



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΛΟΠΟΝΝΗΣΟΥ
UNIVERSITY OF PELOPONNESE

UOP – UNIVERSITY OF PELOPONNESE

Φασματική Ανάλυση

Σε Συστήματα Εικόνων Ραντάρ Τύπου SAR

Μπαρτζελιώτης Κωνσταντίνος

Επιβλέπων Καθηγητής – Σλαβάκης Κωνσταντίνος

15.9.2011

Το αντικείμενο της πτυχιακής αυτής εργασίας είναι η έννοια της φασματικής ανάλυσης και οι μέθοδοι που χρησιμοποιούμε για αυτό το σκοπό τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα σε συστήματα εικόνων ραντάρ τύπου Sar.

ΤΡΙΠΟΛΗ 2011

Περιεχόμενα

Ευχαριστίες.....	σελ.7
Σκοπός Της Παρούσας Πτυχιακής Μελετης.....	σελ.8
Abstract.....	σελ.8
Εισαγωγή.....	σελ.9

Κεφάλαιο 1

1.1 Σήμα Και Πληροφορία – Ταξινόμηση Σημάτων.....	σελ.11
1.2 Ψηφιακή Επεξεργασία Σήματος.....	σελ.13
1.3 Ψηφιακή Επεξεργασία Εικόνας.....	σελ.14
1.4 Ψηφιακές Εικόνες.....	σελ.16
1.5 Ψηφιοποίηση Δισδιάστατων Σημάτων.....	σελ.16
1.5.1 Ανάλυση Εικόνας.....	σελ.17
1.5.2 Ευκρίνεια Εικόνας.....	σελ.18

Κεφάλαιο 2

2.1 Ραδιοεντοπιστής – Ραντάρ (Radar).....	σελ.19
2.2 Ιστορία Των Ραντάρ.....	σελ.19
2.3 Ραντάρ Συνθετικού Ανοίγματος (SAR).....	σελ.22

2.3.1 Ραντάρ Συνθετικής Και Αντίστροφης Συνθετικής Απεικόνισης (SAR-ISAR).....	σελ.24
2.4 Λειτουργία Των Ραντάρ.....	σελ.25
2.5. Τα Ραντάρ Σήμερα.....	σελ.25
2.6 Ραντάρ Τύπου SAR.....	σελ.26
2.6.1 Γεωμετρία Εικονοληψίας Συστημάτων SAR.....	σελ.28
2.6.2 Χαρακτηριστικά SAR Απεικονίσεων.....	σελ.31
2.6.3 Ανάλυση Απόστασης (Range Resolution).....	σελ.32

Κεφάλαιο 3

3.1 Περιοχές Ψηφιακής Επεξεργασίας Εικόνας.....	σελ.34
3.2. Φάσμα.....	σελ.34
3.3 Γενικά.....	σελ.33
3.3.1 Χρονοσειρές Και Εποχικότητα.....	σελ.37
3.3.2 Ανάλυση Χρονοσειρών.....	σελ.38
3.3.3 Ανάλυση Fourier.....	σελ.40
3.3.4 Σειρές Fourier.....	σελ.41
3.3.5 Μετασχηματισμός Fourier.....	σελ.42
3.4 Εισαγωγή Στην Φασματική Ανάλυση.....	σελ.43
3.4.1 Εφαρμογές Φασματικής Ανάλυσης.....	σελ.45
3.5 Εισαγωγή Στην Φασματική Εκτίμηση.....	σελ.45
3.5.1 Θεωρία Εκτίμησης.....	σελ.46
3.5.2 Διακριτική Ικανότητα.....	σελ.48

3.6 Θεωρία Συσχέτισης.....	σελ.48
3.7 Σημαντικοί Ορισμοί.....	σελ.50
3.7.1 Λευκός Θόρυβος.....	σελ.50
3.7.2 Συνάρτηση Αυτοσυσχετισης.....	σελ.50
3.7.3 Φάσμα Ισχύος Στοχαστικής Διαδικασίας.....	σελ.50
3.7.4 Ενεργειακή Φασματική Πυκνότητα.....	σελ.51
3.7.5 Φασματική Πυκνότητα.....	σελ.52

Κεφάλαιο 4

4.1 Μέθοδοι Εκτίμησης.....	σελ.53
4.2 Περιοδόγραμμα.....	σελ.55
4.3 Κορελόγραμμα.....	σελ.56
4.4 Γενικά Σχόλια.....	σελ.57
4.4.1 Μέθοδος Bartlett.....	σελ.57
4.4.2 Μέθοδος Welch.....	σελ.59
4.4.3 Μέθοδος Blackman – Tukey : Εξομάλυνση Περιοδογραμμών.....	σελ.60
4.4.4 Μέθοδος Daniell.....	σελ.61
4.5 Παραμετρικές Μέθοδοι Εκτίμησης Φάσματος.....	σελ.63
4.5.1 ARMA Μοντέλο Για Την Εκτίμηση Φάσματος.....	σελ.65
4.5.2 Αυτοπαλινδρούμενο Μοντέλο AR(p).....	σελ.69
4.5.3 Εκτίμηση AR συντελεστών.....	σελ.70
4.5.4 Εκτίμηση Τάξης Μοντέλου.....	σελ.71

4.5.5 Yule – Walker Για Το AR Μοντέλο.....σελ.71
4.5.6 Μέθοδος Burg Για Το AR Μοντέλο.....σελ.73
4.6 MA Μοντέλο Για Την Εκτίμηση Φάσματος Ισχύος.....σελ.74
4.7 Μέθοδοι Υποχώρου – Μέθοδοι Υψηλής Ευκρίνειας.....σελ.76
4.7.1 Μέθοδος Capon.....σελ.77
4.7.2 Μέθοδος APES (Amplitude And Phase Estimation).....σελ.79
4.7.3 Μέθοδος MUSIC (Multiple Signal Classification).....σελ.80

Κεφάλαιο 5

5.1 Αποκατάσταση Εικόνας.....σελ.82
5.2 Εκτίμηση Παραμόρφωσης.....σελ.83
5.3 Εκτίμηση Δισδιάστατου Φάσματος.....σελ.85
5.4 Phase History Και Δεδομένα SAR.....σελ.85
5.5 Εκτιμητές Φάσματος Και Εικόνες Τύπου SAR.....σελ.87
5.5.1 FFT.....σελ.87
5.5.2 Περιοδόγραμμα.....σελ.88
5.5.3 Μέθοδος Bartlett.....σελ.90
5.5.4 Blackman – Tukey.....σελ.91
5.5.5 Μέθοδος Welch.....σελ.92
5.6 Μέθοδοι Που Βασίζονται Στην Διακύμανση.....σελ.93
5.6.1 Μέθοδος Capon.....σελ.93
5.7 Μέθοδοι Αποδόμησης Υπόχωρου.....σελ.94

5.7.1 Μέθοδος MUSIC.....σελ.94

5.7.2 Μέθοδος APES.....σελ.95

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 1

Εκτίμηση Απόδοσης Εκτιμητών Για Εικόνες SAR.....σελ.97

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 2

Κοιτώντας Το Μέλλον.....σελ.100

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....σελ.104

Ευχαριστίες

Η παρούσα μεταπτυχιακή μελέτη εκπονήθηκε από τον φοιτητή Κωνσταντίνο Μπαρτζελιώτη του τμήματος Επιστήμης και Τεχνολογίας Τηλεπικοινωνιών του Πανεπιστημίου Πελοποννήσου. Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κύριο Σλαβάκη Κωνσταντίνο για την καθοδήγηση, την υποστήριξη και τη βοήθεια του καθ' όλη τη διάρκεια διεκπεραίωσης της παρούσας μεταπτυχιακής μελέτης. Τον ευχαριστώ θερμά για τις γνώσεις που μου παρείχε, αλλά και για το αμείωτο ενδιαφέρον και τη συμπαράσταση του κατά τη συγγραφή και διόρθωση της μελέτης. Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένεια μου τη φίλη μου, και τους φίλους μου για την βοήθεια τους και την ψυχολογική υποστήριξη καθ' όλη τη διάρκεια του έτους.

Σκοπός της παρούσας πτυχιακής μελέτης

Αντικείμενο της παρούσας πτυχιακής εργασίας αποτελούν τα ραντάρ συνθετικού ανοίγματος (SAR – Synthetic Aperture Radar) , η λειτουργία τους καθώς και τα ιδιαίτερα πλεονεκτήματα των συγκεκριμένων ραντάρ. Στη συνέχεια γίνεται μελέτη για τις μεθόδους εκτίμησης φάσματος δυο διαστάσεων. Ποια μέθοδο έχει τα καλύτερα αποτελέσματα κάτω από ποιες συνθήκες για το καλύτερο αποτέλεσμα αποκατάστασης εικόνας, την οποία έχουμε ως είσοδο από τα ραντάρ συνθετικού ανοίγματος. Η φασματική εκτίμηση μπορεί να οριστεί ως η τέχνη της ανάκτησης της συχνότητας περιεχομένου στο μετρημένο σήμα. Η φασματική εκτίμηση περιλαμβάνει 3 κυρίως κατηγορίες μοντέλων με τις οποίες μπορούμε να κάνουμε φασματική ανάλυση τις παραμετρικές, μη – παραμετρικές , αλλά και τις μεθόδους υψηλής ευκρινείας , κριτήρια μας πάντα παραμένουν τιμές όπως Variance , bias και η διακριτική ικανότητα της κάθε μεθόδου.

Abstract

Scope of this thesis are the synthetic aperture radar (SAR - Synthetic Aperture Radar), the function and its particular advantages of these radars. It then becomes a study of assessment methods range two-dimensional. Which method has the best results under what conditions for the best image recovery, which we have as input from synthetic aperture radar. The spectral estimation can be defined as the art of recovery of the frequency content in the measured signal. The spectral estimate includes 3 main classes of models which can do spectral analysis of parametric, non - parametric, and methods of high-definition criteria are always kept prices as Variance, bias and discrimination ability of each method.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ψηφιακή Εποχή Και Εποχή Της Πληροφορίας

Ο όρος εποχή της πληροφορίας, γνωστή και ως εποχή των υπολογιστών, αναφέρεται στην ιδέα ότι η σημερινή εποχή χαρακτηρίζεται από την δυνατότητα των ανθρώπων να ανταλλάσσουν και να μεταφέρουν πληροφορίες ελεύθερα και να έχουν άμεση πρόσβαση σε γνώσεις που θα ήταν δύσκολο ή αδύνατο να βρεθούν στο παρελθόν. Η έννοια αυτή συνδέεται με την έννοια της ψηφιακής εποχής ή της ψηφιακής επανάστασης και μεταφέρει τις επιπτώσεις της αλλαγής από την παραδοσιακή βιομηχανία (την οποία εγκαθίδρυσε η βιομηχανική επανάσταση μέσα από την εκβιομηχάνιση) σε μια οικονομία που βασίζεται στο χειρισμό των πληροφοριών. Η περίοδος αυτή θεωρείται ότι ξεκίνησε γύρω στα τέλη του δεύτερου μισού του 20ού αιώνα μΧ., χωρίς να υπάρχει επίσημη ημερομηνία έναρξης. Με την εφεύρεση των κοινωνικών μέσων μαζικής ενημέρωσης στις αρχές του 21ου αιώνα, μερικοί ισχυρίζονται ότι η εποχή της πληροφορίας έχει μετεξελιχθεί στην εποχή της προσοχής. Ο όρος αυτός έχει χρησιμοποιηθεί ευρέως από τα τέλη του 1980 και κατά τη διάρκεια του 21ου αιώνα.

Η εντυπωσιακή ανάπτυξη της μικροηλεκτρονικής και των υπολογιστών είχε καθοριστική επίδραση στην ψηφιακή επεξεργασία σημάτων και εικόνων. Οι τεχνικές ψηφιακής επεξεργασίας σημάτων χρησιμοποιούνται σήμερα σε πολλές περιοχές της επιστήμης και της τεχνολογίας, όπως για παράδειγμα τις επικοινωνίες, την αεροναυτική, την σεισμολογία, την βιομετρική τεχνολογία ανταλλαγή πληροφορίας σε κοντινές η μακρινές αποστάσεις λέγεται επικοινωνία. Η οντότητα που φέρει αυτή την πληροφορία λέγεται σήμα. Μπορεί να έχει διάφορες μορφές και να φέρει πολλά

είδη πληροφορίας. Η επεξεργασία της πληροφορίας που αναπαριστάται σε ψηφιακή μορφή λέγεται ψηφιακή επεξεργασία σήματος. Τυχαίο σήμα (διαδικασία) είναι συλλογή σημάτων και ορίζονται με όρους των στατιστικών ιδιοτήτων της συλλογής. Θόρυβος (κβαντισμού, Καναλιού κ.α.). Η συλλογή όλων των πιθανών ημιτονοειδών με συγκεκριμένη συχνότητα και πλάτος. Η επεξεργασία τυχαίων σημάτων λέγεται στατιστική επεξεργασία σήματος. Μια από τις βασικές εφαρμογές στην επεξεργασία σήματος είναι η εκτίμηση του φάσματος μιας στοχαστικής διαδικασίας $x(n)$ από ένα πεπερασμένο σύνολο τιμών, π.χ. στο διάστημα $0 \leq n < N$. Γενικά, θεωρούμε ότι η στοχαστική διαδικασία είναι στάσιμη υπό την ευρεία έννοια (WSS) στο διάστημα παρατήρησης. Η ραγδαία εξέλιξη των υπολογιστών κυρίως μετά το 1975, επέτρεψαν την ανάπτυξη ενός νέου κλάδου που περιγράφεται γενικά ως ψηφιακή επεξεργασία εικόνας (ΨΕΕ). Η ψηφιακή επεξεργασία εικόνας αποτελεί πλέον ολόκληρη επιστήμη και έχει ευρύτερες εφαρμογές όπως για παράδειγμα την αυτοματοποίηση γραφείου, την ρομποτική και την όραση μηχανής (computer vision). Με τη λέξη εικόνα δεν νοείται απλά η απεικόνιση μιας σκηνής αλλά είναι ένα μέσο, ένας τρόπος, με τον οποίο μπορούμε να αποτυπώσουμε πληροφορίες διαφόρων ειδών. Έτσι, έγγραφα, ιατρικά δεδομένα (υπερηχογραφήματα, μαγνητικές τομογραφίες κλπ.) διαστημικά δεδομένα κ.α. μπορούν να ψηφιοποιηθούν και να επεξεργαστούν και να επεξεργαστούν ως εικόνες.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

1.1 Σήμα Και Πληροφορία – Ταξινόμηση Σημάτων

Η πληροφορία που αντιλαμβανόμαστε μέσω των αισθήσεων μας και επεξεργάζεται ο εγκέφαλος μας, μπορεί να περιγραφεί ως μια ή περισσότερες φυσικές μεταβλητές η τιμή των οποίων είναι μια συνάρτηση του χρόνου και / ή του χώρου. Να σημειωθεί ότι ως πληροφορία εννοούμε την μορφή της διέγερσης που λαμβάνουμε και όχι το σημασιολογικό περιεχόμενο που αυτή μεταφέρει. Για παράδειγμα, όταν αναφερόμαστε σε ηχητική πληροφορία, η φυσική μεταβλητή περιγράφει την πίεση του αέρα στη θέση ενός παρατηρητή ως συνάρτηση του χρόνου. Αυτή η ηχητική πληροφορία έχει συνήθως και κάποια ερμηνεία, σημασιολογικό περιεχόμενο. Αν ακούμε μια ομιλία, οι λέξεις και οι ιδέες είναι το σημασιολογικό περιεχόμενο του ήχου. Το πως μπορούμε να παραστήσουμε τη σημασιολογική πληροφορία δεν θα μας απασχολήσει εδώ. Αυτή η φυσική μεταβλητή που περιγράφει ένα φαινόμενο, μπορεί να μετρηθεί με κάποιο ειδικά κατασκευασμένο όργανο που ονομάζεται αισθητήρας. Ένας αισθητήρας μετατρέπει αυτή την φυσική ποσότητα, στην περίπτωση του ήχου την πίεση του αέρα, σε μια άλλη ποσότητα, όπως μια ηλεκτρική τιμή, που ονομάζεται σήμα. Αυτό το σήμα είναι τέτοιο ώστε να παριστά το φυσικό μέγεθος με πιστότητα και μπορεί εύκολα να μετρηθεί. Τα σήματα διακρίνονται σε δύο βασικές κατηγορίες:

- Αναλογικό ονομάζεται ένα σήμα το οποίο είναι συνεχής συνάρτηση του χρόνου και / ή του χώρου. Τότε λέμε επίσης ότι το σήμα είναι ανάλογο της φυσική μεταβλητής που περιγράφει.
- Ψηφιακό ονομάζεται ένα σήμα το οποίο αποτελείται από μια ακολουθία διακριτών τιμών που είναι κωδικοποιημένες στο δυαδικό σύστημα και εξαρτώνται από το χρόνο ή το χώρο.

Γενικότερα σήμα (signal) καλούμε οποιαδήποτε συνάρτηση μιας ή περισσοτέρων ελεύθερων μεταβλητών. Με ένα λιγότερο μαθηματικό ορισμό, θα ορίζαμε ως σήμα κάθε φυσική ποσότητα, η οποία μεταβάλλεται ως προς το χρόνο, το χώρο ή ως προς κάθε σύνολο ελευθέρων μεταβλητών. Σύστημα καλούμε οποιαδήποτε οντότητα, η οποία ενεργεί πάνω σε ένα σήμα για κάποιο σκοπό. Σε ένα σήμα μπορούμε να ενεργήσουμε είτε με μια φυσική συσκευή (υλικό) είτε με μια ακολουθία μαθηματικών πράξεων που συνθέτουν ένα αλγόριθμο (λογισμικό). Φίλτρο ονομάζουμε ένα σύστημα από υλικό (hardware) ή λογισμικό (software) το οποίο εφαρμόζεται σε ένα σύνολο από δεδομένα στα οποία έχει επιδράσει θόρυβος (ανεπιθύμητη διαταραχή) με στόχο την εξαγωγή πληροφοριών που μας ενδιαφέρουν. Τα φίλτρα διακρίνονται σε Γραμμικά και Μη Γραμμικά. Στα γραμμικά φίλτρα η έξοδος είναι ένας γραμμικός συνδυασμός των δεδομένων που εφαρμόζεται στην είσοδο (σήμα εισόδου). Για την εξαγωγή της πληροφορίας που μας ενδιαφέρει (χρήσιμο σήμα) από ένα θορυβώδες σήμα συνήθως γίνεται η υπόθεση ότι είναι γνωστά κάποια βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά του χρήσιμου σήματος όπως η μέση τιμή και η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης.

Τα σήματα ταξινομούνται σε δυο ευρείες κατηγορίες :

- Αιτιοκρατικά (deterministic) : αναπαράγονται ακριβώς ίδια με επαναλαμβανόμενες διαδικασίες. Παράδειγμα το μοναδιαίο βήμα η το κρουστικό σήμα.
- Τυχαία (random) : τυχαίο σήμα ή τυχαία διαδικασία είναι το σήμα που δεν επαναλαμβάνεται ακριβώς το ίδιο με προβλέψιμο τρόπο. Παράδειγμα ο θόρυβος κβαντισμού, τα χιόνια στην οθόνη του ραντάρ, το βούισμα από την κασέτα κατά την αναπαραγωγή ήχου ή θόρυβος της μηχανής κατά τη μετάδοση σήματος φωνής από το πιλοτήριο ενός αεροπλάνου.

Ορισμένα σήματα μπορεί να θεωρηθούν είτε αιτιοκρατικά είτε τυχαία ανάλογα με την εφαρμογή. Για παράδειγμα το σήμα της φωνής μπορεί να θεωρηθεί αιτιοκρατικό αν πρόκειται για συγκεκριμένη κυματομορφή την οποία θέλουμε να επεξεργαστούμε ή αναλύσουμε. Όμως το σήμα της φωνής μπορεί να θεωρηθεί επίσης και τυχαία διαδικασία στην περίπτωση που κάποια συγκεκριμένη κυματομορφή θεωρείται ότι ανήκει σε μια ευρεία συλλογή με όλες τις πιθανές κυματομορφές προκειμένου να

σχεδιάσουμε ένα σύστημα που θα επεξεργάζεται με βέλτιστο τρόπο σήματα φωνής γενικά.

1.2 Ψηφιακή Επεξεργασία Σήματος

Η ψηφιακή επεξεργασία σήματος είναι αλληλένδετη με περιοχές της επιστήμης των υπολογιστών με μοναδικό τύπο δεδομένων τα σήματα. Τα σήματα αυτά προέρχονται από αισθητήρες ανίχνευσης αναλογικών μεγεθών πραγματικού χρόνου. Τα σήματα αυτά μπορούν να είναι ηχητικά, οπτικά, δονήσεων κλπ. Η ψηφιακή επεξεργασία σήματος είναι τα μαθηματικά, οι αλγόριθμοι, και οι τεχνικές για τον χειρισμό αυτών των σημάτων αφού αυτά μετατραπούν σε ψηφιακά. Κάθε λειτουργία που εφαρμόζεται σε ένα σήμα με σκοπό την απόκτηση κάποιου είδους πληροφορίας καλείται Επεξεργασία Σήματος (Signal Processing). Ακόμη ως επεξεργασία σήματος ορίζουμε την ανάλυση και τον χειρισμό σημάτων, όπου ως σήμα ορίζεται οποιαδήποτε συνάρτηση μεταξύ φυσικών ποσοτήτων. Η επεξεργασία σήματος είναι ουσιαστικώς ένα διεπιστημονικό γνωστικό πεδίο, ορισμένο με αυστηρά μαθηματικά και με τις δικές του μεθοδολογίες και ορολογία. Οι εφαρμογές του είναι πάρα πολλές στις τεχνολογικές επιστήμες και βρίσκεται στη βάση τομέων όπως οι τηλεπικοινωνίες, η επεξεργασία εικόνας, βίντεο και ήχου, η συμπίεση αρχείων κλπ. Σε συστήματα τηλεπικοινωνιών, επεξεργασία σήματος λαμβάνει χώρα μόνο στο πρώτο επίπεδο του μοντέλου αναφοράς OSI, το φυσικό επίπεδο, και προαιρετικά στο έκτο και έβδομο επίπεδο του ίδιου μοντέλου. Η ψηφιακή επεξεργασία σήματος διεξάγεται με μαθηματικές πράξεις. Γενικά οι υπολογιστές δεν είναι σχεδιασμένοι για εργασίες και αλγορίθμους όπως η ψηφιακή επεξεργασία και η ανάλυση Fourier. Οι ψηφιακοί επεξεργαστές σήματος είναι μικροεπεξεργαστές ειδικά σχεδιασμένοι για να αναλαμβάνουν καθήκοντα ψηφιακής επεξεργασίας σήματος. Αυτές οι συσκευές έχουν τρομακτική ανάπτυξη την τελευταία δεκαετία, αφού μπορούν να χρησιμοποιηθούν στην κυριολεξία παντού, από τα κινητά τηλεφωνα μέχρι και σε προηγμένα επιστημονικά όργανα. Ο κόσμος της επιστήμης και της μηχανικής είναι γεμάτος από σήματα όπως εικόνες από ένα ανεπάνδρωτο διαστημικό εξερευνητικό όχημα, από τα βολτ που παράγονται από την καρδιά και τον εγκέφαλο, τα ραντάρ και

τον απόηχο του σόναρ, τις σεισμικές δονήσεις. Η ψηφιακή επεξεργασία σήματος χρησιμοποιεί υπολογιστές για να κατανοήσει όλων αυτών των ειδών τα δεδομένα. Αυτό εμπεριέχει μια ποικιλία από εργασίες όπως : φιλτράρισμα, αναγνώριση φωνής, βελτίωση εικόνων, συμπίεση δεδομένων και πολλά άλλα. Η ψηφιακή επεξεργασία σήματος είναι μια από της πιο ισχυρές τεχνολογίες η όποια θα καθορίσει την επιστήμη και την μηχανική στον 21^ο αιώνα.

1.3 Ψηφιακή Επεξεργασία Εικόνας

Η όραση είναι η πιο δυναμική μας αίσθηση. Μας δίνει ένα τεράστιο πλούτο πληροφοριών για το τι μας περιβάλλει. Είναι χαρακτηριστική μια κινεζική παροιμία που λέει «Μια εικόνα αξίζει όσο χίλιες λέξεις». Όλη αυτή η πληροφορία είναι πολύτιμη τόσο για τα απλά πράγματα π.χ. για την κίνηση μας, όσο και για πιο πολύπλοκες διανοητικές εργασίες, π.χ. προγραμματισμός των ενεργειών μας, ανάπτυξη της νοημοσύνης. Σε επίπεδο κοινωνικής οργάνωσης, οι εικόνες είναι επίσης ένα σημαντικότατο μέσο μετάδοσης πληροφοριών πάνω στο οποίο στηρίζονται σήμερα σχεδόν όλα τα μέσα μαζικής επικοινωνίας. Ο τεράστιος όγκος των οπτικών πληροφοριών και η ανάγκη επεξεργασίας τους, οδήγησε τους επιστήμονες και τεχνικούς στην εξεύρεση μέσων ψηφιακής αποθήκευσης της εικόνας και επεξεργασίας της με ηλεκτρονικούς υπολογιστές. Η προσπάθεια αυτή οδήγησε σε έναν καινούριο κλάδο της Πληροφορικής που ονομάζεται ψηφιακή επεξεργασία και ανάλυση εικόνας. Ο κλάδος αυτός είναι πολύ νέος. Ωστόσο, έχει δείξει μια δυναμική εξέλιξη, ιδιαίτερα κατά τα τελευταία χρόνια, και ήδη είναι μια επιστήμη και τεχνολογία αιχμής. Όπως δηλώνει και ο τίτλος της, η ψηφιακή επεξεργασία εικόνας (digital image processing) ασχολείται με την ψηφιακή καταγραφή εικόνων, τόσο η είσοδος όσο και η έξοδος της είναι ψηφιακές εικόνες. Το αντικείμενο της επεξεργασίας μπορεί να είναι η βελτίωση της ποιότητας της εικόνας, το φιλτράρισμα του θορύβου καταγραφής η μετάδοσης, η συμπίεση του όγκου πληροφορίας, η αποθήκευση εικόνας και ψηφιακής μετάδοσης της. Η ψηφιακή ανάλυση εικόνας (digital image analysis) ασχολείται με την περιγραφή και αναγνώριση του περιεχομένου της εικόνας. Η περιγραφή αυτή είναι συνήθως συμβολική, επομένως η

είσοδος στην ανάλυση εικόνας είναι ψηφιακή εικόνα και η έξοδος συμβολική περιγραφή. Ουσιαστικά η ανάλυση εικόνας προσπαθεί να μιμηθεί την ανθρώπινη όραση. Για το λόγο αυτό ένας ταυτόσημος όρος που συχνά χρησιμοποιείται είναι η τεχνητή όραση. Βέβαια η ανθρώπινη όραση είναι ένας πολύπλοκος νευροφυσιολογικός μηχανισμός που οδηγείται από γνώση ανωτέρου επιπέδου. Τα χαρακτηριστικά της δεν είναι γνωστά και τα υπάρχοντα μαθηματικά της μοντέλα είναι περιορισμένης αξίας. Επομένως είναι δύσκολο να προσομοιωθεί σε ηλεκτρονικό υπολογιστή. Για το λόγο αυτό, η τεχνητή όραση απέχει πολύ από την ανθρώπινη όραση από άποψη μεθόδων ανάλυσης. Η ανάλυση εικόνας είναι πιο εύκολη για εφαρμογές όπου το περιβάλλον, τα αντικείμενα και οι συνθήκες φωτισμού είναι προκαθορισμένες. Τέτοιες συνθήκες έχουμε π.χ. σε γραμμές παραγωγής εργοστασίου. Ο σχετικός κλάδος της τεχνητής όρασης είναι η ρομποτική όραση (robotic vision). Η ανάλυση είναι πιο δύσκολη σε εφαρμογές όπου το περιβάλλον είναι άγνωστο και τα αντικείμενα πολυπληθή ή ασαφή, π.χ. σε βιοιατρικές εφαρμογές, σε σκηνές εξωτερικών χώρων (natural scenes). Σε τέτοιες εφαρμογές ακόμη και ειδικοί δυσκολεύονται να αναγνωρίσουν αντικείμενα. Για τους λόγους αυτούς βρισκόμαστε ακόμη μακριά από την κατασκευή ενός γενικού συστήματος ανάλυσης εικόνας. Τα πιο πολλά υπάρχοντα συστήματα είναι κατασκευασμένα για εξειδικευμένες εφαρμογές.

Η ψηφιακή επεξεργασία εικόνας αποτελεί επίσης ολόκληρη επιστήμη και έχει ευρύτερες εφαρμογές όπως για παράδειγμα, την αυτοματοποίηση γραφείου, τη ρομποτική και την όραση μηχανής. Με την λέξη εικόνα δεν νοείται απλά η απεικόνιση μιας σκηνής αλλά είναι ένα μέσο, ένας τρόπος, με τον οποίο μπορούμε να αποτυπώσουμε πληροφορίες διαφόρων ειδών. Έτσι, έγγραφα, ιατρικά δεδομένα (υπερηχογραφήματα, μαγνητικές τομογραφίες, κ.λπ.), διαστημικά δεδομένα κ.α. μπορούν να ψηφιοποιηθούν και να επεξεργαστούν ως εικόνες. Γενικά μπορούμε να πούμε ότι η Ψηφιακή επεξεργασία εικόνας για να αντιμετωπίσει τα ακόλουθα κυρία προβλήματα :

- Την ψηφιοποίηση (digitization), κωδικοποίηση εικόνων με στόχο την εκτύπωση, αποθήκευση και μετάδοση τους.
- Την βελτιστοποίηση (enhancement) και την αποκατάσταση (restoration) των εικόνων με στόχο την καλύτερη απεικόνιση και κατανόηση τους.

- Την τμηματοποίηση (segmentation) και την περιγραφή εικόνων.
- Την ανάλυση και την κατανόηση των εικόνων.

1.4 Ψηφιακές εικόνες

Η εικόνα στην αναλογική της μορφή είναι ένα δισδιάστατο σήμα. Το σήμα αυτό μπορεί να είναι η φωτεινότητα ενός φιλμ, το ηλεκτρικό ρεύμα σε μια ηλεκτρονική κάμερα κτλ. Για να επεξεργαστεί στον ηλεκτρονικό υπολογιστή πρέπει να ψηφιοποιηθεί. Επομένως είναι πρώτα από όλα απαραίτητο να μελετηθεί η διαδικασία ψηφιοποίησης ενός δισδιάστατου σήματος. Έπειτα πρέπει να βρεθούν μαθηματικά εργαλεία που να περιγράφουν το δισδιάστατο διακριτό σήμα καθώς και τα συστήματα τα οποία το επεξεργάζονται. Η μετάβαση από το αναλογικό κόσμο στον ψηφιακό συνεπάγεται τη μετατροπή αναλογικών σημάτων σε ψηφιακά. Έτσι μια πραγματική εικόνα μεταφέρεται στον ψηφιακό κόσμο με τη μορφή διακεκριμένου σήματος που έχει τη μορφή ψηφιακών πινάκων. Μια ψηφιακή εικόνα μπορεί να είναι δυαδική (binary images), μονοχρωματική αποχρώσεων του γκρι ή έγχρωμη. Μια ψηφιακή εικόνα αποχρώσεων του γκρι διαστάσεων $N \times M$ παριστάνεται από έναν δισδιάστατο πίνακα ακέραιων αριθμών $I(i,j)$, $i=1, \dots, N$ και $j = 1, \dots, M$ όπου $0 \leq I(i,j) \leq G-1$. Το G ισούται συνήθως με μια δύναμη του 2. Δηλαδή $G=2^m$ με συνηθέστερη τιμή το $m=8$ που αντιστοιχεί σε 256 αποχρώσεις του γκρι. Σημειώνεται ότι προς διευκόλυνση της ψηφιακής επεξεργασίας των εικόνων όχι μόνο το G αλλά και οι διαστάσεις είναι επιθυμητό να είναι δυνάμεις του δυο.

