLOSE UNIT 1
    CREATE EVERY PRIMARYTRUNK(1)
    CREATE EVERY ALTERNATIVETRUNK(1)
    LET U.PRIMARYTRUNK(1)= PRIMARYTRUNKS
    LET U.ALTERNATIVETRUNK(1)= ALTERNATIVETRUNKS
    ACTIVATE A CLASS1_GENERATOR NOW
    ACTIVATE A CLASS2_GENERATOR NOW
    ACTIVATE A CLASS3_GENERATOR NOW
    START SIMULATION
    SKIP 2 LINES
    PRINT 1 LINE WITH CLASS1_MIT THUS
    A1 ***
    SKIP 1 LINE
    PRINT 1 LINE WITH CLASS1_BLOCKED_CALLS/(CLASS1_OVERFLOW_CALLS+CLASS1_ACC) THUS
    APOKLEISMOS OVERALL 1 *.*****
    SKIP 1 LINE
    PRINT 1 LINE WITH CLASS1_BLOCKED_CALLS/CLASS1_OVERFLOW_CALLS THUS
    APOKLEISMOS ENALLAKTIKOY 1 *.*****
    SKIP 1 LINE
    PRINT 1 LINE WITH CLASS1_OVERFLOW_CALLS THUS
    PROSFEROMENES STO ENALLAKTIKO 1 *****
    SKIP 1 LINE
```

```

PRINT 1 LINE WITH CLASS1_BLOCKED_CALLS THUS
AOKLEIOMENES APO TO ENALLAKTIKO 1 *****
SKIP 1 LINE
PRINT 1 LINE WITH CLASS1_ACC THUS
DIEKP 1 APO PR *****
SKIP 2 LINES

PRINT 1 LINE WITH CLASS2_MIT THUS
A2 ***
SKIP 1 LINE
PRINT 1 LINE WITH CLASS2_BLOCKED_CALLS/(CLASS2_OVERFLOW_CALLS+CLASS2_ACC) THUS
AOKLEISMOS OVERALL 2 *.*****
SKIP 1 LINE
PRINT 1 LINE WITH CLASS2_BLOCKED_CALLS/CLASS2_OVERFLOW_CALLS THUS
AOKLEISMOS ENALLAKTIKOY 2 *.*****
SKIP 1 LINE
PRINT 1 LINE WITH CLASS2_OVERFLOW_CALLS THUS
PROSFEROMENES STO ENALLAKTIKO 2 *****
SKIP 1 LINE
PRINT 1 LINE WITH CLASS2_BLOCKED_CALLS THUS
AOKLEIOMENES APO TO ENALLAKTIKO 2 *****
SKIP 1 LINE
PRINT 1 LINE WITH CLASS2_ACC THUS
DIEKP 2 APO PR *****
SKIP 2 LINES

PRINT 1 LINE WITH CLASS3_MIT THUS
A3 ***
SKIP 1 LINE
PRINT 1 LINE WITH CLASS3_BLOCKED_CALLS/(CLASS3_OVERFLOW_CALLS+CLASS3_ACC) THUS
AOKLEISMOS OVERALL 3 *.*****
SKIP 1 LINE
PRINT 1 LINE WITH CLASS3_BLOCKED_CALLS/CLASS3_OVERFLOW_CALLS THUS
AOKLEISMOS ENALLAKTIKOY 3 *.*****
SKIP 1 LINE
PRINT 1 LINE WITH CLASS3_OVERFLOW_CALLS THUS
PROSFEROMENES STO ENALLAKTIKO 3 *****
SKIP 1 LINE
PRINT 1 LINE WITH CLASS3_BLOCKED_CALLS THUS
AOKLEIOMENES APO TO ENALLAKTIKO 3 *****
SKIP 1 LINE
PRINT 1 LINE WITH CLASS3_ACC THUS
DIEKP 3 APO PR *****
SKIP 2 LINES

PRINT 1 LINE WITH CLASS1_MIT*CLASS1_OVERFLOW_CALLS/(CLASS1_OVERFLOW_CALLS+CLASS1_ACC) THUS
MESO PROSFEROMENO FORTIO STO ENALLAKTIKO APO KATHG 1 *.****
SKIP 1 LINE
PRINT 1 LINE WITH CLASS2_MIT*CLASS2_OVERFLOW_CALLS/(CLASS2_OVERFLOW_CALLS+CLASS2_ACC) THUS
MESO PROSFEROMENO FORTIO STO ENALLAKTIKO APO KATHG 2 *.****
SKIP 1 LINE
PRINT 1 LINE WITH CLASS3_MIT*CLASS3_OVERFLOW_CALLS/(CLASS3_OVERFLOW_CALLS+CLASS3_ACC) THUS
MESO PROSFEROMENO FORTIO STO ENALLAKTIKO APO KATHG 3 *.****
SKIP 2 LINES

PRINT 1 LINE WITH CLASS1_OVERFLOW_CALLS/(CLASS1_OVERFLOW_CALLS+CLASS1_ACC) THUS
BL PROB STO PRWTEYON GIA KATHG 1 *.****
SKIP 1 LINE
PRINT 1 LINE WITH CLASS2_OVERFLOW_CALLS/(CLASS2_OVERFLOW_CALLS+CLASS2_ACC) THUS
BL PROB STO PRWTEYON GIA KATHG 2 *.****
SKIP 1 LINE
PRINT 1 LINE WITH CLASS3_OVERFLOW_CALLS/(CLASS3_OVERFLOW_CALLS+CLASS3_ACC) THUS
BL PROB STO PRWTEYON GIA KATHG 3 *.****
SKIP 2 LINES

PRINT 3 LINES THUS
#####
PRESS ENTER TO EXIT...
#####
READ AS /

```

END

**#Περιγράφονται οι διαδικασίες γέννησης κλήσεων, μια για κάθε κατηγορία, με το αντίστοιχο λ.**

```

PROCESS CLASS1_GENERATOR
FOR I=1 TO CALLS
DO
ACTIVATE A CLASS1CALL NOW
WAIT EXPONENTIAL.F(1/CLASS1_MIT,STREAM2) MINUTES
LOOP

```

```

END
PROCESS CLASS2_GENERATOR
  FOR I=1 TO CALLS
  DO
  ACTIVATE A CLASS2CALL NOW
  WAIT EXPONENTIAL.F(1/CLASS2_MIT,STREAM2) MINUTES
  LOOP
END

```

```

PROCESS CLASS3_GENERATOR
  FOR I=1 TO CALLS
  DO
  ACTIVATE A CLASS3CALL NOW
  WAIT EXPONENTIAL.F(1/CLASS3_MIT,STREAM2) MINUTES
  LOOP
END

```

*#Περιγράφονται οι διαδικασίες εξυπηρέτησης κλήσεων από το πρωτεύον, μια διαδικασία για κάθε κατηγορία. Οι μη εξυπηρετούμενες προωθούνται στο εναλλακτικό, με την ενεργοποίηση της αντίστοιχης διαδικασίας,*

```

PROCESS CLASS1CALL
  IF I>TRANSIT
    IF U.PRIMARYTRUNK(1)>=CLASS1_BW
      IF I > TRANSIT
        ADD 1 TO CLASS1_ACC
      ENDIF
      REQUEST CLASS1_BW PRIMARYTRUNK(1)
      WORK EXPONENTIAL.F(1/MST,STREAM1) MINUTES
      RELINQUISH CLASS1_BW PRIMARYTRUNK(1)
    ELSE
      ADD 1 TO CLASS1_OVERFLOW_CALLS
      ACTIVATE A CLASS1_OVERFLOWCALL NOW
    ENDIF
  ENDIF
END

```

