



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΛΟΠΟΝΝΗΣΟΥ
ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ
ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ
ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ

Π.Μ.Σ
ΠΡΟΗΓΜΕΝΑ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΚΑ
ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΑ

Επισκόπηση συνεργατικών δικτύων με αναμεταδότες

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟΣ
ΦΟΙΤΗΤΗΣ
ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ
ΒΕΛΟΥΤΣΟΣ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ
ΝΙΚΟΛΑΟΣ ΣΑΓΓΙΑΣ
ΕΠΙΚΟΥΡΟΣ
ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ

2012

Σκοπίμως κενή σελίδα



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΛΟΠΟΝΝΗΣΟΥ
ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ
ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ
Π.Μ.Σ «ΠΡΟΗΓΜΕΝΑ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΑ»

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Επισκόπηση συνεργατικών δικτύων με αναμεταδότες

ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ ΒΕΛΟΥΤΣΟΣ
Α.Μ: 2010103

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ: ΝΙΚΟΛΑΟΣ ΣΑΓΙΑΣ
ΕΠΙΚΟΥΡΟΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ

ΤΡΙΠΟΛΗ 2012

Σκοπίμως κενή σελίδα



Θερμές ευχαριστίες

στον Καθηγητή κ. Σαγιά

που με αποδέχτηκε και στήριξε

όλη την πορεία της εργασίας μου

Σκοπίμως κενή σελίδα

Περιεχόμενα

Περίληψη	11
Πίνακας σχημάτων.....	12
Κεφάλαιο 1	
Η μετεξέλιξη των συνεργατικών επικοινωνιών.....	15
Κεφάλαιο 2	
Κατηγοριοποίηση διαλείψεων και χαρακτηριστικά επίδοσης.....	18
2.1 Τύποι διαλείψεων	19
2.2 Κανάλι σε διάλειψη κατανομής <i>Rayleigh</i>	20
2.3 Κανάλι σε διάλειψη κατανομής <i>Nakagami-m</i>	21
2.4 Κανάλι σε διάλειψη κατανομής <i>Nakagami-n (Rice)</i>	21
2.5 Κανάλι σε διάλειψη κατανομής <i>Nakagami-q (Hoyt)</i>	22
2.6 Τυποποίηση BER σήματος διαδιδόμενο εντός καναλιού σε διάλειψη	23
2.7 Παράγοντας βάρους μέγιστου λόγου W_{L_r} σε σύμφωνη λήψη	25
2.8 Μέση πιθανότητα σφάλματος σε σύμφωνη λήψη	27
2.8.1 Μέση πιθανότητα σφάλματος σε σύμφωνη <i>M-PSK</i>	28
2.8.2 Μέση πιθανότητα σφάλματος σε σύμφωνη <i>M-QAM</i>	28
2.9 Βαθμός συσχέτισης και μέση πιθανότητα σφάλματος	29
2.10 Μέση πιθανότητα σφάλματος σε ασύμφωνη λήψη	30
2.10.1 Μέση πιθανότητα σφάλματος σε <i>M-PSK</i>	32

2.10.2	Μέση πιθανότητα σφάλματος M -QAM	33
2.11	Πιθανότητα πτώσης ρυθμού μετάδοσης κάτω από κατώφλι R	33

Κεφάλαιο 3

Πρωτόκολλα δρομολόγησης ενίσχυσης και προώθησης & αποκωδικοποίησης και προώθησης (*Amplify and Forward & Decode and Forward*)

Μοναδικός διαμεσολαβητής (<i>Single Relay</i>)	36	
3.1	Παράμετροι και μοντελοποίηση συστήματος	37
3.2	Πρωτόκολλο αποκωδικοποίησης και προώθησης (<i>Decode and Forward</i>)	38
3.2.1	Αποκωδικοποίηση και προώθηση σταθερού κέρδους (<i>Fixed Gain Decode and Forward Protocol</i>).....	38
3.2.2	Αποκωδικοποίηση επιλεκτικής προώθησης (<i>Selective Relaying Decode and Forward Protocol</i>).....	40
3.2.3	Ρυθμός σφάλματος συμβόλου (<i>symbol error rate – SER</i>) πρωτοκόλλου αποκωδικοποίησης και προώθησης	41
3.2.3.1	Διαμόρφωση M -PSK	42
3.2.3.2	Διαμόρφωση M -QAM	42
3.2.4	Άνω όριο ρυθμού σφάλματος συμβόλου (<i>symbol error rate – SER</i>) πρωτοκόλλου αποκωδικοποίησης και προώθησης	44
3.3	Πρωτόκολλο ενίσχυσης και προώθησης (<i>Amplify and Forward Protocol</i>)	46
3.3.1	Ενίσχυση και προώθηση σταθερού κέρδους (<i>Fixed Gain Amplify and Forward Protocol</i>).....	46
3.3.2	Ενίσχυση με επιλεκτική προώθηση (<i>incremental amplify & forward relaying</i>).....	49
3.3.3	Ρυθμός σφάλματος πρωτοκόλλου ενίσχυσης και προώθησης	50

3.4	Αριθμητικός υπολογισμός εμφάνισης σφαλμάτων	53
3.4.1	Ρυθμός σφάλματος πρωτοκόλλου αποκωδικοποίησης και προώθησης.....	53
3.4.1.1	Ρυθμός σφάλματος για διαφορετικές τιμές διακύμανσης ισχύος θορύβου	53
3.4.1.2	Ρυθμός σφάλματος για διαφορετικές τιμές ισχύος εκπομπής	54
3.4.2	Ρυθμός σφάλματος πρωτοκόλλου ενίσχυσης και προώθησης	57
3.4.2.1	Ρυθμός σφάλματος για διαφορετικές τιμές ισχύος εκπομπής	58
3.4.2.2	Ρυθμός σφάλματος διαφορετικών τιμών τάξης διαμόρφωσης	58

Κεφάλαιο 4

	Πρωτόκολλα δρομολόγησης ενίσχυσης και προώθησης & αποκωδικοποίησης και προώθησης (<i>Amplify and Forward & Decode and Forward</i>) - Πολλαπλοί διαμεσολαβητές (<i>Multiple Relays</i>)	60
4.1	Μετάδοση μέσω ορθογωνικών καναλιών	61
4.2	Πρωτόκολλο αποκωδικοποίησης και προώθησης σε ορθογωνικά κανάλια (<i>DF Protocol & orthogonal channel transmission</i>).....	62
4.3	Ρυθμός σφάλματος συμβόλου πρωτοκόλλου αποκωδικοποίησης και προώθησης πολλαπλών ενδιάμεσων κόμβων	63
4.4	Πρωτόκολλο ενίσχυσης και προώθησης σε ορθογωνικά κανάλια (<i>AF Protocol & orthogonal channel transmission</i>).....	66
4.5	Ρυθμός σφάλματος συμβόλου πρωτοκόλλου ενίσχυσης και προώθησης πολλαπλών ενδιάμεσων κόμβων	68
4.6	Σχηματοποίηση εκπεμπόμενης ισχύος σήματος (<i>Transmit Beamforming</i>)	71

Κεφάλαιο 5

Κατανομή ισχύος σε πρωτόκολλο ενίσχυσης και προώθησης & αποκωδικοποίησης και προώθησης (*Amplify and Forward & Decode and Forward*).....77

5.1 Κατανομή ισχύος εκπομπής ενδιάμεσων κόμβων συστήματος ενίσχυσης και προώθησης78

5.1.1 Κατανομή ισχύος παρουσία πληροφορίας παραμέτρων καναλιού78

5.1.2 Κατανομή ισχύος χωρίς παρουσία πληροφορίας παραμέτρων καναλιού79

5.1.3 Κατανομή ισχύος βάση κριτηρίου πιθανότητας σφάλματος81

5.2 Κατανομή ισχύος εκπομπής ενδιάμεσων κόμβων συστήματος αποκωδικοποίησης και προώθησης83

Κεφάλαιο 6

Κατανομή ισχύος κυψελωτού πολυαλματικού συστήματος..... 87

6.1 Κατανομή ισχύος σε ενδιάμεσους κόμβους σε πρωτόκολλο ενίσχυσης και προώθησης88

6.2 Κατανομή ισχύος σε ενδιάμεσους κόμβους σε πρωτόκολλο αποκωδικοποίησης και προώθησης93

6.3 Κάλυψη και χωρητικότητα σε κυψελωτά συστήματα *LTE-Advanced* με ενδιάμεσους κόμβους πρωτοκόλλων ενίσχυσης και αποκωδικοποίησης και προώθησης94

6.4 Στρατηγική χωροθέτησης ενδιάμεσων κόμβων96

Παραπομπές.....99

Περίληψη

Η παρούσα ανάλυση των συνεργατικών δικτύων εστιάζει στη δομή και λειτουργία των πρωτοκόλλων προώθησης, ενίσχυσης και αποκωδικοποίησης σε διαύλους που υπόκεινται σε διάλεια κατά *Rayleigh*. Τα φαινόμενα των πολλαπλών διαδρομών που λαμβάνουν χώρα σε ένα τέτοιο περιβάλλον δύναται να αντιμετωπισθούν με αποτελεσματικό τρόπο είτε εφαρμόζοντας διαφορισμό μέγιστου λόγου είτε με τη χρήση δέκτη *RAKE*, ο οποίος καθορίζει την τάξη του διαφορισμού μέσω του αριθμού των κλάδων που διαθέτει. Η χρησιμότητα του διαφορισμού μέγιστου λόγου γίνεται ορατή στον υπολογισμό κατάλληλου πολλαπλασιαστικού παράγοντα για την κάθε αφικνούμενη συνιστώσα σήματος, στον τελικό δέκτη, με συνέπεια τη βέλτιστη εκμετάλλευση της πληροφορίας που εμπεριέχεται στο σύνολο των λαμβανόμενων συνιστωσών.