1.5 Ψηφιοποίηση Δισδιάστατων Σημάτων

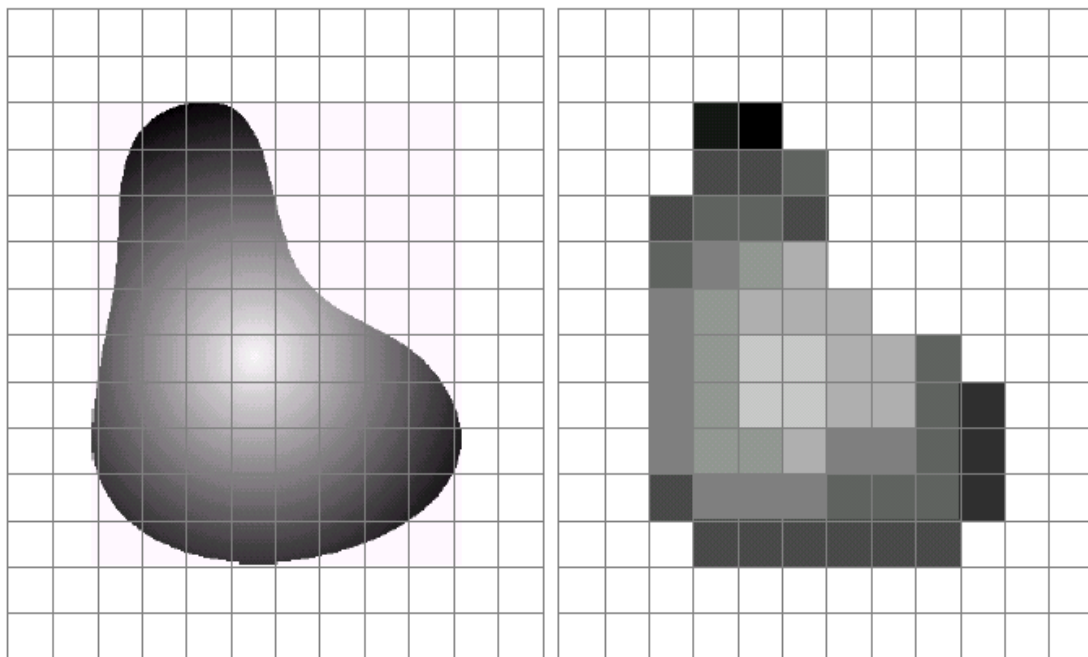
Ο πιο απλός τρόπος ψηφιοποίησης ενός δισδιάστατου σήματος είναι η ομοιόμορφη δειγματοληψία του κατά μήκος των δυο ορθογωνίων αξόνων t_1, t_2 . Η μέθοδος αυτή είναι μια απλή επέκταση της δειγματοληψίας μονοδιάστατων σημάτων. Έστω

$x_a(t_1, t_2)$ το αναλογικό σήμα και T_1, T_2 τα διαστήματα δειγματοληψίας κατά μήκος των δυο αυτών αξόνων. Το διακριτό σήμα $x(n_1, n_2)$ δίνεται από τη σχέση :

$$x(n_1, n_2) = x_a(n_1 T_1, n_2 T_2)$$

Τα προβλήματα που προκύπτουν από τη δειγματοληψία ενός δισδιάστατου σήματος είναι δυο :

- Η εύρεση της σχέσης μεταξύ του φάσματος του συνεχούς και του διακριτού σήματος
- Η ανακατασκευή του συνεχούς σήματος από το διακριτό.



I^a. Αναλογική εικόνα και η ψηφιακή προβολή της εικόνας

1.5.1 Ανάλυση Εικόνας

Η βαθμίδα Ανάλυσης της Εικόνας λαμβάνει μια βελτιωμένη ψηφιακή εικόνα. Εντοπίζει σ' αυτήν περιοχές που περιέχουν ή πιθανόν να περιέχουν, πρότυπα (patterns). Ο όρος «πρότυπο», χρησιμοποιείται για την περιγραφή ενός αντικειμένου ή μιας οντότητας, την οποία ενδιαφερόμαστε να εντοπίσουμε στην εικόνα. Μετά τον εντοπισμό των περιοχών, γίνεται η κατάτμηση (segmentation), δηλαδή η ή ο διαχωρισμός τους από την υπόλοιπη εικόνα. Η κατάτμηση είναι ένα σημαντικό στάδιο της Ανάλυσης Εικόνας, ώστε να ξεχωρίσουν οι περιοχές με χρήσιμη πληροφορία. Παροχή μη χρήσιμης πληροφορίας στην επόμενη βαθμίδα του συστήματος επεξεργασίας εικόνας δυσχεραίνει τη λειτουργία του.

1.5.2 Ευκρίνεια Εικόνας

Η ευκρίνεια μιας εικόνας καθορίζει το πόσο καλά μπορούμε να βλέπουμε τις λεπτομέρειες μιας εικόνας. Ισούται με το πλήθος των εικονοστοιχείων ανά μονάδα επιφάνειας και συνήθως μετρείται σε pixel/in² ή διαφορετικά σε dpi (dots per inch). Είναι φανερό ότι η ευκρίνεια εξαρτάται τόσο από τις διαστάσεις όσο και από το πλήθος των αποχρώσεων της κάθε εικόνας. Αν για παράδειγμα κρατήσουμε σταθερό το m και μεταβάλλουμε (μειώνουμε) τις διαστάσεις μιας εικόνας τότε η εικόνα θα εμφανίσει το φαινόμενο του σκακιού (checkboard).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

2.1 Ραδιοεντοπιστής – Ραντάρ (Radar)

Ο ραδιοεντοπιστής η γνωστότερο με το διεθνές όνομα Ραντάρ που προέρχεται από τη σύντμηση των αγγλικών λέξεων “Radio Detection And Ranging”, αποτελεί ένα βασικό ηλεκτρονικό σύστημα ηλεκτρομαγνητικού εντοπισμού και παρακολούθησης ακίνητων και κινητών στόχων, σε αποστάσεις και συνθήκες φωτισμού απαγορευτικές για τον απευθείας οπτικό εντοπισμό, δηλαδή με το ανθρώπινο μάτι η και οπτικά όργανα. Η μεγάλη αξία του ραντάρ οφείλεται στις σημαντικές δυνατότητες ανίχνευσης και παρακολούθησης στόχων σε μεγάλες αποστάσεις και με μεγάλη ακρίβεια. Επίσης Ραντάρ ονομάζεται η διάταξη οργάνων και μηχανισμών για την ανακάλυψη και τον προσδιορισμό της θέσης στόχων ή αντικειμένων στον αέρα, στη θάλασσα ή στη ξηρά με τις μεθόδους του ραδιοεντοπισμού, για αντικείμενα που δεν είναι ορατά από το ανθρώπινο μάτι. Δεν ανιχνεύεται μόνο η απόσταση και η θέση του στόχου, αλλά αν είναι κινούμενος υπολογίζεται και η ταχύτητα και η πορεία του.

2.2 Ιστορία Των Ραντάρ

Η πατρότητα του ραντάρ δεν είναι εύκολο να αποδοθεί σε κάποιο συγκεκριμένο πρόσωπο ή ερευνητική ομάδα, αφού πολλοί πρωτοπόροι επιστήμονες σε ολόκληρο τον κόσμο ασχολήθηκαν για την ανάπτυξή του. Το 1886-1888, ο Γερμανός φυσικός *Heinrich Rudolf Hertz* (1857-1895) πιστοποίησε πειραματικά την ανάκλαση/σκέδαση

των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων (445 MHz), πάνω σε ηλεκτρικά αγωγίμα σώματα. Παρεμφερείς εργασίες σχετικά με το φαινόμενο της ανάκλασης των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων διεξήγαγε το 1897 και ο Ρώσος επιστήμονας *Alexander S. Popov*. Το πρώτο απλό πειραματικό σύστημα ραντάρ για την αποφυγή συγκρούσεων στη θάλασσα (*Telemobiloskop*) κατασκευάστηκε το 1903-1904 από το Γερμανό μηχανικό *C. Hülsmeyer*, ο οποίος πιστοποίησε τη λήψη παλμών ραδιοκυμάτων ανακλώμενων πάνω σε πλοία ευρισκόμενα σε απόσταση ενός χιλιομέτρου. Κανείς όμως την εποχή εκείνη δεν έδειξε ουσιαστικό ενδιαφέρον και η εφευρέσή του ξεχάστηκε. Στις ΗΠΑ, οι πρώτες παρατηρήσεις ανακλώμενων ραδιοκυμάτων CW (συχνότητας 60 MHz) πάνω σε διερχόμενα πλοία στον ποταμό *Potomac* έγιναν το 1922 από τους *A. H. Taylor* και *L.C. Young*, για λογαριασμό του *NRL* (*Naval Research Laboratory*). Το 1930, ο *L. A. Hyland* από το *NRL* πέτυχε τον πρώτο εντοπισμό αεροσκάφους με τη χρήση ραντάρ, χωρίς όμως να δοθεί ιδιαίτερη σημασία από την ηγεσία του αμερικανικού ναυτικού. Φαίνεται λοιπόν, ότι ενώ η φιλοσοφία και οι αρχές που διέπουν τη λειτουργία των ραντάρ ήσαν γνωστές από αρκετό καιρό, οι έρευνες όμως και το ενδιαφέρον για την υλοποίηση αξιόπιστων συστημάτων εντάθηκαν μόλις στις παραμονές του Β΄ Παγκοσμίου Πολέμου. Από το 1935, η απειλή των πολυάριθμων γερμανικών βομβαρδιστικών αεροσκαφών που θα σκίαζαν τους ουρανούς της Ευρώπης, ήταν πλέον υπαρκτή. Στη Μ. Βρετανία, ο νεαρός τότε φυσικός *Robert A. Watson-Watt* με την ομάδα του, έτυχε της κυβερνητικής υποστήριξης για την ανάπτυξη ενός άκρως μυστικού (*top secret*) αμυντικού προγράμματος, με σκοπό την αντιμετώπιση της απειλής αυτής. Οι αρχικές προσπάθειες των Βρετανών για την ανάπτυξη του ραντάρ είχαν τις ρίζες τους στον πρώτο παγκόσμιο πόλεμο, χωρίς όμως ιδιαίτερη επιτυχία. Στις 26 Φεβρουαρίου 1935, ο *Sir Robert Watson-Watt* σε θέση διευθυντή τμήματος του *NPL* (*National Physical Laboratory*), διεξήγαγε μαζί με το βοηθό του *Arnold Wilkins* ένα απλό, αλλά ιστορικό πείραμα κοντά στο χωριό *Ντάβεντρυ* της κεντρικής Αγγλίας. Το πείραμα αυτό, είχε σχέση με τη χρήση των ραδιοφωνικών ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων για τον έγκαιρο εντοπισμό εχθρικών αεροσκαφών, σε μεγάλη απόσταση, αρκετά πριν από τον οπτικό τους εντοπισμό. Για το σκοπό αυτό, χρησιμοποίησαν έναν ισχυρό επικοινωνιακό πομπό βραχέων κυμάτων του *BBC* (συχνότητας λειτουργίας 6 MHz και ισχύος 10 kW). Ο λοβός εκπομπής ήταν σταθερός, με εύρος 30° και κάθετη γωνιακή κλίση 10°. Ένα βομβαρδιστικό αεροσκάφος εκτελούσε διελεύσεις κατά μήκος του λοβού

εκπομπής, σε ύψος 1800 μέτρων. Ο δέκτης λήψης των ανακλώμενων σημάτων, χρησιμοποιούσε ένα οριζόντιο δίπολο και τροφοδοτούσε μία καθοδική λυχνία (A-scope) σε ρόλο ενδείκτη απεικόνισης. Τα λαμβανόμενα σήματα μπορούσαν να μετρηθούν σε αποστάσεις 19 ναυτικών μιλίων. Μέχρι τον Ιούνιο του 1935, είχε ετοιμαστεί το πρώτο παλμικό ραντάρ έρευνας αέρος. Ακολούθως, τον Απρίλιο του 1936 από την ίδια ομάδα ανθρώπων, εγκαταστάθηκε ο πρώτος πειραματικός παράκτιος σταθμός ραντάρ. Το 1939, οι Βρετανοί είχαν πλέον θέσει κατά μήκος των ακτών της Μάγχης σε πλήρη επιχειρησιακή κατάσταση λειτουργίας, πολλούς σταθμούς ραντάρ σε συχνότητες 20-50 MHz (τυπικά 30 MHz) και εμβέλειας άνω των 100 μιλίων, προκειμένου να ενισχύσουν την παράκτια άμυνα (σύστημα έγκαιρης προειδοποίησης *CH - Chain Home*). Αν και με το σύστημα αυτό οι μετρούμενες αποστάσεις ήταν σχετικά ακριβείς, η έννοια όμως των επιταχυνόμενων διοπτύσεων ήταν αρκετά ανακριβής. Πρότυπες συσκευές ραντάρ (*RDF*) σε πιο συμπαγή μορφή από τις παράκτιες είχαν εγκατασταθεί ακόμη και σε πλοία, όπως το θωρηκτό Rodney και το καταδρομικό Sheffield (1938). Ανεξάρτητες προσπάθειες για την ανάπτυξη του ραντάρ, εκτελούσαν παράλληλα πολλές άλλες χώρες, i[4] πχ Ιταλία, Σοβιετική Ένωση, ii[5] Ιαπωνία, iii[6] κτλ. Το 1940, συστήματα ραντάρ χρησιμοποιούσε και το Αμερικανικό ναυτικό. Ακόμη, συστήματα ραντάρ διεύθυνσης βολής είχαν τοποθετηθεί κατά τη διάρκεια του πολέμου σε ορισμένα γερμανικά θωρηκτά. Στο γερμανικό θωρηκτό τσέπης Graf von Spee, είχε εγκατασταθεί σύστημα ραντάρ περιορισμένης όμως εμβέλειας, από το 1937. Η βύθιση του βρετανικού θωρηκτού Hood από το γερμανικό θωρηκτό Bismarck, εκτελέστηκε με ελάχιστες βολές βλημάτων πυροβολικού κατόπιν επιτυχούς αποστασιομέτρησης με τη χρήση ραντάρ. Η γνωστή ναυμαχία του Ματαπάιν[7] στις 28-29 Μαρτίου 1941, ουσιαστικά κερδήθηκε από τους Βρετανούς μέσα στη νύκτα χάρις στα πλήγματα ακριβείας εναντίον του Ιταλικού στόλου, με τη βοήθεια των ραντάρ.

Κατά το Β΄ Παγκόσμιο Πόλεμο η Γερμανία χρησιμοποιούσε και αυτή επίγεια ραντάρ για τον εντοπισμό των συμμαχικών βομβαρδιστικών αεροσκαφών. Δεν πέρασε όμως στην ανάπτυξη του μικροκυματικού ραντάρ, λόγω της ρητής εντολής που είχε δοθεί στην Telefunken για περικοπές ερευνητικών προγραμμάτων. Το αποτέλεσμα ήταν διπλό: όχι μόνο οι νυκτερινοί βομβαρδισμοί των συμμάχων ήταν ακριβέστεροι από τους αντίστοιχους των γερμανών, αλλά και τα περίφημα γερμανικά υποβρύχια (*U-boats*) στον Ατλαντικό ωκεανό είχαν μετατραπεί από “κυνηγούς” σε “θηράματα”. Οι

δέκτες υποκλοπών που διέθεταν για την έγκαιρη προειδοποίηση των επερχόμενων τορπιλοβόλων αεροσκαφών, δεν ήταν πλέον κατάλληλοι εναντίον των μικροκυματικών ραντάρ που εντόπιζαν τα περισκόπια και τους αναπνευστήρες (snorkel), ακόμη και κατά τη διάρκεια της νύκτας ή σε ομίχλη όταν ανεδύεντο για τη φόρτιση των μπαταριών. Το 1944, μετά από την πτώση ενός βρετανικού βομβαρδιστικού Lancaster στο Βέλγιο, το ραντάρ H2S πέρασε στα χέρια των Γερμανών, οι οποίοι τελικά κατόρθωσαν να κατασκευάσουν δέκτες εντοπισμού μικροκυματικών ραντάρ και να τους τοποθετήσουν σε μαχητικά τους αεροσκάφη. Ήταν όμως πολύ αργά για να αλλάξει η τροπή του πολέμου. Φαίνεται λοιπόν, ότι ενώ η ατομική βόμβα μπορεί να σφράγισε το τέλος του Β΄ Παγκοσμίου Πολέμου, όμως το μικροκυματικό ραντάρ είχε προηγουμένως βοηθήσει να κερδηθεί από τους συμμάχους η μάχη της Βρετανίας στην Ευρώπη.

2.3 Ραντάρ Συνθετικού Ανοίγματος (SAR)

Ιστορία των Ραντάρ Συνθετικού Ανοίγματος (SAR)

Ένα σύστημα Ραντάρ (Radio Detection and Ranging) λειτουργεί στα φασματικά κανάλια των ραδιοφωνικών και των μικροκυμάτων (220 MHz – 40 GHz) και ανιχνεύει την ανακλώμενη και εκπεμπόμενη ακτινοβολία από την επιφάνεια της Γης. Ένα ενεργό σύστημα Ραντάρ εκπέμπει παλμούς ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας και καταγράφει την επιστροφή τους, δηλαδή με άλλα λόγια το ποσό της σκεδαζόμενης ακτινοβολίας, από τους στόχους της επιφάνειας της Γης. Καλούνται ενεργά συστήματα διότι παρέχουν την δική τους ακτινοβολία και κατά αυτό τον τρόπο λειτουργούν ανεξάρτητα από το ηλιακό φως. Επιπλέον, σημαντικό χαρακτηριστικό των συστημάτων Ραντάρ είναι η ικανότητά τους να καταγράφουν την ακτινοβολία ανεξαρτήτως των καιρικών συνθηκών και της νεφοκάλυψης που επικρατούν στην ατμόσφαιρα, γι' αυτό και ονομάζονται παντός καιρού. Αυτό συμβαίνει διότι η ατμοσφαιρική απορρόφηση και σκέδαση είναι ελάχιστες στην ζώνη των μικροκυμάτων. Τα συστήματα εικονοληπτικών Ραντάρ συνθετικού ανοίγματος (Synthetic Aperture Radar, SAR) προτάθηκαν από τον Carl Wiley το 1951 (Wiley,

1985). Τα συστήματα SAR συνθέτουν τεχνητά κεραίες ιδιαίτερα μεγάλου μήκους εκμεταλλευόμενα την κίνηση του δορυφόρου και την αρχή του φαινομένου Doppler, με αποτέλεσμα την σημαντική αύξηση της χωρικής διακριτικής ικανότητας στην διεύθυνση των αζιμούθιων. Συνήθως η παρατήρηση της επιφάνειας πραγματοποιείται από αεροσκάφος (airborne) ή δορυφόρο (spaceborne). Το πρώτο διαστημικό σύστημα SAR που τέθηκε σε τροχιά εγκαταστάθηκε από την NASA στον γεωστατικό δορυφόρο SEASAT το 1978 και λειτούργησε για περίπου έξι εβδομάδες (Lame & Born, 1982). Παρά την σύντομη διάρκεια της αποστολής, τέθηκαν οι βάσεις για την κατασκευή εξελιγμένων εικονοληπτικών συστημάτων SAR στη δεκαετία του 1980 και ιδιαίτερα στο πλαίσιο του διαστημικού προγράμματος του διαστημικού λεωφορείου της NASA (SIR-A και SIR-B) (Elachi et al., 1986). Κατά τη διάρκεια της δεκαετίας του 1990, με τη 6 διαθεσιμότητα στο ευρύ επιστημονικό κοινό δεδομένων από τους δορυφόρους ERS-1 (ESA, 1991), ERS-2 (ESA, 1995), JERS-1 (Nemoto et al., 1991, Nishidai et al., 1994) και RADARSAT-1 (Raney et al., 1991) παρατηρείται ιδιαίτερο ενδιαφέρον για στην περιοχή των μικροκυματικών αισθητήρων. Σε αυτό το σημείο αξίζει να σημειωθεί ότι ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η αποστολή SRTM (Shuttle Radar Topography Mission) (Werner, 2001), αποτέλεσμα σύμπραξης/συνεργασίας της National Aeronautics and Space Administration (NASA), της National Image and Mapping Agency (NIMA), της Italian Space Agency (ASI) και της German AeroSpace Agency (DARA) δεδομένα της οποίας χρησιμοποιήθηκαν για την κατασκευή Ψηφιακού Μοντέλου Αναγλύφου (DEM) χωρικής ανάλυσης ~90 m (στο z) για το 80% των χερσαίων εκτάσεων της Γης μεταξύ γεωγραφικού πλάτους 60° Β και 56° Ν (Rodriguez et al. 2005). Την επιτυχία των προηγούμενων αποστολών ακολούθησε η κατασκευή και εκτόξευση εξελιγμένων δορυφορικών συστημάτων εικονοληπτικών SAR, αρχικά με τους ENVISATASAR (Ευρώπη) και ALOS PALSAR (Ιαπωνία) και στη συνέχεια με τους RADARSAT-2 (Καναδάς) (Thompson et al., 2008), TerraSAR-X (Γερμανία) (Eineder et al., 2005) και Cosmo-SkyMed (Ιταλία) (De Luca et al., 2007). Τα τελευταία χρόνια παρατηρείται ραγδαία ανάπτυξη στο χώρο των Ραντάρ συνθετικής απεικόνισης. Πλέον οι έρευνες προσανατολίζονται στη σχεδίαση συστημάτων SAR υψηλής χωρικής διακριτικής ικανότητας και περίοδο επαναληπτικότητας, λειτουργώντας σχεδόν σε ολόκληρο το εύρος του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος. Πρόκληση αποτελεί η δυνατότητα επεξεργασίας των δεδομένων σε πραγματικό χρόνο (real time data).

2.3.1 Ραντάρ Συνθετικής Και Αντίστροφης Συνθετικής Απεικόνισης (SAR- ISAR).

Το ραντάρ συνθετικού ανοίγματος (SAR) παρέχει τη δυνατότητα να παράγει εικόνα με χαρακτηριστικά του στόχου ενώ ταυτόχρονα δύναται να προσδιορίζει τη θέση και την ταχύτητα του (Chen, 2002). Οι εικόνες SAR που δημιουργούνται από τα λαμβανόμενα σήματα είναι «χάρτες» υψηλής ανάλυσης της χωρικής κατανομής της συνάρτησης ανακλαστικότητας των στατικών επιγείων στόχων και του εδάφους. Υψηλή ανάλυση απόστασης επιτυγχάνεται χρησιμοποιώντας μεγάλο εύρος ζώνης της μεταδιδόμενης κυματομορφής, ενώ υψηλή ευκρίνεια κάθετης απόστασης επιτυγχάνεται αντίστοιχα από συμφασική επεξεργασία των επιστρεφόμενων σημάτων από μια σειρά μικρών ανοιγμάτων από διαφορετικές γωνίες παρακολούθησης του ραντάρ, ώστε να εξομοιώνεται τελικά μεγάλο άνοιγμα. Αν το ραντάρ είναι στατικό και ο στόχος κινείται, η γωνιακή κίνηση του στόχου σε σχέση με το ραντάρ μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί για να παράγουμε μια εικόνα του στόχου (Son, 2001). Σε αυτή την περίπτωση, το ραντάρ ονομάζεται ραντάρ αντιστρόφου συνθετικού ανοίγματος (Inverse Synthetic Aperture Radar - ISAR) επειδή χρησιμοποιεί έναν γεωμετρικά αντίστροφο τρόπο (το ραντάρ είναι στατικό και ο στόχος κινείται) για να απεικονίσει τον στόχο. Η τεχνική του ραντάρ αντιστρόφου συνθετικού ανοίγματος παρέχει εικόνες των αντικειμένων που περιστρέφονται σε σχέση με το ραντάρ. Είναι βασισμένο στην ανάλυση του λαμβανόμενου σήματος ως συνάρτηση του χρόνου και της συχνότητας Doppler. Το αποτέλεσμα είναι μια δισδιάστατη εικόνα. Η χρονική ανάλυση δίνει τη θέση των φωτεινών σημείων σύμφωνα με τη γραμμή θέασης (line of sight - LOS), ενώ η θέση τους στον άξονα της κάθετης απόστασης δίνεται από την ανάλυση συχνότητας Doppler.

2.4 Λειτουργία Των Ραντάρ

Το ραντάρ δουλεύει πολύ απλά ως εξής : Από μια μικροκυματική λυχνία magnetron παράγεται ηλεκτρομαγνητικό κύμα μήκους κύματος από 1 έως 10 cm, ισχυρής έντασης. Το κύμα αυτό ενισχύεται και εκπέμπεται από κεραία, και αν συναντήσει κάποιο στόχο, ανακλάται και επιστρέφει στη συσκευή, η οποία από εκεί και πέρα αναλύει το σήμα επιστροφής και υπολογίζει την απόσταση, την διόπτρευση και το σχήμα του στόχου. Τα ραντάρ λειτουργούν στα υποβραχέα κύματα μήκους από μερικά μέτρα ως μερικά χιλιοστόμετρα. Όσο μειώνεται το μήκος του κύματος, τόσο αυξάνεται η ακρίβεια προσδιορισμού των συντεταγμένων και η διακριτική ικανότητα, μειώνονται οι διαστάσεις και το βάρος των συσκευών. Η κατεύθυνση προς το στόχο (αζιμούθιο, διόπτρευση, γωνία πορείας, γωνία θέσης) στα ραντάρ όλων των τύπων προσδιορίζεται από τη θέση της κεραίας τη στιγμή που ο ηλεκτρικός άξονας της στρέφεται προς το στόχο, πράγμα που πετυχαίνεται με τον εντοπισμό του στόχου από το μέγιστο σήμα που ανακλά ο στόχος με τη μέθοδο της ζώνης ίσων σημάτων. Η επισκόπηση του γύρω χώρου και αναζήτηση στόχων γίνεται με κυκλική έρευνα ή με έρευνα κατά τομείς.

2.5 Τα Ραντάρ Σήμερα

Έκτοτε το ραντάρ όχι μόνο βελτιώθηκε, αλλά κατασκευάστηκε κι από άλλες χώρες και σήμερα αποτελεί βασικό εξοπλισμό τόσο για τον έλεγχο εναέριας κυκλοφορίας όσο και τη ναυσιπλοΐα, τη μετεωρολογία και, φυσικά στρατιωτικούς σκοπούς.

Είδη Ραντάρ

Ανάλογα με τον τρόπο εγκατάστασης τους, καθώς και ανάλογα με τον προορισμό τους τα ραντάρ διαιρούνται :

Σε επίγεια (κινητά ή μόνιμα) και σε ραντάρ πλοίων για την ανακάλυψη επίγειων θαλάσσιων και εναέριων στόχων. Υπάρχουν πιο τελειοποιημένα ραντάρ που προσδιορίζουν το αζιμούθιο, την απόσταση και το ύψος και χρησιμεύουν συνήθως

για την υπόδειξη του στόχου στους σταθμούς συντονισμού του πυρός του αντιαεροπορικού πυραυλικού πυροβολικού.

- Σε ραντάρ σκόπευσης των πυροβόλων, κατεύθυνσης προς το στόχο και αυτοπροσανατολισμού των τηλεκατευθυνόμενων βλημάτων.
- Σε ραντάρ μέτρησης της ταχύτητας πτήσης των βλημάτων .
- Σε ραντάρ υπόδειξης στόχων στα αεροπλάνα, καθώς και σε ραντάρ σκόπευσης των αεροπλάνων (αεροπορικά βομβαρδιστικά όργανα)
- Σε ραντάρ ανακάλυψης και εντοπισμού εναερίων στόχων για τον εναέριο έλεγχο κυκλοφορίας αεροσκαφών.
- Σε ραντάρ ναυτιλίας για τα πλοία και τα αεροπλάνα.

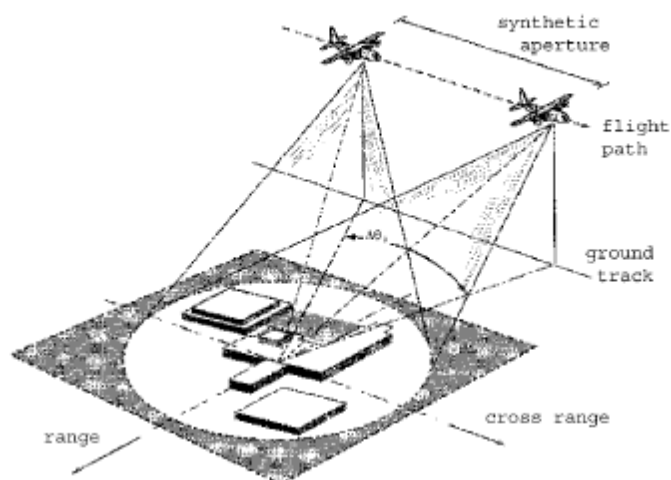
2.6 Ραντάρ Τύπου SAR

Η έρευνα και τεχνολογία κατασκευής ραντάρ έχει προχωρήσει σε επιτεύγματα που μέχρι μερικά χρόνια ήταν αδιανόητα, με τη δημιουργία ραντάρ όπως διάταξης φάσης (phased array) διαφόρων μορφών, ραντάρ συνθετικής απεικόνισης / αντίστροφης συνθετικής απεικόνισης (SAR / ISAR : Synthetic Aperture Radar / Inverse Synthetic Aperture Radar), χαμηλής πιθανότητας υποκλοπής κ.α.