```

PROCESS CLASS2CALL
  IF I>TRANSIT
    IF U.PRIMARYTRUNK(1)>=CLASS2_BW
      IF I > TRANSIT
        ADD 1 TO CLASS2_ACC
      ENDIF
      REQUEST CLASS2_BW PRIMARYTRUNK(1)
      WORK EXPONENTIAL.F(1/MST,STREAM1) MINUTES
      RELINQUISH CLASS2_BW PRIMARYTRUNK(1)
    ELSE
      ADD 1 TO CLASS2_OVERFLOW_CALLS
      ACTIVATE A CLASS2_OVERFLOWCALL NOW
    ENDIF
  ENDIF
END

```

```

PROCESS CLASS3CALL
  IF I>TRANSIT
    IF U.PRIMARYTRUNK(1)>=CLASS3_BW
      IF I > TRANSIT
        ADD 1 TO CLASS3_ACC
      ENDIF
      REQUEST CLASS3_BW PRIMARYTRUNK(1)
      WORK EXPONENTIAL.F(1/MST,STREAM1) MINUTES
      RELINQUISH CLASS3_BW PRIMARYTRUNK(1)
    ELSE
      ADD 1 TO CLASS3_OVERFLOW_CALLS
      ACTIVATE A CLASS3_OVERFLOWCALL NOW
    ENDIF
  ENDIF
END

```

*# Ακολουθούν οι διαδικασίες εξυπηρέτησης στο εναλλακτικό, μια για κάθε κατηγορία*

```

PROCESS CLASS1_OVERFLOWCALL
  IF U.ALTERNATIVETRUNK(1)>=CLASS1_BW
    REQUEST CLASS1_BW ALTERNATIVETRUNK(1)
    WORK EXPONENTIAL.F(1/MST,STREAM1) MINUTES
    RELINQUISH CLASS1_BW ALTERNATIVETRUNK(1)
  ELSE
    ADD 1 TO CLASS1_BLOCKED_CALLS
  ENDIF

```

```
END
PROCESS CLASS2_OVERFLOWCALL
  IF U.ALTERNATIVETRUNK(1)>=CLASS2_BW
    REQUEST CLASS2_BW ALTERNATIVETRUNK(1)
    WORK EXPONENTIAL.F(1/MST,STREAM1) MINUTES
    RELINQUISH CLASS2_BW ALTERNATIVETRUNK(1)
  ELSE
    ADD 1 TO CLASS2_BLOCKED_CALLS
  ENDIF
END
PROCESS CLASS3_OVERFLOWCALL
  IF U.ALTERNATIVETRUNK(1)>=CLASS3_BW
    REQUEST CLASS3_BW ALTERNATIVETRUNK(1)
    WORK EXPONENTIAL.F(1/MST,STREAM1) MINUTES
    RELINQUISH CLASS3_BW ALTERNATIVETRUNK(1)
  ELSE
    ADD 1 TO CLASS3_BLOCKED_CALLS
  ENDIF
END
```

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ

Υπολογισμός παραμέτρων Z για δίκτυο με 3 πρωτεύοντα και ένα εναλλακτικό σύστημα, για μια κατηγορία κλήσεων

#Εδώ ορίζουμε «άπειρους» εξυπηρετητές για το εναλλακτικό σύστημα και υπολογίζουμε κάθε στιγμή, πρακτικά ανά 1,5' τις κλήσεις που εξυπηρετούνται, ώστε να βρούμε μέση τιμή και διασπορά.

PREAMBLE

PROCESSES INCLUDE

GROUP1\_GENERATOR,

GROUP1CALL,

GROUP2\_GENERATOR,

GROUP2CALL,

GROUP3\_GENERATOR,

GROUP3CALL,

G1\_OVERFLOWCALL,

G2\_OVERFLOWCALL,

G3\_OVERFLOWCALL AND

TIMER

RESOURCES INCLUDE GROUP1\_PRIMARYTRUNK, GROUP2\_PRIMARYTRUNK, GROUP3\_PRIMARYTRUNK AND ALTERNATIVETRUNK

DEFINE GROUP1\_MIT, GROUP2\_MIT, GROUP3\_MIT AND MST AS DOUBLE VARIABLES

DEFINE GROUP1\_PRIMARYTRUNKS, GROUP2\_PRIMARYTRUNKS, GROUP3\_PRIMARYTRUNKS AND ALTERNATIVETRUNKS AS INTEGER VARIABLES

DEFINE GROUP1\_OVERFLOW\_CALLS, GROUP2\_OVERFLOW\_CALLS, GROUP3\_OVERFLOW\_CALLS, G1\_ACC, G2\_ACC AND G3\_ACC AS INTEGER VARIABLES

DEFINE G1\_BLOCKED\_CALLS, G2\_BLOCKED\_CALLS AND G3\_BLOCKED\_CALLS AS INTEGER VARIABLE

DEFINE I\_CALLS AND TRANSIT AS INTEGER VARIABLES

DEFINE STREAM1 AND STREAM2 AS INTEGER VARIABLES

DEFINE ALTER1, ALTER2, ALTER3 AS INTEGER, 1-DIMENSIONAL ARRAYS

DEFINE OV\_CL1\_IN\_SERV, OV\_CL2\_IN\_SERV AND OV\_CL3\_IN\_SERV AS INTEGER VARIABLES

END

MAIN

PRINT 1 LINE THUS

-----#YPERROH ME 1 KLASH & 3 OMADES PRIMARY#-----

OPEN UNIT 1 FOR INPUT, FILE NAME IS "INPUTOVERFLOW2.TXT"

USE UNIT 1 FOR INPUT

READ CALLS,  
TRANSIT,  
STREAM1, STREAM2,  
GROUP1\_PRIMARYTRUNKS,  
GROUP2\_PRIMARYTRUNKS,  
GROUP3\_PRIMARYTRUNKS,  
ALTERNATIVETRUNKS,  
GROUP1\_MIT,  
GROUP2\_MIT,  
GROUP3\_MIT,  
MST

CLOSE UNIT 1

RESERVE ALTER1(\*), ALTER2(\*), ALTER3(\*) AS 65535

CREATE EVERY GROUP1\_PRIMARYTRUNK(1)

CREATE EVERY GROUP2\_PRIMARYTRUNK(1)

CREATE EVERY GROUP3\_PRIMARYTRUNK(1)

CREATE EVERY ALTERNATIVETRUNK(1)

LET U.GROUP1\_PRIMARYTRUNK(1)= GROUP1\_PRIMARYTRUNKS

LET U.GROUP2\_PRIMARYTRUNK(1)= GROUP2\_PRIMARYTRUNKS

LET U.GROUP3\_PRIMARYTRUNK(1)= GROUP3\_PRIMARYTRUNKS

LET U.ALTERNATIVETRUNK(1)= ALTERNATIVETRUNKS

ACTIVATE A GROUP1\_GENERATOR NOW

ACTIVATE A GROUP2\_GENERATOR NOW

ACTIVATE A GROUP3\_GENERATOR NOW