Η εφαρμογή του μέγιστου λόγου βρίσκει έδαφος στα πολυαλματικά συστήματα, με την επικοινωνία να διεκπεριώνεται σε δύο χρονικά στάδια-φάσεις που δύναται να είναι περισσότερα με την αύξηση του αριθμού των ενδιάμεσων κόμβων. Βέβαια πρέπει ν' αναλογισθεί κανείς την κατανομή των κόμβων στο χώρο αλλά και το μοντέλο των αλμάτων που καθορίζεται είτε ως ταυτόχρονα άλματα από και προς τους ενδιάμεσους κόμβους είτε ως διαδοχικά μοναδικά άλματα μεταξύ των κόμβων. Παράλληλα επεξηγείται η επίδοση του πρωτοκόλλου ενίσχυσης και προώθησης με ένα και τρεις ενδιάμεσους κόμβους με κριτήριο το ρυθμό εμφάνισης σφαλμάτων συμβόλων. Συνάμα εξάγονται γραφικές παραστάσεις του ρυθμού σφάλματος συμβόλου (*Symbol Error Rate – SER*) και του λόγου ισχύος σήματος προς ισχύ θορύβου (*Signal to Noise Ratio – SNR*) για διάφορες τιμές διακύμανσης θορύβου, ισχύος εκπομπής και τάξεων διαμόρφωσης. Οι σχηματικές απεικονίσεις βασίζονται στις ακριβείς ισότητες ρυθμού σφάλματος συμβόλου.

Μείζονος σημασίας αποτελεί η κατανομή της ισχύος μεταξύ των κόμβων βάσει ενός άνω ορίου διαθέσιμης ισχύος εκπομπής για το συνολικά υλοποιούμενο σύστημα. Κριτήριο στην προσπάθεια αυτή αποτελεί η προσέγγιση του ρυθμού εμφάνισης σφαλμάτων για συγκεκριμένου τύπου διαμορφώσεις που είναι η *M-QAM* και *M-PSK*.

Η κρισιμότητα των πολυαλματικών δικτύων είναι εμφανής στα κυψελωτά συστήματα τέταρτης και πλέον γενιάς (*LTE Advanced*) όπου προσφέρεται υψηλότερος ρυθμός μετάδοσης για δεδομένο ρυθμό σφαλμάτων αλλά και μεγαλύτερη κάλυψη με χρήση μικρότερη ισχύος σε σχέση με την τοποθέτηση σταθμών βάσης.

Πίνακας σχημάτων

Σχ.2.1 – Κανάλι σε διάλειαση Rayleigh με έξι συνιστώσες πολλαπλής διαδρομής

Σχ.2.2 – Απεικόνιση συναρτήσεων Bessel πρώτου είδους

Σχ.2.3 – Δέκτης RAKE σύμφωνης λήψης

Σχ.2.4 – Διάγραμμα αστερισμού BPSK, QPSK, 8-PSK διαμόρφωσης

Σχ.3.1 – Πολυαλματικό σύστημα ενός ενδιάμεσου κόμβου

Σχ.3.2 – Απεικόνιση SER και SNR σε πρωτόκολλο αποκωδικοποίησης και προώθησης με διαμόρφωση QPSK ή 4-QAM για διακύμανση θορύβου $\sigma_r^2 = \sigma_d^2 = 1$

Σχ.3.3 – Πολυαλματικό σύστημα ενός ενδιάμεσου κόμβου ενίσχυσης και προώθησης

Σχ.3.4 – Απεικόνιση πιθανότητας σφάλματος συμβόλου SER και SNR στο συνδυασμό μέγιστου λόγου σε πρωτόκολλο ενίσχυσης και προώθησης με διαμόρφωση QPSK ή 4-QAM για διακύμανση θορύβου $\sigma_r^2 = \sigma_d^2 = 1$

Σχ.3.5 – Ρυθμός σφάλματος Decode & Forward για τιμές διακύμανσης $\sigma_r^2 = \sigma_d^2 = 10$

(μπλε καμπύλη) και $\sigma_r^2 = \sigma_d^2 = 1$ (κόκκινη καμπύλη)

Σχ.3.6 – Τιμές διακύμανσης $\sigma_r^2 = 10, \sigma_d^2 = 1$ (μπλε καμπύλη) & $\sigma_r^2 = 1, \sigma_d^2 = 10$ (κόκκινη καμπύλη)

Σχ.3.7 – Τιμές ισχύος εκπομπής πηγής $P_s = 3W, P_r = 3W$ (μπλε καμπύλη) και $P_s = 10W, P_r = 3W$ (κόκκινη καμπύλη)

Σχ.3.8 – Τιμές ισχύος εκπομπής ενδιάμεσου κόμβου $P_s = 10W$, $P_r = 1W$ (μπλε καμπύλη) και $P_s = 10W$, $P_r = 6W$ (κόκκινη καμπύλη)

Σχ.3.9 – Ρυθμός σφάλματος Decode & Forward για 4-QAM (μπλε καμπύλη) και 16-QAM (κόκκινη καμπύλη)

Σχ.3.10 – SER για τιμές διακύμανσης $\sigma_r^2 = \sigma_d^2 = 10$ (μπλε καμπύλη) και $\sigma_r^2 = \sigma_d^2 = 1$ (κόκκινη καμπύλη)

Σχ.3.11 – SER Amplify & Forward για τιμές ισχύος πηγής και ενδιάμεσου κόμβου $P_s = 3W$, $P_r = 3W$ (μπλε καμπύλη) και $P_s = 10W$, $P_r = 3W$ (κόκκινη καμπύλη)

Σχ.3.12 – Ρυθμός σφάλματος Amplify & Forward για 4-QAM (μπλε καμπύλη) και 16-QAM (κόκκινη καμπύλη)

Σχ.4.1 – Συνεργατικό σύστημα πολλαπλών ενδιάμεσων κόμβων δύο αλμάτων

Σχ.4.2 – Συνεργατικό σύστημα πολλαπλών ενδιάμεσων κόμβων πολλαπλών αλμάτων

Σχ.4.3 – Πιθανότητα σφάλματος πολυαλματικού σειριακού συστήματος αποκωδικοποίησης και προώθησης σε BPSK διαμόρφωση, με απευθείας επαφή πηγής-τελικού δέκτη

Σχ.4.4 – Απεικόνιση πιθανότητας σφάλματος συμβόλου M-PSK διαμόρφωσης σε ενίσχυση και προώθηση με τρεις ενδιάμεσους κόμβους

Σχ.4.5 – Απόδοση ως προς το μέγεθος του SNR και της πιθανότητας P_{outage} πρωτοκόλλων, προώθησης αποκωδικοποίησης και ενίσχυσης

Σχ.4.6 – Απόδοση συστήματος ενίσχυσης και προώθησης ως προς ρυθμό σφάλματος συμβόλου με μοναδικό ενδιάμεσο κόμβο

Σχ.4.7 – Απόδοση συστήματος ενίσχυσης και προώθησης ως προς ρυθμό σφάλματος συμβόλου με τρεις ενδιάμεσους κόμβους

Σχ.5.1 – Συσχέτιση P_{outage} και SNR για διαφορετικά σενάρια απόδοσης ισχύος μεταξύ τριών ενδιάμεσων κόμβων για πρωτόκολλο ενίσχυσης και προώθησης

Σχ.5.2 – Συσχέτιση εκπεμπόμενης ισχύος πηγής & ενδιάμεσων κόμβων για πιθανότητα σφάλματος $SER=10^{-5}$

Σχ.5.3 – Λαμβανόμενο από τον τελικό δέκτη κέρδος SNR για τέσσερις τιμές στη διακύμανση του κέρδους των καναλιών σε πρωτόκολλο αποκωδικοποίησης

Σχ.6.1 – Συνεργατικό σύστημα με σταθμό βάσης και ενδιάμεσους κόμβους πολλαπλών κεραιών

Σχ.6.2 – Εξατομικευμένη απεικόνιση συνεργατικού κυψελωτού συστήματος ενίσχυσης και προώθησης

Σχ.6.3 – Διαδικασία τοποθέτησης ενδιάμεσων κόμβων σε LTE κυψελωτό σύστημα αποκωδικοποίησης και προώθησης

Σχ.6.4 – Περιοχή κάλυψης κυψελωτού LTE συστήματος αποκωδικοποίησης και προώθησης (σταθμοί βάσης απεικονίζονται με τρία βέλη και οι ενδιάμεσοι κόμβοι-relays με μοναδικό βέλος)

Σχ.6.5 – Επίδραση παρεμβολής κατά τη διάρκεια υλοποίησης των δύο φάσεων εκπομπής

Κεφάλαιο 1

Η μετεξέλιξη των συνεργατικών επικοινωνιών

Η πρώτη αναφορά στις συνεργατικές επικοινωνίες σημειώνεται στα μέσα της δεκαετίας του εβδομήντα από τον *Edward C. van der Meulen* ο οποίος κατάφερε να δώσει μία πρώτη ανάλυση για διαύλους τριών κόμβων [47]. Το ερώτημα που αρχικά τέθηκε ήταν το πως δύναται να επιτευχθεί επικοινωνία από πηγή προς τελικό κόμβο χωρίς να είναι ορατός. Η απάντηση ήταν δια μέσου ενός ακόμα κόμβου που θα λειτουργεί ως ενδιάμεσος (*relay node*). Η ανάλυση δε σταμάτησε εκεί αλλά επεκτάθηκε σε ενοποίηση και εφαρμογή [48], σε επικοινωνίες πολλαπλών κόμβων, των θεωρημάτων χωρητικότητας όπως εκείνα διατυπώθηκαν από τον *Shannon*.