Η τεχνολογία SAR βασίζεται στην αρχή λειτουργίας των ραντάρ Διάταξης Φάσης (phased array) δηλαδή της εικονικής σύνθεσης μιας πολύ μεγάλης κεραίας ραντάρ, χρησιμοποιώντας μικρά στοιχεία εκπομπής (aperture) απ όπου εκπέμπεται η ακτινοβολία. Η εικονική αυτή σύνθεση επιτυγχάνεται με τεχνικές επεξεργασίας σήματος αντί της δημιουργίας μιας φυσικά τεράστιας συστοιχίας κεραιών. Στα ραντάρ Διάταξης Φάσης ρυθμίζεται ο χρόνος αφίξεων (οι φάσεις) της ακτινοβολίας σε κάθε μικρό στοιχείο εκπομπής με τη χρήση εξελιγμένων ηλεκτρονικών, δημιουργώντας έτσι μια στενή δέσμη ακτινοβολίας που μπορεί να σαρώσει τον χώρο ηλεκτρονικά, χωρίς κινούμενα μέρη. Στην τεχνολογία SAR αντίθετα, χρησιμοποιείται ένα στοιχείο εκπομπής που «φωτίζει» διαδοχικά τον στόχο (το έδαφος) από μια κινούμενη πλατφόρμα, τοποθετώντας τα εικονικά στοιχεία εκπομπής διαδοχικά στο

χώρο, επί της διαδρομής του αεροσκάφους. Οι διαδοχικές λήψεις των επιστροφών της ακτινοβολίας της ίδιας φάσης και πλάτους από το έδαφος αποθηκεύονται στη μνήμη ενός ηλεκτρονικού υπολογιστή. Καθώς το αεροσκάφος κινείται, οι αποθηκευμένες λήψεις προσομοιάζουν τα σήματα που θα λάμβανε μια υποθετική γραμμική συστοιχία κεραιών ραντάρ με μήκος όσο η διαδρομή αυτή του αεροσκάφους. Με τη σύνθεση των διαδοχικών αυτών λήψεων δημιουργείται μια εικόνα υψηλής ευκρίνειας της καλυπτόμενης περιοχής που μπορεί να συγκριθεί με φωτογραφία. Η εξέλιξη των ραντάρ SAR έχει δώσει την δυνατότητα των παρακάτω μεθόδων λειτουργίας των ραντάρ SAR :

- SAR strip (ζώνη) πλάτους έως 30 – 40 χιλιομέτρων και μήκους έως 120 χιλιομέτρων με ευκρίνεια 5 μέτρων κατά διόπτευση και απόσταση.
- SAR spotlight (προβολέας), όπου ένα τετράγωνο 3x3 χιλιομέτρων σε αποστάσεις έως 120 χιλιομέτρων φωτίζεται παρέχοντας ακρίβεια 1,5 μέτρου κατά διόπτευση και απόσταση.
- SAR scan (σάρωση), όπου με τη χρήση ταχυτάτων ηλεκτρονικών υπολογιστών γίνεται συνδυασμός SAR strip και SAR spotlight επιτυγχάνοντας χαρτογράφηση πολύ μεγάλης ακρίβειας με τρισδιάστατη απεικόνιση.



Κατά αντιστοιχία με τη λειτουργία SAR ορίζεται και η λειτουργία Αντίστροφης Συνθετικής Απεικόνισης (ISAR : Inverse Synthetic Aperture Radar). Το ραντάρ συνθετικού ανοίγματος (SAR) παρέχει τη δυνατότητα να παράγει εικόνα με χαρακτηριστικά του στόχου ενώ ταυτόχρονα δύναται να προσδιορίζει τη θέση και την ταχύτητα του. Οι εικόνες SAR που δημιουργούνται από τα λαμβανόμενα σήματα είναι «χάρτες» υψηλής ανάλυσης της χωρικής κατανομής της συνάρτησης ανακλαστικότητας των στατιστικών επίγειων στόχων και του εδάφους. Υψηλή ανάλυση απόστασης επιτυγχάνεται μεγάλο εύρος ζώνης της μεταδιδόμενης κυματογράφος, ενώ υψηλή ευκρίνεια κάθετης απόστασης επιτυγχάνεται αντίστοιχα από συμφασική επεξεργασία των επιστρεφόμενων σημάτων από μια σειρά μικρών ανοιγμάτων από διαφορετικές γωνίες παρακολούθησης του ραντάρ, ώστε να εξομοιώνεται τελικά μεγάλο άνοιγμα.

2.6.1 Γεωμετρία εικονοληψίας συστημάτων SAR

Τα Ραντάρ συνθετικής απεικόνισης, σε αντίθεση με τους οπτικούς σαρωτές, εκπέμπουν και λαμβάνουν την ακτινοβολία με πλάγια προοπτική (υπό δεξιά γωνία της κίνησης του δορυφόρου) και εγκάρσια της τροχιάς του δορυφόρου. Η λήψη των απεικονίσεων πραγματοποιείται είτε κατά την καθοδική τροχιά (Borrá προς Νότο), ή κατά την ανοδική (Νότο προς Borrá). Η διεύθυνση κατά την οποία ένα εικονοληπτικό σύστημα SAR εκπέμπει και λαμβάνει την ακτινοβολία καλείται διεύθυνση παρατήρησης (look direction ή Line Of Sight - LOS). Η γωνία που σχηματίζει η διεύθυνση παρατήρησης με την κάθετη στο έδαφος καλείται γωνία παρατήρησης (look angle). Σε αυτό το σημείο, αξίζει να τονιστεί η σημαντικότητα της γωνίας παρατήρησης, καθώς επηρεάζει σε μεγάλο βαθμό την ένταση της οπισθοσκέδασης (backscattering) των στόχων της γήινης επιφάνειας. Ένα σύστημα Ραντάρ σε κάθε “στιγμή” σαρώνει μια περιοχή της επιφάνειας της Γης η οποία καλείται ίχνος της κεραίας (antenna footprint). Η διεύθυνση της κίνησης του δορυφόρου καλείται διεύθυνση αζιμουθίου της απεικόνισης (azimuth direction ή along track direction)

ενώ η κάθετη προς την διεύθυνση του αζιμουθίου της απεικόνισης καλείται διεύθυνση των πλάγιων αποστάσεων της απεικόνισης (range direction ή across-track direction). Οι παλμοί εκπέμπονται με μια σταθερή ταχύτητα, τη σταθερή συχνότητα επανάληψης (PRF), σε εύρος συχνοτήτων MHz-GHz, με σκοπό να φτάσουν τους στόχους-αντικείμενα που βρίσκονται στην επιφάνεια της Γης. Η συχνότητα εξαρτάται από την πλατφόρμα που χρησιμοποιεί το Ραντάρ, καθώς επίσης από τις εφαρμογές για τις οποίες είναι κατασκευασμένος ο εκάστοτε δορυφόρος. Οι συγκεκριμένες συχνότητες τυπικά αναφέρονται στην συχνότητα την οποία έχει κάθε φασματικό κανάλι. Η μέτρηση του χρόνου ο οποίος απαιτείται για να διανύσει το σήμα του ραντάρ την απόσταση δορυφόρου-γης-δορυφόρου, επιτρέπει τον καθορισμό και υπολογισμό της απόστασης μεταξύ του Ραντάρ και των αντικειμένων που βρίσκονται στη γήινη επιφάνεια. Από τη στιγμή που το εκπεμπόμενο σήμα είναι μία σύνθετη ποσότητα, έτσι και το ανακλώμενο σήμα είναι σύνθετο. Ένα σύστημα Ραντάρ λειτουργεί συνεκτικά όταν καταγράφεται τόσο το πραγματικό (real) όσο και το φανταστικό (imaginary) κανάλι της ηχούς. Τα δεδομένα μπορούν να αναπαρασταθούν είτε ως IQ (μιγαδικός αριθμός) ή ως πραγματικός. Όταν μόνο η ισχύς του σήματος καταγράφεται τότε το Ραντάρ λειτουργεί ως ένα όργανο το οποίο δεν έχει συνοχή. Η κλίμακα σχετίζεται με την ακτινοβολία η οποία οπισθοσκεδάζεται στον αισθητήρα από τον εκάστοτε στόχο που βρίσκεται στην γήινη επιφάνεια και το οποίο εκφράζεται μαθηματικά με την παρακάτω εξίσωση (εξίσωση ραντάρ) :

$$P_r = \frac{P_t G A_e}{(4\pi R^2)^2} \sigma$$

Η λαμβανόμενη ακτινοβολία P_r εξαρτάται από την εκπεμπόμενη P_t και διαβαθμίζεται από την απόσταση μεταξύ του Ραντάρ και του στόχου R , το κέρδος της κεραίας G , την ενεργή επιφάνεια της κεραίας A_e και την ενεργή διατομή ραντάρ (RCS) του αντικειμένου (σ), η οποία είναι η μετρούμενη ποσότητα του στόχου και ορίζεται θεωρητικά για σημειακά μόνο αντικείμενα. Αντίθετα, όταν οι στόχοι-αντικείμενα είναι διασκορπισμένοι, τότε η εγκάρσια τομή αντικαθίσταται από τον συντελεστή οπισθοσκέδασης σ_{Ao} , ο οποίος ορίζεται ως η εγκάρσια τομή ανά

μοναδιαία επιφάνεια. Η τιμή της φάσης εκφράζεται με τη διπλή απόσταση μεταξύ του αισθητήρα του Ραντάρ και του στόχου, καθώς επίσης και με τις ιδιότητες σκέδασης το στόχου.

$$\varphi = \frac{4\pi}{\lambda} R + \varphi_{scatter}$$

όπου λ το μήκος κύματος και $\varphi_{scatter}$ περιλαμβάνει τον όρο της φάσης ο οποίος εισάγεται από το αντικείμενο - στόχο. Η πόλωση του εκπεμπόμενου παλμού επηρεάζει τα χαρακτηριστικά της οπισθοσκέδασης ενός στόχου. Η λήψη εικόνων παράλληλης πόλωσης, HH (οριζόντια εκπομπή, οριζόντια λήψη) ή VV (κατακόρυφη εκπομπή, κατακόρυφη λήψη), συνήθως προτιμάται καθώς παρέχουν πιο ισχυρά σήματα επιστροφής. Δεδομένου ότι οι μεταβολές του επιπέδου πόλωσης είναι εντονότερες σε επιφάνειες με βλάστηση, τεχνικές που αξιοποιούν τη δυνατότητα πολλαπλής πόλωσης μερικών εικονοληπτικών SAR, έχουν περιορισμένες εφαρμογές στη μελέτη των εδαφικών παραμορφώσεων. Η χωρική διακριτική ικανότητα (και στις δύο διευθύνσεις) ενός συστήματος Ραντάρ εξαρτάται από την γεωμετρία του αισθητήρα, τις ιδιότητές της μικροκυματικής ακτινοβολίας, καθώς επίσης και από τα χαρακτηριστικά των εκπεμπόμενων παλμών. Για τον λόγο ότι ένα σύστημα Ραντάρ λαμβάνει και εκπέμπει την ακτινοβολία με εγκάρσια προοπτική, με αυτό τον τρόπο αποφεύγεται ο κορεσμός του σήματος, το οποίο ενδέχεται να προκύψει εάν ο αισθητήρας λάμβανε και ανακλούσε ακτινοβολία στη διεύθυνση του ναδύρ. Επιπλέον, για τον ίδιο λόγο αυξάνει θεαματικά η χωρική διακριτική ικανότητα. Η χωρική διακριτική ικανότητα ενός συστήματος Ραντάρ εξαρτάται από το μήκος του παλμού (pulse length), το οποίο ορίζεται ως το διάστημα που διανύει το σήμα του Ραντάρ κατά τη χρονική διάρκεια ενός παλμού. Επιπλέον, η χωρική διακριτική ικανότητα χωρίζεται σε δύο, εκείνη της απόστασης (range or across-track resolution) και του αζιμουθίου (azimuth or along-track resolution), οι οποίες αναφέρονται σε κάθετη και παράλληλη αντίστοιχα διεύθυνση ως προς την διεύθυνση του δορυφόρου. Η χωρική διακριτική ικανότητα του αζιμουθίου ενός συστήματος Ραντάρ είναι ανάλογη με το μήκος κύματος και με την απόσταση των κεκλιμένων αποστάσεων, αντιστρόφως

ανάλογη στην διεύθυνση της κίνησης του δορυφόρου. Θεωρώντας ότι η κεραία δεν μπορεί να είναι αρκετά μεγάλου μήκους, κατά συνέπεια η διακριτική ικανότητα στο αζιμούθιο είναι πολύ μικρή. Με αυτό τον τρόπο συνθέεται μία κεραία Ραντάρ και αυτή είναι η αρχή στην οποία στηρίζεται ένα εικονοληπτικό συνθετικό σύστημα Ραντάρ (GAMMA Documentation, 2006). Η χωρική διακριτική ικανότητα στη πλάγια απόσταση καθορίζεται από το μήκος του παλμού. Η διάκριση δύο αντικειμένων-στόχων σε διεύθυνση κάθετη στη διεύθυνση κίνησης του δορυφόρου είναι δυνατή όταν τα σήματα της οπισθοσκεδάσής τους φτάνουν στον δορυφόρο σε διαφορετικούς χρόνους. Για να επιτευχθεί αυτό, θα πρέπει τα δύο αντικείμενα να απέχουν απόσταση μεγαλύτερη από το μισό μήκος κύματος του παλμού στη διεύθυνση των πλάγιων αποστάσεων. Εκφράζοντας μαθηματικά τη συγκεκριμένη πρόταση, για να διαχωριστούν δύο αντικείμενα – στόχοι, τα οποία απέχουν απόσταση R στη διεύθυνση των πλάγιων αποστάσεων, θα πρέπει η οπισθοσκεδαζόμενη ακτινοβολία από αυτά να είναι τέτοια ώστε να πληρείται η επόμενη συνθήκη:

$$R > \tau c/2$$

Όπου c η ταχύτητα του φωτός είναι τ είναι η χρονική διάρκεια του εκπεμπόμενου παλμού του ραντάρ. Η βελτίωση της χωρικής διακριτικής ικανότητας της πλάγιας απόστασης μπορεί να επέλθει με τη μείωση του μήκους παλμού, λαμβάνοντας όμως υπόψη ότι αυτή η μείωση δεν μπορεί να είναι απεριόριστη λόγω της ύπαρξης τεχνικών περιορισμών.

2.6.2 Χαρακτηριστικά SAR απεικονίσεων

Μια SAR απεικόνιση αποτελεί την μονοδιάστατη προβολή στην διεύθυνση των κεκλιμένων αποστάσεων, της τρισδιάστατης οπισθοσκεδάσης μια επιφάνειας. Η

απεικόνιση έχει ως φυσικές συντεταγμένες τις πλάγιες αποστάσεις και το αζιμούθιο, παράμετροι που ορίζουν την γεωμετρία της συνθετικής απεικόνισης. Η προβολή της απεικόνισης στην επιφάνεια, ο μετασχηματισμός δηλαδή των πλάγιων αποστάσεων σε αποστάσεις εδάφους, πραγματοποιείται λαμβάνοντας υπόψη την τοπική γωνία πρόσπτωσης στο επιλεγμένο ελλειψοειδές αναφοράς.

Τα δεδομένα μιας SAR απεικόνισης είναι ψηφιακές τιμές των εικονοστοιχείων οι οποίες καθορίζονται από την ισχύ του σήματος οπισθοσκέδασης ενός αντικειμένου. Η ισχύς του σήματος και συνεπώς η ψηφιακή τιμή ενός εικονοστοιχείου της εικόνας εξαρτάται από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της επιφάνειας (τοπογραφία, τραχύτητα του εδάφους), τις διηλεκτρικές ιδιότητες των υλικών (πχ υγρασία, ξηρασία) και τα χαρακτηριστικά της προσπίπτουσας ακτινοβολίας (συχνότητα, πόλωση, γωνία πρόσπτωσης).

Λόγο της γεωμετρίας παρατήρησης, οι SAR απεικονίσεις εμφανίζουν διαφορές γεωμετρικές παραμορφώσεις, όπως ανάστροφη (layover), σμίκρυνση (foreshortening), επιμήκυνση (lengthening) και σκίαση (shadow). τέτοιου είδους γεωμετρικές παραμορφώσεις σχετίζονται κυρίως με την παρουσία ανάγλυφου – τοπογραφίας και αφαιρούνται εύκολα από τις απεικονίσεις, εφόσον είναι διαθέσιμα ψηφιακά μοντέλα εδάφους της εκάστοτε περιοχής μελέτης.

2.6.3 Ανάλυση Απόστασης (Range Resolution)

Η ευκρίνεια απόστασης, είναι ένα χαρακτηριστικό του ραντάρ που περιγράφει τη δυνατότητά του να ανιχνεύει στόχους που βρίσκονται σε στενή εγγύτητα ο ένας στον άλλο ως ευδιάκριτα αντικείμενα.. Επειδή ο χρόνος καθυστέρησης τ ενός σήματος ραντάρ που επιστρέφει από ένα στόχο, σχετίζεται με την απόσταση R συμφωνά με την σχέση $\tau=2R/c$, η ευκρίνεια απόστασης συνδέεται άμεσα με την ανάλυση στον χρόνο καθυστέρησης. Η ανάλυση της απόστασης Δr_r καθορίζεται από το εύρος ζώνης του μεταδιδόμενου σήματος BW :

$$\Delta r_r = \frac{c}{2BW}$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

3.1 Περιοχές Ψηφιακής Επεξεργασίας Εικόνας

Η ψηφιακή επεξεργασία εικόνας έχει διάφορες περιοχές που συνδέονται στενά μεταξύ τους. Θα μπορούσαμε να αναφέρουμε την καταγραφή της εικόνας, το ψηφιακό φιλτράρισμα της εικόνας, την ανίχνευση των περιγραμμάτων, την κατάτμηση της εικόνας σε περιοχές, την περιγραφή σχημάτων, την ανάλυση υφής της εικόνας, την ανάλυση της κίνησης, και τη στερεοσκοπία. Θα ξεκινήσουμε πρώτα απ όλα από το μηχανισμό καταγραφής μιας εικόνας. Το κλασσικό μέσο καταγραφής μιας εικόνας είναι η φωτογραφική μηχανή και το φιλμ. Ωστόσο, αυτή η τεχνική ελάχιστα ενδιαφέρει την ψηφιακή επεξεργασία εικόνας, μιας και η καταγραφή αυτή δύσκολα περνάει σε έναν υπολογιστή. Αντίθετα, η ηλεκτρονική καταγραφή είναι ιδιαίτερα ενδιαφέρουσα γιατί μπορεί να ψηφιοποιηθεί και να μπει στον ηλεκτρονικό υπολογιστή. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιούνται οι κλασσικές ηλεκτρονικές βιντεοκάμερες. Αυτές σαρώνουν την εικόνα και παράγουν σαν έξοδο ένα ηλεκτρικό σήμα. Υπάρχουν κάμερες διαφόρων τεχνολογιών. Το ηλεκτρικό σήμα της κάμερας οδηγείται σε έναν ψηφιοποιητή. Στον ψηφιοποιητή το αναλογικό σήμα μετατρέπεται σε ψηφιακό με τη βοήθεια ενός A/D converter. Έτσι η εικόνα μετατρέπεται σε έναν πίνακα 256x256x ή 512x512 σημείων. Κάθε σημείο έχει συνήθως 8 bits, δηλαδή 256 επίπεδα φωτεινότητας.

3.2. Φάσμα

Γενικά είναι το φυσικό εκείνο φαινόμενο κατά το οποίο δέσμη φωτός μπορεί να αναλυθεί στα συστατικά της χρώματα (ή μήκη κύματος). Κάθε σώμα εκπέμπει φως. Αυτό το φως, ανάλογα με τη σύσταση του σώματος, διασπάται σε διάφορες λουρίδες φωτός, με διαφορετικό χρώμα η καθεμιά. Η ανάλυση του φωτός μπορεί να γίνει με τη

βοήθεια των πρισμάτων ή άλλων διαθλαστικών μέσων. Ο πρώτος που ασχολήθηκε με το φαινόμενο του φάσματος, ήταν ο Νεύτων, που το 1668 πήρε το φάσμα του ηλιακού φωτός, που αποτελούνταν από τα χρώματα: Κόκκινο, πορτοκαλί, κίτρινο, πράσινο, γαλάζιο και μοβ. Ο Νεύτων τότε ακόμα κατέληξε στα εξής συμπεράσματα: ότι οι διαφορετικού χρώματος ακτίνες έχουν και διαφορετικό βαθμό διαθλαστικότητας, ότι οι ακτίνες, που δεν αναλύονται μέσα από το πρίσμα, αποτελούνται από απλό φως και ότι οι ηλιακές ακτίνες είναι διάφορων χρωμάτων και διάφορης διαθλαστικότητας. Οι έρευνες πάνω στο φαινόμενο του φάσματος συνεχίστηκαν και μετά το Νεύτωνα εντατικά και συνεχίζονται μέχρι σήμερα. Η χημική ανάλυση του φάσματος έδωσε τη δυνατότητα να ανακαλύψουμε τη σύσταση πολλών στοιχείων από το χρώμα του φωτός που εκπέμπουν. Σήμερα μάλιστα ακόμα και πολύ μακρινών αστεριών γνωρίζουμε το φάσμα και πολλά από τα συστατικά τους στοιχεία. Φασματοσκόπια λέγονται τα όργανα με τη βοήθεια των οποίων πραγματοποιείται η φασματική ανάλυση. Αποτελούνται όλα τα φασματοσκόπια από δυο βασικά συστήματα: της διασποράς και της λήψης. Ένας συγκεντρωτικός φακός μαζεύει τη φωτεινή ακτίνα την οποία ρίχνει πάνω σ' ένα πρίσμα. Μέσα από το πρίσμα περνά η ακτίνα διασπασμένη στα χρώματα που την αποτελούν. Στο φασματοσκόπιο υπάρχει και μια φωτογραφική πλάκα, για να γίνονται ορατές κι οι ακτίνες που δε φαίνονται με γυμνό μάτι. Τα φασματοσκόπια που αποτυπώνουν τις αόρατες ακτίνες λέγονται φασματογράφοι κι είναι πολλών ειδών, ανάλογα με την ακτινοβολία που ζητάμε να εξετάσουμε. Τα φασματοσκόπια είναι αριθμημένα, έτσι που να είναι εύκολο να μετρηθούν τα μήκη κύματος των ακτίνων. Φασματοσκοπία ονομάζεται η επιστήμη που ασχολείται με την ανάλυση και εξέταση του φάσματος. Το φάσμα σήματος είναι το εύρος των συχνοτήτων που περιέχει ένα σήμα. Ακόμη η αναπαράσταση ενός σήματος στο πεδίο της συχνότητας καλείται φάσμα του σήματος. Η φασματική αναπαράσταση είναι εξαιρετικά σημαντική στην ανάλυση και τη σχεδίαση των τηλεπικοινωνιακών συστημάτων, επιτρέποντας την περιγραφή των σημάτων με την μέση ισχύ ή το ενεργειακό περιεχόμενο σε διαφορετικές συχνότητες, την απεικόνιση του εύρους ζώνης, καθώς και της περιοχής του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος που καταλαμβάνουν. Περιγράφοντας ένα σήμα με το φάσμα του, ουσιαστικά προσδιορίζουμε το πλάτος και τη φάση του συναρτήσει της συχνότητας.

3.3 Γενικά

Ανάμεσα στους αναρίθμητους τρόπους που μπορεί να χρησιμοποιήσει κανείς για να αναπαραστήσει ένα σήμα, τα τελευταία χρόνια έχουν ξεχωρίσει οι διδιάστατες απεικονίσεις τόσο στο χρόνο όσο και τη συχνότητα, που ονομάζονται μετασχηματισμοί χρόνου-συχνότητας (time-frequency distributions), και οι οποίοι ξεχωρίζουν για τη χρησιμότητά τους σε ταχύτατα μεταβαλλόμενα μη στάσιμα σήματα (Qian 1999, Qian 1996).

Από τον δέκατο ένατο αιώνα, ο μετασχηματισμός Fourier χρησιμοποιήθηκε ευρύτατα ως εργαλείο για την ανάλυση ενός σήματος. Η ιδέα στην οποία βασίστηκε ο συγκεκριμένος μετασχηματισμός ήταν η αποσύνθεση ενός σήματος σε ένα άθροισμα ημιτονοειδών συνιστωσών διαφορετικών συχνοτήτων. Παρόλο που αυτή η βασική αρχή είναι απλή για την περιγραφή του συχνοτικού περιεχομένου ενός σήματος, ο μετασχηματισμός Fourier δεν θεωρείται το πιο πλήρες εργαλείο για την ανάλυση σημάτων της «πραγματικής ζωής». Τέτοια σήματα είναι συνήθως πεπερασμένης διάρκειας και το συχνοτικό τους περιεχόμενο αλλάζει με γρήγορους ρυθμούς σε σχέση με το χρόνο. Γι' αυτό το λόγο, η ανάλυση ενός σήματος ταυτόχρονα στο πεδίο του χρόνου και της συχνότητας έχει αποτελέσει τα τελευταία χρόνια ένα από τα αντικείμενα μελέτης της επιστημονικής κοινότητας που ασχολείται με την επεξεργασία σήματος.

Οι μετασχηματισμοί χρόνου – συχνότητας αναπτύχθηκαν για την περιγραφή του χρονικά μεταβαλλόμενου συχνοτικού περιεχομένου ενός σήματος. Πληθώρα μετασχηματισμών χρησιμοποιήθηκαν για αναρίθμητες εφαρμογές, οι οποίοι κατηγοριοποιήθηκαν ως εξής: τους Γραμμικούς μετασχηματισμούς χρόνου – συχνότητας (Linear Time-Frequency Transforms) και τους Διγραμμικούς μετασχηματισμούς (Quadratic (Bilinear) Time-Frequency Transforms).

Ο μετασχηματισμός Fourier $S(\omega)$ ενός σήματος $s(t)$ είναι μια γραμμική συνάρτηση του $s(t)$, ενώ το φάσμα της ισχύος είναι μια τετραγωνική συνάρτηση του $s(t)$ που περιγράφει τη διανομή της ενέργειας του σήματος στο πεδίο συχνότητας. Επομένως, οι μετασχηματισμοί χρόνου-συχνότητας, που προέρχονται άμεσα (μέσω μιας

γραμμικής σχέσης) από το μετασχηματισμό Fourier, μπορούν να ταξινομηθούν ως γραμμικοί μετασχηματισμοί (linear transforms). Οι μετασχηματισμοί που προέρχονται από το φάσμα δύναμης μπορούν να ταξινομηθούν ως διγραμμικοί (quadratic ή bilinear) μετασχηματισμοί χρόνου-συχνότητας.

Δεδομένου ότι είναι γνωστό ότι οι διγραμμικοί μετασχηματισμοί χρόνου-συχνότητας μπορούν να παρέχουν την καλύτερη ανάλυση και στο χρόνο και στη συχνότητα από τους αντίστοιχους γραμμικούς, στόχος αυτής της μελέτης είναι η διενέργεια μιας σύγκρισης απόδοσης, από την άποψη της σαφήνειας εικόνας και της συνολικής ανάλυσης, διάφορων γνωστών διγραμμικών μετασχηματισμών των σημάτων ραντάρ για SAR απεικόνιση.

3.3.1 Χρονοσειρές Και Εποχικότητα

Για κάθε μελλοντική εξέλιξη και απόφαση η πρόβλεψη αποτελεί το βασικό εργαλείο. Η ποιότητα της πρόβλεψης εξαρτάται κυρίως από τον τρόπο που πρόεκυψαν και αναλύθηκαν οι πληροφορίες. Οι μέθοδοι πρόβλεψης μπορεί να είναι ποιοτικές και ποσοτικές.

Για τη χρήση ποσοτικών μεθόδων

1. Να διαθέτουμε πληροφορίες για τις τιμές στο παρελθόν της μεταβλητής της οποίας θέλουμε να προβλέψουμε τις τιμές στο μέλλον
2. Το μοντέλο που ισχύει στο παρελθόν να μπορεί να υποτεθεί ότι θα ισχύει και στο μέλλον

Ορισμός 1^ο

Με τον όρο χρονοσειρά εννοούμε μια σειρά από παρατηρήσεις που παίρνονται σε ορισμένες χρονικές στιγμές η περιόδους που ισαπέχουν μεταξύ τους.

Ορισμός 2^ο

Η εποχικότητα είναι μια σύνθεση κινήσεων που επαναλαμβάνεται κάθε 12 μήνες η κάθε ακέραιο κλάσμα του 12 6, 4, 3, 2 μήνες. Η παρουσίαση του φάσματος (spectrum) της σειράς. Το φάσμα είναι το μέτρο εύρους της σειράς στις συχνότητες και η σπουδή της σειράς μ αυτό τον τρόπο καλείται φασματική ανάλυση. Η βάση στη φασματική ανάλυση είναι η αυτοσυσχέτιση, η αυτοδιακύμανση και το φάσμα η φάσμα ισχύος, που είναι ένας μετασχηματισμός Fourier της αυτοδιακύμανσης. Τα μεγέθη αυτά ορίζονται στην παρουσίαση της μεθόδου. Ένδειξη εποχικότητας σε μια σειρά είναι η μεγάλη αυτοσυσχέτιση (απόλυτα) σε υστέρηση 12 η σε ακέραιο κλάσμα του 12, καθώς και υψηλό φάσμα ισχύος στις αντίστοιχες συχνότητες. Στην πράξη η εκτίμηση του φάσματος λαμβάνεται σ ένα πεπερασμένο αριθμό $M+1$ από συχνότητες ω_j $j=0, \dots, M$ στο διάστημα $0 < \omega < \pi$ το οποίο χωρίζεται σε M ίσα διαστήματα. Τα $\omega_j = 2\pi \frac{j}{2M}$ καλούνται γωνιακές συχνότητες, τα $f_j = \frac{j}{2M}$ είναι οι συχνότητες σε κυκλους ανα μηνια και τα $p_j = \frac{j}{2M}$, $0 < p_j < 2$ είναι οι περίοδοι σε αριθμοί μηνών ανά κύκλο. Ο δείκτης j καλείται δείκτης συχνότητων. Περίοδοι μικρότεροι από δυο μήνες δεν μπορεί να διαχωριστούν από μεγαλύτερες περιόδους γιατί οι παρατηρήσεις λαμβάνονται σε διαστήματα ενός μηνός. Το φάσμα ισχύος μιας σειράς θα δείξει μια αιχμή σε περιόδους μεγαλύτερες του έτους που αντιστοιχούν στην κυκλικότητα και μια αιχμή σε μια η περισσότερες από τις βραχύτερες περιόδους αν υπάρχει εποχικό στοιχείο. Για την παραδοχή μιας μεθόδου εποχικής διόρθωσης σαν ικανοποιητικής θα πρέπει οι εποχικές αιχμές στις αδιόρθωτες σειρές να μην εμφανίζονται στις διορθωμένες.

3.3.2 Ανάλυση Χρονοσειρών

Ενώνοντας τα σημεία αυτά δημιουργούμε το χρονοδιάγραμμα, η μελέτη του οποίου μας δίνει μια γενική εικόνα της διαχρονικής εξέλιξης του υπό έρευνα φαινομένου η χαρακτηριστικού. Την ανάλυση χρονοσειρών τη χρησιμοποιούμε για να καθορίσουμε μοντέλα που μετατρέπουν πληροφορίες από κανονικά χρονικά διαστήματα σε στατιστικά μέτρα. Η χαρακτηριστική ιδιότητα μιας χρονοσειράς είναι ότι τα δεδομένα δε δημιουργούνται ανεξάρτητα και η διασπορά τους ποικίλει στο χρόνο. Στατιστικές

διαδικασίες που υποθέτουν ανεξάρτητα και ταυτόσημα κατανομημένα δεδομένα αποκλείονται από την ανάλυση χρονοσειρών.