```

ACTIVATE A TIMER NOW
START SIMULATION
SKIP 2 LINES
PRINT 1 LINE WITH GROUP1_MIT*GROUP1_OVERFLOW_CALLS/(GROUP1_OVERFLOW_CALLS+G1_ACC) THUS
G1 OVERFLOW *.****
SKIP 1 LINE
PRINT 1 LINE WITH GROUP2_MIT*GROUP2_OVERFLOW_CALLS/(GROUP2_OVERFLOW_CALLS+G2_ACC) THUS
G2 OVERFLOW *.****
SKIP 1 LINE
PRINT 1 LINE WITH GROUP3_MIT*GROUP3_OVERFLOW_CALLS/(GROUP3_OVERFLOW_CALLS+G3_ACC) THUS
G3 OVERFLOW *.****
SKIP 1 LINE
PRINT 1 LINE WITH
(G1_BLOCKED_CALLS+G2_BLOCKED_CALLS+G3_BLOCKED_CALLS)/(G1_BLOCKED_CALLS+G2_BLOCKED_CALLS+G3_BLOCKED_CALL
S+GROUP1_OVERFLOW_CALLS+GROUP2_OVERFLOW_CALLS+GROUP3_OVERFLOW_CALLS) THUS
ALTERNATIVE BLOCKING *.****
SKIP 1 LINE
PRINT 1 LINE WITH
(G1_BLOCKED_CALLS+G2_BLOCKED_CALLS+G3_BLOCKED_CALLS)/(G1_ACC+G2_ACC+G3_ACC+BLOCKED_CALLS+GROUP1_OVERFLOW
W_CALLS+GROUP2_OVERFLOW_CALLS+GROUP3_OVERFLOW_CALLS) THUS
OVERALL BLOCKING *.****
SKIP 1 LINE
PRINT 1 LINE WITH G1_BLOCKED_CALLS/(G1_ACC+GROUP1_OVERFLOW_CALLS) THUS
OVERALL G1 BLOCKING *.****
SKIP 1 LINE
PRINT 1 LINE WITH G2_BLOCKED_CALLS/(G2_ACC+GROUP2_OVERFLOW_CALLS) THUS
OVERALL G2 BLOCKING *.****
SKIP 1 LINE
PRINT 1 LINE WITH G3_BLOCKED_CALLS/(G3_ACC+GROUP3_OVERFLOW_CALLS) THUS
OVERALL G3 BLOCKING *.****
SKIP 1 LINE
PRINT 3 LINES THUS
#####
PRESS ENTER TO EXIT...
#####
READ AS /

```

END

### # Κανονικά οι διαδικασίες γέννησης κλήσεων

```

PROCESS GROUP1_GENERATOR
FOR I=1 TO CALLS
DO
ACTIVATE A GROUP1CALL NOW
WAIT EXPONENTIAL.F(1/GROUP1_MIT,STREAM2) MINUTES
LOOP

```

END

```

PROCESS GROUP2_GENERATOR
FOR I=1 TO CALLS
DO
ACTIVATE A GROUP2CALL NOW
WAIT EXPONENTIAL.F(1/GROUP2_MIT,STREAM2) MINUTES
LOOP

```

END

```

PROCESS GROUP3_GENERATOR
FOR I=1 TO CALLS
DO
ACTIVATE A GROUP3CALL NOW
WAIT EXPONENTIAL.F(1/GROUP3_MIT,STREAM2) MINUTES
LOOP

```

END

### # Όμοια με ανωτέρω οι διαδικασίες για το πρωτεύον

```

PROCESS GROUP1CALL
IF I>TRANSIT
IF U.GROUP1_PRIMARYTRUNK(1)>=1
IF I > TRANSIT
ADD 1 TO G1_ACC
ENDIF
REQUEST 1 GROUP1_PRIMARYTRUNK(1)
WORK EXPONENTIAL.F(1/MST,STREAM1) MINUTES
RELINQUISH 1 GROUP1_PRIMARYTRUNK(1)
ELSE
ADD 1 TO GROUP1_OVERFLOW_CALLS
ACTIVATE A G1_OVERFLOWCALL NOW
ENDIF
ENDIF

```

END

```

PROCESS GROUP2CALL
  IF I>TRANSIT
    IF U.GROUP2_PRIMARYTRUNK(1)>=1
      IF I> TRANSIT
        ADD 1 TO G2_ACC
      ENDIF
      REQUEST 1 GROUP2_PRIMARYTRUNK(1)
      WORK EXPONENTIAL.F(1/MST,STREAM1) MINUTES
      RELINQUISH 1 GROUP2_PRIMARYTRUNK(1)
    ELSE
      ADD 1 TO GROUP2_OVERFLOW_CALLS
      ACTIVATE A G2_OVERFLOWCALL NOW
    ENDIF
  ENDIF
END

```

```

PROCESS GROUP3CALL
  IF I>TRANSIT
    IF U.GROUP3_PRIMARYTRUNK(1)>=1
      IF I> TRANSIT
        ADD 1 TO G3_ACC
      ENDIF
      REQUEST 1 GROUP3_PRIMARYTRUNK(1)
      WORK EXPONENTIAL.F(1/MST,STREAM1) MINUTES
      RELINQUISH 1 GROUP3_PRIMARYTRUNK(1)
    ELSE
      ADD 1 TO GROUP3_OVERFLOW_CALLS
      ACTIVATE A G3_OVERFLOWCALL NOW
    ENDIF
  ENDIF
END

```

# Και για το εναλλακτικό. Η διαφορά σε σχέση με τα προηγούμενα έγκειται στη μεταβλητή OV\_CL\_1. Αυτή ουσιαστικά είναι ένας καταμετρητής των εξυπηρετούμενων κλήσεων από το εναλλακτικό σύστημα, οπότε όταν μια κλήση γίνεται δεκτή σε αυτό αυξάνεται κατά ένα, και όταν η κλήση τελειώνει μειώνεται κατά ένα

```

PROCESS G1_OVERFLOWCALL
  IF U.ALTERNATIVETRUNK(1)>=1
    REQUEST 1 ALTERNATIVETRUNK(1)
    ADD 1 TO OV_CL1_IN_SERV# Αύξηση του μετρητή
    WORK EXPONENTIAL.F(1/MST,STREAM1) MINUTES
    RELINQUISH 1 ALTERNATIVETRUNK(1)
    IF OV_CL1_IN_SERV>0
      SUBTRACT 1 FROM OV_CL1_IN_SERV# Μείωση του μετρητή
    ENDIF
  ELSE
    ADD 1 TO G1_BLOCKED_CALLS
  ENDIF
END

```

```

PROCESS G2_OVERFLOWCALL
  IF U.ALTERNATIVETRUNK(1)>=1
    REQUEST 1 ALTERNATIVETRUNK(1)
    ADD 1 TO OV_CL2_IN_SERV
    WORK EXPONENTIAL.F(1/MST,STREAM1) MINUTES
    RELINQUISH 1 ALTERNATIVETRUNK(1)
    IF OV_CL2_IN_SERV>0
      SUBTRACT 1 FROM OV_CL2_IN_SERV
    ENDIF
  ELSE
    ADD 1 TO G2_BLOCKED_CALLS
  ENDIF
END

```

```

PROCESS G3_OVERFLOWCALL
  IF U.ALTERNATIVETRUNK(1)>=1
    REQUEST 1 ALTERNATIVETRUNK(1)
    ADD 1 TO OV_CL3_IN_SERV
    WORK EXPONENTIAL.F(1/MST,STREAM1) MINUTES
    RELINQUISH 1 ALTERNATIVETRUNK(1)
  ENDIF
END

```

```

        IF OV_CL3_IN_SERV>0
            SUBTRACT 1 FROM OV_CL3_IN_SERV
        ENDIF
ELSE
        ADD 1 TO G3_BLOCKED_CALLS

ENDIF
END
# Ακολουθεί μια διαδικασία, όπου ανά 1,5 λεπτά η μεταβλητή OV_CL_1 προστίθεται σε έναν πίνακα,
# που έχει οριστεί στις μεταβλητές.
PROCESS TIMER
    DEFINE II AS AN INTEGER VARIABLE
    II = 1
    UNTIL I>=CALLS
        DO
            IF I > TRANSIT
                ADD OV_CL1_IN_SERV TO ALTER1(II)# Προσθήκη της τιμής της OV_CL_1 στον
                αντίστοιχο πίνακα κάθε πρωτεύοντος
                ADD OV_CL2_IN_SERV TO ALTER2(II)
                ADD OV_CL3_IN_SERV TO ALTER3(II)
                II = II + 1
                XX = XX + 1
            ENDIF
            WAIT 1.5 MINUTES
        LOOP
    FOR K = 1 TO II-1
        DO
            COMPUTE MN7 AS THE MEAN, VAR7 AS THE VARIANCE OF ALTER1(K)#Υπολογισμός μέσης τιμής
            και διασποράς των τιμών του πίνακα
            COMPUTE MN8 AS THE MEAN, VAR8 AS THE VARIANCE OF ALTER2(K)
            COMPUTE MN9 AS THE MEAN, VAR9 AS THE VARIANCE OF ALTER3(K)
        LOOP