Η πρώτη επαφή με τις επικοινωνίες πολλαπλών κόμβων από τον *Meulen* με τη εισαγωγή του καναλιού ενδιάμεσου κόμβου (*relay channel*) αποτέλεσε το εφαλτήριο της αποτύπωσης των θεωρημάτων χωρητικότητας γι' αυτό τον τύπο καναλιών από τους *Cover* και *El Gamal*. Στην τριάδα των θεωρημάτων που διατυπώθηκαν [49] περιγράφεται πως βαίνει αποσβενυόμενη η χωρητικότητα σε περιβάλλον παρεμβολών.

Η εξελικτική πορεία των μελετών, αφορμούμενες από τις πρώτες αναλύσεις, μας οδήγησε στο παρών σημείο. Πλέον οι συνεργατικές επικοινωνίες δύναται να εφαρμοσθούν στην καθημερινότητα μας και ειδικότερα στις κινητές επικοινωνίες όπου η αυξανόμενη ζήτηση σε εύρος ζώνης κάνει επιτακτική τη χρήση της τεχνικής συνεργατικών επικοινωνιών.

Η εισαγωγή ολοένα και περισσότερων υπηρεσιών και η απαίτηση για την τοποθέτηση του πήχη της ποιότητας ολοένα και υψηλότερα οδήγησε στην εγκατάσταση ενός μεγάλου αριθμού σταθμών βάσης. Το πλήθος δε μένει αριθμητικά στατικό, βαίνει διαρκώς αυξανόμενο εισάγοντας το πρόβλημα της υψηλής κατανάλωσης ισχύος. Με το σταθμό βάσης να καταναλώνει τη μεγαλύτερη ποσότητα ηλεκτρικής ενέργειας η απαίτηση για μείωση των εκπεμπόμενων ρύπων αποτελεί προτεραιότητα της ανάπτυξης των νέων δικτύων.

Λύση στο φλέγον ζήτημα αποδίδει η υιοθέτηση της τεχνικής τοποθέτησης ενδιάμεσων κόμβων (*relays*) αντί για σταθμούς βάσης. Με δεδομένη τη χαμηλότερη κατανάλωση σε ισχύ ενός ενδιάμεσου κόμβου σε σχέση με έναν σταθμό βάσης επιτυγχάνεται η χαμηλότερη κατανάλωση και μικρότερη εκπομπή ρύπων.

Η εντατικοποίηση της απαίτησης για βελτίωση των παρεχόμενων υπηρεσιών οδηγεί σε πλήρωση των κενών κάλυψης και στην προσφορά διαθέσιμων διαύλων σε οποιοδήποτε γεωγραφικό σημείο και οποιαδήποτε χρονική στιγμή, ανεξαρτήτως φόρτου κίνησης. Μοιραία πρέπει να αυξηθεί ο αριθμός των σταθμών βάσης κάτι το οποίο οδηγεί σε αυξημένο κόστος και υψηλή ζήτηση σε ηλεκτρική ενέργεια. Η τοποθέτηση ενδιάμεσων κόμβων σε συγκεκριμένα σημεία (*fixed relays*) όπου εντοπίζεται υψηλός φόρτος και κενά κάλυψης επιλύει το διττό ζήτημα.

Παράλληλα οι ενδιάμεσοι κόμβοι δεν τοποθετούνται τόσο υψηλά όσο οι σταθμοί βάσης καθώς καλύπτουν μικρότερη περιοχή με χαμηλότερη ισχύ εκπομπής ενώ δύναται να συνδέονται απευθείας σε κάποιον σταθμό βάσης. Παράλληλα η χρήση απλών πρωτοκόλλων και διαδικασιών δρομολόγησης τους κάνει πιο ελκυστικούς στη χρήση τους.

Συνάμα αντιμετωπίζεται το πρόβλημα των αυξημένων πολλαπλών διαδρομών και της παρεμβολής. Το κάθε κινητό τερματικό δεν αναγκάζεται να εκπέμψει σε υψηλή ή και μέγιστη ισχύ για να εντοπίσει κάποιον δίαυλο επικοινωνίας. Αποτέλεσμα αυτού αποτελεί η

αύξηση του χρονικού διαστήματος μεταξύ φορτίσεων συντελώντας σε μείωση των εκπεμπόμενων ρύπων.

Η εφαρμογή των συνεργατικών επικοινωνιών εντοπίζεται όχι μόνο μεταξύ ενδιάμεσων κόμβων, σταθμών βάσης και κινητών τερματικών αλλά και μεταξύ των κινητών τερματικών αποκλειστικά. Ευρισκόμενα σε μικρές αποστάσεις μεταξύ τους διαμορφώνουν ένα τεχνητό σύστημα πολλαπλών εισόδων και εξόδων (*Virtual MIMO*) διαμοιράζοντας το φόρτο κίνησης ενώ απομειώνουν την ένταση της κίνησης στο κυρίως δίκτυο επικοινωνίας.

Οι συνεργατικές επικοινωνίες αποτελούν πλατφόρμα ανάδειξης των δυνατοτήτων που παρέχει το ασύρματο κανάλι βελτιώνοντας τη χωρητικότητα, την ταχύτητα και την απόδοση των σύγχρονων ασύρματων συστημάτων. Βοηθούν στην μείωση της κατανάλωσης ισχύος στα δίκτυα κινητών επικοινωνιών συμβάλλοντας στον πράσινο χαρακτήρα τους.

Σκοπίμως κενή σελίδα

Κεφάλαιο 2

Κατηγοριοποίηση διαλείψεων και χαρακτηριστικά επίδοσης

Η διάδοση ενός σήματος μέσω ασύρματου καναλιού συναντά τα φαινόμενα των απωλειών διαδρομής, της σκίασης, της ανάκλασης, της περίθλασης, της σκέδασης και τις πολλαπλές διαδρομές με το τελευταίο να είναι αντιληπτό μέσω των πολλαπλών συνιστωσών διαφορετικής χρονικής καθυστέρησης που καταφθάνουν στο δέκτη. Με τη μοντελοποίηση της διάλειψης της ισχύος του σήματος με την κατανομή *Rayleigh* είμαστε σε θέση να σκιαγραφήσουμε το φαινόμενο των πολλαπλών διαδρομών. Παράλληλα η παράθεση των συναρτήσεων Q θα μας βοηθήσει στην αποτύπωση του μέσου *BER* τόσο για σύμφωνη όσο και για ασύμφωνη λήψη για ένα δέκτη *RAKE* στην περίπτωση του διαφορισμού μέγιστου λόγου. Η έμφαση που αποδίδεται στο παρών είδος διαφορισμού έγκειται στην απόδοση κατάλληλου πολλαπλασιαστικού παράγοντα στο *SNR* σε καθεμιά συνιστώσα πολλαπλών διαδρομών ώστε ο ρυθμός μετάδοσης μιας ζεύξης να μην υποβαθμιστεί κάτω από το ρυθμό μετάδοσης του πομπού. Η κατάλληλη επιλογή των βαρών αποτελεί μείζονος σημασίας διαδικασία στην περίπτωση των πολυαλματικών δικτύων καθώς η διαδρομή του σήματος οριοθετείται από συγκεκριμένους κόμβους οι οποίοι πρέπει να το διαβιβάσουν στον επόμενο με όσο το δυνατόν λιγότερο αλλοιωμένη φάση, πλάτος και εν τέλει *SNR*.

2.1 Τύποι διαλείψεων

Η διάλειψη εντοπίζεται στα σημεία της διαδρομής του σήματος όπου εμφανίζεται το μισό του μήκους κύματος ενώ διακρίνεται σε επίπεδη, αργή και ταχεία διάλειψη. Στην επίπεδη το εύρος φάσματος του καναλιού B_C είναι μεγαλύτερο από εκείνο του μεταδιδόμενου σήματος B_S με το σήμα να υπόκειται σε ίδιας έντασης διάλειψη σε όλο του φάσμα. Η αργή διάλειψη σημειώνεται λόγω της ανάκλασης του σήματος σε σκεδαστές με μεγάλο ύψος και επιφάνεια. Στην περίπτωση της ταχείας διάλειψης παρατηρείται έντονη και πυκνή διακύμανση του πλάτους και της φάσης του μεταδιδόμενου σήματος εντός χρονικής διάρκειας μετάδοσης συμβόλου T_S . Το φαινόμενο οφείλεται στη μικρότερη χρονική διάρκεια T_C κατά την οποία το κανάλι θεωρείται σταθερό ως προς τις πολλαπλές διαδρομές, τη σκίαση, τις ανακλάσεις, την εξασθένιση σε σχέση με τη χρονική διάρκεια διάδοσης του συμβόλου T_S με συνέπεια τη συχνοτική διαπλάτυνση του σήματος η οποία στην περίπτωση των πολλαπλών διαδρομών είναι και χρονική, κάτι που ονομάζεται εξάπλωση *Doppler*.