Δυο κατηγορίες προσεγγίσεων στην ανάλυση χρονοσειρών

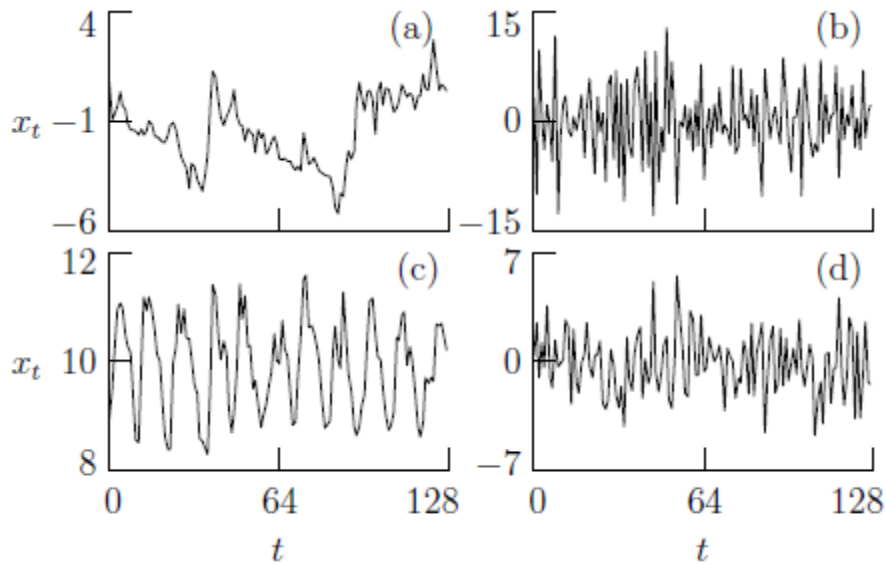
Η πρώτη κατηγορία αναπαριστά τη χρονοσειρά με ένα κινητικό μοντέλο $x_t=f(t)$, οι παρατηρήσεις θεωρούνται μια συνάρτηση του χρόνου

Η δεύτερη κατηγορία αναπαριστά τη χρονοσειρά με ένα δυναμικό μοντέλο (μοντέλο ARMA, διαδικασία Box-Jenkins) $x_t = f(x_{t-1}, x_{t-2}, x_{t-3}, \dots)$, οι παρατηρήσεις θεωρούνται ως συναρτήσεις του παρελθόντος τους (και πιθανόν του παρελθόντος και άλλων μετρούμενων η παρατηρούμενων μεταβλητών

Η ανάλυση χρονοσειρών στο πεδίο των συχνοτήτων είναι συμπληρωματική της ανάλυσης στο πεδίο του χρόνου, αλλά μπορεί να διερευνήσει χαρακτηριστικά που δεν εντοπίζονται εύκολα με την ανάλυση στο πεδίο του χρόνου. Αυτά τα χαρακτηριστικά έχουν κυρίως σχέση με περιοδικότητες που συνυπάρχουν στη χρονίσει. Υποθέτουμε ότι η χρονίσει είναι στάσιμη(stationary). Βασικό στοιχείο της γραμμικής ανάλυσης είναι η μελέτη της αυτοσυσχέτισης (ή αυτοσυνδιασποράς) που συνοψίζει τις συσχετίσεις σε διαφορές υστερήσεις, δηλαδή χρόνους. Ισοδύναμα μπορούμε να μελετήσουμε το φάσμα ισχύος, δηλαδή την κατανομή της ισχύος της χρονίσεις σε όλες τις δυνατές συχνότητες. Για παράδειγμα αν η χρονοσειρά έχει έντονη περιοδικότητα με περίοδο k , τότε η αυτοσυσχέτιση δείχνει αυξημένη συσχέτιση για υστέρηση k και, αντίστοιχα, το φάσμα ισχύος δείχνει έντονη ισχύ για συχνότητα $1/k$. Βέβαια οι χρονοσειρές δεν είναι συνήθως απλά διακριτά περιοδικά ή συνεχή ημιτονοειδή σήματα και η ανάλυση στο πεδίο των συχνοτήτων προσπαθεί να εντοπίσει συχνότητες που έχουν μεγαλύτερη σημασία (δηλαδή ισχύ) από άλλες.

Σχήμα 1

4 παραδείγματα χρονοσειρών $x_1, x_2, \dots, x_{127}, x_{128}$



3.3.3 Ανάλυση Fourier

Είναι η ανάλυση των σημάτων σε ημιτονοειδείς συνιστώσες. Με την ανάλυση Fourier είναι δυνατή η αναπαράσταση των σημάτων στο πεδίο της συχνότητας, δηλαδή ο υπολογισμός του φάσματος που καταλαμβάνουν.

Η ανάλυση Φουριέ είναι ένα πεδίο των εφαρμοσμένων μαθηματικών το οποίο προέκυψε από την προσπάθεια αναπαράστασης μίας συνάρτησης ως άθροισματος απλούστερων, περιοδικών τριγωνομετρικών συναρτήσεων. Επομένως κεντρική ιδέα στην ανάλυση Φουριέ είναι η προσπάθεια για κατανόηση των ιδιοτήτων μίας συνάρτησης (η οποία μπορεί να αναπαριστά π.χ. ένα σήμα) μέσω διάσπασής της σε γνωστά, στοιχειώδη μέρη (αποσύνθεση). Η αντίστροφη διαδικασία, η κατασκευή μίας συνάρτησης από γνωστές, βασικές συναρτήσεις, ονομάζεται σύνθεση. Με τον όρο ανάλυση Φουριέ αναφερόμαστε και στις δύο διεργασίες. Η μέθοδος αυτή εφαρμόστηκε για πρώτη φορά από τον Τζόζεφ Φουριέ στην προσπάθειά του να ερευνήσει τη διάδοση της θερμότητας.

Ο όρος Μετασχηματισμός Φουριέ (ΜΦ) αναφέρεται σε μία αυστηρώς ορισμένη μαθηματική διεργασία η οποία αποσυνθέτει μία συνάρτηση σε άθροισμα απείρων

περιοδικών ημιτονοειδών συναρτήσεων. Το αποτέλεσμα του μετασχηματισμού είναι μία νέα συνάρτηση με διαφορετικό πεδίο ορισμού, επίσης γνωστή ως Μετασχηματισμός Φουριέ ή ως φάσμα, η οποία περιγράφει το κατά πόσον συμμετέχει κάθε στοιχειώδες ημίτονο στον σχηματισμό της αρχικής συνάρτησης (έστω f). Ο ΜΦ αποτελεί οριακή περίπτωση (για συνάρτηση f με άπειρη περίοδο, δηλαδή ουσιαστικά απεριοδική) της σειράς Φουριέ, η οποία εφαρμόζεται για περιοδική f και δίνει ως αποτέλεσμα μία νέα συνάρτηση με διακριτό πεδίο τιμών αντί για συνεχές (δηλαδή πεδίο τιμών σε μία σειρά Φουριέ είναι οι φυσικοί αριθμοί αντί για τους πραγματικούς). Για συναρτήσεις διακριτής ανεξάρτητης μεταβλητής, όπου οι φυσικοί αριθμοί είναι το πεδίο ορισμού της f , υπάρχουν οι διακριτές παραλλαγές του ΜΦ: ο Μετασχηματισμός Φουριέ Διακριτού Χρόνου (ΜΦΔΧ), με συνεχές πεδίο τιμών και κατάλληλος για απεριοδικές συναρτήσεις, και ο Διακριτός Μετασχηματισμός Φουριέ (ΔΜΦ ή DFT), με διακριτό πεδίο τιμών και κατάλληλος για περιοδικές συναρτήσεις. Για καθεμία από αυτές τις διεργασίες υπάρχει και ο αντίστροφος μετασχηματισμός, ο οποίος δέχεται ως είσοδο το φάσμα και δίνει ως έξοδο την αρχική συνάρτηση f . Όλοι οι τύποι μετασχηματισμών της ανάλυσης Φουριέ ανάγονται στον παρόμοιου σκοπού Μετασχηματισμό Λαπλάς και αποτελούν περιπτώσεις ολοκληρωτικού μετασχηματισμού.

3.3.4 Σειρές Fourier

Μπορούμε να φανταστούμε μια χρονοσειρά μήκους N ως μια σειρά από κύκλους περιόδου $2, 3, \dots, T$. η συχνότητα ορίζεται ως το αντίστροφο της περιόδου. Οι αντίστοιχες συχνότητες είναι $1/2, 1/3, \dots, 1/T$ ή σε γωνιακές συχνότητες (σε ακτίνες ανά μονάδα χρόνου) $2\pi/2, 2\pi/3, \dots, 2\pi/T$. η θεμελιώδης συχνότητα ταλάντωσης, δηλαδή η συχνότητα της πρώτης αρμονικής ταλάντωσης, είναι $f=1/T$ και αντίστοιχα η θεμελιώδης γωνιακή συχνότητα είναι $\omega = 2\pi/T = 2\pi f$.

Γενικά μπορούμε να θεωρήσουμε μια χρονοσειρά ως μια περιοδική κυματομορφή περιόδου το πολύ T_a που δίνεται από τη σειρά Fourier

$$X_n = a_0 + \sum_{k=1}^M (a_k \cos(2\pi kfn) + b_k \sin(2\pi kfn))$$

όπου a_0 είναι η μέση τιμή, a_k και b_k είναι τα πλάτη για την κάθε συνημιτονοειδή και ημιτονοειδή ταλάντωση στις αρμονικές συχνότητες $k\omega=2\pi kf$ αντίστοιχα και το M μπορεί να τείνει στο άπειρο. Για μια μη-περιοδική χρονοσειρά μήκους N η υψηλότερη δυνατή περίοδος είναι $T=N\tau_s$. Στην πράξη ο αριθμός των ταλαντώσεων M περιορίζεται από τη χαμηλότερη συχνότητα $f=1/(N\tau_s)$ (που είναι η θεμελιώδης συχνότητα) και από την υψηλότερη συχνότητα $f_s=1/(2\tau_s)$. Για ευκολία στους μαθηματικούς υπολογισμούς χρησιμοποιούμε την ισοδύναμη εκθετική μορφή της σειράς Fourier

$$X_n = \sum_{k=-M}^M d_k e^{i2\pi kfn}$$

$$\text{Όπου } d_k = \begin{cases} \frac{a_k + ib_k}{2}, & k < 0 \\ a_0, & k = 0 \\ \frac{a_k - ib_k}{2}, & k > 0 \end{cases}$$

Με αυτόν τον τρόπο ορίζουμε σε κάθε αρμονική συχνότητα $2\pi kf$ μια τριγωνομετρική μορφή και ισοδύναμα μια μιγαδική μορφή. Το πλάτος της μιγαδικής μορφής είναι $|d_k| = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$ και η φασική γωνία είναι $\varphi_k = -\tan^{-1}\left(\frac{a_k}{b_k}\right)$. Τα πλάτη $|d_k|$ (για ολό το φάσμα των συχνοτήτων) εκφράζουν τα γραμμικά χαρακτηριστικά της χρονοσειράς ενώ αν υπάρχουν επιπλέον μη-γραμμικές συσχετίσεις αυτές διατηρούνται στις φασικές γωνίες φ_k . Στη συνέχεια θα ασχοληθούμε μόνο με τα πλάτη, δηλαδή θα περιοριστούμε στη γραμμική ανάλυση της χρονοσειράς στο πεδίο των συχνοτήτων.

3.3.5 Μετασχηματισμός Fourier

Καθώς η περίοδος T αυξάνει, το διάστημα $df = 1/T$ μεταξύ των συχνοτήτων των ταλαντώσεων μικραίνει. Αφήνοντας την περίοδο να τείνει στο άπειρο, θεωρώντας

δηλαδή ότι η κυματομορφή δεν είναι περιοδική, και διαιρώντας με df στην παραπάνω σχέση, ορίζουμε το μετασχηματισμό Fourier για ένα συνεχές φάσμα συχνοτήτων f

$$F(f) = \int_{-\infty}^{\infty} X(t)e^{-i2\pi ft} dt.$$

Αν ο χρόνος δεν είναι συνεχής και έχουμε μια χρονοσειρά N στοιχείων, τότε ορίζεται ο διακριτός μετασχηματισμός Fourier με επίσης N στοιχεία ως

$$F_D(f) = \sum_{n=1}^N X_n e^{-i2\pi fn}, \quad -1/2 < f < 1/2.$$

Συνήθως υποθέτουμε ότι η συχνότητα παίρνει τιμές στο διάστημα $(-1/2, 1/2)$ αλλά όταν δίνεται ο χρόνος δειγματοληψίας τ_s η συχνότητα ορίζεται στο $(-1/(2\tau_s), 1/(2\tau_s))$ και το άθροισμα στην (2.5) πολλαπλασιάζεται με τ_s . Όταν το πλήθος των παρατηρήσεων N είναι δύναμη του 2, ο υπολογισμός του FD (f) μπορεί να γίνει με πολύ λιγότερες πράξεις ($N \log N$ αντί για N^2) με τη χρήση του αλγορίθμου του Γρήγορου Μετασχηματισμού Fourier (Fast Fourier Transform, FFT). Ακόμα κι όταν το μήκος της χρονοσειράς δεν είναι δύναμη του 2, μπορούμε να προσθέσουμε κατάλληλο αριθμό μηδενικών στο τέλος της χρονοσειράς για να το πετύχουμε (αυτό δεν επηρεάζει τη συνάρτηση FD (f) παρά μόνο την ευκρίνεια της ως προς τη συχνότητα f). Τα στοιχεία του μετασχηματισμού Fourier $F(f)$ ή του διακριτού μετασχηματισμού Fourier FD (f) είναι μιγαδικοί αριθμοί. Κάθε μιγαδικός αριθμός $F(f)$ έχει μέτρο $|F(f)| = \sqrt{R(f)^2 + I(f)^2}$ και φασική γωνία $\phi(f) = \tan^{-1}(I(f) / R(f))$. Αντίστοιχα, ορίζεται κι ο αντίστροφος μετασχηματισμός Fourier που μεταφέρει την πληροφορία που περιέχεται στο φάσμα συχνοτήτων ($F(f)$ ή $FD(f)$) πίσω στο πεδίο του χρόνου (X_n).

3.4 Εισαγωγή Στην Φασματική Ανάλυση

Η φασματική ανάλυση είναι μια από της πιο ευρέως χρησιμοποιούμενες μεθόδους για την ανάλυση δεδομένων στην γεωφυσική, ωκεανογραφία, την ατμοσφαιρική επιστήμη, αστρονομία και την μηχανική όλων των ειδών. Η μέθοδος χρησιμοποιεί

χρονοσειρές. Η φασματική ανάλυση περιγράφει τις χρονοσειρές συγκρίνοντας τις με ημίτονα και συνημίτονα. με το να προσθέτουμε πολλά συνημίτονα και ημίτονα με διαφορετικά πλάτη, μπορούμε να πάρουμε τεχνητές χρονοσειρές που μοιάζουν με πραγματικές χρονοσειρές.

Παράδειγμα : Εάν μας δίνεται μια χρονοσειρά x_t , θα την κατασκευάσουμε χρησιμοποιώντας ημίτονα και συνημίτονα.

$$X_t = \sum_k a_k \sin(2\pi \frac{k}{N} t) + b_k \cos(\frac{k}{N} t)$$

Η παραπάνω καλείται αναπαράσταση Fourier για χρονοσειρές. Μας επιτρέπει να εκφράζουμε τις χρονοσειρές με ένα τυποποιημένο τρόπο. Διαφορετικές χρονοσειρές θα χρειαστούν διαφορετικά a_k 's και b_k 's. Με αυτόν τον τρόπο μπορούμε να συγκρίνουμε διαφορετικές χρονοσειρές συγκρίνοντας τους συντελεστές a_k 's και b_k 's. Ακόμα η φασματική ανάλυση είναι μια τεχνική που εφαρμόζεται για (α) τη διαπίστωση αν μια σειρά έχει εποχικότητα και τον καθορισμό της εποχικής συνιστώσας, (β) την αξιολόγηση διαφόρων μεθόδων εποχικής διόρθωσης. Με τη φασματική ανάλυση εκτιμάται η έκταση στην όποια μακροχρόνιες και βραχυχρόνιες περιοδικές κινήσεις επικρατούν σε μια σειρά. Οι βραχυχρόνιες κινήσεις της σειράς σχετίζονται με την εποχικότητα και οι μακροχρόνιες με την κυκλικότητα. Έτσι, αντί για την ανάλυση μιας σειράς σε τέσσερις συνιστώσες ,γίνεται ανάλυση σε μεγαλύτερο αριθμό από μοναδιαίες συνιστώσες που δεν μπορεί να αναλυθούν περισσότερο.

Επίσης η φασματική ανάλυση αναφέρεται στην ικανότητα ενός αισθητήρα να οροθετεί μικρά διαστήματα μήκους κύματος .Όσο πιο υψηλή είναι η φασματική ανάλυση τόσο πιο στενά είναι τα διαστήματα μήκους κύματος μεταξύ των ζωνών .

Αυτό βέβαια πολλές φορές δημιουργεί άλλου είδους προβλήματα αφού έτσι προκύπτουν περισσότερες επικαλυπτόμενες ζώνες, διαφορετικές ζώνες δηλαδή οι οποίες όμως παρέχουν την ίδια πληροφορία, καθιστώντας πιο δύσκολη την επεξεργασία των δεδομένων

3.4.1 Εφαρμογές Φασματικής Ανάλυσης

Μερικές εφαρμογές όπου η φασματική ανάλυση είναι ευρέως διαδεδομένη και απαραίτητη :

Εφαρμογές φασματικής ανάλυσης

Μερικές από τις εφαρμογές της φασματικής ανάλυσης είναι οι εξής :

- Φωνής
- Εκτίμηση formant (για αναγνώριση φωνής)
- Κωδικοποίηση και συμπίεση φωνής
- Radar και Sonar
- Εντοπισμός πηγής με δίκτυο αισθητήρων
- *Συνθετική εικόνα από radar και εξαγωγή χαρακτηριστικών*
- Ηλεκτρομαγνητισμός
- Συχνότητες συντονισμού μιας κοιλότητας
- Τηλεπικοινωνίες
- Σεισμολογία
- Βιοιατρική
- Ανάλυση εικόνας
- Αυτόματος έλεγχος

3.5 Εισαγωγή Στην Φασματική Εκτίμηση

Γνωρίζουμε ότι η ανάλυση Fourier είναι ένα χρήσιμο εργαλείο για την περιγραφή και ανάλυση διακριτού χρόνου αιτιοκρατικών σημάτων. Η ανάλυση Fourier παίζει σημαντικό ρόλο και στην μελέτη των τυχαίων διαδικασιών. Η τυχαία διαδικασία είναι ένα σύνολο σημάτων διακριτού-χρόνου και άρα δεν μπορούμε να υπολογίσουμε τον μετασχηματισμό Fourier της διαδικασίας. Παρόλα αυτά όπως θα δούμε

παρακάτω είναι δυνατόν να αναπτύξουμε μια αναπαράσταση της διαδικασίας στο χώρο των συχνοτήτων αν εκφράσουμε τον μετασχηματισμό Fourier με όρους ενός μέσου συνόλου (ensemble average). Για παράδειγμα, αφού η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης μιας WSS διαδικασίας περιγράφει στο χώρο των χρόνων τις ροπές δεύτερης τάξης της διαδικασίας και η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης είναι αιτιοκρατική ακολουθία μπορούμε να ορίσουμε τον μετασχηματισμό Fourier της τον οποίο θα ονομάζουμε φάσμα ισχύος ή πυκνότητα φάσματος ισχύος. Οι αναλογίες με την πυκνότητα φάσματος ενέργειας είναι άμεσες.

Ορισμός Φασματικής Εκτίμησης

Από ένα πεπερασμένο σύνολο μιας σειράς στάσιμων δεδομένων, εκτίμησε πως η συνολική ισχύς κατανέμεται στις συχνότητες ή πιο πρακτικά σε στενές φασματικές μπάντες.

3.5.1 Θεωρία Εκτίμησης

Υπάρχουν πολλά παραδείγματα στην επεξεργασία σήματος αλλά και σε άλλους επιστημονικούς τομείς όπου είναι απαραίτητο να εκτιμήσουμε την τιμή μιας άγνωστης παραμέτρου από ένα σύνολο παρατηρήσεων μιας ΤΜ. Για παράδειγμα, αν μας δίνεται ένα σύνολο παρατηρήσεων από μια Gaussian κατανομή, η εκτίμηση του μέσου και της διακύμανσης από αυτές τις παρατηρήσεις είναι ένα πρόβλημα παραμετρικής εκτίμησης. Ως συγκεκριμένη εφαρμογή του παραπάνω ας θυμηθούμε ότι σε μια γραμμική ΜΣ εκτίμηση, η εκτίμηση της τιμής της ΤΜ από μια παρατήρηση μιας σχετιζόμενης ΤΜ x , οι συντελεστές a και b στην εκτιμήτρια $\hat{y} = ax + b$ εξαρτάται από τη μέση τιμή και διακύμανση των x και y όπως επίσης και από την συσχέτιση τους. Αν αυτοί οι στατιστικοί μέσοι είναι άγνωστοι τότε είναι απαραίτητο να εκτιμήσουμε αυτές τις παραμέτρους από ένα σύνολο παρατηρήσεων των x και y . Αφού κάθε εκτίμηση θα είναι μια συνάρτηση των παρατηρήσεων οι εκτιμήσεις οι ίδιες θα είναι ΤΜ. Συνεπώς, για να μπορέσουμε να μετρήσουμε την

αποδοτικότητα ενός συγκεκριμένου εκτιμητή είναι σημαντικό να μπορούμε να χαρακτηρίσουμε τις στατιστικές του ιδιότητες. Οι στατιστικές ιδιότητες που μας ενδιαφέρουν περιλαμβάνουν την στατιστική απόκλιση (bias) και την διακύμανση (variance). Ας θεωρήσουμε το πρόβλημα εκτίμησης της τιμής μιας παραμέτρου θ από μια ακολουθία τυχαίων μεταβλητών x_n , για $n=1,2,\dots,N$. Αφού η εκτίμηση είναι συνάρτηση N τυχαίων μεταβλητών θα την ορίζουμε ως $\hat{\theta}_N$. Γενικά θα θελαμε η εκτίμηση να είναι ίση κατά μέσο ορο με την πραγματική τιμή. Η διαφορά μεταξύ της αναμενόμενης τιμής της εκτίμησης και της πραγματικής τιμής θ ονομάζεται στατιστική απόκλιση (bias) και θα τη δηλώνουμε ως B :

$$B = \theta - E\{\hat{\theta}_N\}$$

Αν το bias είναι μηδέν, τότε η αναμενόμενη τιμή της εκτίμησης είναι ίση με την πραγματική τιμή :

$$\theta = E\{\hat{\theta}_N\}$$

Και η εκτίμηση λέγεται unbiased. Αν $B \neq 0$ τότε η εκτίμηση $\hat{\theta}$ λεγεται biased. Αν μια εκτίμηση είναι biased αλλά το bias τείνει στο μηδέν όσο ο αριθμός των παρατηρήσεων N τείνει στο άπειρο :

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \{E\{\hat{\theta}_N\} - \theta\} = 0$$

Τότε η εκτίμηση λέγεται ασυμπτωτικά unbiased. Γενικά είναι επιθυμητό ένας εκτιμητής να είναι είτε unbiased είτε ασυμπτωτικά unbiased. Παρόλα αυτά το bias όπως θα φάνει δεν είναι το μοναδικό σημαντικό στατιστικό μέτρο. Τέλος μια εκτίμηση λέγεται ότι είναι συνεπής (consistent) αν συγκλίνει με κάποια έννοια στην πραγματική τιμή της παραμέτρου. Ανάλογα με την μορφή σύγκλισης που θα χρησιμοποιηθεί μπορούμε να εισαγάγουμε διαφορετικούς ορισμούς της συνέπειας.. Μια εκτίμηση λέγεται συνεπής αν είναι ασυμπτωτικά unbiased και έχει διακύμανση που τείνει στο μηδέν όσο το N τείνει στο άπειρο.

Όπως έχουμε δει, τα στοιχεία που μας ενδιαφέρει να έχει ένας εκτιμητής (π.χ. μιας σταθεράς a) για να πούμε ότι είναι καλός είναι :

Μικρό bias :

$$\text{Bias} = E[\hat{\alpha}] - \alpha$$

Μικρή Διακύμανση :

$$\text{Variance} = E\{(\hat{\alpha} - E[\hat{\alpha}])^2\}$$

Συνέπεια (Consistency)

$$\hat{\alpha} \rightarrow \alpha \text{ Όπως Αριθμός Των Μετρήσεων } \rightarrow \infty$$

3.5.2 Διακριτική Ικανότητα

Ονομάζουμε *διακριτική ικανότητα (resolution)* του εκτιμητή φάσματος την ελάχιστη απόσταση (στην συχνότητα) μεταξύ δυο ημιτόνων, ή γενικά δυο τυχαίων διαδικασιών στενής ζώνης (narrowband), ώστε να μπορούν να αναγνωριστούν από τη μέθοδο εκτίμησης του φάσματος. Δηλαδή για να διακρίνονται δυο ημιτονοειδής ταλαντώσεις που συνυπάρχουν στο σήμα κι έχουν κοντινές συχνότητες θα πρέπει η διαφορά των δυο συχνοτήτων τους να είναι μεγαλύτερη του πλάτους του κύριου λοβού του κάθε ημιτονοειδούς :

$$\Delta f = f_1 - f_2 > A$$

3.6 Θεωρία Συσχέτισης

Στην ενότητα αυτή θα συζητηθεί ο τρόπος, με τον οποίο μπορεί να βρεθεί η τυχόν ομοιότητα (συσχέτιση) μεταξύ δύο σημάτων. Αυτό το πρόβλημα έχει μεγάλο αριθμό πρακτικών εφαρμογών, π.χ. η σύγκριση δύο σημάτων που οδηγεί στην ανίχνευση ανωμαλιών στους ηλεκτροκαρδιογράφους ή στους ηλεκτρο – εγκεφαλογράφους. Επίσης, στα συστήματα *radar* και στα *sonar* η απόφαση της ύπαρξης ενός

αντικειμένου βασίζεται στη σύγκριση του σήματος, το οποίο εστάλη, με εκείνο που ελήφθη. Τέλος, στις τηλεπικοινωνίες η Θεωρία Συσχέτισης, μεταξύ των άλλων, χρησιμοποιείται και στην ανίχνευση πληροφοριακών σημάτων παρουσία προσθετικού θορύβου. Το μαθηματικό πρόβλημα της εύρεσης μιας έκφρασης, η οποία να δίνει κάποιο αριθμό με τη βοήθεια του οποίου να μπορεί κανείς να συσχετίσει δύο σήματα, μπορεί να τεθεί ως εξής: όταν ο αριθμός των σημάτων είναι μεγάλος, τότε η ομοιότητα είναι μεγάλη, ενώ όταν ο αριθμός των σημάτων είναι μικρός (ή μηδέν), τότε η ομοιότητα είναι μικρή (ή μηδενική). Μια πρώτη σκέψη για τη ζητούμενη μαθηματική έκφραση με τις παραπάνω ιδιότητες οδηγεί στο εσωτερικό γινόμενο δύο σημάτων:

$$(f_1(t), f_2(t)) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(t)f_2(t) dt$$

Αν σκεφτεί κανείς την αντιστοιχία με τον Ευκλείδειο χώρο, τα σήματα (διανύσματα) θα μοιάζουν πολύ (παράλληλα), όταν το εσωτερικό τους γινόμενο μεγιστοποιείται, ενώ δεν θα μοιάζουν καθόλου (κάθετα), όταν το εσωτερικό τους γινόμενο μηδενίζεται. Τα σήματα αυτά, αν και ικανοποιούν τη σχέση $f_2(t) = f_1(t - 1)$, δηλαδή είναι πολύ όμοια μεταξύ τους, με βάση το κριτήριο της παραπάνω σχέσης είναι άσχετα μεταξύ τους. Είναι φανερό αμέσως ότι δημιουργείται ένα σοβαρό πρόβλημα: αν σκεφτεί κανείς ότι το $f_1(t)$ είναι το σήμα, που στέλνει ο πομπός ενός *radar* τη στιγμή $t = 0$ και το $f_2(t)$ είναι το σήμα που επιστρέφει από ανάκλαση, η απόφαση για την ύπαρξη του αντικειμένου θα είναι εντελώς εσφαλμένη. Με βάση τα παραπάνω, είναι λογικό η παραπάνω εξίσωση να χρειάζεται κάποια τροποποίηση, ώστε να λαμβάνει υπόψη τις τυχόν μετατοπίσεις του ενός σήματος σε σχέση με το άλλο. Έτσι, προτείνεται η **χρονική συνάρτηση ετεροσυσχέτισης** των $f_1(t)$ και $f_2(t)$, η οποία ορίζεται με την ακόλουθη σχέση:

$$\Phi_{12}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(t)f_2(t - \tau)dt = \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(t + \tau)f_2(t)dt$$

όπου το τ αντιπροσωπεύει τη μετατόπιση και όπως θα γίνει φανερό στη συνέχεια η

συνάρτηση αυτή έχει όλες τις απαιτούμενες ιδιότητες

3.7 Σημαντικοί Ορισμοί

3.7.1 Λευκός Θόρυβος :

Μια ιδιαίτερα σημαντική τυχαία διαδικασία (σήμα) που συναντάται στις τηλεπικοινωνίες είναι ο λευκός θόρυβος. Μια WSS διαδικασία $u(n)$, είτε πραγματική είτε μιγαδική θα λέγεται ότι είναι λευκή αν η αυτοδιακύμανση είναι μηδέν για όλα τα $k \neq 0$

Συνάρτηση Αυτοσυσχέτισης :

3.7.2 Συνάρτηση Αυτοσυσχέτισης :

Ονομάζουμε συνάρτηση αυτοσυσχέτισης (autocorrelation function) και συμβολίζεται με τα γράμματα(ACF), τη σχέση που υπάρχει μεταξύ του συντελεστή αυτοσυσχέτισης και της χρονικής περιόδου k (χρονικού διαστήματος). Ως συντελεστής αυτοσυσχέτισης ορίζεται ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ δύο παρατηρήσεων που απέχουν k χρονικές περιόδους.

$$\rho_k(X) = \frac{\gamma_k(X)}{\gamma_0(X)} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \rho_k$$

3.7.3 Φάσμα Ισχύος Στοχαστικής Διαδικασίας :

Το φάσμα ισχύος ορίζεται από το θεώρημα Wiener-Khinchine ως ο (διακριτός) μετασχηματισμός Fourier της συνάρτησης αυτοσυνδιασποράς $\gamma_x(k)$

$$P_x(f) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \gamma_x(k) e^{-i2\pi f k}, \quad -\frac{1}{2} < f < \frac{1}{2}$$

Επίσης το φάσμα ισχύος δίνεται από το τετράγωνο του μέτρου των μιγαδικών τιμών του διακριτού μετασχηματισμού Fourier της X_n , δηλαδή ως

$$P_x(f) = \lim_{M \rightarrow \infty} E \left[\frac{1}{2M+1} \left| \sum_{n=-M}^M X_n e^{-i2\pi f n} \right|^2 \right]$$

Όπου $E[x]$ είναι η μέση τιμή του x . Αυτός ο ορισμός είναι η βάση για την εκτίμηση του φάσματος ισχύος με τη μέθοδο του περιγράμματος. Οι δυο ορισμοί του φάσματος ισχύος είναι ισοδύναμοι όταν η συνάρτηση της αυτοσυσχετίσης φθίνει ικανοποιητικά γρήγορα.