    PRINT 3 LINES WITH VAR7/MN7, VAR8/MN8, VAR9/MN9 THUS#Εκτύπωση των παραμέτρων Z από κάθε
    πρωτεύον

        PEAKEDNESS 1 *.*****
        PEAKEDNESS 2 *.*****
        PEAKEDNESS 3 *.*****
END

```

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Δ

### Υλοποίηση Φόρμουλας MKRR

```
%Θέτω τις παραμέτρους του δικτύου
%α. Κλάσεις
K=3
%β. Αριθμός πρωτεύοντων συστημάτων
T=2
%γ. Κανάλια που αντιστοιχούν σε πρωτεύον
C=[60 60]
%δ. Απαιτήσεις σε εύρος ζώνης ανά κατηγορία κλήσεων
b=[4 8 12]
%ε. Φορτίο κίνησης ανά κατηγορία (γραμμές) και ανά πρωτεύον (στήλες)
a=[12 12;8 8;4 4]
%στ. Χωρητικότητα εναλλακτικού συστήματος
Calt=100
%Εν συνεχεία θα πρέπει να υπολογίσω τις blocking probabilities, μέσω της φόρμουλας KR, ανά
κατηγορία και πρωτεύον. Συνολικά λοιπόν θα πρέπει να υπολογίσω K*T blocking probabilities, οπότε
ορίζω έναν πίνακα Bpr(imagy) διαστάσεων K*T
Bpr=zeros(K,T);
%Τα q είναι κοινά ανά κατηγορία. Αυτό σημαίνει ότι θα έχω q για T πρωτεύοντα, όπου
%γενικά οι χωρητικότητες μπορεί να είναι διαφορετικές. Άρα αυτό που θα κάνω
%είναι να υλοποιήσω τη φόρμουλα KR απλά όπως για μια ομάδα, απλώς
%αθροίζοντας μέχρι T. Δηλαδή θα προκύψουν T πίνακες με q.
for k=1:T;
q=ones(1,C(k));
%Επίσης ορίζω έναν πίνακα y με τις τιμές των εκάστοτε q(j-b(i))
y=zeros(C(k),K);
%Τέλος, θέτω έναν πίνακα F με τα μη κανονικοποιημένα αθροίσματα q καθώς και έναν πίνακα W για να
%βρίσκω τα εκάστοτε C-b(i)+1
F=zeros(1,K);
W=zeros(1,K);
for j=1:C
for i=1:K
s=0;
for m=1:K
if j < b(i), y(j,i)=0;
elseif j - b(i)== 0, y(j,i)=1;
else
y(j,i)=q(j-b(i));
end
s=s+a(m)*b(m)*y(j,m);
end
s;
q(j)=(j^(-1))*s;
end
end
q;
G=1+sum(q);
for i=1:K
W(i)=C(k)-b(i)+1;
end
W;
for i=1:K for j=W(i):C(k)
F(i)=F(i)+q(j);
end
end
F;
for i=1:K
Bpr(i,k)=F(i)/G;
end
end
Bpr
% Τώρα θα υπολογίσω τα R(i,k) από τη φόρμουλα Wilkinson
R=zeros(K,T);
```

```

for i=1:K
    for k=1:T
        R(i,k)=a(i,k)*Bpr(i,k);
    end
end
R
%Το διεκπεραιούμενο φορτίο κίνησης για κάθε κατηγορία σε κάθε πρωτεύον είναι
ac=zeros(K,T);
for i=1:K
    for k=1:T
        ac(i,k)=a(i,k)*(1-Bpr(i,k));
    end
end
ac
% Σε κανάλια
acc=zeros(K,T);
for i=1:K
    for k=1:T
        acc(i,k)=ac(i,k)*b(i);
    end
end
acc
sy=sum(acc)
%Ομοίως υπολογίζω και τη διασπορά. Πρώτα πρέπει να υπολογίσω τις
%χωρητικότητες των εικονικών καναλιών, έστω Cν(irtual)
Cv=zeros(K,T);
for k=1:T
    for i=1:K
        Cv(i,k)=C(k)-sy(k)+acc(i,k);
    end
end
Cv
diasp=zeros(K,T);
for i=1:K
    for k=1:T
        diasp(i,k)=R(i,k)*(1-R(i,k)+(a(i,k)/((Cv(i,k)/b(i))+1-a(i,k)+R(i,k))));
    end
end
diasp
%Υπολογίζω το Z κάθε κατηγορίας κλήσης Zi
Rc=sum(transpose(R))
diaspc=sum(transpose(diasp))
Z=zeros(1,K);
for i=1:K
    Z(i)=diaspc(i)/Rc(i);
end
Z
%Υπολογίζω το Z κανονικοποίησης (Z στους τύπους)
f=zeros(1,K);
for i=1:K
    f(i)=Rc(i)*b(i);
end
f;
tot = sum(f);
Zol=zeros(1,K);
for i=1:K
    Zol(i)=f(i)/tot;
end
Zol;
Zfin=zeros(1,K);
for i=1:K
    Zfin(i)=Z(i)*Zol(i);
end
Zkan=sum(Zfin)
%Εν συνεχεία υλοποιώ τη φόρμουλα Kaufman-Roberts σύμφωνα με τον τύπο που
%προκύπτει στο άρθρο
for i=1:K
    eikona(i)=Rc(i)/Z(i);
end
eikona
%Το "φορτίο κίνησης" κάθε κατηγορίας στο εναλλακτικό σύστημα
%Τα "κανάλια" του εναλλακτικού συστήματος
Calt/Zkan
% Τα εικονικά κανάλια του alternative συστήματος.Έχω

```