Ας προσεγγίσουμε τα τρία προαναφερθέντα είδη των διαλείψεων πιο συγκεκριμένα. Ένα κανάλι περιγράφεται μέσω των συναρτήσεων κρουστικής απόκρισης και μεταφοράς οι οποίες αντίστοιχα περιγράφονται από τις εξής ισότητες

$$h(\tau, t) = \sum_{i=1}^{N(t)} c_n(t) \delta(\tau - \tau_i(t)) \quad (1.1) \quad \& \quad H(f, t) = \sum_{i=1}^{N(t)} c_n(t) e^{-j2\pi f \tau_i(t)} \quad (1.2)$$

$c_n(t)$: συντελεστής εξασθένισης του σήματος βασικής ζώνης για την i συνιστώσα πολλαπλής διαδρομής

Η πολύ μικρή καθυστέρηση τ_i καθεμιάς εκ των συνιστωσών πολλαπλών διαδρομών εισάγει μεταβολή στη φάση $\varphi_i(t) = 2\pi f_c \tau_i(t)$ (όπου f_c η συχνότητα του φέροντος) της i συνιστώσας με συνέπεια την συχνοτική ολίσθηση της, η οποία περιγράφεται δια μέσου της ολίσθησης *Doppler* και ορίζεται ως ακολούθως

$$D_i \triangleq \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \varphi_i(t) \quad (1.3)$$

Η δε εξάπλωση *Doppler* για διαφορετικές συνιστώσες πολλαπλών διαδρομών i και j αποδίδεται από την ισότητα $D_s = \max_{i,j} |D_i - D_j|$ (1.4). Επομένως καθώς η φάση $\varphi_i(t)$ μεταβάλλεται κατά $\pi/2$ ανά $1/(4D_i)$ δευτερόλεπτα τότε η κρουστική απόκριση $h_b(\tau, t)$

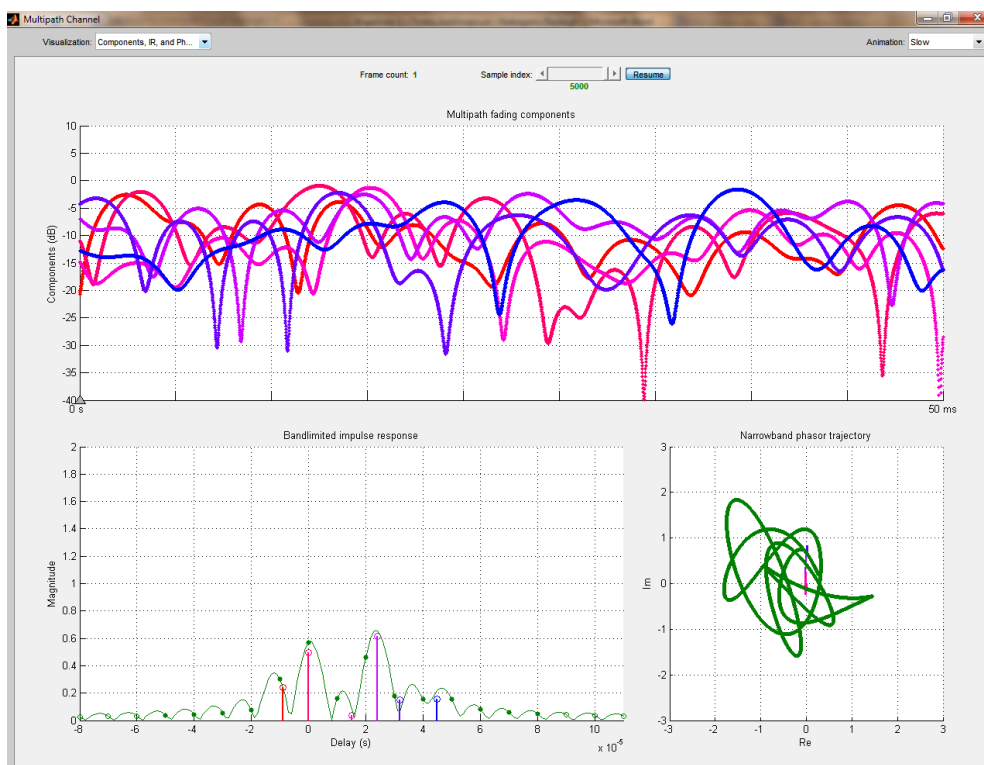
του καναλιού το οποίο εμπεριέχει το σύνολο των συνιστωσών πολλαπλής διαδρομής θα μεταβάλλεται για κάθε περίοδο $1/(4D_s)$, που αποτελεί και τη χρονική διάρκεια T_C κατά την οποία παραμένει σταθερό και εάν είναι μεγαλύτερη από τη χρονική διάρκεια μετάδοσης συμβόλου $T_C \gg T_s$ τότε υφίσταται αργή διάλειψη ενώ εάν είναι μικρότερη $T_C \ll T_s$ τότε υπόκειται σε ταχεία διάλειψη. Σε αυτή την κατηγορία εμπεριέχονται τα κανάλια που υποβάλλουν στο διερχόμενο εξ' αυτών σήμα σε διάλειψη η οποία περιγράφεται με την κατανομή *Nakagami*. Σε κάθε μία εκ των περιπτώσεων το λαμβανόμενο σήμα το δέκτη θα είναι

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau, t)x(t-\tau)d\tau \quad (1.5)$$

2.2 Κανάλι σε διάλειψη κατανομής *Rayleigh*

Η ευρύτερα χρησιμοποιούμενη εξ' αιτίας της απλότητας της είναι η κατανομή *Rayleigh*, που προκύπτει από τη *Nakagami-m* θέτοντας $m=1$ με την πυκνότητα πιθανότητας n' απεικονίζεται ως ακολούθως

$$f_R(r) = \frac{2r}{\Omega} \exp\left(-r^2/\Omega\right) \quad (1.6)$$



Σχ.2.1 – Κανάλι σε διάλειψη *Rayleigh* με έξι συνιστώσες πολλαπλής διαδρομής

2.3 Κανάλι σε διάλειαση κατανομής *Nakagami-m*

Η μεταβολή της τιμής του πλάτους r της συνιστώσας πολλαπλών διαδρομών κατά τη διάρκεια μιας διάλειασης διαγράφει μια συγκεκριμένη ακολουθία η οποία σχηματίζεται με την κατανομή *Nakagami*. Στην πιο γενική της μορφή, *Nakagami-m*, δύναται να εφαρμοσθεί τόσο σε χαμηλού όσο και σε υψηλού *SNR* αφιχθείσας συνιστώσας πολλαπλής διαδρομής. Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της δίδεται ακολούθως

$$f_R(r) = \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m r^{2m-1} \exp\left(-mr^2/\Omega\right) \quad \text{με } m \geq 0.5 \quad \& \quad r \geq 0 \quad (1.7)$$

$\Gamma(m)$: συνάρτηση γάμμα η οποία ορίζεται ως $\Gamma(z) = \int_0^{\infty} t^z e^{-t} dt$ με $z > 0$ και

$\Gamma(n) = (n-1)!$ όπου $n = a + bi$ για $n > 0$, ενώ για $z < 0$

$$\Gamma(z) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n! n^z}{z(z+1)\dots(z+n)} = \frac{1}{z} \prod_{n=1}^{\infty} \frac{\left(1 + \frac{1}{n}\right)^z}{1 + \frac{z}{n}} \quad \text{με} \quad \prod_{i=m}^{\infty} x_i = \lim_{n \rightarrow \infty} \prod_{i=m}^n x_i \quad \text{και}$$

$$\prod_{i=m}^n x_i = x_m \cdot x_{m+1} \cdot x_{m+2} \cdot \dots \cdot x_{n-1} \cdot x_n$$

Ω : η μέση τιμή της λαμβανόμενης ισχύος του σήματος με την επίδραση σκίασης και απωλειών πολλαπλών διαδρομών και ίση με $\Omega = E(R^2)$ ενώ $R = |h(\tau, t)|$

$$m : \text{παράγοντας διάλειασης ίσος με } m = \frac{\Omega^2}{E\left[\left(R^2 - \Omega\right)^2\right]} \quad (1.8)$$