3.7.4 Πυκνότητα Φάσματος Ενέργειας (Energy Spectral Density-ESD) :

Έστω $\{y(t); t=0, +1, +2, \dots\}$ ένα αιτιοκρατικό διακριτού-χρονου σήμα. Το σήμα αυτό στις περισσότερες περιπτώσεις δημιουργείται με δειγματοληψία κάποιου συνεχούς-χρονου σήματος. Αν $y_c(\cdot)$ είναι σήμα συνεχούς χρόνου και T_s η περίοδος δειγματοληψίας τότε ισχύει : $y(t) = y_c(t * T_s)$. Η πυκνότητα φάσματος ενέργειας ορίζεται ως :

$$S_{xx}(\omega) = |Y(\omega)|^2$$

Με βάση τον παραπάνω ορισμό μπορούμε να δείξουμε ότι :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} S(\omega) d\omega &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \sum_{t=-\infty}^{\infty} \sum_{s=-\infty}^{\infty} y(t) \dot{y}(s) \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{-i\omega(t-s)} d\omega \right] \\ &= \sum_{t=-\infty}^{\infty} |y(t)|^2 \end{aligned}$$

Όπου η τελευταία ισότητα ισχύει γιατί $\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{-i\omega(t-s)} d\omega = \delta_{t,s}$ η παραπάνω εξίσωση μπορεί να γραφτεί λοιπόν συνοπτικά :

$$\sum_{t=-\infty}^{\infty} |y(t)|^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} S(\omega) d\omega$$

Η εξίσωση αυτή λέγεται θεώρημα του Parseval's. Μας δείχνει ότι το $S(\omega)$ είναι μια κατανομή της ενέργειας του σήματος συναρτήσει της συχνότητας ω . Γι αυτό το λόγο θα ονομάζουμε το $S(\omega)$ πυκνότητα φάσματος ενέργειας (energy spectral density).

3.7.5 Φασματική Πυκνότητα :

Πολλά σήματα δεν είναι ενεργειακά, για παράδειγμα, όλα τα περιοδικά σήματα, τα όποια εξετάζονται ξεχωριστά στην επομένη ενότητα, είναι σήματα ισχύος. Τα μη περιοδικά σήματα με infinite energy δεν έχουν μετασχηματισμό Fourier. Σε αυτή την περίπτωση παίρνουμε ένα μέρος του σήματος στο διάστημα $(-T/2, T/2)$, τότε $x_T(t)$ έχει πεπερασμένη ενέργεια και επομένως έχει Fourier Transform $X_T(f)$.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

4.1 Μέθοδοι Εκτίμησης

Η εκτίμηση φάσματος μιας στοχαστικής διεργασίας είναι εξαιρετικά σημαντική γιατί μας επιτρέπει να σχεδιάσουμε τηλεπικοινωνιακά συστήματα μεγάλης απόδοσης. Έστω για παράδειγμα ότι επιθυμούμε να ισοσταθμίσουμε ένα τηλεπικοινωνιακό δίαυλο η συμπεριφορά του οποίου παρουσιάζει στοχαστική συμπεριφορά. Αν μπορούσαμε να εκτιμήσουμε το φάσμα ισχύος του διαύλου μπορούμε να σχεδιάσουμε ένα σύστημα αντιστάθμισης που να εξουδετερώνει αυτή τη συμπεριφορά. Σε αυτό το κεφάλαιο μας απασχολεί η εκτίμηση των χαρακτηριστικών του φάσματος των σημάτων που χαρακτηρίζονται ως τυχαίες διαδικασίες. Για το λόγο των τυχαίων διακυμάνσεων σε τέτοια σήματα πρέπει να υιοθετήσουμε μια στατιστική μέθοδο. Ειδικότερα η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης μιας τυχαίας διαδικασίας είναι η κατάλληλη στατιστική (average) που θα χρησιμοποιούμε για να χαρακτηρίζουμε τυχαία σήματα στο πεδίο του χρόνου, και το μετασχηματισμό Fourier της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης η οποία παρέχει το φάσμα πυκνότητας ισχύος και ακόμα μας δίνει τον μετασχηματισμό από το πεδίο του χρόνου στο πεδίο της συχνότητας.

Λόγω της σημασίας του φάσματος ισχύος στη μελέτη χρονοσειράς(η σήματος για μηχανικούς) έχουν αναπτυχθεί πολλές μέθοδοι εκτίμησης του. Συνήθως χωρίζουμε τις μεθόδους σε τρεις κύριες κλάσεις :

- **Κλασσικές ή μη-παραμετρικές μέθοδοι εκτίμησης:** η εκτίμηση του φάσματος ισχύος γίνεται απευθείας από τη χρονοσειρά (σήμα). Τέτοιες μέθοδοι είναι για παράδειγμα το περιοδόγραμμα (periodogram) και η μέθοδος Welch.
- **Μοντέρνες ή παραμετρικές μέθοδοι :** η εκτίμηση του φάσματος ισχύος γίνεται μέσα από την εκτίμηση των παραμέτρων του γραμμικού μοντέλου που προσαρμόζεται στη χρονοσειρά. Τέτοιες μέθοδοι είναι αυτές που βασίζονται

στην εκτίμηση των παραμέτρων του AR μοντέλου, όπως η μέθοδος Yule-Walker (αυτοσυσχέτισης) και η μέθοδος Burg.

- **Μέθοδοι υποχώρου η μέθοδοι υψηλής ευκρίνειας** : η εκτίμηση αφορά τις συχνότητες που έχουν υψηλή ισχύ παρά το φάσμα ισχύος και βασίζεται στην ανάλυση ιδιοτήτων του πίνακα συσχέτισης. Τέτοιες μέθοδοι είναι η ταξινόμηση πολλαπλών σημάτων (multiple signal classification (MUSIC) method) και η μέθοδος των ιδιοδιανυσμάτων (eigenvector (EV) method). Αυτές οι μέθοδοι είναι κατάλληλες σε φάσματα χρονοσειρών περιοδικού τύπου για τον εντοπισμό της ακριβούς συχνότητας ημιτονοειδών ταλαντώσεων που καλύπτονται από θόρυβο.

Θα δούμε τώρα το πρόβλημα της εκτίμησης της πυκνότητας φάσματος ισχύος μιας στάσιμης υπό την ευρεία έννοια τυχαίας διαδικασίας με μη παραμετρικές μεθόδους. Οι μη παραμετρικές μέθοδοι φασματικής εκτίμησης βασίζονται αποκλειστικά στους ορισμούς της πυκνότητας φασματικής ισχύος. Οι μέθοδοι αυτοί αποτελούν όπως λέγεται την κλασική προσέγγιση στην φασματική εκτίμηση. Οι δυο κυριότεροι εκτιμητές αυτής της κατηγορίας είναι το περιοδόγραμμα (periodogram) και το κορελόγραμμα (correlogram). Οι εκτιμητές αυτοί πηγάζουν από τους ορισμούς της φασματικής ισχύος και μπορούμε να δούμε ότι υπό συνθήκες είναι ισοδύναμοι. Στην πράξη η εκτίμηση με το περιοδόγραμμα και το κορελόγραμμα είναι καλή εφόσον το μέγεθος της τυχαίας διαδικασίας είναι επαρκώς μεγάλο κάτι που δεν ισχύει πάντα. Για παράδειγμα στην ανάλυση ενός σεισμικού κύματος το οποίο ανιχνεύτηκε για πολύ μικρό χρονικό διάστημα αλλά και στις περιπτώσεις εκείνες στις οποίες προκειμένου να διατηρήσουμε σταθερά τα φασματικά χαρακτηριστικά του σήματος (όπως επιτάσσει η φασματική εκτίμηση) αναγκαζόμαστε να περιορίσουμε το σήμα σε μικρό χρονικό διάστημα (μερικά msec ή και λιγότερο) ώστε να ικανοποιηθεί η συνθήκη της στασιμότητας (σήμα φωνής). Η δεύτερη δυσκολία που πρέπει να αντιμετωπιστεί είναι ότι το σήμα είναι συχνά παραμορφωμένο από θόρυβο η άλλο παρεμβαλλόμενο σήμα.

4.2 Περιοδόγραμμα

Το περιοδόγραμμα εμφανίστηκε το 1898 (από τον Schuster) ως μέθοδος εύρεσης κρυφής περιοδικότητας σε χρονικές σειρές. Από εκεί προέρχεται και η ονομασία της μεθόδου. Η εκτίμηση με το περιοδόγραμμα προκύπτει από τον ορισμό

$$P(\omega) = \lim_{N \rightarrow \infty} E \left\{ \frac{1}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j\omega n} \right|^2 \right\}$$

παραλείποντας τη μέση τιμή και χρησιμοποιώντας μόνο τις διαθέσιμες παρατηρήσεις x_0, x_1, \dots, x_{N-1} (υποθέτουμε πως οι παρατηρήσεις για αρνητικούς χρόνους ή χρόνους μεγαλύτερους του N είναι 0 και επίσης αφαιρούμε από τις παρατηρήσεις το μέσο όρο). Η εκτίμηση είναι

$$P_p(\omega) = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j\omega n} \right|^2 = \frac{1}{N} |X_N(\omega)|^2$$

Όπου $X_N(\omega)$ είναι ο διακριτού χρόνου μετασχηματισμός Fourier του σήματος $x(n)$. Το περιοδόγραμμα εκφράζει το τετράγωνο του πλάτους του διακριτού μετασχηματισμού Fourier μιας πραγματοποίησης της υπό μελέτη διαδικασίας. Ορίζουμε τη διακριτική ικανότητα του περιοδογράμματος ως το εύρος του κύριου λοβού στο φάσμα του τετραγωνικού παραθύρου, $W_R(e^{j\omega})$, στα σημεία 3dB :

Ιδιότητες :

- $P_p(\omega) \geq 0$ για όλα τα ω
- Αν το $x(n)$ είναι πραγματική τυχαία διαδικασία τότε το $P_p(\omega)$ είναι άρτιο.

Παρατηρήσεις :

- Ο κεντρικός λοβός (main lobe) του παραθύρου έχει σαν αποτέλεσμα την εξομάλυνση (smearing) του $P(\omega)$. Για παράδειγμα, όταν υπάρχουν δυο κορυφές στο $P(\omega)$ οι οποίες απέχουν λιγότερο από $2\pi/N$ (το πλάτος του κύριου λοβού στα 3dB) αυτές δεν θα μπορέσουν να διαχωριστούν στην εκτίμηση $\hat{P}_p(\omega)$ και θα φανούν σαν μια διευρυμένη κορυφή.

- Λόγω του φαινομένου smearing οι μέθοδοι περιοδογράμματος δεν μπορούν να ξεχωρίσουν λεπτομέρειες στο προς με μελέτη φάσμα που απέχουν λιγότερο από $1/N$ σε Hz ονομάζεται όριο φασματικής ανάλυσης των μεθόδων με periodogram.
- Οι πλευρικοί λοβοί του $W_B(\omega)$ μεταφέρουν ισχύ από τις συχνότητες που συγκεντρώνουν την περισσότερη ισχύ στο σήμα σε συχνότητες με λιγότερη η και καθόλου ισχύ. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται leakage (διαρροή). Για παράδειγμα μια κυρίαρχη κορυφή στο $P(\omega)$ μπορεί μέσω της συνέλιξης με τους πλευρικούς λοβούς του παραθύρου $W_B(\omega)$ να μας οδηγήσει στην εκτίμηση ενός φάσματος που περιέχει ισχύ σε συχνότητες που το $P(\omega)$ είχε ισχύ 0. Από τις παραπάνω παρατηρήσεις συμπεραίνουμε ότι το φαινόμενο του smearing και leakage είναι κρίσιμα για φάσματα με μεγάλες μεταβολές του πλάτους (φάσματα με πολλές κορυφές). Τα φαινόμενα αυτά είναι λιγότερο έντονα για πιο ομαλά φάσματα.

4.3 Κορελόγραμμα

Ορισμός Κορελόγραμμα

Το κορελόγραμμα βασίζεται στον πρώτο ορισμό του PSD

$$\text{Correlogram} = P_c(\widehat{\omega}) = \sum_{k=-(N-1)}^{N-1} \hat{r}_k e^{-j\omega k}$$

Όπου $\hat{r}(k)$ είναι η εκτίμηση της αυτοσυσχέτισης για διάφορα k . Υπό αυτήν την έννοια η εκτίμηση του PSD γίνεται εκτίμηση αυτοσυσχέτισης.

4.3.1 Γενικά Σχόλια

Τα $\hat{P}_p(\omega)$ και $\hat{P}_c(\omega)$ παρέχουν μια κακή εκτίμηση του $P(\omega)$. η αιτία είναι ότι οι διακυμάνσεις και των δυο εκτιμήσεων είναι ψηλές κάτι που οφείλεται στο ότι και δυο υπολογίζονται από μια μόνο υλοποίηση μιας τυχαίας διαδικασίας. Στην πράξη δεν είναι πάντα δυνατό να υπολογίσουμε τις εκτιμήσεις του PSD σε συνεχές πεδίο

συχνοτήτων. Οπότε η μεταβλητή της συχνότητας ω πρέπει να δειγματοληπτείται συνήθως ως ακολούθως : $\omega = 2\pi k/N$, $k = 0, \dots, N-1$

4.4 Μη-Παραμετρικές Μέθοδοι Εκτίμησης Φάσματος

Οι μέθοδοι εκτίμησης φάσματος ισχύος που περιγράφονται σε αυτό το κεφάλαιο είναι κλασσικές μέθοδοι που αναπτύχθηκαν από τον Bartlett (1948), Blackman και Tukey (1958), και ο Welch (1967). Σ' αυτές τις μεθόδους δεν γίνεται καμία υπόθεση για το πώς δημιουργούνται τα δεδομένα και γι αυτό καλούνται *μη-παραμετρικές*. Δεδομένου ότι αυτές οι εκτιμήσεις βασίζονται ολοκληρωτικά στην καταγραφή δεδομένων, η διακριτική ικανότητα συχνότητας αυτών των μεθόδων είναι, ίση με το φασματικό πλάτος του ορθογωνίου παραθύρου μήκους N , το οποίο είναι περίπου $1/N$ στα -3 dB. Θα είμαστε πιο ακριβείς στον προσδιορισμό της διακριτικής ικανότητας συχνότητας της κάθε μεθόδου. Όλες οι τεχνικές που περιγράφονται σε αυτό το κεφάλαιο μειώνουν την διακριτική ικανότητα συχνότητας προκειμένου να μειωθεί η μεταβλητότητα στην εκτίμηση φάσματος. Υπάρχει μια σειρά μεθόδων οι οποίες αποσκοπούν στο να μειώσουν το κύριο πρόβλημα της μεθόδου εκτίμησης με περιοδόγραμμα που είναι η αυξημένη διακύμανση. Αυτό το πετυχαίνουν εις βάρος όμως άλλων χαρακτηριστικών της εκτίμησης και πιο συγκεκριμένα με την αύξηση του bias ή με την μείωση της ανάλυσης.

4.4.1 Μέθοδος Bartlett

Η ιδέα του Bartlett είναι σχετικά απλή. Για να μειώσει τις μεγάλες ταλαντώσεις του περιοδογράμματος, διαιρεί τα διαθέσιμα δείγματα $x(n)$ από N παρατηρήσεις σε $L=N/M$ μικρότερα δείγματα $x_1(n) = x((l-1)M+n)$, $l = 1, \dots, L$ με M παρατηρήσεις το καθένα. Παρατηρήστε ότι δεν υπάρχει αλληλοεπικάλυψη.

$$x(n) : \dots x_1(n) \dots x_2(n) \dots \dots x_L(n)$$

μετά παίρνει το μέσο ορό των περιοδογραμμάτων που υπολογίζονται για καθένα από τα μικρότερα δείγματα σε κάθε τιμή του ω . Με μαθηματικούς όρους η μέθοδος περιγράφεται ως εξής :

$$\hat{P}_1(\omega) = \frac{1}{M} \left| \sum_{n=0}^{M-1} x_1(n) e^{-j\omega n} \right|^2$$

$$\widehat{P_B}(\omega) = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \widehat{P}_1(\omega)$$

Παρατηρήσεις :

- $\hat{P}_B(\omega) \geq 0, \forall \omega$.
- Για μεγάλα M και L , $\hat{P}_B(\omega) \approx P_B(\omega)$ χρησιμοποιώντας τετραγωνικό παράθυρο.
- Αφού η μέθοδος λειτουργεί με τμήματα των δεδομένων μήκους M η ανάλυση που θα μπορεί να πετύχει θα είναι τάξης $1/M$. Συνεπώς η φασματική ανάλυση θα είναι μειωμένη σε σύγκριση με του περιοδογραμματος κατά L .
- Στον αντίποδα όμως η μέθοδος πτωχαίνει μείωση της διακύμανσης κατά το ίδιο παράγοντα L .
- Ο συμβιβασμός ανάμεσα στην ανάλυση και τη διακύμανση κατά την επιλογή του M είναι προφανής.
- Η εκτίμηση με τη μέθοδο Bartlett είναι παρόμοια με την εκτίμηση Blackman-Tukey όταν στην τελευταία χρησιμοποιείται τετραγωνικό παράθυρο :

$$\hat{P}_B(\omega) = \sum_{k=-(M-1)}^{M-1} \left[\frac{1}{L} \sum_{m=1}^L \widehat{r_m}(k) \right] e^{-j\omega k}$$

Παρόλα αυτά η μέθοδος Bartlett έχει ελαφρώς μεγαλύτερη διακύμανση σε σχέση με τη μέθοδο BT.

4.4.2 Μέθοδος Welch

Η μέθοδος Welch προκύπτει από τη μέθοδο Bartlett με βελτίωση σε δυο θέματα. Το πρώτο είναι ότι τα τμήματα των δεδομένων μπορούν να είναι αλληλοεπικαλυπτόμενα. Το δεύτερο είναι ότι στο κάθε τμήμα μπορεί να εφαρμοστεί κάποιο παράθυρο πριν τον υπολογισμό του περιοδογράμματος.



Με μαθηματικούς όρους, έστω $w(n)$ το παράθυρο που εφαρμόζεται στο τμήμα $x_1(n) = x((l-1)K+n)$, $l=1, \dots, S, n = 0, \dots, M-1$.

Αν το $K=M$ τότε τα τμήματα δεν είναι αλληλεπικαλυπτόμενα και ο διαχωρισμός των δειγμάτων είναι ο ίδιος με τη μέθοδο Bartlett. Συνήθως στη μέθοδο Welch η τιμή του K που συστήνεται είναι $K=M/2$ (50% αλληλοεπικάλυψη), οπότε $S \approx 2M/N$.

Αν ορίσουμε την ισχύ του παραθύρου :

$P = (\text{π.χ.}) \text{ power of } w(n) = \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} |w(n)|^2$ τότε :

$$\hat{P}_1(\omega) = \frac{1}{MP} \left| \sum_{n=0}^{M-1} w_n x_1(n) e^{-j\omega n} \right|^2$$

$$\hat{P}_w(\omega) = \frac{1}{S} \sum_{l=1}^S \hat{P}_1(\omega)$$

Παρατηρήσεις :

- Αν τα τμήματα αλληλεπικαλύπτονται τότε θα έχουμε μεγαλύτερο S , και άρα μεγαλύτερο αριθμό εκτιμήσεων για να υπολογίσουμε τον μέσο όρο τους.

- Το $\widehat{P}_w(\omega)$ μπορούμε να δείξουμε ότι υπό λογικές προϋποθέσεις προσεγγίζει την εκτίμηση BT (υπό την προϋπόθεση το N να είναι αρκετά μεγάλο και το $K \leq M/2$ ώστε το S να είναι επαρκώς μεγάλο).
- Το $\widehat{P}_w(\omega)$ μπορεί να υπολογιστεί εύκολα και αποδοτικά με τον FFT. Γι αυτό στην πράξη προτιμάται έναντι των άλλων μεθόδων.
- Θεωρητικά ο BT είναι προτιμότερος.

4.4.3 Blackman Και Tukey Μέθοδος: Εξομάλυνση Περιοδόγραμμων

Η φτωχή στατιστικά ποιότητα της εκτίμησης του περιοδογράμματος είναι συνέπεια της φτωχής ακριβείας στην εκτίμηση της αυτοσυσχέτισης (στην εκτίμηση του correlogram) για πολύ μεγάλες διαφορές και του μεγάλου αριθμού σφαλμάτων εκτίμησης αυτοσυσχέτισης που προστίθενται για να υπολογίσουμε την εκτίμηση του PSD. Με βάση τα παραπάνω να ορίσουμε την εκτιμήτρια Blackman-Tukey ως εξής :

$$M < N : \widehat{P}_{BT}(\omega) = \sum_{k=-(M-1)}^{M-1} \omega(k) \hat{r}(k) e^{-j\omega k}$$

Όπου $\omega(k)$ ονομάζεται παράθυρο διαφοράς (lag window) και είναι μια άρτια συνάρτηση τέτοια ώστε $\omega(0) = 1$, $\omega(k) = 0$ για $|k| \geq M$. Επίσης το $\omega(k)$ φθίνει ομαλά στο μηδέν όσο αυξάνει το k και το $M < N$. Η ονομασία του παραθύρου προέρχεται από το γεγονός ότι στην ουσία αυτό που κάνει είναι να δώσει βάρη στις διαφορές της ακολουθίας αυτοσυσχέτισης. Αν το $\omega(k)$ επιλεγεί να είναι τετραγωνικό παράθυρο, τότε το $\omega(k)\hat{r}(k)$ είναι απλώς μια τεμαχισμένη έκδοση της εκτίμησης αυτοσυσχέτισης και άρα και του PSD. Μπορούμε όμως να διαλέξουμε το παράθυρο να έχει διάφορες άλλες μορφές. Αυτή η ευελιξία μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να αυξηθεί η ακρίβεια της μεθόδου BT ή για να δώσουμε έμφαση σε ορισμένα χαρακτηριστικά που είναι ιδιαίτερος ενδιαφέροντα σε κάποια εφαρμογή.

Έστω $W(\omega)$ ο DTFT του $\omega(k)$:

$$W(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \omega(k) e^{-j\omega k} = \sum_{k=-(M-1)}^{M-1} \omega(k) e^{-j\omega k}$$

Κάνοντας χρήση της ιδιότητας ότι ο DTFT του γινομένου είναι συνέλιξη των DTFT τότε αν $\hat{r}(k)$ είναι μια biased εκτίμηση θα ισχύει :

$$\widehat{P}_{BT}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} W(\omega - \psi) \widehat{P}_p(\psi) d\psi$$

Αφού για τα περισσότερα παράθυρα που χρησιμοποιούνται το $W(\omega)$ έχει μια κυρίαρχη και σχετικά στενή κορυφή στο $\omega=0$ μπορούμε να πούμε ότι η φασματική εκτίμηση BT είναι ένας τοπικός μέσος Όρος με βάρη του περιοδογράμματος $\widehat{P}_p(\omega)$.

Παρατηρήσεις :

- Όσο μικρότερο το πλάτος του παραθύρου M τόσο φτωχότερη η ανάλυση του $\widehat{P}_{BT}(\omega)$ αλλά και τόσο μικρότερη η διακύμανση.
- Η ανάλυση του $\widehat{P}_{BT}(\omega) \propto 1/M$.
- Η διακύμανση του $\widehat{P}_{BT}(\omega) \propto M/N$ και τείνει στο 0 όταν το M είναι σταθερό και το $N \rightarrow \infty$.
- Για σταθερό M , το $\widehat{P}_{BT}(\omega)$ είναι ασυμπτωτικά biased αλλά η διακύμανση τείνει στο μηδέν.

Αφού η PSD είναι πάντα θετική είναι λογικό να θέλουμε και το $\widehat{P}_{BT}(\omega) \geq 0$ για κάθε ω . συνεπώς η επιλογή του παραθύρου θα πρέπει να γίνει με αυτό το κριτήριο.

4.4.4 Μέθοδος Daniell

Όπως δείξαμε οι τιμές του περιοδογράμματος που αντιστοιχούν σε διαφορετικές τιμές συχνότητας ω είναι ασυμπτωτικά ασυσχέτιστες τυχαίες μεταβλητές. Η κυρία ιδέα της μεθόδου Daniell είναι ότι οι μεγάλη διακύμανση της μεθόδου του περιοδογράμματος θα μπορούσε να μειωθεί παίρνοντας το μέσο ορό του περιοδογράμματος σε μικρά διαστήματα κεντραρισμένα σε κάποια συγκεκριμένη συχνότητα ω . Στην πράξη η εκτίμηση της μεθόδου Daniell μπορεί να υπολογιστεί χρησιμοποιώντας τον FFT είναι η ακόλουθη:

$$\hat{P}_D(\omega_k) = \frac{1}{2J+1} \sum_{j=k-J}^{k+J} \hat{P}_p(\omega_j) \text{ όπου } \omega_k = \frac{2\pi}{\tilde{N}}k, \quad k = 0, \dots, \tilde{N} - 1$$

Και $\tilde{N} \gg N$ για να εξασφαλιστεί λεπτομερής δειγματοληψία του $\hat{P}_p(\omega)$. Τα δείγματα του περιοδογράμματος μπορούν να υπολογιστούν για παράδειγμα χρησιμοποιώντας radix-2 FFT σε μια zero padded ακολουθία δεδομένων. Η παράμετρος J στη μέθοδο του Daniell πρέπει να επιλεγεί επαρκώς μικρή ώστε να εγγυηθεί τη σταθερότητα του φάσματος (PSD) στο διάστημα :

$$\left[\omega - \frac{2\pi}{\tilde{N}}J, \omega + \frac{2\pi}{\tilde{N}}J \right]$$

Υπολογισμός του $\hat{P}_D(\omega)$ χρησιμοποιώντας το $\hat{P}_p(\omega)$:

$$\hat{P}_p(\omega) \dots \dots \bullet \bullet \dots \quad \bullet$$

$$| \text{-----} 2J+1 \text{-----} | \text{ points averaging } \rightarrow \hat{P}_D(\omega_k)$$

Αν θέσουμε $\beta=2J/\tilde{N}$ τότε η παραπάνω εκτίμηση είναι μια διακριτή προσέγγιση της θεωρητικής έκδοσης της εκτιμήτριας Daniell που ορίζεται ως εξής :

$$\hat{P}_D(\omega) = \frac{1}{2\pi\beta} \int_{\omega-\beta\pi}^{\omega+\beta\pi} \hat{P}_p(\psi) d\psi$$

Παρατηρήσεις :

- Η εκτίμηση $\hat{P}_D(\omega)$ είναι μια ειδική περίπτωση της εκτίμησης BT με παράθυρο διαφοράς τέτοιο ώστε το φασματικό παράθυρο να είναι τετραγωνικό (rectangular) της ακόλουθης μορφής :

$$\widehat{P}_{BT}(\omega) \leftarrow \text{DTFT} \rightarrow W(\omega) = \begin{cases} \frac{1}{\beta}, & \omega \in [-\beta\pi, \beta\pi] \\ 0, & \text{αλλου} \end{cases}$$

- Όσο μεγαλύτερο είναι το β τόσο μικρότερη η διακύμανση αλλά και φτωχότερη η ανάλυση.

4.5 Παραμετρικές Μέθοδοι Εκτίμησης Φάσματος

Η βασική διαφορά ανάμεσα στις μη παραμετρικές μεθόδους φασματικής εκτίμησης που είδαμε ως τώρα και στις παραμετρικές που θα δούμε από τώρα και στο εξής είναι ότι στις μη παραμετρικές μεθόδους δεν χρειάστηκε να κάνουμε καμία υπόθεση σχετικά με το σήμα που μας ενδιαφέρει εκτός φυσικά από την υπόθεση της στασιμότητας. Οι παραμετρικές μέθοδοι φασματικής εκτίμησης (parametric ή model-based methods) ξεκινάμε με την υπόθεση ότι το σήμα πηγάζει από κάποιο γενικότερο μοντέλο το οποίο περιγράφεται με κάποια συγκεκριμένης μορφής συνάρτηση. Ο αριθμός των παραμέτρων που χρειάζεται να εκτιμηθεί είναι σχετικά μικρός αν συγκριθεί με τις παραμετρικές μεθόδους όπου δεν υπάρχει καμία πρότερη γνώση του $P(f)$ και άρα έχουμε παρά πολλούς άγνωστους. Μπορούμε να καταλάβουμε λοιπόν ότι στην περίπτωση που το μοντέλο είναι μια καλή προσέγγιση της πραγματικής μορφής του σήματος οι παραμετρικές μέθοδοι παρέχουν ακριβέστερη φασματική εκτίμηση σε σχέση με τις μη παραμετρικές. Αν όμως το αρχικό μοντέλο είναι λάθος τότε η εκτίμηση θα είναι πάντοτε biased. Για να χρησιμοποιήσουμε λοιπόν παραμετρικές μεθόδους απαραίτητη προϋπόθεση είναι σωστή α-priori γνώση του μοντέλου.

Σύντομη Εισαγωγή Στα Γραμμικά Μοντέλα

Αρχικά θα μιλήσουμε για γραμμικά μοντέλα. Ο στόχος της μοντελοποίησης μιας στοχαστικής διεργασίας $X(n)$ είναι η εύρεση του βέλτιστου γραμμικού μοντέλου το οποίο την περιγράφει δηλαδή :

- Δημιουργεί «δείγματα» της διεργασίας τα οποία ταιριάζουν με τα πραγματικά
- Έχει συμπαγή περιγραφή (λίγες παραμέτρους)

Υπάρχουν τρεις κατηγορίες γραμμικών μοντέλων για μια στοχαστική διεργασία :

- Τα αυτοαναδρομικά (AR- Auto Regressive) στα οποία δεν γίνεται χρήση παρελθουσών τιμών της εισόδου (δηλαδή του θορύβου)
- Τα μοντέλα κινητού μέσου όρου (MA-Moving Average) στα οποία δεν γίνεται χρήση παρελθουσών τιμών της εξόδου (δηλαδή προηγούμενων δειγμάτων της διεργασίας $x(n)$)

- Τα αυτοαναδρομικά μοντέλα κινητού μέσου όρου (ARMA-Auto Regressive Moving Average)

Τα αυτοαναδρομικά μοντέλα είναι το πιο συχνά χρησιμοποιούμενα μοντέλα για τη περιγραφή στοχαστικών διεργασιών. Ο λόγος είναι η δυνατότητα εύκολης εκτίμησης των παραμέτρων τους από μια σειρά από παρατηρήσεις μέσω γραμμικών εξισώσεων.

Στο σημείο αυτό θα αναφερθούμε σε μια ειδική περίπτωση εκτίμησης φάσματος το οποίο έχει την ακόλουθη κλασματική μορφή (rational spectra) :

$$P(\omega) = \sigma^2 \frac{|B(\omega)|^2}{|A(\omega)|^2}$$

Όπου :

$$A(\omega) = 1 + \alpha_1 e^{-j\omega} + \dots + \alpha_p e^{-j\omega p}$$

$$B(\omega) = 1 + b_1 e^{-j\omega} + \dots + b_q e^{-j\omega q}$$

Και οι $\alpha_1, \dots, \alpha_p, b_1, \dots, b_q$ είναι πραγματικοί συντελεστές (σταθερές).