```

%υποθέσει τη μικρότερη ακέραια τιμή του C/Z αν αυτό είναι δεκαδικό.
ch=floor(Calt/Zkan)
Q=ones(1,(ch));
%Επίσης ορίζω έναν πίνακα γ με τις τιμές των εκάστοτε q(j-b(1))
t=zeros(ch,K);
%Το Q(0)=1 δε με απασχολεί, αφού υπεισέρχεται μόνο στον παράγοντα
%κανονικοποίησης, οπότε το θέτω εκτός πίνακα, και απλά θα το εισάγω στον
%παράγοντα αυτόν.
%Τέλος, θέτω έναν πίνακα Block με τα blocking probabilities και έναν
%πίνακα με τα μη κανονικοποιημένα αθροίσματα καθώς και έναν πίνακα W για να
%βρίσκω τα εκάστοτε Calt/Z-b(i)+1
Block=zeros(1,K);
g=zeros(1,K);
l=zeros(1,K);
%Υπολογίζω τα Q(j)
for j=1:ch
    for i=1:K
        s=0;
        for m=1:K
            if j < b(i), t(j,i)=0;
            elseif j - b(i)== 0, t(j,i)=1;
            else
                t(j,i)=Q(j-b(i));
            end
            s=s+eikona(m)*b(m)*(t(j,m)');
        end
        s;
        Q(j)=(j^(-1))*s;
    end
end
t;
t';
Q;
%Υπολογίζω το συντελεστή κανονικοποίησης των q
kanonik=1+sum(Q)
%Υπολογίζω το κάτω όριο του αθροίσματος για την πιθανότητα απώλειας
for i=1:K
    l(i)=ch-b(i)+1;
end
l
%Υπολογίζω τον αριθμητή του τύπου για την πιθανότητα απώλειας.
for i=1:K
    for j=l(i):ch
        g(i)=g(i)+Q(j);
    end
end
g
%Υπολογίζω την πιθανότητα απώλειας
for i=1:K
    Block(i)=g(i)/kanonik;
end
Block

```

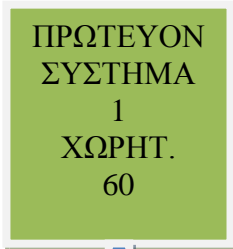
## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ε

### Υλοποίηση Φόρμουλας MKRR για προσφερόμενη αρχικά κίνηση 12, 6, και 4 erlang αντίστοιχα με τις κατηγορίες κίνησης

Το Σχήμα 4.3 γίνεται ως εξής:

$$\alpha_{1,1}=12, \alpha_{2,1}=6, \alpha_{3,1}=4$$

$$b_1=4, b_2=8, b_3=12$$

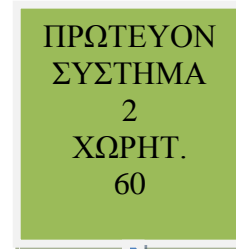


$$R_{1,1}, R_{2,1}, R_{3,1}$$

$$\sigma_{1,1}^2, \sigma_{2,1}^2, \sigma_{3,1}^2$$

$$\alpha_{1,2}=12, \alpha_{2,2}=6, \alpha_{3,2}=4$$

$$b_1=4, b_2=8, b_3=12$$



$$R_{1,2}, R_{2,2}, R_{3,2}$$

$$\sigma_{1,2}^2, \sigma_{2,2}^2, \sigma_{3,2}^2$$



Σύμφωνα με τη θεωρία της MKRR, όπως αναπτύχθηκε στην παράγραφο Ε.1 του Κεφαλαίου 4, ακολουθούμε τα εξής βήματα:

1. Από τη φόρμουλα Kaufman – Roberts υπολογίζουμε τις πιθανότητες απώλειας για κάθε κατηγορία κλήσεων σε καθένα από τα πρωτεύοντα συστήματα. Αυτές προκύπτουν:

	ΠΡΩΤΕΥΟΝ ΣΥΣΤΗΜΑ 1	ΠΡΩΤΕΥΟΝ ΣΥΣΤΗΜΑ 2
ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ 1	0,3995	0,3995
ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ 2	0,6533	0,6533
ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ 3	0,8082	0,8082

2. Εφαρμόζουμε τη σχέση (4.14) για να βρούμε τη μέση τιμή της προσφερόμενης κίνησης κάθε κατηγορίας R από κάθε πρωτεύον σύστημα στο εναλλακτικό:

	ΠΡΩΤΕΥΟΝ ΣΥΣΤΗΜΑ 1	ΠΡΩΤΕΥΟΝ ΣΥΣΤΗΜΑ 2
ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ 1	$12 \cdot 0,3995 = 4,7938 \text{erl}$	$12 \cdot 0,3995 = 4,7938 \text{erl}$
ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ 2	$6 \cdot 0,6533 = 3,9197 \text{erl}$	$6 \cdot 0,6533 = 3,9197 \text{erl}$
ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ 3	$4 \cdot 0,8082 = 3,2329 \text{erl}$	$4 \cdot 0,8082 = 3,2329 \text{erl}$

3. Εφόσον η ανωτέρω κίνηση υπερρέει προς το εναλλακτικό σύστημα, η κίνηση που διεκπεραιώνει κάθε πρωτεύον για κάθε κατηγορία θα είναι:

	ΠΡΩΤΕΥΟΝ ΣΥΣΤΗΜΑ 1	ΠΡΩΤΕΥΟΝ ΣΥΣΤΗΜΑ 2
ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ 1	$12 - 4,7938 = 7,2062 \text{erl}$	$12 - 4,7938 = 7,2062 \text{erl}$
ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ 2	$6 - 3,919 = 2,0803 \text{erl}$	$6 - 3,919 = 2,0803 \text{erl}$
ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ 3	$4 - 3,2329 = 0,7671 \text{erl}$	$4 - 3,2329 = 0,7671 \text{erl}$

4. Σε εξυπηρετητές αυτή η κίνηση μεταφράζεται (πολλαπλασιάζοντας την κίνηση επί τον αριθμό των εξυπηρετητών που απαιτεί η κλήση κάθε κατηγορίας):

	ΠΡΩΤΕΥΟΝ ΣΥΣΤΗΜΑ 1	ΠΡΩΤΕΥΟΝ ΣΥΣΤΗΜΑ 2
ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ 1	$7,2062*4=28,8247$	$7,2062*4=28,8247$
ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ 2	$2,0803*8=16,6427$	$2,0803*8=16,6427$
ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ 3	$0,7671*12=9,2048$	$0,7671*12=9,2048$

5. Άρα οι εξυπηρετητές που αντιστοιχούν σε κάθε κατηγορία και πρωτεύον σύστημα σύμφωνα με την (4.16) είναι:

	ΠΡΩΤΕΥΟΝ ΣΥΣΤΗΜΑ 1	ΠΡΩΤΕΥΟΝ ΣΥΣΤΗΜΑ 2
ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ 1	$60-16,6427-9,2048=34,1525$	$60-16,6427-9,2048=34,1525$
ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ 2	$60-28,8247-9,2048=21,9705$	$60-28,8247-9,2048=21,9705$
ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ 3	$60-28,8247-16,6427=14,5325$	$60-28,8247-16,6427=14,5325$

6. Είμαστε έτοιμοι να εφαρμόσουμε την (4.17) για να βρούμε τις διασπορές ανά κατηγορία και πρωτεύον:

	ΠΡΩΤΕΥΟΝ ΣΥΣΤΗΜΑ 1	ΠΡΩΤΕΥΟΝ ΣΥΣΤΗΜΑ 2
ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ 1	6,4818	6,4818
ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ 2	2,6726	2,6726
ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ 3	1,7367	1,7367

7. Εφαρμόζοντας την αρχή της ανεξαρτησίας, από τις σχέσεις (4.11) και (4.12) λαμβάνουμε:

	R	$\sigma^2$
ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ 1	9,5876	12,9637
ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ 2	7,8393	5,3453
ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ 3	6,4659	3,4734

8. Και από την (4.13) υπολογίζονται οι παράμετροι Z ως εξής:

	Z
ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ 1	1,3521
ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ 2	0,6819
ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ 3	0,5372

9. Η κανονικοποιημένη παράμετρος Z υπολογίζεται από την (4.18) ίση με 0,7629. Αυτό δίνει «αριθμό εξυπηρετητών» ίσο με  $100/0,7629=131,0774$ , που στρογγυλοποιείται σύμφωνα με την συντηρητική προσέγγιση του Κεφαλαίου 3 σε 131.

10. Εφαρμόζοντας τέλος την (4.19) έχουμε τις πιθανότητες αποκλεισμού του εναλλακτικού συστήματος.

	ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΑΠΩΛΕΙΑΣ
ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ 1	28,13%
ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ 2	49,03%
ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ 3	64,34%



# ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΣΤ

## Υπολογισμός Παραμέτρων Z για 3 κατηγορίες κλήσεων Βάσει Προσομοίωσης

# Η λογική είναι ακριβώς ίδια με αυτήν του Παραρτήματος Γ

```
PREAMBLE
  PROCESSES INCLUDE
CLASS1_GROUP1_GENERATOR,
CLASS2_GROUP1_GENERATOR,
CLASS3_GROUP1_GENERATOR,
CLASS1_GROUP1CALL,
CLASS2_GROUP1CALL,
CLASS3_GROUP1CALL,
CLASS1_GROUP2_GENERATOR,
CLASS2_GROUP2_GENERATOR,
CLASS3_GROUP2_GENERATOR,
CLASS1_GROUP2CALL,
CLASS2_GROUP2CALL,
CLASS3_GROUP2CALL,
CLASS1_OVERFLOWCALL,
CLASS2_OVERFLOWCALL,
CLASS3_OVERFLOWCALL AND
TIMER