2.4 Κανάλι σε διάλειαση κατανομής *Nakagami-n (Rice)*

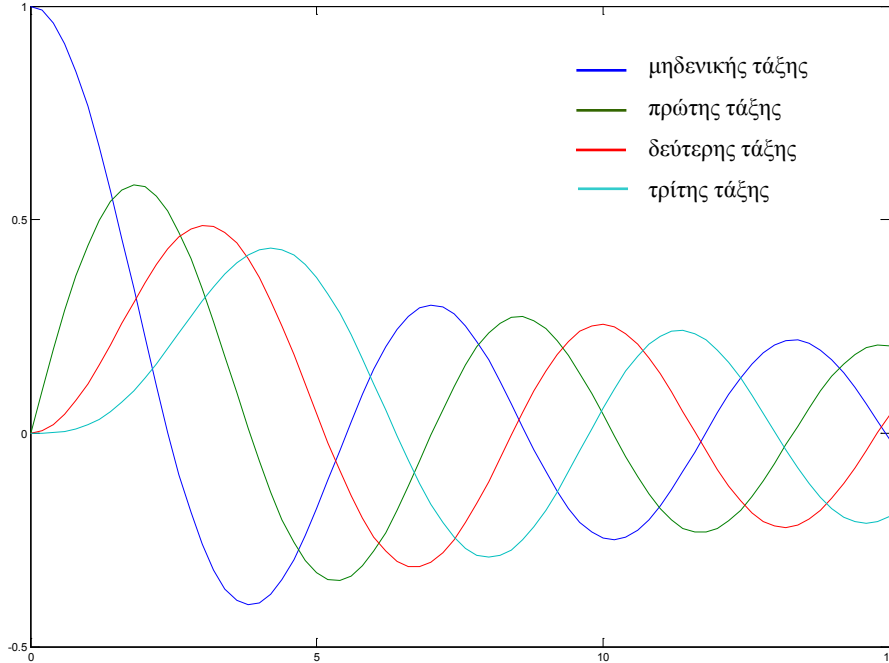
Η κατανομή Rice εφαρμόζεται στην περίπτωση όπου υφίστανται η συνιστώσα σήματος της άμεσης οπτικής επαφής και οι συνιστώσες πολλαπλών διαδρομών. Διαθέτει δε δύο παραμέτρους, την s^2 και την σ^2 που αντιπροσωπεύουν την ισχύ του σήματος που δεν υπόκειται σε διάλειαση και τη διακύμανση των *Gaussian* παραμέτρων αντίστοιχα. Είναι δε ιδανική για την περίπτωση ενός *Gaussian* καναλιού όπου η κρουστική απόκριση του διαθέτει μία μη μηδενική μέση τιμή. Στην περίπτωση όπου $s^2 = 0$ τότε μεταπίπτει στην κατανομή Rayleigh με $\sigma^2 = \Omega/2$. Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας καθορίζεται ακολούθως

$$f(r) = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-r^2 + s^2/2\sigma^2\right) I_0\left[\frac{sr}{\sigma^2}\right] \quad (1.9)$$

όπου I_0 αποτελεί τη συνάρτηση *Bessel* μηδενικής τάξης, πρώτου είδους η οποία δύναται

να ορισθεί μέσω της σειράς *Taylor* $I_a(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m! \Gamma(m+a+1)} \left(\frac{1}{2}x\right)^{2m+a}$ θέτοντας $a=0$ ή

μέσω της ισότητας $I_n(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \exp(-i(n\tau - x \sin \tau)) d\tau$ για $n=0$.



Σχ.2.2 – Απεικόνιση συναρτήσεων *Bessel* πρώτου είδους

2.5 Κανάλι σε διάλειαση κατανομής *Nakagami-q* (*Hoyt*)

Η παρούσα κατανομή δεν έχει πρακτική εφαρμογή ενώ προορίζεται για περιβάλλον μη οπτικής επαφής το οποίο προσκομίζει έναν υψηλότερο βαθμό αβεβαιότητας για το γίνεσθαι εντός της διαδρομής του καναλιού. Το στοιχείο αυτό οδηγεί στην περιγραφή της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας μέσω μιας *Gaussian* διαδικασίας $Z = X + jY$, με X και Y να είναι μηδενικής μέσης τιμής, ανεξάρτητες όπου οι συναρτήσεις κατανομής πιθανότητας τους ακολουθούν την ισότητα $F_{XY}(x, y) = F_X(x) + F_Y(y)$, αποτελώντας τυχαίες μεταβλητές με διακύμανση σ_X^2 και σ_Y^2 αντιστοίχως. Συνεπώς η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας για το σήμα σε διάλειαση *Nakagami-q* με $R = |Z|$ θα υπακούει στην ακόλουθη ισότητα

$$f_r(r) = \left[2r/\Omega\sqrt{1-b^2} \right] \exp\left(-r^2/\Omega(1-b^2)\right) I_0\left(-br^2/\Omega(1-b^2)\right) \quad (1.10)$$

όπου $b = (\sigma_x^2 - \sigma_y^2) / (\sigma_x^2 + \sigma_y^2)$ ν' αποτελεί τη σταθερά του Hoyt.

2.6 Τυποποίηση BER σήματος διαδιδόμενο εντός καναλιού σε διάλειψη

Η σχηματοποίηση της έκφρασης του BER στην παρούσα φάση θα μας παρέχει το απαραίτητο υπόβαθρο για την ανάλυση του διαφορισμού μέγιστου λόγου (*Maximum Ratio Combiner – MRC*), για συστήματα που εφαρμόζουν διαμόρφωση *M-PSK* και *M-QAM* που ακολουθεί στο επόμενο κεφάλαιο. Μια διαδικασία που ξεκινά με τη χρήση της *Gaussian* συνάρτησης Q η οποία αποδίδεται με την ακόλουθη ισότητα

$$Q(x) = \int_x^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) dy \quad (1.11)$$

Η δυσκολία που υπεισέρχεται χρησιμοποιώντας την άνωθεν σχέση εντοπίζεται στον υπολογισμό του μέσου BER του συνολικά λαμβανόμενου σήματος στο δέκτη που πρέπει να πραγματοποιηθεί εξάγοντας τη μέση τιμή πλάτους για την καθεμιά κατανομή πιθανότητας της εκάστοτε μεμονωμένης συνιστώσας πολλαπλών διαδρομών. Μία διαδικασία με έναν ικανό βαθμό πολυπλοκότητας τον οποίο έρχεται να ενισχύσει η εξάρτηση του ορίσματος της συνάρτησης Q από το στιγμιαίο SNR που χαρακτηρίζει το κάθε *bit*, μιας και το κανάλι μας όντας σε διάλειψη δε δύναται να τηρήσει ένα μέσο SNR για το κάθε *bit*. Ειδικότερα γίνεται αντιληπτό από την έκφραση του BER για σύμφωνη λήψη $Q\left[\sqrt{g(2E_b/N_0)n}\right]$. Γι' αυτό μία πιο απλή έκφραση [8.(εξίσωση 9)], που δεν εμπεριέχει το άπειρο ως άνω όριο του ολοκληρώματος και συνεισφέρει στην απλούστευση των υπολογισμών, εισάγεται στο σημείο αυτό

$$Q(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sin^2\theta}\right) d\theta \quad \text{για } x \geq 0 \quad (1.12)$$

Μολονότι η συνάρτηση *Gaussian - Q* εφαρμόζεται για σύμφωνη λήψη ωστόσο πρέπει να εισάγουμε τη συνάρτηση *Marcum Q* η οποία σε συνδυασμό με την ισότητα που υπολόγισε ο Proakis θα μας οδηγήσει σε μια πρώτη προσέγγιση του BER για την περίπτωση της ασύμφωνης λήψης, συνεπώς

$$Q_M(a, b) = \int_b^\infty x \exp\left[-\left(\frac{x^2 + a^2}{2}\right)\right] I_0(ax) dx \quad (1.13)$$

ενώ χάριν απλούστευσης θέτουμε σταθερά $z = a/b$ ή $z \times b = a$ καθώς οι παράμετροι a, b δεν εξαρτώνται από το μεταβαλλόμενο πλάτος r των συνιστωσών πολλαπλών διαδρομών. Τελικά η *Marcum Q* μετασχηματίζεται σε μία μορφή που εμπεριέχει μία εκ' των δύο παραμέτρων, όπως γίνεται αντιληπτό ακολούθως

$$Q_M(bz, b) = \int_b^\infty x \exp\left[-\left(\frac{x^2 + (bz)^2}{2}\right)\right] I_0(bzx) dx \quad (1.14)$$

Συνάμα μέσω της γενικευμένης μορφής της *Marcum Q* και της συνάρτησης *Bessel k* τάξης καταφέρουμε εξάλειψη του απείρου ως άνω όριο του ολοκληρώματος. Η γενικευμένη μορφή της συνάρτησης *Marcum Q* δίνεται από την ακόλουθη ισότητα [9.(εξίσωση 3)]

$$Q_M(a, b) = \frac{1}{a^{l-1}} \int_b^\infty x^l \exp\left[-\left(\frac{x^2 + a^2}{2}\right)\right] I_{l-1}(ax) dx \quad (1.15)$$

ή ισοδύναμα με την μορφή αθροίσματος [9.(εξίσωση 4)]

$$Q_M(a, b) = \exp\left(-\frac{a^2 + b^2}{2}\right) \sum_{k=l-1}^\infty \left(\frac{a}{b}\right)^k I_k(a, b) = \exp\left(-\frac{b^2}{2}[1 + z^2]\right) \sum_{k=l-1}^\infty z^k I_k(b^2 z) \quad (1.16)$$