Ο λόγος που μας ενδιαφέρει η συγκεκριμένη φασματική μορφή είναι γιατί κάθε συνεχής PSD μπορεί να προσεγγιστεί πολύ καλά από ένα κλασματικό PSD της παραπάνω μορφής. Επίσης το κλασματικό φάσμα συνδέεται στενά με σήματα που πηγάζουν με φιλτράρισμα λευκού θορύβου μηδενικού μέσου και διακύμανσης σ^2 όταν η απόκριση συχνότητας του φίλτρου έχει κλασματική μορφή $H(\omega) = B(\omega)/A(\omega)$ όπου $u(n)$ είναι ο λευκός θόρυβος μηδενικού μέσου και το παραπάνω σύστημα περιγράφεται με την ακόλουθη μορφή γραμμικής εξίσωσης διαφορών με σταθερούς συντελεστές :

$$x(n) = \sum_{k=1}^p a_k x(n-k) + \sum_{k=0}^q b_k u(n-k)$$

Τότε το PSD του $x(n)$ θα είναι $P_x(\omega) = \sigma^2 \frac{|B(\omega)|^2}{|A(\omega)|^2}$

Άρα έχουμε :

ARMA Model: ARMA(p,q)

$$P_x(\omega) = \sigma^2 \frac{|B(\omega)|^2}{|A(\omega)|^2}$$

AR Model: AR(p)

$$P_x(\omega) = \sigma^2 \frac{|1|^2}{|A(\omega)|^2}$$

MA Model: MA(q)

$$P_x(\omega) = \sigma^2 |B(\omega)|^2$$

Σημείωση :

- Τα AR μοντέλα είναι καλύτερα στην μοντελοποίηση PSD με πολλές κορυφές
- Τα MA μοντέλα μοντελοποιούν καλύτερα PSD με κοιλότητες
- Τα ARMA χρησιμοποιούνται για να μοντελοποιήσουν PSD με κορυφές και κοιλότητες μαζί.

4.5.1 ARMA Μοντέλο Για Την Εκτίμηση Φάσματος Ισχύος

Έστω ότι θέτουμε λευκό θόρυβο $u(t)$ ως σήμα εισόδου σε ένα αιτιατό, γραμμικό και χρονικά αναλλοίωτο φίλτρο $y(t)=H(z)u(t)$, όπου $H(z)$ είναι η συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου η οποία έχει την ακόλουθη μορφή:

$$H(z) = \frac{B_q(z)}{A_p(z)} = \frac{\sum_{k=0}^q b_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^p a_k z^{-k}}$$

Όπου p είναι ο βαθμός του πολυωνύμου στον παρανομαστή και εκφράζει τον αριθμό των ριζών του που ονομάζονται πόλοι, ενώ q είναι οι ρίζες του πολυωνύμου στον αριθμητή που ονομάζονται μηδενικά. Θεωρώντας ότι το φίλτρο είναι ευσταθές, η διαδικασία εξόδου $y(t)$ του φίλτρου θα είναι στάσιμη υπό την ευρεία έννοια. Έστω τώρα ότι ο λευκός θόρυβος που βάζουμε στην είσοδο έχει διακύμανση $\text{var}\{u(t)\}=\sigma_u^2$.

Επειδή ο θόρυβος είναι λευκός και μηδενικού μέσου αυτό σημαίνει ότι είναι μια ακολουθία ασυσχέτιστων τυχαίων μεταβλητών και άρα $r_u(k) = \sigma_u^2 \delta(k)$, οπότε το φάσμα ισχύος του θα είναι $P_u(z) = \sigma_u^2$. Όπως είδαμε πιο πάνω το φάσμα ισχύος της διαδικασίας εξόδου $y(t)$ που προκύπτει όταν φιλτράρουμε μια τυχαία διαδικασία με κάποιο χρονικά αναλλοίωτο φίλτρο συνδέεται με το φάσμα ισχύος της διαδικασίας εισόδου και την συνάρτηση μεταφοράς (απόκριση συχνότητας) του φίλτρου ως εξής:

$$P_y(z) = P_x(z)H(z)H^*(1/z^*)$$

Στο παραπάνω παράδειγμα λοιπόν το φάσμα ισχύος με όρους συχνότητας ω θα είναι:

$$P_y(\omega) = \sigma_u^2 \frac{|B_q(\omega)|^2}{|A_p(\omega)|^2} = \frac{\sigma^2 B(\omega)B^*(\omega)}{A(\omega)A^*(\omega)}$$

Μια τυχαία διαδικασία η οποία έχει φάσμα ισχύος της παραπάνω μορφής είναι ευρύτερα γνωστή ως autoregressive moving average διαδικασία τάξης (p,q) και αναφέρεται σε συντομία ως ARMA(p,q) διαδικασία.

Σημειώστε:

- Το φάσμα ισχύος μιας τέτοιας διαδικασίας περιέχει $2p$ πόλους και $2q$ μηδενικά. Ανά δύο οι πόλοι και τα μηδενικά έχουν αντίστροφη συζυγή μιγαδική συμμετρία, που σημαίνει ότι αν η συνάρτηση μεταφοράς έχει ένα πόλο στο σημείο $z = z_0$ τότε το φάσμα ισχύος $P_y(z)$ θα έχει πόλο στο σημείο $z = z_0$ και άλλον ένα στο $z = 1/z_0^*$. Το ίδιο θα ισχύει και για τα μηδενικά.
- Αν οι πόλοι του $\frac{1}{A(z)}$ είναι μέσα στο μοναδιαίο κύκλο τότε το φίλτρο $H(z) = \frac{B(z)}{A(z)}$ είναι ευσταθές.
- Αν τα μηδενικά του $B(z)$ είναι μέσα στο μοναδιαίο κύκλο τότε το φίλτρο είναι ελάχιστης φάσης.
- Στόχος μας είναι να επιλέξουμε την συνάρτηση μεταφοράς $H(z)$ του φίλτρου με τέτοιο τρόπο ώστε να είναι τόσο οι πόλοι όσο και τα μηδενικά μέσα στο μοναδιαίο κύκλο.

Αν στο ARMA(p,q) μοντέλο θέσουμε όπου $q=0$ (δηλαδή $B_q(z) = b_0(z) = b_0$) τότε το φίλτρο που εφαρμόζεται στον λευκό θόρυβο θα είναι ένα all-pole φίλτρο της ακόλουθης μορφής:

$$H(z) = \frac{b_0}{A_p(z)} = \frac{b_0}{1 + \sum_{k=1}^p a_k z^{-k}}$$

Ένα τέτοιο μοντέλο θα λέγεται AR(p). Σε αυτή την περίπτωση το φάσμα ισχύος θα είναι:

$$P_Y(z) = \sigma_y^2 \frac{|b_0|^2}{A_p(z)A_p^*\left(\frac{1}{z^*}\right)}$$

Η με όρους συχνότητας:

$$P_Y(\omega) = \sigma_y^2 \frac{|b_0|^2}{|A_p(\omega)|^2}$$

Αυτό σημαίνει ότι το φάσμα ισχύος μιας AR(p) διαδικασίας περιέχει 2p πόλους και κανένα μηδενικό (εκτός από $z=0$ και $z=\infty$). Οι εξισώσεις Yule-Walker για το AR μοντέλο μπορούν να βρεθούν από τις αντίστοιχες για το μοντέλο ARMA θέτοντας $q=0$.

Επειδή $c_0(0) = b_0 h^*(0) = |b_0|^2$ θα έχουμε:

$$r_x(k) + \sum_{l=1}^p a_l r_x(k-l) = \sigma_y^2 |b_0|^2 = \delta(k), k \geq 0$$

Ενώ σε μορφή πίνακα οι παραπάνω εξισώσεις μπορούν να γραφτούν ως εξής:

$$\begin{bmatrix} r_x(0) & & & r_x(-1) \cdots r_x(-p) \\ r_x(1) & r_x(0) & & r_x(0-p+1) \\ & & \cdots & \\ r_x(p) & r_x(p-1) & \cdots & r_x(0) \end{bmatrix}$$

Όπως μπορούμε να δούμε οι εξισώσεις αυτές είναι πλέον γραμμικές ως προς τις συνιστώσες $a_p(k)$ του φίλτρου και άρα η εκτίμηση αυτών των συντελεστών από την ακολουθία αυτοσυσχέτισης είναι απλή διαδικασία. Για παράδειγμα ας υποθέσουμε ότι μας δίνονται οι πρώτες δύο τιμές αυτοσυσχέτισης μιας πραγματικής AR(1) διαδικασίας. Αν θεωρήσουμε ότι η διακύμανση του θορύβου είναι $\sigma_y^2 = 1$ και χρησιμοποιώντας την ιδιότητα που ισχύει για πραγματικές διαδικασίες ότι: $r_x(k) = r_x(-k)$ τότε οι εξισώσεις Yule-Walker για $k=0,1$ γίνονται ως εξής:

$$r_x(0) + r_x(1)\alpha(1) = b^2(0)$$

$$r_x(0)\alpha(1) = -r_x(1)$$

Λύνοντας τις παραπάνω εξισώσεις βρίσκουμε: $a(1) = -\frac{r_x(1)}{r_x(0)}$ και $b^2(0) = \frac{r_x^2(0) - r_x^2(1)}{r_x(0)}$

Όποτε το φίλτρο της AR(1) διαδικασίας μπορεί να εκφραστεί συναρτήσει των αυτοσυσχετίσεων ως εξής:

$$H(z) = \frac{\sqrt{r_x(0)[r_x^2(0) - r_x^2(1)]}}{r_x(0) - r_x(1)z^{-1}}$$

Με παρόμοιο τρόπο μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις εξισώσεις Yule-Walker για να υπολογίσουμε τις αυτοσυσχετίσεις από ένα δοσμένο σετ συγχετιστών ενός φίλτρου. Για παράδειγμα έστω ότι το $x(n)$ είναι μια AR(1) διαδικασία. Αν γράψουμε τις πρώτες δύο εξισώσεις Yule-Walker σε μορφή πίνακα θεωρώντας άγνωστες τις αυτοσυσχετίσεις:

$$\begin{bmatrix} 1 & a(1) \\ a(1) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_x(0) \\ r_x(1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b^2(0) \\ 0 \end{bmatrix}$$

Λύνοντας τις παραπάνω εξισώσεις βρίσκουμε:

$$r_x(0) = \frac{b^2(0)}{1-a^2(1)} \text{ και } r_x(1) = -a(1) r_x(0) = -a(1) \frac{b^2(0)}{1-a^2(1)}$$

Επειδή ισχύει (με βάση τον πρώτο ορισμό των AR εξισώσεων Yule-Walker) για όλα τα $k > 0$:

$r_x(k) = -a(1) r_x(k-1)$, μπορούμε να γράψουμε την ακολουθία αυτοσυσχέτισης για $k \geq 0$ ως εξής:

$r_x(k) = -a(1) \frac{b^2(0)}{1-a^2(1)} (-a(1))^k$ και χρησιμοποιώντας την ιδιότητα της συμμετρίας για την αυτοσυσχέτιση:

$$r_x(k) = \frac{b^2(0)}{1-a^2(1)} [-a(1)]^{|k|}$$

4.5.2 Αυτοπαλινδρομούμενα μοντέλα AR(p).

Αν στο ARMA μοντέλο που είδαμε πιο πάνω θέσουμε όπου $q = 0$ τότε το φίλτρο που εφαρμόζεται στον λευκό θόρυβο θα είναι ένα ολοπολικό. Μια αυτοπαλινδροούμενη διαδικασία $x(n)$ μπορεί να αντιπροσωπεύεται ως έξοδος ενός ολοπολικού φίλτρου το οποίο οδηγείται από μονάδες μεταβλητότητας λευκού θορύβου.

$$H(z) = \frac{b(0)}{1 + \sum_{k=1}^p a(k)z^{-k}}$$

Το φάσμα ισχύος ενός p-order αυτοπαλινδροούμενης διαδικασίας δίνεται από :

$$P_x(e^{j\omega}) = \frac{|b(0)|^2}{|1 + \sum_{k=1}^p a_p(k)e^{-jk\omega}|^2}$$

Εάν την AR(p) διαδικασία, για την οποία θεωρούμε ότι έχει μέση τιμή μηδέν, την πολλαπλασιάσουμε με $t k X +$ και πάρουμε μέσες τιμές, καταλήγουμε στην εξής εξίσωση:

$$\gamma_k = \varphi_1 \gamma_{k-1} + \varphi_2 \gamma_{k-2} + \dots + \varphi_p \gamma_{k-p} \quad \text{ή}$$

$$\rho_k = \varphi_1 \rho_{k-1} + \varphi_2 \rho_{k-2} + \dots + \varphi_p \rho_{k-p}$$

από την παραπάνω σχέση για $k=1,2,\dots,p$ παίρνουμε ένα σύστημα k εξισώσεων με k άγνωστους το οποίο λύνοντας βρίσκουμε εκτιμητές των άγνωστων παραμέτρων. Στο σύστημα αντί των άγνωστων ρ_i χρησιμοποιούμε τα $\hat{\rho}_i$ που είναι γνωστά, όποτε

$$\begin{bmatrix} \widehat{\varphi}_1 \\ \widehat{\varphi}_2 \\ \widehat{\varphi}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \widehat{\rho}_1 & \widehat{\rho}_{p-1} \\ \widehat{\rho}_1 & 1 & \widehat{\rho}_{p-2} \\ \widehat{\rho}_{p-1} & \widehat{\rho}_{p-2} & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

Οι παραπάνω εκτιμητές ονομάζονται συνήθως εκτιμητές Yule-Walker.

Άρα λοιπόν το φάσμα ισχύος μιας AR(p) διαδικασίας περιέχει $2p$ πόλους και κανένα μηδενικό.

Αποδεικνύεται ακόμη ότι :

$$\hat{\sigma}_x^2 = \hat{s}_x^2 - \sum_{j=1}^p \hat{\varphi}_j r_j$$

Όπου s_x^2 η διασπορά της σειράς.

Η μέθοδος Yule-Walker δίνει μεροληπτικούς εκτιμητές που λαμβάνονται σαν αρχικές τιμές για τις άλλες μεθόδους. Όταν η χρονική σειρά είναι normal, η μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων δίνει ίδιους εκτιμητές με τη μέθοδο μέγιστης πιθανοφάνειας.

4.5.3 Εκτίμηση AR συντελεστών

Για να τους υπολογίσουμε θα χρειαστούμε p εξισώσεις. Χρησιμοποιώντας την συμμετρία που ισχύει για την ακολουθία αυτοσυσχέτισης μπορούμε να γράψουμε τις εξισώσεις Yule-Walker σε μορφή πίνακα. Η μέθοδος MYW (Modified Yule-Walker) AR εκτίμηση έχει λογική ακρίβεια εφόσον τα μηδενικά της συνάρτησης μεταφοράς είναι καλά μέσα στον μοναδιαίο κύκλο. Μπορεί όμως να παράξει αρκετά ανακριβή αποτελέσματα στην περίπτωση που οι πολλοί και τα μηδενικά του φίλτρου είναι κοντά μεταξύ τους και πολύ κοντά στον μοναδιαίο κύκλο. Τέτοιες ARMA διαδικασίες με πόλους και μηδενικά που σχεδόν συμπίπτουν μεταξύ τους και με την περίμετρο του μοναδιαίου κύκλου αντιστοιχούν σε σήματα στενής ζώνης. Η ακολουθία αυτοσυσχέτισης σημάτων στενής ζώνης μειώνεται πολύ αργά. Πράγματι όπως ξέρουμε όσο πιο συγκεντρωμένο είναι ένα σήμα στις συχνότητες τόσο απλωμένο θα είναι στο χρόνο. Αυτό σημαίνει ότι υπάρχει πληροφορία σε μεγάλες διαφορές η οποία μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να βελτιώσει η ακρίβεια της εκτίμησης. Όπως είπαμε η διαδικασία AR(p) ικανοποιεί τις εξισώσεις Yule-Walker

$$r_x(k) + \sum_{l=1}^p a(l)r_x(k-l) = |b(0)|^2\delta(k) \quad , k \geq 0 \text{ για } k = 1, \dots, p$$

Αν λοιπόν γνωρίζουμε τις τιμές της αυτοσυσχέτισης για $k = 1, \dots, p$ λύνουμε το παραπάνω σύστημα και βρίσκουμε τους συντελεστές $a(k)$. Από τις τιμές του σήματος στο διάστημα $0 \leq n \leq N-1$, υπολογίζουμε τις τιμές της αυτοσυσχέτισης.

$$\hat{r}_x(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1-k} x(n)x^*(n-k) \quad , \text{για } k = 0, 1, \dots, p$$

Κατόπιν, υπολογίζουμε το συντελεστή $b(0)$ από τις εξισώσεις YW για $k=0$

$$|b(0)|^2 = r_x(0) + \sum_{l=1}^p a(l)r_x^*(l)$$

4.5.4 Εκτίμηση Τάξης Μοντέλου

Ένα κρίσιμο ερώτημα στη μοντελοποίηση της AR διαδικασίας είναι η επιλογή της τάξης του μοντέλου. Για το σκοπό αυτό έχουν προταθεί διάφορα κριτήρια :

- $AIC(p) = N \log E + 2p$
- $MDL(p) = N \log E + p \log N$
- $FPE(p) = E \frac{N+p+1}{N-p-1}$
- $CAT(p) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^p \frac{N-j}{NE_j} - \frac{N-p}{NE}$

Επιλεγούμε ως καλύτερη τάξη, την τιμή p για την οποία ελαχιστοποιείται το κριτήριο. Τα παραπάνω κριτήρια δεν είναι απόλυτα, αλλά μόνο ενδεικτικά της τάξης του μοντέλου.

4.5.5 Yule-Walker Για Το AR Μοντέλο

Η μέθοδος ροπών είναι η απλούστερη από όλες τις μεθόδους εκτίμησης παραμέτρων, δεν δίνει όμως όπως είναι γνωστό καλούς εκτιμητές. Εκτιμά τις άγνωστες παραμέτρους εξισώνοντας τις θεωρητικές ροπές με τις δειγματικές και λύνοντας τις εξισώσεις που προκύπτουν.

Γενικά, αν $\{r_x(k)\}$ μας ήταν γνωστά τότε οι εξισώσεις Yule-Walker όπως τους αναφέραμε σε μορφή πίνακα πιο πάνω μπορούν να γραφτούν ως εξής:

$$Ra = -r \Leftrightarrow \begin{bmatrix} r(0) & \cdots & r(-p+1) \\ \vdots & \ddots & \\ r(p-1) & \cdots & r(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r(1) \\ \vdots \\ r(p) \end{bmatrix}$$

Όπου στην παραπάνω εξίσωση αφήσαμε έξω την πρώτη γραμμή όλων των πινάκων γιατί θέλουμε να λύσουμε ως προς τους συντελεστές του φίλτρου. Η λύση στην παραπάνω εξίσωση είναι $a = -R^{-1}r$. Επειδή συνήθως θεωρείτε $b(0)=1$ μπορούμε αφού υπολογίσουμε τους συντελεστές a χρησιμοποιώντας την εξίσωση στην πρώτη γραμμή που δεν συμπεριλάβαμε πιο πάνω να υπολογίσουμε την διακύμανση του θορύβου. Έτσι μια μέθοδος για AR φασματική εκτίμηση χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις Yule-Walker θα μπορούσε να είναι ο εξής:

- Με βάση τα N δείγματα που έχουμε μπορούμε να κάνουμε μια εκτίμηση του διανύσματος της αυτοσυσχέτισης χρησιμοποιώντας την biased εκτίμηση του correlogram που είδαμε στις μη παραμετρικές μεθόδους.
- Χρησιμοποιώντας αυτές τις τιμές αυτοσυσχέτισης και τις εξισώσεις Yule-Walker μπορούμε να εκτιμήσουμε τους συντελεστές του φίλτρου a_1, \dots, a_p .

Σημειώστε ότι:

- Ο πίνακας R των εξισώσεων Yule Walker είναι positive definite πίνακας και άρα η λύση της παραπάνω εξίσωσης είναι μοναδική.
- Ο πίνακας R είναι Toeplitz.
- Παρότι η ίδια διαδικασία θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί και με τα ARMA μοντέλα στην πράξη χρησιμοποιείται συνήθως με AR μοντέλα λόγω απλούστερης λύσης των εξισώσεων.
- Οι εκτιμήσεις των αυτοσυσχετισμών με τη μέθοδο Yule-Walker θα πρέπει να προκύπτουν με την biased εκτιμήτρια για να είναι το σύστημα ευσταθές.

Συχνά για την επίλυση της εξίσωσης $Ra = -r$ με αποδοτικό τρόπο χρησιμοποιούνται κάποιοι άλλοι αλγόριθμοι όπως ο αναδρομικός αλγόριθμος Levinson Durbin (LDA), ο αλγόριθμος Delsarte-Genin (DGA) και η σχέση Gohberg-Semencul.

4.5.6 Μέθοδος Burg Για Το AR Μοντέλο

Η μέθοδος Burg προτάθηκε από τον Burg το 1968 για την εκτίμηση του AR μοντέλου. Βασίζεται στην ελαχιστοποίηση στην προς τα εμπρός και προς τα πίσω πρόβλεψη σφάλματος με τη συνθήκη ότι οι AR παράμετροι θα ικανοποιούν τα κριτήρια Levinson – Durbin. Με τη βοήθεια των ελαχίστων τετραγώνων συμπεραίνουμε ότι το σφάλμα βγαίνει ως εξής :

$$E_m = \sum_{n=m}^{N-1} [|f_m(n)|^2 + |g_m(n)|^2]$$

Αυτό το σφάλμα θα ελαχιστοποιηθεί επιλέγοντας τους συντελεστές πρόβλεψης οι οποίοι όμως πρέπει να ικανοποιούν τα κριτήρια Levinson – Durbin.

$$a_m(k) = a_{m-1}(k) + K_m a_{m-1}^*(m-k)$$

$$1 \leq k \leq m-1$$

$$1 \leq m \leq p$$

Επίσης ισχύουν οι προς τα εμπρός και προς τα πίσω πρόβλεψης :

$$\hat{x}(n) = - \sum_{k=1}^m a_m(k)x(n-k)$$

$$\hat{x}(n-m) = - \sum_{k=1}^m a_m^*(k)x(n+k-m)$$

Κάνουμε τις αντικαταστάσεις και έχουμε

$$\hat{K}_m = \frac{- \sum_{n=m}^{N-1} f_{m-1} g_{m-1}^*(n-1)}{\frac{1}{2} \sum_{n=m}^{N-1} [|f_{m-1}(n)|^2 + |g_{m-1}(n)|^2]} \text{ για } m = 1, 2, \dots, p$$

$$\hat{E}_m = (1 - |\hat{K}_m|^2) \hat{E}_{m-1} - |f_{m-1}(m-1)|^2 - |g_{m-1}(m-1)|^2$$

Συνοψίζοντας από όλες τις παραπάνω σχέσεις έχουμε ότι η εκτίμηση φάσματος χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Burg δίνεται από τη σχέση :

$$P_{xx}^{BU}(f) = \frac{\hat{E}_p}{\left|1 + \sum_{k=1}^p \hat{a}_p(k)e^{-j2\pi f k}\right|^2}$$

4.6 MA Μοντέλο Για Την Εκτίμηση Φάσματος Ισχύος

Και το μοντέλο αυτό όπως και το μοντέλο AR αποτελεί ειδική περίπτωση του ARMA μοντέλου αν θέσουμε $p = 0$. Στην περίπτωση αυτή η διαδικασία $x(n)$ παράγεται φιλτράροντας λευκό θόρυβο με ένα FIR φίλτρο. Η μέθοδος για την εκτίμηση πυκνότητας φάσματος μιας MA διαδικασίας σύμφωνα με την έως τώρα ανάλυση θα μπορούσε να απαρτίζεται από τα ακόλουθα βήματα :

- Πρώτα κάνουμε εκτίμηση των παραμέτρων του MA μοντέλου ($b_q(k)$ και σ_v^2) βασιζόμενοι στις παρατηρήσεις.
- Εισάγουμε τις παραμέτρους που εκτιμήσαμε στην εξίσωση που μας δίνει το MA PSD :

$$P_x(\omega) = \sigma_v^2 |B_q(\omega)|^2$$

Η δυσκολία στη μέθοδο αυτή βρίσκεται στο πρώτο βήμα αφού όπως ήδη δείξαμε πιο πάνω δεν είναι ένα πρόβλημα γραμμικής εκτίμησης. Παρόλα αυτά μπορούμε να βρούμε προσεγγιστικές γραμμικές λύσεις στο πρόβλημα όπως η μέθοδος Durbin που βασίζεται στην μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων δυο σταδίων (two least squares method). Μια άλλη μέθοδος για την εκτίμηση του MA φάσματος βασίζεται στην παραμετροποίηση της PSD συναρτήσει της ακολουθίας αυτοσυσχέτισης.

Η PSD μιας MA διαδικασίας δίνεται από :

$$P_{MA}(f) = \sigma^2 \left| 1 + \sum_{k=1}^q b_k e^{-j2\pi f k} \right|^2$$

Δεν είναι δύσκολο να δείξουμε ότι $r[k]$ για $|k| \gg q$ μιας MA διαδικασίας είναι ίση με 0 και μπορεί να εκφραστεί ως

$$P_{MA}(f) = \sum_{k=-q}^q r[k]e^{-j2\pi fk}$$

Άρα για να βρούμε $\widehat{P}_{MA}(f)$ θα ήταν αρκετό να εκτιμήσουμε την $r[k]$ συνάρτηση αυτοσυσχέτισης και να χρησιμοποιήσουμε αυτό που βρήκαμε στην παραπάνω συνάρτηση. Προφανώς, αυτή η εκτίμηση θα ήταν πανομοιότυπη με την $\widehat{P}_{BT}(f)$ όταν εφαρμοζόμενο παράθυρο είναι ορθογωνικό και μήκους $2q+1$. Μια διαφορετική προσέγγιση είναι να βρούμε τις εκτιμήσεις για τους συντελεστές μιας άγνωστης MA διαδικασίας και το σ^2 και να τα χρησιμοποιήσουμε στην συνάρτηση :

$$P_{MA}(f) = \sigma^2 \left| 1 + \sum_{k=1}^q b_k e^{-j2\pi fk} \right|^2$$

Οι εξισώσεις των MA συντελεστών δεν είναι γραμμικές και αυτό κάνει την εκτίμηση μας δύσκολη. Ο Durbin πρότεινε μια προσεγγιστική διαδικασία που βασίζεται σε μια υψηλής τάξης AR προσέγγιση μιας MA διαδικασίας. Πρώτα τα δεδομένα μοντελοποιούνται από ένα AR μοντέλο L τάξης για το οποίο ισχύει $L \gg q$. οι συντελεστές του εκτιμούνται από την :

$$\hat{a} = -\widehat{R}^{-1}\hat{r}$$

Και η σ^2 σύμφωνα με την

$$\hat{\sigma}^2 = \hat{r}[0] + \sum_{k=1}^p a_k \hat{r} * [k]$$

Στη συνέχεια οι συχνότητες $1, \hat{a}_1, \hat{a}_2, \dots, \hat{a}_L$ είναι συνδυασμένα με ένα AR μοντέλο του οποίου οι παράμετροι επίσης εκτιμούνται χρησιμοποιώντας την μέθοδο αυτοσυσχέτισης. Οι εκτιμημένοι συντελεστές $\hat{b}_1, \hat{b}_2, \dots, \hat{b}_q$ ακολούθως αντικαθιστούνται στην :

$$P_{MA}(f) = \sigma^2 \left| 1 + \sum_{k=1}^q b_k e^{-j2\pi fk} \right|^2$$

Μαζί με την $\hat{\sigma}^2$. Καλά αποτελέσματα όταν χρησιμοποιούμε ένα MA μοντέλο παίρνουμε όταν η PSD της διαδικασίας χαρακτηρίζεται από πλατειές κορυφές. Τα

ΜΑ μοντέλα δεν θα πρέπει να χρησιμοποιούνται για διαδικασίες με στενοζωνικά χαρακτηριστικά.

4.7 Μέθοδοι υποχώρου - Μέθοδοι Υψηλής Ευκρίνειας (High-Resolution spectral analysis)

Η φασματική ανάλυση είναι ένα σημαντικό πρόβλημα που εμφανίζεται σε πολλές εφαρμογές. Για παράδειγμα, το έργο της ανίχνευσης της περιοδικότητας σε μια χρονοσειρά μπορεί θεωρηθεί ως πρόβλημα φασματικής ανάλυσης, ακόμη η απεικόνιση που χρησιμοποιούν τα ραντάρ συνθετικού ανοίγματος (SAR) ή άλλες τομογραφικές τεχνικές μπορούν ουσιαστικά να ερμηνευτούν ως πρόβλημα εκτίμησης των πλατών και των συχνοτήτων υπερθεμένων ημιτόνων μαζί με θόρυβο. Οι κλασσικές προσεγγίσεις για τη φασματική ανάλυση περιλαμβάνει τον διακριτό μετασχηματισμό Φουριέ καθώς και τις παραλλαγές του. Αν και η φασματική ανάλυση των αλγορίθμων που είναι DFT-based χαρακτηρίζεται μάλλον φτωχή, αυτές οι μέθοδοι δεν κάνουν εκ των πρότερων καμία παραδοχή για το φάσμα και για αυτό το λόγο είναι πολύ ισχυρές. Από την άλλη πλευρά υπάρχουν διαφορές παραμετρικές μέθοδοι υψηλής ευκρινείας που παρουσιάζουν μια εξαιρετική ικανότητα να επιλύουν φασματικές κορυφές. Αυτή η κατηγορία περιλαμβάνει μεθόδους όπως η MUSIC αλλά και μεθόδους υποχώρου. Σε αντίθεση με τις DFT-based μεθόδους, αυτές οι παραμετρικές τεχνικές βασίζονται σε μεγάλο βαθμό στο ότι τα παρατηρούμενα δεδομένα περιέχουν έναν γνωστό αριθμό ημιτόνων με λευκό θόρυβο, και δυστυχώς συχνά αποτυγχάνουν σε εφαρμογές που αυτή η εκτίμηση δεν είναι ακριβής. Μια άλλη κλάση μεθόδων που μπορούν να ξεπεράσουν σε κάποιο βαθμό την ανάλυση των DFT είναι αυτές που ονομάζονται μη παραμετρικές προσαρμοστικές filter-bank μέθοδοι. Αυτή η κατηγορία περιλαμβάνει μεθόδους όπως η κλασσική CAPON όπως και τις πιο πρόσφατες μεθόδους εκτίμησης πλάτους και φάσης (APES). Παρά το γεγονός ότι η απλή ανάλυση δείχνει ότι (υπό ορισμένες προϋποθέσεις οι CAPON και APES είναι ουσιαστικά ισοδύναμες με τις DFT, έχει

αποδειχθεί ότι είναι πολλά υποσχόμενες σε πειράματα που έχουν γίνει. Υπάρχουν επίσης μερικές ενδείξεις ότι αυτές οι μέθοδοι μπορούν να είναι σε θέση να βελτιώσουν την απόδοση.