  RESOURCES INCLUDE
GROUP1_PRIMARYTRUNK,
GROUP2_PRIMARYTRUNK AND
ALTERNATIVETRUNK

  DEFINE CLASS1_MIT,CLASS2_MIT,CLASS3_MIT AND MST AS DOUBLE VARIABLES
  DEFINE CLASS1_BW,CLASS2_BW,CLASS3_BW, GROUP1_PRIMARYTRUNKS, GROUP2_PRIMARYTRUNKS AND
ALTERNATIVETRUNKS AS INTEGER VARIABLES
  DEFINE CLASS1_G1_ACC AND CLASS2_G1_ACC AS INTEGER VARIABLES
  DEFINE CLASS3_G1_ACC,CLASS1_G2_ACC,CLASS2_G2_ACC AND CLASS3_G2_ACC AS INTEGER VARIABLES
  DEFINE
CLASS1_BLOCKED_CALLS,CLASS2_BLOCKED_CALLS,CLASS2_G2_OVERFLOW_CALLS,CLASS2_G1_OVERFLOW_CALLS,CLASS1_G1_OV
ERFLOW_CALLS,CLASS1_G2_OVERFLOW_CALLS,CLASS3_G1_OVERFLOW_CALLS,CLASS3_G2_OVERFLOW_CALLS AND
CLASS3_BLOCKED_CALLS AS INTEGER VARIABLES
  DEFINE I,CALLS, OVTR AND TRANSIT AS INTEGER VARIABLES
  DEFINE STREAM1 AND STREAM2 AS INTEGER VARIABLES
  DEFINE ALTER1, ALTER2, ALTER3 AS INTEGER, 1-DIMENSIONAL ARRAYS
  DEFINE OV_CL1_IN_SERV, OV_CL2_IN_SERV AND OV_CL3_IN_SERV AS INTEGER VARIABLES

END

MAIN
PRINT 1 LINE THUS
-----#OVERFLOW ME 3 KLASEIS & 2 OMADES PRIMARY#-----
OPEN UNIT 1 FOR INPUT, FILE NAME IS "INPUTOVERFLOW2.TXT"
USE UNIT 1 FOR INPUT
READ  CALLS,
      TRANSIT,
      STREAM1, STREAM2,
      CLASS1_BW,
      CLASS2_BW,
      CLASS3_BW,
      GROUP1_PRIMARYTRUNKS,
      GROUP2_PRIMARYTRUNKS,
      ALTERNATIVETRUNKS,
      CLASS1_MIT,
      CLASS2_MIT,
      CLASS3_MIT,
      MST
CLOSE UNIT 1
RESERVE ALTER1(*), ALTER2(*), ALTER3(*) AS 65535
CREATE EVERY GROUP1_PRIMARYTRUNK(1)
CREATE EVERY GROUP2_PRIMARYTRUNK(1)
CREATE EVERY ALTERNATIVETRUNK(1)
LET U.GROUP1_PRIMARYTRUNK(1)= GROUP1_PRIMARYTRUNKS
LET U.GROUP2_PRIMARYTRUNK(1)= GROUP2_PRIMARYTRUNKS
LET U.ALTERNATIVETRUNK(1)= ALTERNATIVETRUNKS
ACTIVATE A CLASS1_GROUP1_GENERATOR NOW
ACTIVATE A CLASS2_GROUP1_GENERATOR NOW
ACTIVATE A CLASS3_GROUP1_GENERATOR NOW
ACTIVATE A CLASS1_GROUP2_GENERATOR NOW
ACTIVATE A CLASS2_GROUP2_GENERATOR NOW
```

```

ACTIVATE A CLASS3_GROUP2_GENERATOR NOW
ACTIVATE A TIMER NOW
START SIMULATION
SKIP 2 LINES

PRINT 1 LINE WITH CLASS1_MIT THUS
SE KA8E PRIMARY A1 ***.***
SKIP 1 LINE
PRINT 1 LINE WITH
CLASS1_BLOCKED_CALLS/(CLASS1_G1_OVERFLOW_CALLS+CLASS1_G2_OVERFLOW_CALLS+CLASS1_G1_ACC+CLASS1_G2_ACC)
THUS
APOKLEISMOS OVERALL 1 *.*****
SKIP 1 LINE
PRINT 1 LINE WITH CLASS1_BLOCKED_CALLS/(CLASS1_G1_OVERFLOW_CALLS+CLASS1_G2_OVERFLOW_CALLS) THUS
APOKLEISMOS ENALLAKTIKOY 1 *.*****
SKIP 2 LINES

PRINT 1 LINE WITH CLASS2_MIT THUS
SE KA8E PRIMARY A2 ***.***
SKIP 1 LINE
PRINT 1 LINE WITH
CLASS2_BLOCKED_CALLS/(CLASS2_G1_OVERFLOW_CALLS+CLASS2_G2_OVERFLOW_CALLS+CLASS2_G1_ACC+CLASS2_G2_ACC)
THUS
APOKLEISMOS OVERALL 2 *.*****
SKIP 1 LINE
PRINT 1 LINE WITH CLASS2_BLOCKED_CALLS/(CLASS2_G1_OVERFLOW_CALLS+CLASS2_G2_OVERFLOW_CALLS) THUS
APOKLEISMOS ENALLAKTIKOY 2 *.*****
SKIP 2 LINES

PRINT 1 LINE WITH CLASS3_MIT THUS
SE KA8E PRIMARY A3 ***.***
SKIP 1 LINE
PRINT 1 LINE WITH
CLASS3_BLOCKED_CALLS/(CLASS3_G1_OVERFLOW_CALLS+CLASS3_G2_OVERFLOW_CALLS+CLASS3_G1_ACC+CLASS3_G2_ACC)
THUS
APOKLEISMOS OVERALL 3 *.*****
SKIP 1 LINE
PRINT 1 LINE WITH CLASS3_BLOCKED_CALLS/(CLASS3_G1_OVERFLOW_CALLS+CLASS3_G2_OVERFLOW_CALLS) THUS
APOKLEISMOS ENALLAKTIKOY 3 *.*****
SKIP 2 LINES

PRINT 1 LINE WITH
CLASS1_MIT*CLASS1_G1_OVERFLOW_CALLS/(CLASS1_G1_OVERFLOW_CALLS+CLASS1_G1_ACC)+CLASS1_MIT*CLASS1_G2_OVERFLOW
W_CALLS/(CLASS1_G2_OVERFLOW_CALLS+CLASS1_G2_ACC) THUS
R1 *.****
SKIP 1 LINE
PRINT 1 LINE WITH
CLASS2_MIT*CLASS2_G1_OVERFLOW_CALLS/(CLASS2_G1_OVERFLOW_CALLS+CLASS2_G1_ACC)+CLASS2_MIT*CLASS2_G2_OVERFLOW
W_CALLS/(CLASS2_G2_OVERFLOW_CALLS+CLASS2_G2_ACC) THUS
R2 *.****
SKIP 1 LINE
PRINT 1 LINE WITH
CLASS3_MIT*CLASS3_G1_OVERFLOW_CALLS/(CLASS3_G1_OVERFLOW_CALLS+CLASS3_G1_ACC)+CLASS3_MIT*CLASS3_G2_OVERFLOW
W_CALLS/(CLASS3_G2_OVERFLOW_CALLS+CLASS3_G2_ACC) THUS
R3 *.****
SKIP 2 LINES

PRINT 1 LINE WITH CLASS1_G1_OVERFLOW_CALLS+CLASS1_G2_OVERFLOW_CALLS+CLASS1_G1_ACC+CLASS1_G2_ACC
THUS
KLHSEIS 1 *****
SKIP 1 LINE
PRINT 1 LINE WITH CLASS2_G1_OVERFLOW_CALLS+CLASS2_G2_OVERFLOW_CALLS+CLASS2_G1_ACC+CLASS2_G2_ACC
THUS
KLHSEIS 2 *****
SKIP 1 LINE
PRINT 1 LINE WITH CLASS3_G1_OVERFLOW_CALLS+CLASS3_G2_OVERFLOW_CALLS+CLASS3_G1_ACC+CLASS3_G2_ACC
THUS
KLHSEIS 3 *****
PRINT 3 LINES THUS
#####
PRESS ENTER TO EXIT...
#####
READ AS /