Η τελευταία έκφραση σε συνδυασμό με τη συνάρτηση *Bessel k* τάξης $I_k(z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^\pi (-je^{j\theta})^k \exp(-x \sin \theta) d\theta$ και με $z = a/b$ μετασχηματίζεται στις ακόλουθες ισότητες [7.(εξίσωση 14a, 14b)]

$$Q_{M1}(bz, b) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^\pi \left\{ \frac{z^{-(l-1)} \left\{ \cos[(l-1)(\theta + \pi/2)] - z \cos[l(\theta + \pi/2)] \right\}}{1 + 2z \sin \theta + z^2} \right\} \quad (1.17)$$

$$\times \exp\left[-\frac{b^2}{2}(1 + 2z \sin \theta + z^2)\right] d\theta$$

$$Q_{M1}(a, az) = 1 - \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^\pi \left\{ \frac{z^l \left\{ \cos[l(\theta + \pi/2)] - z \cos[(l-1)(\theta + \pi/2)] \right\}}{1 + 2z \sin \theta + z^2} \right\} \quad (1.18)$$

$$\times \exp\left[-\frac{a^2}{2}(1 + 2z \sin \theta + z^2)\right] d\theta$$

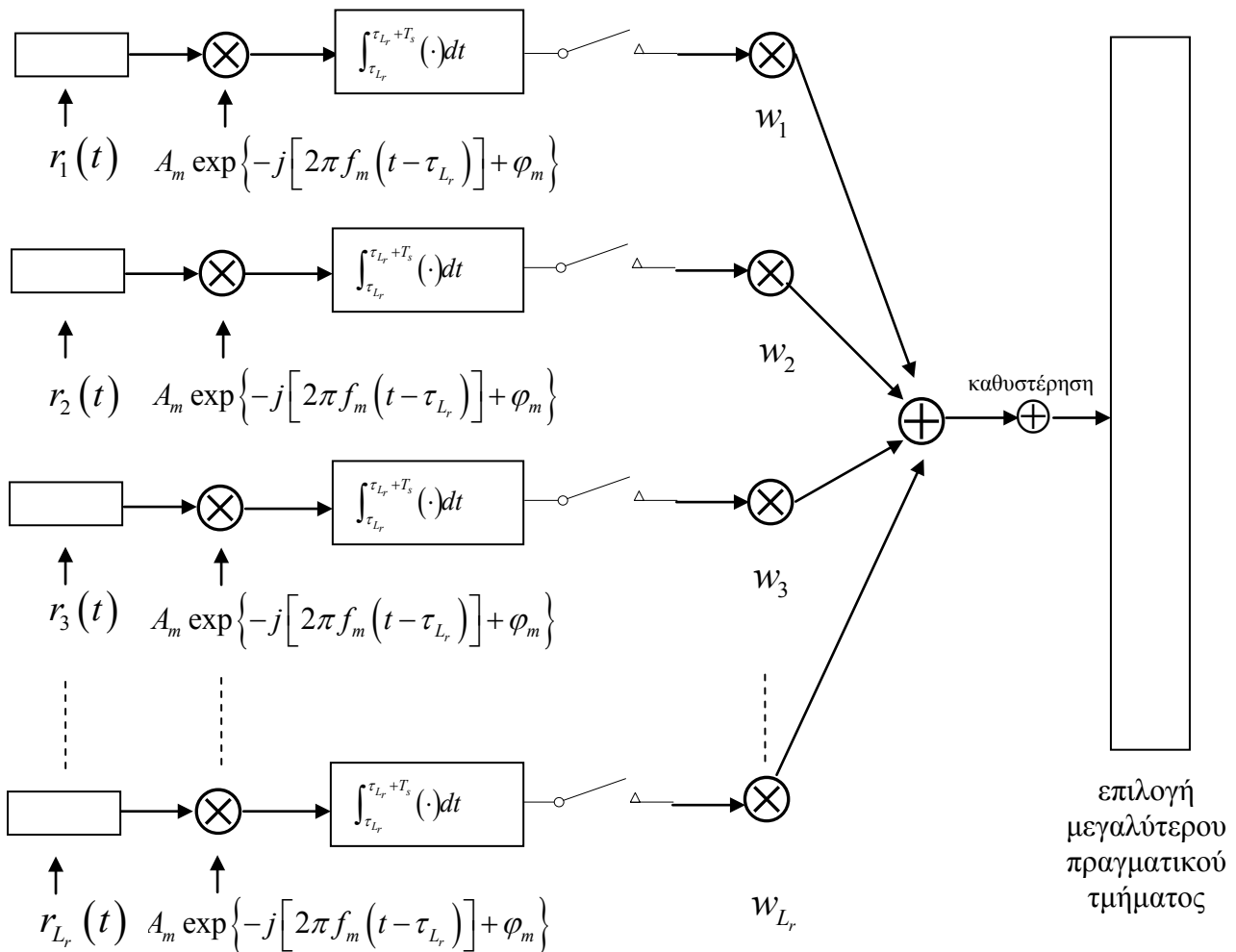
Με βάση τις (1.17) και (1.18) σε συνδυασμό με τη συνάρτηση *Marcum Q* που υπολογίστηκε από τον *Proakis* υπολογίζουμε το *BER* στο διαφορισμό μέγιστου λόγου στην περίπτωση των σημάτων με *M-PSK* και *M-QAM* διαμόρφωση.

2.7 Παράγοντας βάρους μέγιστου λόγου w_{L_r} σε σύμφωνη λήψη

Αρχικά ας ορίσουμε τη μέση πιθανότητα σφάλματος εκφραζόμενη με τη μορφή της συνάρτησης *Gaussian Q* η οποία εκφράζεται ακολούθως $P_b(r_l) = Q\left(\sqrt{g(2E_b/N_0)n}\right)$ (2.1)

όπου g αποτελεί τη σταθερά που σχετίζεται με τον τύπο διαμόρφωσης ενώ n αποτελεί τη συνάρτηση που εμπεριέχει τα πλάτη των συνιστωσών πολλαπλών διαδρομών. Στην περίπτωση του διαφορισμού μέγιστου λόγου αποδίδεται ως εξής $n = \sum_{l=1}^{L_r} r_l^2$ (2.2) με το άνω όρισμα L_r να καταδεικνύει τον αριθμό των κλάδων στο δέκτη *RAKE* καθώς και το πλήθος των πολλαπλών διαδρομών που δύναται να επεξεργασθεί ανά μονάδα χρόνου, ενώ r_l αποτελεί το διαφοροποιημένο πλάτος για την εκάστοτε συνιστώσα πολλαπλής διαδρομής με το δείκτη l ν' αποτυπώνει το συνολικό πλήθος των πολλαπλών διαδρομών που καταφθάνουν. Στο κάτωθι σχήμα απεικονίζεται δέκτης με τα κατάλληλα βάρη w_{L_r}

ώστε $w_l = (r_l e^{j\theta_l}) / N_l$ (2.3) και μία καθυστέρηση τέτοια ώστε $\sum_{l=1}^{L_r} r_l^2 / N_l E_m$ (2.4)



Σχ.2.3 – Δέκτης *RAKE* σύμφωνης λήψης

όπου N_l η ισχύς θορύβου που εμπεριέχει η κάθε συνιστώσα και E_m η ενέργεια της. Η επιλογή των παραγόντων W_{L_r} εσωκλείει τη γνώση ως προς τη φάση θ_l , το πλάτος r_l και χρονική καθυστέρηση τ_l των συνιστωσών πολλαπλών διαδρομών απαρτίζοντας την επικρατούσα κατάσταση στο κανάλι (*Channel State Information – CSI*).

Ο υπολογισμός του κατάλληλου παράγοντα βάρους που θα οδηγήσει στο διαφορισμό μέγιστου λόγου επιτυγχάνεται μέσω της διαδικασίας απομόνωσης του θορύβου από το συνολικό σήμα της κάθε συνιστώσας πολλαπλής διαδρομής και της συσχέτισης της με το αρχικό σήμα πληροφορίας το οποίο απεικονίζεται με την εξής ισότητα [10.(εξίσωση 7.2)]

$$S_l(t) = r_l S_k(t - \tau_l) e^{j(2\pi f_c t + \theta_l)} + N_l(t) e^{j2\pi f_c t} \quad (2.5)$$

όπου S_k το αρχικό σήμα πληροφορίας, S_l το συνολικό σήμα που περιλαμβάνει το φέρον και το σήμα πληροφορίας μαζί με το σύνολο του θορύβου που επικάθεται σε αυτό. Παρατηρείται στην ισότητα (2.5) ότι το σήμα πληροφορίας έχοντας υποστεί χρονική καθυστέρηση, αποκτά ένα τυχαίο πλάτος και μία τυχαία φάση καθώς διασπάται σε l συνιστώσες πολλαπλών διαδρομών. Κάτι τέτοιο είναι αντιληπτό από την έκφραση $\widetilde{S}_l(t) = [r_l S_k(t - \tau_l) e^{j\theta_l} + N_l(t)]$ (2.6) όπου N_l λευκός *Gaussian* θόρυβος.

Χρησιμοποιούμε το κριτήριο μέγιστης πιθανοφάνειας (*ML-Maximum Likelihood*) που εμπεριέχει την πλήρη γνώση των μεταβλητών φάσης θ_l , το πλάτους r_l και χρονικής καθυστέρησης τ_l για το σύνολο των διαφορετικών διαδρομών L_p που δύναται ν'ακολουθήσει το σήμα, δηλαδή [10.(εξίσωση 7.5)]

$$p \left\{ [s_l(t)]_{l=1}^{L_p} \mid s_k(t), [r_l]_{l=1}^{L_p}, [\theta_l]_{l=1}^{L_p}, [\tau_l]_{l=1}^{L_p} \right\} \quad (2.7)$$

και εν συνεχεία απομονώνουμε το θόρυβο καταλήγοντας στην ακόλουθη ισότητα υπολογίζοντας την πυκνότητα ισχύος του θορύβου για το σύνολο των πολλαπλών διαδρομών l που δημιουργούνται και ακολουθούν L_p διαφορετικές διαδρομές

$$\prod_{l=1}^{L_p} K_l \exp \left(-\frac{1}{2N_l} \int_{\tau_l}^{T_s + \tau_l} \left| \widetilde{S}_l(t) - r_l S_k(t - \tau_l) e^{j\theta_l} \right|^2 dt \right) \quad (2.8)$$

Παρατηρούμε, λαμβάνοντας το πραγματικό τμήμα, ότι εμπεριέχεται ο παράγοντας του βάρους W_{L_r} και της καθυστέρησης που προαναφέρθηκαν στις σχέσεις (2.3) και (2.4).