4.7.1 Μέθοδος CAPON

Η μέθοδος CAPON είναι μια κλασική μέθοδο φασματικής ανάλυσης, η οποία έχει επίσης αναφέρεται λανθασμένα ως μέθοδος μεγίστης πιθανοφάνειας. Η μέθοδος CAPON μπορεί εύκολα να περιγράψει στο τρέχον πλαίσιο διαλέγοντας ένα ω ανεξάρτητης σταθμικής μήτρας $\Phi(\omega)$ το οποίο είναι δείγμα εκτίμησης των δεδομένων του πίνακα R :

$$\Phi_{\text{Capon}}(\omega) = \hat{R} \cong \frac{1}{L} Y Y^H = \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} y_l y_l^H$$

Έτσι έχουμε τον εκτιμητή

$$\hat{\alpha}_{\text{Capon}}(\omega) = \frac{a_M^H(\omega) \hat{R}^{-1} g(\omega)}{a_M^H(\omega) \hat{R}^{-1} a_M(\omega)}$$

Η επιλογή του $\Phi(\omega)$ μπορεί να δοθεί μια φυσική ερμηνεία ως εξής. $Q(\omega)$ είναι η μήτρα συμμεταβλητότητας. Θέτουμε το $Q(\omega) \triangleq E[w_k(\omega) w_k^H(\omega)]$. Θέτουμε $Q(\omega)$. Η ιδανική επιλογή σταθμικής μήτρας για το WLS πρόβλημα θα ήταν να χρησιμοποιούσαμε $\Phi(\omega) = Q(\omega)$ δεδομένου ότι αυτό δίνει μια Markov εκτίμηση, η οποία είναι γνωστό ότι έχει βέλτιστες στατιστικές ιδιότητες. Στην πράξη το Q είναι άγνωστο. Ωστόσο, σύμφωνα με τις παραδοχές σχετικά με τα δεδομένα έχουμε :

$$R = Q(\omega) + E[|a(\omega)|^2] a_M(\omega) a_M^H(\omega)$$

Και κάνουμε τα εξής :

$$R^{-1}a_M(\omega) = \frac{1}{1 + E[|\alpha|^2] * a_M^H(\omega)Q^{-1}(\omega)a_M(\omega)} Q^{-1}(\omega)a_M(\omega)$$

Ως εκ τούτου, βλέπουμε ότι η χρήση του $\Phi(\omega) = R^{-1}$ έχει το ίδιο αποτέλεσμα με τη χρήση του $\Phi(\omega) = Q^{-1}(\omega)$. Δηλαδή η εκτίμηση Caron θεωρεί ότι το δείγμα είναι αντιπροσωπευτικό του συνόλου των πιθανών παρατηρήσεων όποτε επιλέγει εκείνη την τιμή του \hat{a}_{Caron} η οποία προκάλεσε με τη μεγαλύτερη πιθανότητα τη μέτρηση. Σε κάποιες βιβλιογραφίες ο εκτιμητής Caron αναφέρεται ως εύρος φάσματος Caron εκτιμητής (ASC). Υπάρχει μια παραλλαγή του ASC η οποία ονομάζεται ισχύς φάσματος Caron εκτιμητής οποία μπορεί επίσης να προκύψει σε ένα πλαίσιο παρόμοιο με αυτό ανώτερο. Παρόλα αυτά οι εκτιμητές ASC και PSC έχουν αρκετά διαφορετικές ιδιότητες (στην διακριτική ικανότητα, bias και μεταβλητότητα).

Επίσης για τη μέθοδο Caron, οι συντελεστές του φίλτρου $h(\omega)$ επιλέγονται έτσι ώστε η ενεργεία του φιλτραρισμένου σήματος να ελαχιστοποιείται έτσι ώστε ένα ημίτονο με συχνότητα ω να παίρνει από το φίλτρο αδιάβλητο. Αυτό το σχεδιαστικό κριτήριο μπορεί να γραφτεί ως εξής :

$$\min_{h(\omega)} \sum_{l=0}^{L-1} |h^H(\omega)y_l|^2$$

Όπου $\alpha_M^H(\omega)h(\omega) = 1$

Μετά από σκέψη η λύση για την ελαχιστοποίηση είναι :

$$h(\omega) = \frac{\hat{R}^{-1}a_M(\omega)}{\alpha_M^H(\omega)\hat{R}^{-1}a_M(\omega)}$$

Το εύρος φάσματος της εκτίμησης $\hat{a}(\omega)$ λαμβάνεται εφαρμόζοντας ένα ημίτονο στα δεδομένα που πέρασαν από το φίλτρο έτσι έχουμε :

$$\hat{a}_{Caron}(\omega) = \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} y(l)e^{i\omega l} = \frac{\alpha_M^H(\omega)\hat{R}^{-1}g(\omega)}{\alpha_M^H(\omega)\hat{R}^{-1}a_M(\omega)}$$

4.7.2 Μέθοδος APES (Amplitude and Phase Estimation)

Οι filter-bank προσεγγίσεις χρησιμοποιούνται συνήθως για τη φασματική ανάλυση. Όπως οι μη παραμετρικοί εκτιμητές, που επιχειρούν να εκτιμήσουν το φασματικό περιεχόμενο του σήματος χωρίς τη χρήση οποιουδήποτε μοντέλου ή χωρίς να κάνουμε καμία παραδοχή για το σήμα. Για οποιαδήποτε από αυτές τις προσεγγίσεις, το κλειδί είναι η σχεδίαση στενοζωνικών φίλτρων επικεντρωμένα στις συχνότητες που μας ενδιαφέρουν. Πιο πρόσφατα οι διακριμένοι Li και Stoica πρότειναν μια διαφορετική filter-bank μέθοδο με πολύ βελτιωμένη απόδοση, η οποία ονομάζεται amplitude and phase estimation ή APES (εκτίμηση πλάτους και φάσης). Οι APES ξεπερνούν τους αντιπάλους τους σε πολλά θέματα και βρίσκουν εφαρμογή σε πολλά πεδία.

Οι APES επιλεγεί το $\Phi(\omega)$ ως εξής :

Για τη μέθοδο APES το φίλτρο $h(\omega)$ και το πλάτος εκτίμησης φάσματος $\hat{a}(\omega)$ είναι κοινοί ελαχιστόροι του κριτηρίου που ακολουθεί :

$$\min_{h(\omega), a(\omega)} \sum_{l=0}^{L-1} |h^H(\omega)y_l - a(\omega)e^{i\omega l}|^2$$

$$\Phi_{APES}(\omega) = \hat{R} - g(\omega)g^H(\omega) \triangleq \hat{Q}(\omega)$$

Η διαδικασία είναι παρόμοια με εκείνη που κάναμε στην μέθοδο Capon και το αποτέλεσμα της φασματικής εκτίμησης είναι αυτό που εξέρχεται από τη σχέση :

$$\hat{a}_{APES}(\omega) = \frac{\alpha_M^H \hat{Q}^{-1}(\omega) g(\omega)}{\alpha_M^H \hat{Q}^{-1}(\omega) \alpha_M}$$

4.7.3 MUSIC (Multiple Signal Classification)

Ο αλγόριθμος MUSIC, που προτάθηκε από τον Schmidt το 1979, είναι μια υψηλής ανάλυσης τεχνική ταξινόμησης πολλαπλού σήματος, η οποία εκμεταλλεύεται την ιδιοκατασκευή (eigenstructure) του πίνακα συνδιακύμανσης εισόδου. Ο MUSIC είναι ένας υπολογιστικός αλγόριθμος των παραμέτρων του σήματος, που δίνει πληροφορίες για τον αριθμό των προσπιπτόντων σημάτων. Η MUSIC μέθοδος είναι μια σχετικά απλή και αποτελεσματική μέθοδος με πολλές παραλλαγές. Στη βασική της μορφή είναι επίσης γνωστή ως spectral MUSIC. Η μέθοδος αυτή εκτιμά το υποδιάστημα θορύβου από τα διαθέσιμα δείγματα. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί είτε με διάσπαση των ιδιοτιμών του πίνακα δεδομένων είτε με διάσπαση των μοναδιαίων τιμών του πίνακα συσχέτισης, με τις στήλες M να είναι τα N στιγμιότυπα ή τα διανύσματα σήματος της στοιχειοκεραίας. Το τελευταίο προτιμάται για αριθμητικά αποτελέσματα. Όταν το υποδιάστημα θορύβου έχει εκτιμηθεί, γίνεται μια αναζήτηση των M διευθύνσεων ψάχνοντας για διανύσματα στρέψης που είναι ορθογώνια στο υποδιάστημα θορύβου. Εναλλακτικά, μπορεί κάποιος να χρησιμοποιήσει το υποδιάστημα σήματος μόνο για να βρει διευθύνσεις με διανύσματα στρέψης να εμπεριέχονται σε αυτό το διάστημα. Στην περίπτωση που έχουμε μία πηγή, καθώς ο αριθμός των στιγμιότυπων αυξάνεται απεριόριστα, η εκτίμηση DoA με τη MUSIC προσεγγίζει ασυμπτωτικά την CRLB (Cramer-Rao Lower Boundary) η οποία καθορίζει το θεωρητικά χαμηλότερο όριο της ακρίβειας εκτίμησης βασιζόμενη μόνο στο εύρος ζώνης του σήματος, στο χρόνο μετάδοσης και στο SNR του δέκτη σε ένα ζευγάρι κεραιών σε διαφορετικές τοποθεσίες. Ο υπολογισμός του φάσματος γίνεται με τον εξής τρόπο :

Για αρχή συλλέγουμε τα δείγματα εισόδου και υπολογίζουμε τον πίνακα συνδιακύμανσης :

$$\hat{R}_{uu} = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} u_k u_k^H$$

όπου u_k (δείγματα εισόδου) $k = 0, 1, \dots, K-1$

$$\hat{R}_{uu} V = V \Lambda$$

Όπου $\Lambda = \text{diag}\{\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_{M-1}\}$ $\lambda_0 \geq \lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_{M-1}$ ιδιοτιμές και

$V = [q_0, q_1, \dots, q_{M-1}]$ τα αντίστοιχα ιδιοδιανύσματα του \hat{R}_{uu} . Στη συνέχεια εκτιμάμε τον αριθμό D των σημάτων από την πολλαπλότητα K της μικρότερης ιδιοτιμής λ_{min} και μέσω της σχέσης $\hat{D} = M - K$ εκτιμούμε το φάσμα :

$$\hat{P}_{MUSIC}(\varphi) = \frac{\alpha^H(\varphi)\alpha(\varphi)}{\alpha^H(\varphi)V_n V_n^H \alpha(\varphi)}$$

Όπου $V_n = [q_D, q_{D+1}, \dots, q_{M-1}]$.

η αλλιώς

$$P_{MUSIC}(f) = \frac{1}{\sum_{k=p+1}^M |s^H(f)v_k|^2}$$

Όπου $s(f) = [1, e^{j2\pi f}, e^{j4\pi f}, \dots, e^{j2\pi f(M-1)f}]$ και $\{v_k, k = p+1, \dots, M\}$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

5.1 Αποκατάσταση Εικόνας

Ο στόχος της διαδικασίας αποκατάσταση εικόνας είναι η εξάλειψη η ελάττωση της παραμόρφωσης που υφίσταται μια εικόνα από αιτίες όπως η κακή εστίαση της κάμερας, η σχετική κίνηση της κάμερας και αντικείμενου, τυχαίες ατμοσφαιρικές διαταραχές κτλ. Η διαφορά μεταξύ αποκατάστασης και βελτίωσης της ποιότητας (image enhancement) αφορά στο ότι με τη διαδικασία βελτίωσης της ποιότητας εικόνας επιδιώκεται ο τονισμός κάποιων ιδιαίτερων χαρακτηριστικών της εικόνας και όχι η ελάττωση των παραμορφώσεων.

Ένα τυπικό σύστημα αποκατάστασης εικόνας φαίνεται στο σχήμα.

$f(x, y)$ -> |ΨΗΦΙΟΠΟΙΗΤΗΣ| -> |ΑΠΟΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΕΙΚΟΝΑΣ| -> |ΣΥΣΚΕΥΗ ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗΣ| -> $f'(x, y)$

αν ο ψηφιοποιητής και η οθόνη είχαν ιδανικά χαρακτηριστικά, η έξοδος $f'(x, y)$ θα ήταν ίση με την εισοδο $f(x, y)$ χωρίς αποκατάσταση. Στην πραγματικότητα, τόσο ο ψηφιοποιητής όσο και η οθόνη δεν έχουν ιδανικά χαρακτηριστικά και με τη διαδικασία της αποκατάστασης προσπαθούμε να ελαττώσουμε τη διάφορα της εξόδου από την εισοδο. Η μελέτη της αποκατάστασης εικόνας διευκολύνεται αν υποθέσουμε ότι η παραμόρφωση συμβαίνει πριν το σύστημα αποκατάστασης. Η υπόθεση αυτή επιτρέπει να μελετήσουμε το πρόβλημα της αποκατάστασης στο πεδίο διακριτού χώρου. Θεωρούμε ότι $f(n_1, n_2)$ είναι η αρχική εικόνα, $g(n_1, n_2)$ είναι η παραμορφωμένη εικόνα και $\hat{f}(n_1, n_2)$ είναι η εικόνα μετά την αποκατάσταση. Δεν είναι πάντα λογικό να θεωρούμε ότι όλη η παραμόρφωση συμβαίνει πριν το σύστημα αποκατάστασης. Για παράδειγμα, εμφανίζεται προσθετικός τυχαίος θόρυβος στην οθόνη. Με αυτή την έννοια, μάλλον πρέπει να θεωρήσουμε ότι η επεξεργασία της εικόνας προσβλέπει στην αντιμετώπιση παραμορφώσεων που ίσως εμφανιστούν μελλοντικά. Από την άλλη πλευρά, διάφοροι τύποι παραμόρφωσης, όπως το θάμπωμα (blurring) στον ψηφιοποιητή ή στην οθόνη, μπορεί να θεωρηθεί ότι

συμβαίνουν πριν το σύστημα αποκατάστασης. Η ανάπτυξη του συστήματος αποκατάστασης εικόνας εξαρτάται από τον τύπο παραμόρφωσης. Οι αλγόριθμοι που χρησιμοποιούνται για την εξάλειψη του τυχαίου προσθετικού θορύβου είναι διαφορετικοί από αυτούς που ελαττώνουν το θάμπωμα. Σε όλες τις περιπτώσεις, η διαδικασία της αποκατάστασης συνίσταται σε κατάλληλο φιλτράρισμα για την εξάλειψη της παραμόρφωσης. Η αποδοτικότητα του αλγορίθμου εξαρτάται από την ακριβή γνώση της διαδικασίας παραμόρφωσης και τα κριτήρια σχεδίασης των φίλτρων.

5.2 Εκτίμηση Παραμόρφωσης

Υπάρχουν δυο τρόποι για τη συλλογή πληροφορίας για την παραμόρφωση της εικόνας. Μια πρώτη προσέγγιση αφορά στη συλλογή πληροφορίας από την ίδια εικόνα. Αν μπορούμε να εντοπίσουμε μια περιοχή στην εικόνα όπου η φωτεινή ένταση είναι περίπου ομοιόμορφη (π.χ. ο ουρανός). Ίσως να είναι δυνατό να εκτιμήσουμε το φάσμα ισχύος ή τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του τυχαίου θορύβου στο φόντο από τις διακυμάνσεις της έντασης στις περιοχές φόντου. Σαν ένα άλλο παράδειγμα, αν μια εικόνα είναι θαμπωμένη και μπορούμε να εντοπίσουμε μια περιοχή όπου το αρχικό απαραμόρφωτο σήμα είναι γνωστό, ίσως να μπορούμε να εκτιμήσουμε τη συνάρτηση θαμπώματος $h(n_1, n_2)$. Αν το αρχικό απαραμόρφωτο σήμα σε μια συγκεκριμένη περιοχή είναι $f(n_1, n_2)$ και το παραμορφωμένο σήμα στην ίδια περιοχή είναι $g(n_1, n_2)$ τότε :

$$g(n_1, n_2) = f(n_1, n_2) * h(n_1, n_2)$$

Από την παραπάνω φαίνεται ότι αν οι $f(n_1, n_2)$ και η $g(n_1, n_2)$ είναι γνωστες, τότε μπορεί να υπολογιστεί η $h(n_1, n_2)$. Αν η $f(n_1, n_2)$ είναι ο μοναδιαίος παλμος $\delta(n_1, n_2)$, τότε $h(n_1, n_2) = g(n_1, n_2)$.

Ένας άλλος τρόπος απόκτησης πληροφορίας για την παραμόρφωση συνίσταται στη μελέτη του μηχανισμού που προκαλεί την παραμόρφωση. Θεωρούμε για παράδειγμα μια αναλογική εικόνα $f(x, y)$ θαμπωμένη λόγω κίνησης του συστήματος καταγραφής

τη στιγμή της έκθεσης. Υποθέτοντας ότι δεν υπάρχει άλλη παραμόρφωση εκτός από το θάμπωμα, μπορούμε να εκφράσουμε τη θαμπωμένη εικόνα με την παρακάτω σχέση

$$g(x, y) = \frac{1}{T} \int_{t=-T/2}^{t=T/2} f(x - x_0(t), y - y_0(t)) dt$$

Όπου τα $x_0(t)$ και $y_0(t)$ αντιπροσωπεύουν την οριζόντια και κατακόρυφη μετατόπιση της $f(x, y)$ στο χρόνο t σε σχέση με το σύστημα καταγραφής και T είναι η χρονική διάρκεια της έκθεσης στο φως. Η παραπάνω εξίσωση μπορεί να εκφραστεί στο πεδίο της συχνότητας θεωρώντας το μετασχηματισμό Fourier των 2 μελών.

$$\begin{aligned} G(\Omega_x, \Omega_y) &= \int_{x=-\infty}^{\infty} \int_{y=-\infty}^{\infty} g(x, y) e^{-i\Omega_x x} e^{-i\Omega_y y} dx dy \\ &= \int_{x=-\infty}^{\infty} \int_{y=-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{T} \int_{t=-T/2}^{T/2} f(x - x_0(t), y - y_0(t)) dt \right] \\ &\quad e^{-i\Omega_x x} e^{-i\Omega_y y} dx dy. \end{aligned}$$

Όπου $G(\Omega_x, \Omega_y)$ είναι ο μετασχηματισμός Fourier της $g(x, y)$. απλοποιώντας την παραπάνω έχουμε :

$$G(\Omega_x, \Omega_y) = F(\Omega_x, \Omega_y) H(\Omega_x, \Omega_y)$$

Όπου :

$$H(\Omega_x, \Omega_y) = \frac{1}{T} \int_{t=-T/2}^{T/2} e^{-i\Omega_x x} e^{-i\Omega_y y} dt$$

Είναι φανερό ότι το θάμπωμα ισοδυναμεί με τη συνέλιξη της $f(x, y)$ με την $h(x, y)$, ο μετασχηματισμός Fourier της οποίας δίνεται από την παραπάνω. Αξίζει να

σημειώσουμε ότι είναι πιο εύκολο να δουλέψουμε με τα αναλογικά σήματα για να υπολογίσουμε την παραμόρφωση και μετά να ψηφιοποιήσουμε το αποτέλεσμα. Η συνάρτηση $h(x,y)$ συχνά αναφέρεται σαν συναρτηση θαμπώματος, αφού έχει κατωδιαβατά χαρακτηριστικά και θαμπώνει την εικόνα. Όταν δεν υπάρχει κίνηση, είναι $x_0(t) = 0, y_0(t) = 0, H(\Omega_x, \Omega_y) = 1$ και $g(x,y) = f(x,y)$. Αν υπάρχει κίνηση μόνο κατά την κατεύθυνση x , έτσι ώστε $x_0(t) = kt$ και $y_0(t)=0$ τότε έχουμε :

$$H(\Omega_x, \Omega_y) = \frac{\sin \frac{\Omega_x}{2} kT}{\frac{\Omega_x}{2} kT}$$

5.3 Εκτίμηση Δισδιάστατου Φάσματος

Η εκτίμηση του φάσματος ισχύος ψηφιακών εικόνων είναι ένα σημαντικό και δύσκολο πρόβλημα. Οι εκτιμήσεις του φάσματος ισχύος χρησιμοποιούνται ευρύτατα κατά το σχεδιασμό φίλτρων αποκατάστασης της εικόνας (πχ φίλτρα Wiener). Το φάσμα ισχύος μεταφέρει σημαντική πληροφορία για το περιεχόμενο του δισδιάστατου σήματος. Γι αυτό και χρησιμοποιείται για την περιγραφή της υψής μιας εικόνας. Η εκτίμηση του δισδιάστατου φάσματος είναι ένα ευρύ θέμα.

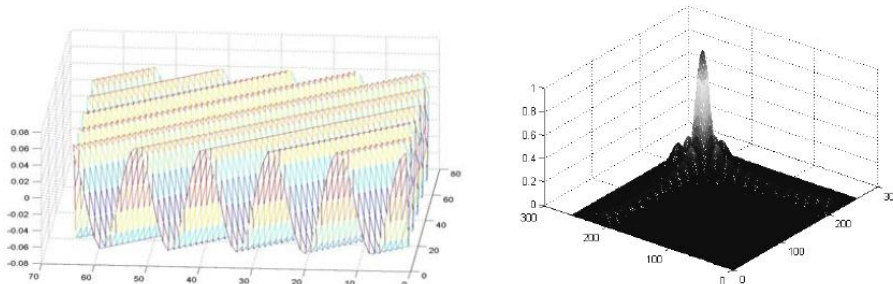
5.4 Phase History Και Δεδομένα SAR

Ο στόχος των συστημάτων SAR είναι να παράγουν μια εκτίμηση του πλάτους της συνάρτησης ανακλαστικότητας $g(x,y)$ μιας εικόνας. Στα συστήματα SAR, η κεραία είναι τοποθετημένη σ ένα αεροσκάφος που πετάξει στην κατεύθυνση του αζιμούθιου, η δέσμη της κεραίας «φεύγει» προς την κατεύθυνση η οποία ονομάζεται «range direction». Καθώς το αεροσκάφος κινείται κατά μήκος της διαδρομής του, περιοδικά μεταδίδει παλμούς μικροκυματικής ενέργειας τα οποία αντανακλούνται από το

έδαφος η αλλά αντικείμενα και επιστρέφουν πίσω στο ραντάρ. Οι πληροφορίες που συλλέγονται ονομάζονται ιστορικό φάσης (*phase history*).

Χρησιμοποιούμε το ιστορικό φάσης (*phase history*), που είναι δεδομένα SAR στην τελική τους μορφή μετά από την καρτεσιανή στη πολική παρεμβολή. Από τα αποτελέσματα αυτής της ενότητας, γνωρίζουμε ότι εφαρμόζοντας 2d-fft μετασχηματισμό στο ιστορικό φάσης θα παραχθεί μια εκτίμηση της συνάρτησης ανακλαστικότητας $g(x,y)$. Έτσι, αυτήν την περίπλοκη μέθοδο απόκτησης δεδομένων μπορούμε να την εκμεταλλευτούμε πολύ απλά σε αυτήν την εργασία. Αυτά τα χαρακτηριστικά της λειτουργίας spotlight των δεδομένων SAR δείχνουν καθαρά για ποιο λόγο οι τεχνικές φασματικής εκτίμησης είναι χρήσιμες. Για παράδειγμα, ένας μόνος σκεδαστής στο σημείο (x,y) με πλάτος ανακλαστικότητας a θα παράγει ιστορικό φάσης της μορφής :

$$\varphi = (ae^{j(nx+my)}) \quad 0 \leq n \leq N, 0 \leq m \leq M$$



Σημειώστε ότι αυτό το αποτέλεσμα είναι αφού δειγματοληπτήσουμε και αγνοήσουμε τους όρους φάσης αφού μας ενδιαφέρει μόνο το πλάτος. Θεωρώντας ότι μια εικόνα είναι αποτέλεσμα διακριτών σημείων, θα χρειαστεί μόνο να προσθέσουμε αυτές τις συναρτήσεις για να παράγουμε το τελικό αποτέλεσμα ιστορικού φάσματος. Τα αποτελέσματα του σκεδαστή ενός σημείου σε ένα διδιάστατο ημιτονοειδές, αλλά σε πεπερασμένο αριθμό δειγμάτων. Συνεπώς, αντικαθιστώντας τον διδιάστατο μετασχηματισμό Fourier με εκλεπτυσμένες μεθόδους εκτίμησης φάσματος, ευελπιστούμε να αυξήσουμε την ποιότητα του ανακατασκευασμένου χωρικού φάσματος.

5.5 Εκτιμητές Φάσματος Και Εικόνες Τύπου SAR

Τεχνικές Φασματικής Εκτίμησης

Επιλεγούμε, να εισάγουμε διάφορες τεχνικές φασματικής εκτίμησης, προκειμένου να κατανοήσουμε το πρόβλημα των απεικονίσεων SAR. Από τις μη-παραμετρικές μεθόδους, εφαρμόζουμε τη μέθοδο FFT, κάποιες μεθόδους που στηρίζονται στο περιοδόγραμμα, συμπεριλαμβανομένης της Περιοδόγραμμα με Μέγεθος Παραθύρου, Blackman-Tukey and Welch methods, όπως την Caron και την Apes. Επίσης θα δούμε και την μέθοδο EigenVector, η οποία είναι παραμετρική μέθοδο αποδόμησης.

Παρατηρώντας την διατύπωση της κάθε μεθόδου, γίνεται προφανές ότι κάθε μέθοδο θα παρέχει διαφορετικά μεγέθη όταν εφαρμόζεται στα δεδομένα μας. Για παράδειγμα, γνωρίζουμε για την μέθοδο Caron ότι υπάρχουν διάφορες μέθοδοι κανονικοποίησης, και δεν υπάρχει καμία απόλυτη αιτιολόγηση για αυτές. Αφού ενδιαφερόμαστε στο να εκτιμήσουμε την ποιότητα της εικόνας και όχι απαραίτητα στο να εκτιμήσουμε την ένταση των κορυφών, δεν είχαμε αναπτύξει περίπλοκα σχέδια εξομάλυνση για κάθε μέθοδο. Επιπλέον, κανονικοποιούμε τις μονάδες των αποτελεσμάτων. Αφού ο FFT είναι μια εκτίμηση του πλάτους, ενώ όλες οι άλλες μέθοδοι παρέχουν εκτίμηση της ισχύος, υπάρχει ασυμφωνία των αποτελεσμάτων εκτός και εάν κανονικοποιήσουμε τη μια ή την άλλη κάθε φορά. Αφού χρησιμοποιούμε τον FFT ως βάση μας, επιλεγούμε να πάρουμε την τετραγωνική ρίζα της εξόδου της κάθε μεθόδου εκτός από της FFT. Αφού οι εικόνες μας απεικονίζονται σε dB κλίμακα η τετραγωνική ρίζα επηρεάζει το εύρος αλλά δεν αλλάζει την εικόνα μας.

5.5.1 FFT

Για να δημιουργήσουμε την αρχική μας εικόνα, ένας δισδιάστατος μετασχηματισμός Fourier εφαρμόζεται στο ιστορικό φάσης των δεδομένων μας. Όπως αναφέραμε,

αυτή η εικόνα χρησιμοποιείται ως αρχή μας για να συγκρίνουμε τα αποτελέσματα της κάθε μέθοδο εκτίμησης που θα περιγράψουν παρακάτω. Σημειώστε ότι στην πράξη το Περιοδόγραμμα με μέγεθος παράθυρου και η FFT είναι οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται ποιο πολύ για την παράγωγη εικόνων SAR.

Αναγνωρίζουμε στην τελευταία έκφραση το μετασχηματισμό Fourier του p_e σ' ένα συγκεκριμένο εύρος χωρικών συχνοτήτων. Στο διάστημα που γίνεται επεξεργασία σήματος, συμπεραίνουμε ότι ο μετασχηματισμός καθορίζεται σε όλο το διάστημα των χωρικών συχνοτήτων

$$Y = \left(\frac{2}{c}\right) \cos\psi(\omega_0 + 2\alpha(t - \tau_0)) \text{ για } \tau_c \gg \tau_p$$

$$\frac{2\cos\psi}{c} (\omega_0 - \alpha\tau_c) \leq Y \leq \frac{2\cos\psi}{c} (\omega_0 + \alpha\tau_c)$$

Και έτσι ένας τελευταίος μετασχηματισμός Fourier (ο οποίος ονομάζεται και συμπίεση περιοχής) του $r_c(t)$ μας δίνει την εκτίμηση του $p_e(\bar{y})$.

5.5.2 Περιοδόγραμμα

Το τετράγωνο του πλάτους, $\hat{P}_{xx}(k_1, k_2)$, των συντελεστών του δισδιάστατου DFT :

$$\hat{P}_{xx}(k_1, k_2) = \frac{1}{N_1 N_2} |X(k_1, k_2)|^2$$

$$\frac{1}{N_1 N_2} \left| \sum_{n_1=0}^{N_1-1} \sum_{n_2=0}^{N_2-1} x(n_1, n_2) W_{N_1}^{n_1 k_1} W_{N_2}^{n_2 k_2} \right|^2$$

Είναι το δισδιάστατο Περιοδόγραμμα του διακριτού σήματος $x = (n_1, n_2)$ και μπορεί να χρησιμοποιηθεί σαν εκτιμητής του δισδιάστατου φάσματος ισχύος. Μπορεί να

υπολογιστεί χρησιμοποιώντας αρχικά τους αλγορίθμους του δισδιάστατου FFT και ακολούθως τετραγωνίζοντας τα πλάτη των συντελεστών του δισδιάστατου DFT που προκύπτουν. Το περιοδόγραμμα $\hat{R}_{xx}(\omega_1, \omega_2)$ είναι ο μετασχηματισμός Fourier του εκτιμητή $\hat{R}_{xx}(n_1, n_2)$ της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης :

$$\hat{R}_{xx}(n_1, n_2) = \frac{1}{(2N_1 + 1) * (2N_2 + 1)}$$

$$\sum_{k_1=-N_1}^{N_1} \sum_{k_2=-N_2}^{N_2} x^*(k_1, k_2) x(k_1 + n_1, k_2 + n_2)$$

Οι ιδιότητες του διακριτού δισδιάστατου Περιοδογράμματος είναι όμοιες με εκείνες του μονοδιάστατου Περιοδογράμματος. Το Περιοδόγραμμα είναι μια εξομαλυσμένη καμπύλη του πραγματικού φάσματος ισχύος $P_{xx}(\omega_1, \omega_2)$. Εάν, $N_1 \times N_2$ είναι το μέγεθος της εικόνας $x = (n_1, n_2)$, τότε η διακριτική ικανότητα του Περιοδογράμματος είναι της τάξης, $2\pi/N_1, 2\pi/N_2$ για τις συχνότητες ω_1, ω_2 αντιστοίχα. Έτσι, η μεταβλητότητα του Περιοδογράμματος είναι πολύ μεγάλη, γιατί σχετίζεται γραμμικά με το πλάτος του φάσματος ισχύος. Γι αυτόν το λόγο, το Περιοδόγραμμα είναι ένας θορυβώδης εκτιμητής του φάσματος ισχύος.

Το Περιοδόγραμμα με μέγεθος παραθύρου ήταν η πρώτη τεχνική εκτίμησης φάσματος που χρησιμοποιήθηκε. Μια δισδιάστατη διακριτή επέκταση χώρου μιας μονοδιάστατης περιοχής παράχθηκε . Το αποτέλεσμα είναι :

$$\widehat{\varphi}_p(\omega_x, \omega_y) = \frac{1}{MN} \left| \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} v(n, m) y(n, m) e^{-j(\omega_x n + \omega_y m)} \right|^2$$

Όπου το $v(n,m)$ είναι η δισδιάστατη συνάρτηση παραθύρου, και $y(n,m)$ είναι το ιστορικό φάσης δυο διαστάσεων μεγέθους $[N_x \times M]$. Στην συνέχεια, ω_x και ω_y είναι συχνότητες που ανταποκρίνονται στο σημείο (x,y) της εικόνας.