END
PROCESS CLASS1_GROUP1_GENERATOR
FOR I=1 TO CALLS
DO
ACTIVATE A CLASS1_GROUP1CALL NOW
WAIT EXPONENTIAL.F(1/CLASS1_MIT,STREAM2) MINUTES

```

```

        LOOP
    END
    PROCESS CLASS2_GROUP1_GENERATOR
        FOR I=1 TO CALLS
        DO
            ACTIVATE A CLASS2_GROUP1CALL NOW
            WAIT EXPONENTIAL.F(1/CLASS2_MIT,STREAM2) MINUTES
        LOOP
    END
    PROCESS CLASS3_GROUP1_GENERATOR
        FOR I=1 TO CALLS
        DO
            ACTIVATE A CLASS3_GROUP1CALL NOW
            WAIT EXPONENTIAL.F(1/CLASS3_MIT,STREAM2) MINUTES
        LOOP
    END
    PROCESS CLASS1_GROUP2_GENERATOR
        FOR I=1 TO CALLS
        DO
            ACTIVATE A CLASS1_GROUP2CALL NOW
            WAIT EXPONENTIAL.F(1/CLASS1_MIT,STREAM2) MINUTES
        LOOP
    END
    PROCESS CLASS2_GROUP2_GENERATOR
        FOR I=1 TO CALLS
        DO
            ACTIVATE A CLASS2_GROUP2CALL NOW
            WAIT EXPONENTIAL.F(1/CLASS2_MIT,STREAM2) MINUTES
        LOOP
    END
    PROCESS CLASS3_GROUP2_GENERATOR
        FOR I=1 TO CALLS
        DO
            ACTIVATE A CLASS3_GROUP2CALL NOW
            WAIT EXPONENTIAL.F(1/CLASS3_MIT,STREAM2) MINUTES
        LOOP
    END
    END
    PROCESS CLASS1_GROUP1CALL
        IF I>TRANSIT
            IF U.GROUP1_PRIMARYTRUNK(1)>=CLASS1_BW
                IF I > TRANSIT
                    ADD 1 TO CLASS1_G1_ACC
                ENDIF
                REQUEST CLASS1_BW GROUP1_PRIMARYTRUNK(1)
                WORK EXPONENTIAL.F(1/MST,STREAM1) MINUTES
                RELINQUISH CLASS1_BW GROUP1_PRIMARYTRUNK(1)
            ELSE
                ADD 1 TO CLASS1_G1_OVERFLOW_CALLS
                ACTIVATE A CLASS1_OVERFLOWCALL NOW
            ENDIF
        ENDIF
    END
    PROCESS CLASS1_GROUP2CALL
        IF I>TRANSIT
            IF U.GROUP2_PRIMARYTRUNK(1)>=CLASS1_BW
                IF I > TRANSIT
                    ADD 1 TO CLASS1_G2_ACC
                ENDIF
                REQUEST CLASS1_BW GROUP2_PRIMARYTRUNK(1)
                WORK EXPONENTIAL.F(1/MST,STREAM1) MINUTES
                RELINQUISH CLASS1_BW GROUP2_PRIMARYTRUNK(1)
            ELSE
                ADD 1 TO CLASS1_G2_OVERFLOW_CALLS
                ACTIVATE A CLASS1_OVERFLOWCALL NOW
            ENDIF
        ENDIF
    END
    PROCESS CLASS2_GROUP1CALL
        IF I>TRANSIT
            IF U.GROUP1_PRIMARYTRUNK(1)>=CLASS2_BW
                IF I > TRANSIT
                    ADD 1 TO CLASS2_G1_ACC
                ENDIF
                REQUEST CLASS2_BW GROUP1_PRIMARYTRUNK(1)

```

```

                                WORK EXPONENTIAL.F(1/MST,STREAM1) MINUTES
                                RELINQUISH CLASS2_BW GROUP1_PRIMARYTRUNK(1)

ELSE
                                ADD 1 TO CLASS2_G1_OVERFLOW_CALLS
                                ACTIVATE A CLASS2_OVERFLOWCALL NOW
ENDIF
ENDIF
END
PROCESS CLASS2_GROUP2CALL
IF I>TRANSIT
    IF U.GROUP2_PRIMARYTRUNK(1)>=CLASS2_BW
        IF I > TRANSIT
            ADD 1 TO CLASS2_G2_ACC
        ENDIF
        REQUEST CLASS2_BW GROUP2_PRIMARYTRUNK(1)
        WORK EXPONENTIAL.F(1/MST,STREAM1) MINUTES
        RELINQUISH CLASS2_BW GROUP2_PRIMARYTRUNK(1)

ELSE
                                ADD 1 TO CLASS2_G2_OVERFLOW_CALLS
                                ACTIVATE A CLASS2_OVERFLOWCALL NOW
ENDIF
ENDIF
END
PROCESS CLASS3_GROUP1CALL
IF I>TRANSIT
    IF U.GROUP1_PRIMARYTRUNK(1)>=CLASS3_BW
        IF I > TRANSIT
            ADD 1 TO CLASS3_G1_ACC
        ENDIF
        REQUEST CLASS3_BW GROUP1_PRIMARYTRUNK(1)
        WORK EXPONENTIAL.F(1/MST,STREAM1) MINUTES
        RELINQUISH CLASS3_BW GROUP1_PRIMARYTRUNK(1)

ELSE
                                ADD 1 TO CLASS3_G1_OVERFLOW_CALLS
                                ACTIVATE A CLASS3_OVERFLOWCALL NOW
ENDIF
ENDIF
END
PROCESS CLASS3_GROUP2CALL
IF I>TRANSIT
    IF U.GROUP2_PRIMARYTRUNK(1)>=CLASS3_BW
        IF I > TRANSIT
            ADD 1 TO CLASS3_G2_ACC
        ENDIF
        REQUEST CLASS3_BW GROUP2_PRIMARYTRUNK(1)
        WORK EXPONENTIAL.F(1/MST,STREAM1) MINUTES
        RELINQUISH CLASS3_BW GROUP2_PRIMARYTRUNK(1)

ELSE
                                ADD 1 TO CLASS3_G2_OVERFLOW_CALLS
                                ACTIVATE A CLASS3_OVERFLOWCALL NOW
ENDIF
ENDIF
END
PROCESS CLASS1_OVERFLOWCALL
    IF U.ALTERNATIVETRUNK(1)>=CLASS1_BW
        REQUEST CLASS1_BW ALTERNATIVETRUNK(1)
        ADD 1 TO OV_CL1_IN_SERV
        WORK EXPONENTIAL.F(1/MST,STREAM1) MINUTES
        RELINQUISH CLASS1_BW ALTERNATIVETRUNK(1)
        IF OV_CL1_IN_SERV>0
            SUBTRACT 1 FROM OV_CL1_IN_SERV
        ENDIF
    ELSE
        ADD 1 TO CLASS1_BLOCKED_CALLS
    ENDIF
END
END
PROCESS CLASS2_OVERFLOWCALL

```

```

IF U.ALTERNATIVETRUNK(1)>=CLASS2_BW
    REQUEST CLASS2_BW ALTERNATIVETRUNK(1)
    ADD 1 TO OV_CL2_IN_SERV
    WORK EXPONENTIAL.F(1/MST,STREAM1) MINUTES
    RELINQUISH CLASS2_BW ALTERNATIVETRUNK(1)
    IF OV_CL2_IN_SERV>0
        SUBTRACT 1 FROM OV_CL2_IN_SERV
    ENDIF
ELSE
    ADD 1 TO CLASS2_BLOCKED_CALLS
ENDIF