Επομένως η (2.7) θα είναι ίση με

$$K \prod_{l=1}^{L_p} \exp \left\{ \operatorname{Re} \left[\frac{r_l}{N_l} e^{j\theta_l} \left(\int_{\tau_l}^{T_s+\tau_l} \widetilde{S_l}(t) S_k(t-\tau_l) dt \right) \right] - \frac{r_l^2 E_m}{N_l} \right\} \quad (2.9)$$

$$= K \exp \left\{ \sum_{l=1}^{L_p} \operatorname{Re} \left[\frac{r_l}{N_l} e^{j\theta_l} \left(\int_{\tau_l}^{T_s+\tau_l} \widetilde{S_l}(t) S_k(t-\tau_l) dt \right) \right] - \sum_{l=1}^{L_p} \frac{r_l^2 E_m}{N_l} \right\} \quad (2.10)$$

2.8 Μέση πιθανότητα σφάλματος σε σύμφωνη λήψη

Με την εκπλήρωση του υπολογισμού των παραγόντων μέγιστου λόγου που χρησιμοποιούνται σ' έναν δέκτη *RAKE* συνεχίζουμε υπολογίζοντας την μέση πιθανότητα σφάλματος *BER*. Η ολοκλήρωση της συνάρτησης, της γενικευμένης έκφρασης του *BER* (2.1) δια μέσου της συνάρτησης Q (1.11), επάνω στην κατανομή πυκνότητας πιθανότητας του τύπου διάλειψης που ακολουθεί το κανάλι, επί του συνόλου των συνιστωσών πολλαπλής διαδρομής μας οδηγεί στην ακόλουθη σχέση

$$\begin{aligned} P_b(r_l) &= \int_0^\infty \dots \int_0^\infty P_b(r_l) p_r(r_1) \dots p_{rL_r}(rL_r) dr_1 \dots drL_r \\ &= \int_0^\infty \dots \int_0^\infty Q\left(\sqrt{g(2E_b/N_0)n}\right) p_r(r_1) \dots p_{rL_r}(rL_r) dr_1 \dots drL_r \quad (2.11) \end{aligned}$$

Εάν χρησιμοποιήσουμε τη σχέση της *Gaussian Q* (1.12) και (2.2) για την περίπτωση διαφορισμού μέγιστου λόγου λαμβάνουμε μία σχέση που ενσωματώνει και τους παράγοντες βαρών, δηλαδή

$$\begin{aligned} P_b &= \int_0^\infty \dots \int_0^\infty Q\left(\sqrt{g(2E_b/N_0) \sum_{l=1}^{L_r} r_l^2}\right) p_r(r_1) \dots p_{rL_r}(rL_r) dr_1 \dots drL_r \\ &= \int_0^\infty \dots \int_0^\infty \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \exp\left(-\frac{g(E_b/N_0) \sum_{l=1}^{L_r} r_l^2}{\sin^2 \theta}\right) p_r(r_1) \dots p_{rL_r}(rL_r) d\theta dr_1 \dots drL_r \quad (2.12) \end{aligned}$$

αποτελώντας τη μέση πιθανότητα λάθους για την περίπτωση διαφορισμού μέγιστου λόγου όπου τα πλάτη r_l των πολλαπλών l διαδρομών δεν εμφανίζουν οιονδήποτε βαθμό συσχέτισης. Εάν δε προχωρήσουμε ενσωματώνοντας το στιγμιαίο και μέσο *SNR* ανά *bit* τα

οποία εξ' ορισμού δίνονται ως εξής $\gamma_l \triangleq \frac{r_l^2 E_b}{N_0}$ και $\bar{\gamma}_l \triangleq \frac{\Omega_l E_b}{N_0}$, τότε θα έχουμε τις ακόλουθες εκφράσεις

$$\begin{aligned} \bar{P}_b &= 1 / \pi \int_0^{\pi/2} \prod_{l=1}^{L_r} \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{g E_b}{N_0 \sin^2 \theta} r_l^2\right) p_{r_l}(r_l) dr_l d\theta \\ &= 1 / \pi \int_0^{\pi/2} \prod_{l=1}^{L_r} \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{g \gamma_l}{\sin^2 \theta}\right) p_{\gamma_l}(\gamma_l) d\gamma_l d\theta \quad (2.12) \end{aligned}$$

2.8.1 Μέση πιθανότητα σφάλματος σε σύμφωνη *M-PSK*

Στην περίπτωση της *M-PSK* διαμόρφωσης η μέση πυκνότητα πιθανότητας συμβόλου δίδεται ακολούθως

$$\bar{P}_S = 1 / \pi \int_0^{\pi/2} \exp\left(-\frac{g_{PSK} E_S}{N_0 \sin^2 \theta}\right) d\theta \quad (2.13)$$

όπου η μεταβλητή g_{PSK} καταδεικνύει το είδος της διαμόρφωσης *PSK* που ακολουθείται και είναι ίση με $\sin^2(\pi/M)$ ενώ ο δείκτης M μας πληροφορεί για το πλήθος των φερόντων που έχουν χρησιμοποιηθεί, ενώ ο λόγος E_S/N_0 είναι το λαμβανόμενο από το δέκτη *SNR* ανά σύμβολο. Επομένως κατ' αναλογία της σχέσης (2.12) δύναται να εκφράσουμε τη (2.13) ως εξής

$$\bar{P}_S = 1 / \pi \int_0^{\pi/2} \prod_{l=1}^{L_r} \int_0^{\infty} \exp\left(\frac{\sin^2(\pi/M) \gamma_l}{\sin^2 \theta}\right) p_{\gamma_l}(\gamma_l) d\gamma_l d\theta \quad (2.14)$$

2.8.2 Μέση πιθανότητα σφάλματος σε σύμφωνη *M-QAM*

Η διαμόρφωση *M-QAM* χρησιμοποιείται στα *4G* δίκτυα και πιο συγκεκριμένα στα *LTE* με *64-QAM* και *LTE-Advanced* με *128-QAM*. Η μέση πυκνότητα πιθανότητας δοθείσας της σταθεράς διαμόρφωσης $g_{QAM} = 3/[2(M-1)]$ θα είναι ίση με

$$\bar{P}_S = 4 / \pi \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) \int_0^{\pi/2} \prod_{l=1}^{L_r} \int_0^{\infty} \exp\left(\frac{3/[2(M-1)] \gamma_l}{\sin^2 \theta}\right) p_{\gamma_l}(\gamma_l) d\gamma_l d\theta \quad (2.15)$$

2.9 Βαθμός συσχέτισης και μέση πιθανότητα σφάλματος

Μέχρι τώρα αναλύσαμε το διαφορισμό της σύμφωνης λήψης για πλάτη r_i συνιστωσών πολλαπλής διαδρομής τα οποία είναι ασυσχέιστα μεταξύ τους. Όμως στην πράξη εμφανίζεται κάποιος βαθμός συσχέτισης που κυμαίνεται μεταξύ δύο μορφών, ισόποσης και εκθετικής. Ξεκινούμε την ανάλυση του βαθμού συσχέτισης απεικονίζοντας την κατανομή της πυκνότητας πιθανότητας που ακολουθεί το SNR του σήματος για να φθάσουμε σε μία έκφραση που θα περιέχει τη μεταβλητή m που χαρακτηρίζει το είδος της διάλειψης, τη μέσο και στιγμιαίο SNR του σήματος πολλαπλής διαδρομής καθώς και τον παράγοντα ρ που εκφράζει τη συσχέτιση μεταξύ των ισχύων δύο σημάτων πολλαπλής διαδρομής. Η κατανομή της πυκνότητας πιθανότητας του SNR για μία συνιστώσα πολλαπλής διαδρομής ακολουθεί δίδεται ακολούθως [11. (εξίσωση 19)]

$$p_\gamma = \frac{\gamma^{L_r m - 1}}{\Gamma(L_r m)} \left(\frac{m}{\gamma}\right)^{L_r m} \exp\left(-\frac{m\gamma}{\gamma}\right) \quad (2.16)$$

Όμως στην περίπτωση όπου οι κλάδοι του MRC δέκτη βρίσκονται πολύ κοντά μεταξύ τους τότε το SNR της συνιστώσας πολλαπλών διαδρομών που διατρέχει έναν κλάδο L_r σχετίζεται με το SNR γειτονικού κλάδου, τότε η (2.16) μετασχηματίζεται ως ακολούθως

$$p_\gamma = \frac{\gamma^{\frac{L_r^2 m - 1}{u}}}{\Gamma\left(\frac{L_r^2 m}{u}\right)} \left(\frac{L_r m}{u\gamma}\right)^{\frac{L_r^2 m}{u}} \exp\left(-\frac{L_r m}{u\gamma}\gamma\right) \quad (2.17)$$