5.5.3 Μέθοδος Bartlett

Ο θόρυβος μπορεί να ελαττωθεί, εις βάρος όμως της διακριτικής ικανότητας, χρησιμοποιώντας μια δισδιάστατη έκδοση του εκτιμητή Bartlett. Το σήμα $x = (n_1, n_2)$ με διαστάσεις $N_1 \times N_2$ χωρίζεται σε $K_1 \times K_2$ μη-επικαλυπτομενα τμήματα $x_{ij} = (n_1, n_2)$ διαστάσεων $M_1 \times M_2$ όπου $M_i = N_i / K_i, i = 1, 2$:

$$x_{ij} = (n_1, n_2) = x(n_1 + iM_1, n_2 + jM_2)$$

$$i = 0, \dots, K_1 - 1$$

$$j = 0, \dots, K_2 - 1$$

Το Περιοδόγραμμα του κάθε τμήματος μπορεί να υπολογιστεί ως εξής :

$$\hat{P}_{xx}^{(ij)}(k_1, k_2) = \frac{1}{M_1 M_2} \left| \sum_{n_1=0}^{M_1-1} \sum_{n_2=0}^{M_2-1} x_{ij}(n_1, n_2) W_{M_1}^{n_1 k_1} W_{M_2}^{n_2 k_2} \right|^2$$

Ο νέος εκτιμητής φάσματος είναι η μέση τιμή των Περιοδογραμμμάτων όλων των τμημάτων του σήματος :

$$\hat{P}_{xx}^B(k_1, k_2) = \frac{1}{K_1 K_2} \sum_{i=0}^{K_1-1} \sum_{j=0}^{K_2-1} \hat{P}_{xx}^{(ij)}(k_1, k_2)$$

Η μεταβλητότητα του εκτιμητή $\hat{P}_{xx}^{(ij)}(k_1, k_2)$ είναι K_1, K_2 φορές μικρότερη από αυτήν του Περιοδογράμματος. Η διακριτική Ικανότητα όμως ελαττώνεται κατά έναν παράγοντα $K_i, i = 1, 2$ κατά μήκος των αξόνων $\omega_1 \omega_2$ αντίστοιχα. Εάν οι διαστάσεις της αρχικής εικόνας είναι αρκετά μεγάλη, έτσι ώστε να είναι δυνατός ο χωρισμός της σε πολλά τμήματα λογικού μεγέθους, τότε αυτή η μέθοδος δουλεύει σχετικά καλά.

5.4.4 Blackman – Tukey

Ένας άλλος εκτιμητής δισδιάστατου φάσματος προκύπτει από την επέκταση του μονοδιάστατου εκτιμητή Blackman-Tukey στη δισδιάστατη περίπτωση. Κατ αρχήν ορίζεται ένας εκτιμητής της δισδιάστατης αυτοσυσχέτισης :

$$R_{xx}(m_1, m_2) = \frac{1}{N_1 N_2} \sum_{n_1=0}^{2N_1-2} \sum_{n_2=0}^{2N_2-2} x^*(n_1, n_2) x(n_1 + m_1, n_2 + m_2)$$

Η εικόνα $x(n_1, n_2)$ έχει διαστάσεις $N_1 \times N_2$ και επεκτείνεται με μηδενικά ώστε να αποκτήσει διαστάσεις $(2N_1 - 1) \times (2N_2 - 1)$ πριν χρησιμοποιηθεί στην παραπάνω. Επίσης, θεωρείται περιοδική επέκταση της ακολουθίας που προκύπτει. Σε αυτόν τον εκτιμητή μπορεί να εφαρμοστεί κατάλληλο παράθυρο και ακολούθως να χρησιμοποιηθεί στον υπολογισμό του εκτιμητή φάσματος Blackman-Tukey :

$$P_{xx}^{BT}(k_1, k_2) = \sum_{m_1=0}^{2N_1-2} \sum_{m_2=0}^{2N_2-2} R_{xx}(m_1, m_2) w(m_1, m_2) W_{2N_1-1}^{m_1 k_1} W_{2N_2-2}^{m_2 k_2}$$

Το μέγεθος της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης είναι $(2N_1 - 1) \times (2N_2 - 1)$, ωστόσο μπορεί να χρησιμοποιηθεί παράθυρο $w(n_1, n_2)$ με διαστάσεις $M_1 \times M_2$. Η εφαρμογή του παραθύρου ισοδυναμεί με συνελίξη στη συχνότητα. Έτσι, οι εκτιμητές Blackman-Tukey είναι σχετικά ομαλοί. Μάλιστα, όσο μικρότερο είναι το μέγεθος του παραθύρου, τόσο πιο ομαλός είναι ο εκτιμητής.

Το Περιοδόγραμμα σχετίζεται άμεσα με τον εκτιμητή Blackman-Tukey : για $w(n_1, n_2) = 1, 0 \leq n_1 \leq 2N_1 - 2, 0 \leq n_2 \leq 2N_2 - 2$

Αυτή η μέθοδος προσπαθεί να βελτιώσει την υψηλά στατιστική μεταβλητότητα του φασματικού εκτιμητή. Η εφαρμογή αυτού του εκτιμητή μπορεί να θεωρηθεί σταθμισμένη κατά μέσο όρο του Περιοδογράμματος. Η δισδιάστατη διατύπωση βρέθηκε ότι είναι :

$$\hat{\Phi}_{BT}(\omega_x, \omega_y) = \hat{\Phi}_p(\omega_x, \omega_y) + V(\omega_x, \omega_y)$$

Όπου $V(\omega_x, \omega_y)$ είναι ο μετασχηματισμός Fourier της συνάρτησης παραθύρου που αλλιώς ονομάζεται φασματικό παράθυρο. Η συνέλιξη αυτού του φασματικού παραθύρου μαζί με τα αποτελέσματα της εκτίμησης του Περιοδόγραμμου παράγουν μια εξομάλυνση της εικόνας στο πεδίο της συχνότητας. Ενώ αυτό θεωρητικά θα μείωνε την μεταβλητότητα, η διακριτική ικανότητα υποβαθμίζεται. Η προσεκτική επιλογή της συνάρτησης παραθύρου και του μεγέθους του είναι απαραίτητα για να διασφαλίσουμε τα σωστά αποτελέσματα. Σε αυτή την περίπτωση το παράθυρο Hamming του οποίου το μέγεθος ήταν το μισό από το μέγεθος της τελικής εικόνας επιλέχτηκε με βάση την υποκειμενική εκτίμηση των εικόνων.

5.5.5 Μέθοδος Welch

Η τελευταία μέθοδος που βασίζεται στο Περιοδόγραμμα και εφαρμόστηκε ήταν η μέθοδος Welch. Αυτή η μέθοδος επίσης προσπαθεί να μειώσει την διακριτική ικανότητα για την μειωθεί και η διακύμανση κατά μέσο όρο. Ο διδιάστατος διακριτός χωρικός μετασχηματισμός είναι :

$$\hat{\Phi}_w(\omega_x, \omega_y) \frac{1}{S_y} \frac{1}{S_x} \sum_{d=1}^{S_y} \sum_{c=1}^{S_x} \frac{1}{M_{S_y} N_{S_x}} \left| \sum_{m=0}^{M_{S_y}-1} \sum_{n=0}^{N_{S_x}-1} v(n, m) y[(c-1)K_x + n, (d-1)K_y + m] e^{-j(\omega_x n + \omega_y m)} \right|^2$$

σε αυτήν την περίπτωση η εικόνα χωρίζεται σε επικαλυπτόμενα μπλοκ τα όποια βγάζουν έναν μέσο όρο. Οι οροί M_{S_y} και N_{S_x} , ορίζουν το μέγεθος του κάθε μπλοκ ενώ οι οροί K_x και K_y ορίζουν το μέγεθος της επικαλυψης

5.6 Μέθοδοι Που Βασίζονται Στη Διακύμανση-Μεταβλητότητα Και Εικόνες SAR

Οι επόμενες μέθοδοι φασματικής εκτίμησης που μελετώνται επικεντρώνονται στον πίνακα μεταβλητότητας. Αυτές οι μέθοδοι είναι Capon, EigenVector (EV) και APES. Για να γίνει χρήση αυτών των μεθόδων, πρώτα πρέπει να προσδιορίσουμε τον πίνακα μεταβλητότητας.

Στις 2 διαστάσεις, η εκτίμηση του πίνακα συνδιακυμανσης ενός σήματος από το ιστορικό φάσης δημιουργεί δυο προβλήματα. Πρώτα, απ όλα ακόμα δεν υπάρχει συμφωνία μεταξύ των ερευνητών για το ποια μέθοδος έχει τις καλύτερες επιδόσεις. Στη συνέχεια, τα αποτελέσματα του πίνακα μεταβλητότητας είναι πολύ μεγαλύτερα στις δυο διαστάσεις από τα αποτελέσματα της μιας διάστασης.

5.6.1 Μέθοδος CAPON

Η μέθοδος capon, η οποία επίσης ονομάζεται και ελάχιστη μέθοδος διακύμανσης είναι μέθοδος καίριας σημασίας στις μεθόδους εκτίμησης υψηλής ανάλυσης δυο διαστάσεων.

Εάν ορίσουμε το διάνυσμα Fourier δυο διαστάσεων ως :

$$W(\omega_x, \omega_y) [1e^{-j\omega_x} \dots e^{-j(M-1)\omega_x}]^T \otimes [1e^{-j\omega_y} \dots e^{-j(M-1)\omega_y}]^T$$

Το πλάτος κάθε σημείου δίνεται από :

$$\hat{\phi}_w(\omega_x, \omega_y) = \frac{1}{W^H(\omega_x, \omega_y)R^{-1}W(\omega_x, \omega_y)}$$

Η μέθοδος Capon είναι σχεδιασμένη να παίρνει ένα ημίτονο δυο διαστάσεων σε μια συγκεκριμένη συχνότητα χωρίς παραμόρφωση ενώ ταυτόχρονα ελαχιστοποιεί τη διακύμανση του θορύβου της εικόνας που προκύπτει. Οι υπολογισμοί των παραπάνω εξισώσεων περιλαμβάνει δυο υπολογιστικές εργασίες :

Αντίστροφη του R πίνακα, και πολλαπλασιασμό του πίνακα με τα διανύσματα $W(\omega_x, \omega_y)$, που πρέπει να γίνει για κάθε σημείο της εικόνας.

5.7 Μέθοδοι Αποδόμησης Υπόχωρου

Η EigenVector (EV) και η μέθοδος MUSIC είναι και οι δυο παραμετρικές μέθοδοι που εκμεταλλεύονται την παραδοχή ότι το ιστορικό φάσης είναι το άθροισμα δισδιάστατων ημιτόνων με υπόβαθρο τον λευκό θόρυβο. Ονομάζονται μέθοδοι αποδόμησης υποχώρου για τις εκτιμήσεις κορυφών για το λόγο ότι διαχωρίζουν τα ιδιοδιανύσματα του πίνακα αυτοδιακύμανσης σε αυτά που αποκρίνονται σε σήματα και σε ηχοπαράσιτα. Στην μέθοδο EV, το πλάτος της εικόνας στο σημείο (ω_x, ω_y) δίνεται από τον τύπο :

$$\hat{\phi}_{EV}(\omega_x, \omega_y) = \frac{1}{W^H(\omega_x, \omega_y)(\sum_{clutter} \frac{1}{\lambda_t} \vec{v} \vec{v}^H)W(\omega_x, \omega_y)}$$

Ενώ στη μέθοδο MUSIC, το πλάτος της εικόνας δίνεται από :

$$\hat{\phi}_{MUSIC}(\omega_x, \omega_y) = \frac{1}{W^H(\omega_x, \omega_y)(\sum_{clutter} \sigma^2 \vec{v} \vec{v}^H)W(\omega_x, \omega_y)}$$

Και οι δυο μέθοδοι επιχειρούν να μικρύνουν όσο το δυνατόν τον παρανομαστή όταν ένα ημιτονοειδές σήμα ανταποκρίνεται σε ένα σημείο στην εικόνα SAR

ευθυγραμμίζεται με ένα σήμα υπόχωρου eigenvector. Σε αυτό το σημείο, το αποτέλεσμα είναι μια κορυφή στην εκτίμηση της εικόνας. Έτσι, αυτές οι μέθοδοι είναι αναπαριστούν απόλυτα την ένταση σκέδασης σε κάθε σημείο.

5.7.1 Μέθοδος MUSIC

Η μέθοδος MUSIC θεωρείται να είναι κακής απόδοσης σε εφαρμογές SAR. Η μέθοδος MUSIC εκμεταλλεύεται περαιτέρω την παραδοχή ότι τα ηχοπαράσιτα είναι λευκός θόρυβος. Στην πράξη αυτή η παραδοχή δεν είναι εντελώς αλήθεια, και η μέθοδος EV δείχνει με μεγαλύτερη ακρίβεια τα χαρακτηριστικά της εικόνας. Για αυτό το λόγο πρέπει να επιλέξουμε ανάμεσα στην MUSIC και την EV μέθοδο. Παρόλα αυτά, δεν χρησιμοποιούμε την μέθοδο EV για να αναγνωρίσουμε ιδιαίτερους σκεδαστείς σημείου, όπως θα κάναμε σε ένα πραγματικό πρόβλημα παραμετρικής εκτίμησης. Αντ' αυτού προβάλλουμε το κανονικοποιημένο πλάτος της παραπάνω συνάρτησης.

Σημειώστε ότι εάν συμπεριλαμβάνονται όλα τα ιδιοδιανύσματα στα ηχοπαράσιτα του υποχώρου (μοντέλο τάξης 0) η μέθοδος EV γίνεται πανομοιότυποι με την μέθοδο Capon. Έτσι, ο προσδιορισμός της τάξης μοντέλου είναι ζωτικής σημασίας για τη λειτουργία της μεθόδου EV. Πρέπει να αποφασίσουμε με βάση την ιδιωτική του πίνακα R εάν αντιστοιχεί στα ηχοπαράσιτα η στον υπόχωρο του σήματος. Ο αριθμός των ιδιοδιανυσμάτων που επιλεχτήκαν να είναι ο υποχώρω του σήματος καλείται τάξη του σήματος. Για τα παραγόμενα δεδομένα SAR που έχουμε από διάφορα σημεία, τα ιδιοδιανύσματα που ανήκουν στους διαφόρους υποχώρους διαφέρουν κατά τάξης μεγέθους. Παρόλα αυτά, στις πραγματικές SAR εικόνες θα υπάρχουν περισσότερες συνέχειες των ιδιωτιών.

5.7.2 APES Μέθοδος

Η μέθοδος APES είναι αντίστοιχη με την μέθοδος filter bank η οποία υποθέτει ότι το ιστορικό φάσης των δεδομένων είναι ένα άθροισμα συνημίτονων δυο διαστάσεων . Εμπειρικά η μέθοδος APES έχει καλύτερα αποτελέσματα σε ευρύτερες φασματικές περιοχές από τη μέθοδο CAPON, αλλά είναι περισσότερο ακριβής στις φασματικές εκτιμήσεις του πλάτους. Στη μέθοδο CAPON , αν και οι φασματικές κορυφές είναι πιο στενές από την APES, οι πλευρικοί λοβοί είναι υψηλότεροι από αυτούς στην APES. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα, η εκτίμηση του πλάτους αναμένεται να είναι λιγότερο ακριβής για την μέθοδο CAPON από αυτή της μεθόδου APES. Η εικόνα SAR εκτιμάται χρησιμοποιώντας μια εξίσωση παρόμοια με αυτή της μεθόδου CAPON.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 1

ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΑΠΟΔΩΣΗΣ ΕΚΤΙΜΗΤΩΝ ΓΙΑ ΕΙΚΟΝΕΣ SAR

Το πρώτο βήμα για να αξιολογήσουμε κάθε μέθοδο ήταν να αναπτύξουμε ένα πακέτο προσομοιωμένων δεδομένων.

Όπως γνωρίζουμε από τη θεωρία, οι περισσότερες μέθοδοι εκτίμησης φάσματος προσπαθούν να μετατρέψουν τη διακύμανση του θορύβου και τη διακριτική ικανότητα.

Χωρική Διακριτική Ικανότητα – (Spatial Resolution)

Το μετρό του ποσό κοντά βρίσκονται και μπορούν να αναλυθούν σε μια εικόνα ονομάζεται χωρική ανάλυση, και εξαρτάται από τις ιδιότητες του συστήματος που έχει δημιουργήσει την εικόνα, και όχι μόνο την ανάλυση pixel . Για παράδειγμα σε μια οθόνη υπολογιστή η χωρική διακριτική ικανότητα είναι περίπου από 72 μέχρι 100 γραμμές ανά ίντσα. Σε συστήματα γεωγραφικών πληροφοριών η χωρική ανάλυση μετριέται από το «δείγμα απόστασης από το έδαφος» της εικόνας. Στην αστρονομία η χωρική ανάλυση συχνά μετριέται ως μοίρα αν δευτερόλεπτο υπό την όποια φαίνεται στο σημείο παρατήρησης.

Noise Performance

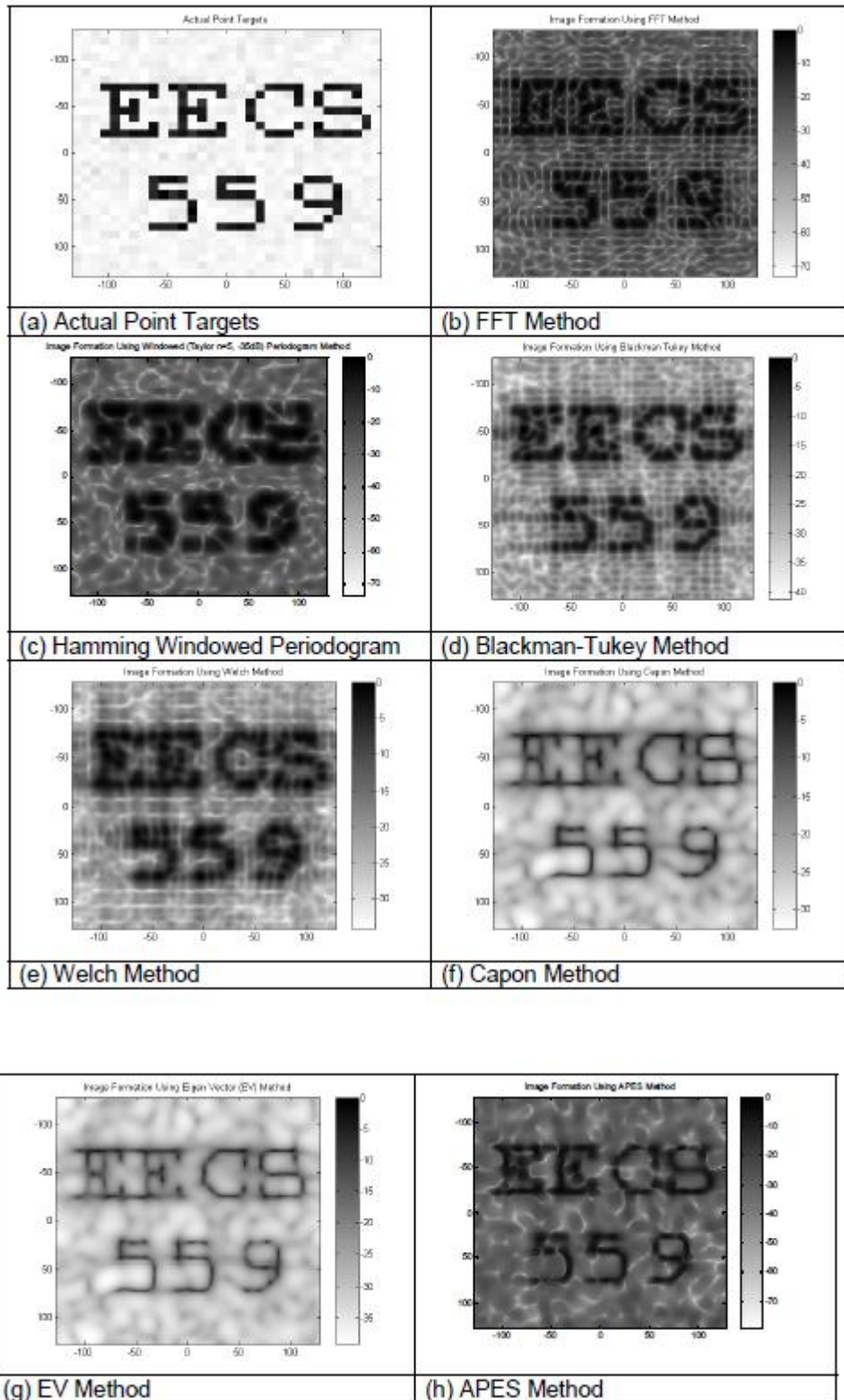
Τα αποτελέσματα του θορύβου στην απόδοση ενός έργου είναι αρκετά σύνθετα, και δεν μπορούμε να τα προβλέψουμε όπως αλλά φαινόμενα. Συνήθως επηρεάζονται από παράγοντες μη – ακουστικούς,

Υπάρχουν δυο ειδή θορύβου που είναι συνηθισμένοι στα συστήματα απεικόνισης SAR, ο προσθετικός θόρυβος και ο πολλαπλασιαστικός. Ο προσθετικός θόρυβος είναι συνήθως θερμικός θόρυβος λόγω των αισθητήρων. Ο πολλαπλασιαστικός

θόρυβος , από την άλλη μεριά εξαρτάται από το σήμα, και το συνολικό του επίπεδο εξαρτάται από το συντελεστή οπισθοσκέδασης στον στόχο.

Παράδειγμα προσομοίωσης

Στο παρακάτω παράδειγμα έχουμε ένα πακέτο δεδομένων ιστορικού φάσης στα οποία έχουμε προσθέσει Λευκό Γκαουσιανό Θόρυβο με διακύμανση 0,25. Το μέγεθος του ιστορικού φάσης είναι 32x32 και το μέγεθος της εικόνας είναι 256x256. Μια εικόνα μεγαλύτερη από το ιστορικό φάσης χρησιμοποιήθηκε για να αυξήσουμε τον αριθμό των συχνοτήτων που αξιολογήθηκαν. Παρακάτω βλέπουμε τα αποτελέσματα της κάθε μεθόδου φασματικής εκτίμησης και τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα της κάθε μιας.



Από την παρατήρηση των παραπάνω εικόνων, μπορούμε να βγάλουμε ενδιαφέροντα συμπεράσματα από τις διαφορετικές τεχνικές εκτίμησης φάσματος. Το πρώτο γκρουπ των εκτιμητών (Περιοδόγραμμα με μέγεθος παράθυρου, Blackman-Tukey, Welch)

είναι βασισμένοι στο Περιοδόγραμμα. Όπως γνωρίζουμε αυτές οι μέθοδοι πρέπει να έχουν σχετικά κακή διακριτική ικανότητα επειδή έχουμε αυξημένο το μέγεθος του κεντρικού λοβού. Ωστόσο, βοηθούν επίσης να μειωθούν οι πλευρικοί λοβοί, για το λόγο αυτό είναι πιο εύκολο να τα εξάγουμε τα σημεία από το φόντο και το θόρυβο σε σχέση με τη μέθοδο fat. Το δεύτερο γκρουπ των φασματικών εκτιμητών(Capon, EV, APES) μπορούν να χρησιμοποιηθούν όταν χρειαζόμαστε καλύτερη ανάλυση . φαίνεται ότι η μέθοδος APES δεν έχει τόσο καλή απόδοση όσο η μέθοδος Capon και EV. Παρόλα αυτά το σκεπτικό της μεθόδου APES ήταν να δίνει καλύτερες εκτιμήσεις για το πλάτος της συνάρτησης ανακλαστικότητας, αφού όμως οι προσομοιώσεις μας κανονικοποιούν το πλάτος, δεν μπορούμε να επιβεβαιώσουμε κάτι τέτοιο.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 2

Τα Ραντάρ Του Μέλλοντος

Πολυλειτουργικά Ραντάρ

Ίσως η πιο σημαντική εξέλιξη στην τεχνολογία των ραντάρ τα τελευταία χρόνια είναι η στροφή προς τα πολυλειτουργικά ραντάρ ή συστήματα που μπορεί να εκτελέσουν μια ποικιλία εφαρμογών με το ίδιο σύστημα. Η κατεύθυνση προς μια κατάσταση ακινητού ραντάρ έδωσε την πρώτη γεύση από την εκτέλεση πολλών εφαρμογών με το ίδιο ραντάρ.

Τα ραντάρ πολλαπλών λειτουργιών μπορούν να εξοικονομήσουν χώρο, βάρος και ισχύς συνδυάζοντας μερικά αυτόνομα ραντάρ σ ένα σύστημα, και επίσης μπορούν να βοηθήσουν στο να μειωθούν οι απαιτήσεις από χειριστές ραντάρ.

Οι τελευταίες ενσαρκώσεις του Raytheon Spy 1 και Spy 3 dual band ραντάρ ενός πλοίου μπορεί να αντικαταστήσει μέχρι και μια ντουζίνα συμβατικές κεραίες, λέει ο

Russell. "Θα αρχίσουμε να βλέπουμε το χώρο, το μέγεθος και το βάρος που διατίθενται για τις κεραίες σε πλοία να συρρικνώνεται και η λειτουργικότητά τους να αυξάνεται

Τα εξελιγμένα ρανταρ και η ταχεία επεξεργασία των ψηφιοποιημένων σημάτων ραντάρ επιτρέπει στους σχεδιαστές συστημάτων να «κοβουν» σε μέρη τα σήματα που επιστρέφουν από ευρυζωνικά ραντάρ σε δύο ή περισσότερα μέρη, και να χρησιμοποιούν τα επιμέρους τμήματα για τις ξεχωριστές εφαρμογές, όπως η ευρεία περιοχή αναζήτησης, καθώς και παρακολούθηση στόχου

Σήμερα, οι χειριστές δεν μπορούν να εξετάσουν ξεχωριστά τμήματα των επιστρεφόμενων σημάτων ταυτόχρονα, αν και μπορούν να αλλάξουν τα τμήματα του σήματος αρκετά γρήγορα έτσι ώστε να φαίνεται ότι γίνεται σε πραγματικό χρόνο. Όπως πάντα, οι σχεδιαστές συστημάτων πρέπει να καθορίσουν τις προτεραιότητες των ραντάρ . «μπορείς να επιλέξεις να κάνεις την κεραία σου ευρείας ζώνης , η πολλαπλής ζώνης» λέει ο Rusell

Ραντάρ Τύπου SAR Σε Εξέλιξη

Παρακάτω παρουσιάζονται ραντάρ συνθετικού ανοίγματος που αυτή τη στιγμή βρίσκονται σε φάση ανάπτυξης .

FLOSAR

Η κύρια ιδέα που προωθεί αυτή την μελέτη είναι να βελτιωθεί η διακριτική ικανότητα ενός ραντάρ που είναι τοποθετημένο σ ένα αεροπλάνο, και κοιτάζει την προς τα εμπρός κατεύθυνση. Αυτό μπορεί να επιτευχτεί με τη δημιουργία μιας συνθετικής συστοιχίας κατά μήκος της διαδρομής πτήσης του αεροσκάφους. Ο Όρος της νέας ιδέας ορίζεται ως *Forward-Looking Synthetic Aperture Radar* (FLoSAR).

ImpSAR

Το σύστημα Impulse Synthetic Aperture Radar (ImpSAR), είναι επίσης σε προηγμένη φάση ανάπτυξης, είναι μια τεχνολογία μικροκυματικής απεικόνισης ικανή να δει πράγματα μέσα από τοίχους που είναι κατασκευασμένοι τόσο διαφορετικά όπως, γυψοσανίδες, ξύλο, σκυρόδεμα και τούβλα, που επιτρέπει στον χειριστή του να βλέπει ο ίδιος απομακρυσμένα όπλα ή άλλους στόχους από απόσταση 50 μέτρων (στην μελλοντική εξέλιξη τα αερομεταφορούμενα συστήματα θα έχουν τη δυνατότητα από απόσταση 1000m). Το σύστημα θα μπορεί επίσης να παρέχει τη δυνατότητα για τον εντοπισμό και τη χαρτογράφηση στο εσωτερικό τοίχων, υπόγειων κατασκευών ή ορυχείων κτλ. Ο δεκτής ImpSAR θα μπορεί αξιόπιστα να ανιχνεύει να χαρτογραφεί και να αναγνωρίζει στόχους είτε την ημέρα είτε την νύχτα σε οποιοδήποτε καιρικές συνθήκες από οποιοδήποτε πιθανό σημείο όπως φορτηγά, ελικόπτερα, αεροπλάνα κ.α. Το σύστημα θα είναι ικανό να παράγει εικόνες δυο ή τριών διαστάσεων και κινητούς ή ακινήτους στόχους από πολύ μεγάλη απόσταση με πολύ υψηλότερη ανάλυση από οποιαδήποτε άλλη τεχνολογία είναι διαθέσιμη σήμερα

Τρομερή ανάπτυξη τα τελευταία 60 χρόνια, από το 1978 που εκτοξεύτηκε ο seasat έως τον terrasat-x και radarSat. Μπορούν να μετρήσουν ηφαίστεια σεισμούς επιφάνεια την επιφάνεια των ωκεανών την κίνηση την αναγνώριση κ.α. στο μέλλον οι απαιτήσεις αυξάνονται, θέλουμε ευρύτερη κάλυψη, έχουμε απαίτηση για υψηλότερη γεωμετρική και σταδιομετρική ανάλυση, επίσης έχουμε νέα παράγωγα από τους συνεκτικούς συνδυασμούς των εικόνων sar όπως

- Delta- Dems (μετρήσεις των μεγάλων αλλαγών) (πχ. ισοζύγιο της μάζας του πάγου)
- 3-D απεικονίσεις όγκου (πχ η δομή ενός δάσους)
- 4-D τομογραφία (πχ δυναμική βιομάζα)

Next Revolution Brain Imaging

Στο μέλλον θα μπορούμε να μετρήσουμε την μεταβολική δραστηριότητα του εγκεφάλου ενώ θα έχουμε 4 d απεικονίσεις από το διάστημα για να παρατηρούμε τις αλλαγές .

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Yanwei Wang – Jian Li – Petre Stoica, Spectral Analysis Of Signals The Missing Data Case, Morgan & Claypool Publishers 2006
- [2] Grant E. Hearn – Andrew V. Metcalfe, Spectral Analysis In Engineering, Elsevier, 1995
- [3] Petre Stoica – Randolph L. Moses, Spectral Analysis Of Signals, Pearson Prentice Hall, 2005
- [4] Petre Stoica – Randolph L. Moses, Introduction To Spectral Analysis, Pearson Prentice Hall, 1997
- [5] Piet M.T.,Broersen, Automatic Autocorrelation and Spectral Analysis, Springer London Ltd, 2006
- [6] Ιωάννης Πήτας, Ψηφιακή Επεξεργασία Εικόνας, Θεσσαλονίκη
- [7] Νικόλαος Παπαμάρκος, Ψηφιακή Επεξεργασία & Ανάλυση Εικόνας, Β. Γκιούρδας Εκδοτική, 2005
- [8] Shivakumar Ramakrishnan, Vincent Demarcus, Jerome Le Ny, Neal Patwari, Joel Gussy Advanced Signal Processing, University Of Michigan, 2002
- [9] Περιοδικό Ανώτατης Διακλαδικής Σχολής Πολέμου, τευχος 150, 2009
- [10] Henri Maitre ,Processing Of Synthetic Aperture Radar Images , Wiley , 2008
- [11] G. Krieger, A. Moreira – Kiyo Tomiyasu , The Future Of Spaceborn SAR , GRSS Online Lectures,