END

PROCESS CLASS3_OVERFLOWCALL

IF U.ALTERNATIVETRUNK(1)>=CLASS3_BW
    REQUEST CLASS3_BW ALTERNATIVETRUNK(1)
    ADD 1 TO OV_CL3_IN_SERV
    WORK EXPONENTIAL.F(1/MST,STREAM1) MINUTES
    RELINQUISH CLASS3_BW ALTERNATIVETRUNK(1)
    IF OV_CL3_IN_SERV>0
        SUBTRACT 1 FROM OV_CL3_IN_SERV
    ENDIF
ELSE
    ADD 1 TO CLASS3_BLOCKED_CALLS
ENDIF

END

PROCESS TIMER
DEFINE II AS AN INTEGER VARIABLE
II = 1
UNTIL I>=CALLS
DO
    IF I > TRANSIT
        ADD OV_CL1_IN_SERV TO ALTER1(II)
        ADD OV_CL2_IN_SERV TO ALTER2(II)
        ADD OV_CL3_IN_SERV TO ALTER3(II)
        II = II + 1
    ENDIF
    WAIT 1.5 MINUTES
LOOP
FOR K = 1 TO II-1
DO
    COMPUTE MN7 AS THE MEAN, VAR7 AS THE VARIANCE OF ALTER1(K)
    COMPUTE MN8 AS THE MEAN, VAR8 AS THE VARIANCE OF ALTER2(K)
    COMPUTE MN9 AS THE MEAN, VAR9 AS THE VARIANCE OF ALTER3(K)
LOOP
PRINT 3 LINES WITH VAR7/MN7, VAR8/MN8, VAR9/MN9 THUS
    PEAKEDNESS 1 *.*****
    PEAKEDNESS 2 *.*****
    PEAKEDNESS 3 *.*****
END

```

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ζ

### Υλοποίηση Φόρμουλας MKRR με τις Παραμέτρους Z που προκύπτουν από την Προσομοίωση

```
% Έστω Calt οι servers του εναλλακτικού συστήματος
Calt=100;
% Έστω οι ακόλουθες τιμές για τις απαιτήσεις εύρους ζώνης των κλάσεων
K=3;
b=[4 8 12];
% Έστω οι ακόλουθες τιμές R*b
Rb=[13.9408 22.3392 35.472];
% Έστω Zkan το κανονικοποιημένο Z
Zkan=1.246438
% Έστω οι ακόλουθες τιμές για τα Z
Z=[1.53432 1.23964 1.13758]
q=ones(1,Calt);
% Ορίζω έναν πίνακα y με τις τιμές των εκάστοτε q(j-b(1))
y=zeros(Calt,K);
% Τέλος, θέτω έναν πίνακα Bl με τα blocking probabilities και έναν πίνακα F
% με τα μη κανονικοποιημένα αθροίσματα q καθώς και έναν πίνακα W για να
% βρίσκω τα εκάστοτε C-b(i)+1
Bl=zeros(1,K);
F=zeros(1,K);
W=zeros(1,K);
% Υπολογίζω τα q(j)
for j=1:floor(Calt/Zkan)
    for i=1:K
        s=0;
        for m=1:K
            if j < b(i), y(j,i)=0;
            elseif j - b(i)== 0, y(j,i)=1;
            else
                y(j,i)=q(j-b(i));
            end
            s=s+Rb(m)*y(j,m)/Z(m);
        end
        q(j)=(j^(-1))*s;
    end
end
y;
q;
% Υπολογίζω το συντελεστή κανονικοποίησης των q
G=1+sum(q);
% Υπολογίζω το κάτω όριο του αθροίσματος για την πιθανότητα απώλειας
for i=1:K
    W(i)=floor(Calt/Zkan)-b(i)+1;
end
W;
% Υπολογίζω τον αριθμητή του τύπου για την πιθανότητα απώλειας
for i=1:K
    for j=W(i):floor(Calt/Zkan)
        F(i)=F(i)+q(j);
    end
end
F;
% Υπολογίζω την πιθανότητα απώλειας
for i=1:K
    Bl(i)=F(i)/G;
end
Bl
```

## **ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΠΟΜΠΕΣ**

1. M. Λογοθέτης, Θεωρία Τηλεπικοινωνιακής Κινήσεως και Εφαρμογές, Εκδόσεις Παπασωτηρίου, 2001.
2. Villy B. Iversen, Teletraffic Engineering and Network Planning, Jan. 2010 (available at: <http://oldwww.com.dtu.dk/education/34340/telenook.pdf>).
3. [http://en.wikipedia.org/wiki/Routing\\_in\\_the\\_PSTN](http://en.wikipedia.org/wiki/Routing_in_the_PSTN).
4. Yashar Ganjali, Dynamic Alternative Routing, Εκπαιδευτική Διάλεξη, Stanford University, 2001.
5. Vlatko Bolt, An Approach to Call Routing in Softswitch based Telephony Networks, Research & Development Centre ERICSSON Nikola Tesla.
6. Cisco IP Telephony Network Design Guide.
7. AudioCodes VoIP Networking for Enterprises: Migrating to the New Voice Infrastructure, V.1 March 2006.
8. Charles W. Bostian et al, Satellite Communications Systems and Technology, NASA/ITRI, July 1993.
9. L. Bella, F. Chummun, M. Conte, G. Fischer and J. Rammer, Performance evaluation of dynamic routing based on the use of satellites and intelligent networks, Wireless Networks 4 (1998), pp. 167-180.
10. Alexander A. Kist and Richard J. Harris, Scheme for Alternative Packet Overflow Routing (SAPOR), 2003 Workshop on High Performance Switching and Routing (HPSR 2003).
11. Arif Ali Rehman, Abid Karim and Shakeel Ahmed Khoja, Blocking Probabilities in WDM Switching Networks using Overflow Analysis Method, Wireless Networks, Information Processing and Systems, pp. 314-318, Springer Berlin Heidelberg.
12. J. Kaufman, Blocking in a shared resource environment, IEEE Transactions on Communications, vol. 29, No. 10, 1981, pp. 1474–1481.
13. J. Roberts, A service system with heterogeneous user requirements—application to multi-service telecommunications systems. In G. Pujolle (Ed.), Proceedings of performance of data communications systems and their applications, 1981, (pp. 423–431). Amsterdam: North Holland.
14. J. Virtamo, Overflow traffic in a loss system, 38.3141 Teletraffic Theory / Overflow traffic, available at: [www.netlab.tkk.fi/opetus/s383141/kalvot/E\\_overflow.pdf](http://www.netlab.tkk.fi/opetus/s383141/kalvot/E_overflow.pdf)
15. A. Fredericks, Congestion in blocking systems—a simple approximation technique. Bell System Technical Journal, vol. 59, No. 6, 1980, pp. 805–827.
16. R. Syski, Introduction to congestion theory in telephone systems. In Studies in telecommunication. Amsterdam: North Holland, 1986.

17. Mariusz Głabowski, Katarzyna Kubasik, Maciej Stasiak, Modeling of systems with overflow multi-rate traffic, Telecommunications Systems, Springer, vol. 37, February 2008, pp. 85-96.
18. L. E. N. Delbrouck, On the Steady-State Distribution in a Service Facility Carrying Mixtures of Traffic with Different Peakedness Factors and Capacity Requirements, IEEE Transactions on Communications, vol. 31, No. 11, Nov. 1983, pp. 1209-1211.
19. Ι. Δ. Μοσχολιός, Σημειώσεις Μεταπτυχιακού Μαθήματος «Προχωρημένα Θέματα Δικτύων», Τμήμα Επιστήμης & Τεχνολογίας Τηλεπικοινωνιών, Πανεπιστήμιο Πελοποννήσου, Ακαδημαϊκό Έτος 2009-2010.