όπου $u = L_r + \frac{2\rho}{1-\rho}\left(L_r - \frac{1-\rho^{L_r}}{1-\rho}\right)$ ενώ $\rho = \frac{\text{cov}(s_i^2, s_j^2)}{\sqrt{\text{var}(s_i^2)\text{var}(s_j^2)}}$ είναι η σταθερά

αυτοσυσχέτισης για δύο i, j συνιστώσες πολλαπλής διαδρομής. Εν συνεχεία συνδυάζουμε τις (2.12) και (2.17) και λαμβάνουμε

$$\overline{P_b}(\gamma) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \prod_{l=1}^{L_r} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{g\gamma}{\sin^2 \theta}\right) \frac{\gamma^{\frac{L_r^2 m - 1}{u}}}{\Gamma\left(\frac{L_r^2 m}{u}\right)} \left(\frac{L_r m}{u\gamma}\right)^{\frac{L_r^2 m}{u}} \exp\left(-\frac{L_r m}{u\gamma}\gamma\right) d\gamma d\theta \quad (2.18)$$

Καταλήγουμε στην έκφραση του ολοκληρώματος που καθορίζει το είδος της συσχέτισης και το οποίο είναι το ακόλουθο

$$C = \int_0^\infty \exp\left(-\frac{g\gamma}{\sin^2 \theta}\right) \frac{\gamma^{\frac{L_r^2 m}{u}-1}}{\Gamma\left(\frac{L_r^2 m}{u}\right)} \left(\frac{L_r m}{u\gamma}\right)^{\frac{L_r^2 m}{u}} \exp\left(-\frac{L_r m}{u\gamma}\gamma\right) d\gamma \quad (2.19)$$

Μετασηματίζεται δε στην περίπτωση της ισόποσης συσχέτισης στην κάτωθι έκφραση

$$C = \left[1 + \frac{g\bar{\gamma}}{m \sin^2 \theta} (1 - \rho + L_r \rho)^{-m}\right] \times \left[1 + \frac{g\bar{\gamma}}{m \sin^2 \theta} (1 - \rho)^{-m(L_r-1)}\right] \quad (2.20)$$

ενώ στην περίπτωση της εκθετικής συσχέτισης λαμβάνει την εξής μορφή

$$C = \left(1 + \frac{ug\bar{\gamma}}{mL_r \sin^2 \theta}\right)^{-mL_r^2/u} \quad (2.21)$$

2.10 Μέση πιθανότητα σφάλματος σε ασύμφωνη λήψη

Η γενική μορφή της συνάρτησης πιθανότητας λάθους που αποδόθηκε από τον Proakis απεικονίζεται κάτωθι με τη μορφή της συνάρτησης *Marcum-Q* [12]

$$P(\gamma) = Q_1(a\sqrt{\gamma}, b\sqrt{\gamma}) - \left[1 - \frac{\sum_{l=0}^{L_r} \binom{2L_r-1}{l} n^l}{(1+n)^{2L_r-1}}\right] \times \exp\left[-\frac{(a^2+b^2)\gamma}{2}\right] I_0(ab\gamma) + \frac{1}{(1+n)^{2L_r-1}}$$

$$\times \left[\sum_{l=2}^{L_r} \binom{2L_r-1}{L_r-1} n^{L_r-l} \times [Q_l(a\sqrt{\gamma}, b\sqrt{\gamma}) - Q_l(a\sqrt{\gamma}, b\sqrt{\gamma})] - \sum_{l=2}^{L_r} \binom{2L_r-1}{L_r-1} n^{L_r-1+l} \right]$$

$$\times [Q_l(b\sqrt{\gamma}, a\sqrt{\gamma}) - Q_l(b\sqrt{\gamma}, a\sqrt{\gamma})] \quad (2.22)$$

με τους συντελεστές a, b να είναι ίσοι με $a = \sqrt{\frac{2A_3}{\gamma} \frac{v_1/v_2}{v_1+v_2}}$ και $b = \sqrt{\frac{2A_2}{\gamma} \frac{v_2/v_1}{v_1+v_2}}$

ενώ οι συντελεστές v_1, v_2 δίνονται ως ακολούθως

$$v_1 = \sqrt{w^2 + \frac{1}{4(\mu_{xx}\mu_{yy} - |\mu_{xy}|^2)(|C|^2 - AB)}} - w \quad \& \quad v_2 = \sqrt{w^2 + \frac{1}{4(\mu_{xx}\mu_{yy} - |\mu_{xy}|^2)(|C|^2 - AB)}} + w$$

$$\text{με } w = \frac{A\mu_{xx} + B\mu_{yy} + C\mu_{xy}^* + C^*\mu_{xy}}{4\left(\mu_{xx}\mu_{yy} - |\mu_{xy}|^2\right)\left(|C|^2 - AB\right)} \quad (2.23)$$

Θα πρέπει να τονίσουμε ότι $\mu_{xx}, \mu_{yy}, \mu_{xy}$ αποτελούν τις κεντρικές ροπές δεύτερης τάξης των μεταβλητών X, Y με τις μ_{xx} και μ_{yy} ν' αποτελούν ταυτόχρονα και τις αντίστοιχες διακυμάνσεις σ_x^2, σ_y^2 των τυχαίων *Gaussian* μεταβλητών X, Y ενώ μ_{xy} είναι ίση με $\mu_{xy} = \frac{1}{2}E\left[\left(X_l - \bar{X}_l\right)\left(Y_l - \bar{Y}_l\right)^*\right]$ ενώ η σχέση $\left[\left(X_l - \bar{X}_l\right)\left(Y_l - \bar{Y}_l\right)^*\right]$ αποτελεί τη συνδιακύμανση των μεταβλητών X, Y . Ο αστερίσκος (*) υποδηλώνει την ανάστροφη προβολή ή διαφορετικά την *Hermitian* αναστροφή της εκάστοτε τυχαίας μεταβλητής μία έκφραση που αποδίδεται ακολούθως $X^H = X^* = \bar{X}^T = \bar{X}^T$.

Οι συντελεστές A_2, A_3 αποδίδονται ως συνάρτηση των ν_1 και ν_2 δηλαδή $A_2 = \frac{\nu_1^2\nu_2}{\nu_1 + \nu_2}(a_1\nu_1 + a_2)$ και $A_3 = \frac{\nu_1\nu_2^2}{\nu_1 + \nu_2}(a_1\nu_2 - a_2)$ όπου a_1, a_2 υπολογίζονται από τις εξής ισότητες $a_1 = \sum_{l=1}^{L_r} a_{1l}$ και $a_2 = \sum_{l=1}^{L_r} a_{2l}$ με τους συντελεστές a_{1l}, a_{2l} να μορφοποιούνται με τις ακόλουθες ισότητες

$$a_{1l} = 2\left(|C|^2 - AB\right)\left(\left|\bar{X}_l\right|^2\mu_{yy} + \left|\bar{Y}_l\right|^2\mu_{xx} - \bar{X}_l^*\bar{Y}_l\mu_{xy} - \bar{X}_l\bar{Y}_l^*\mu_{xy}^*\right)$$

$$a_{2l} = A\left|\bar{X}_l\right|^2 + B\left|\bar{Y}_l\right|^2 + C\bar{X}_l^*\bar{Y}_l + C^*\bar{X}_l\bar{Y}_l^* \quad (2.24)$$

Εν συνεχεία συνδυάζουμε τις (1.14), (1.17), (1.18) και (2.22) με συνέπεια η πιθανότητα σφάλματος ν' αποδίδεται ως εξής

$$P_b(\gamma) = \frac{n^{L_r}}{2\pi(1+n)^{2L_r-1}} \times \int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{f_0(L_r, z, \theta, n) + f_1(L_r, z, \theta, n)}{1 + 2z \sin \theta + z^2} \right) \times \exp\left[-\frac{b^2\gamma}{2}(1 + 2z \sin \theta + z^2)\right] d\theta \quad (2.24)$$

$$\text{με } f_0(L_r, z, \theta, n) = \left[-\frac{(1+n)^{2L_r-1}}{n^{L_r}} + \sum_{l=1}^{L_r} \binom{2L_r-1}{L_r-l} \right] \times z(z + \sin \theta) \text{ και}$$

$$f_1(L_r, z, \theta, n) = \sum_{l=1}^{L_r} \binom{2L_r-1}{L_r-l} \times \left\{ \left(n^{-l} z^{-(l-1)} - n^{l-1} z^{l+1} \right) \times \right. \\ \left. \cos[(l-1)(\theta + \pi/2)] - \left(n^{-l} z^{-(l-2)} - n^{l-1} z^l \right) \times \cos[l(\theta + \pi/2)] \right\}$$

Κατόπιν ολοκληρώνουμε την (2.24) στην κατανομή πυκνότητας πιθανότητας του τύπου διάλειψης του καναλιού εκφραζόμενη ως προς το στιγμιαίο SNR ανά bit με συνέπεια να καταλήγουμε σε μια γενικευμένη μορφή για τη μέση πιθανότητα σφάλματος, δηλαδή

$$\overline{P_b(\gamma)} = \int_0^\infty \dots \int_0^\infty \frac{n^{L_r}}{2\pi(1+n)^{2L_r-1}} \int_{-\pi}^{\pi} \left\{ \left(\frac{f_0(L_r, z, \theta, n) + f_1(L_r, z, \theta, n)}{1 + 2z \sin \theta + z^2} \right) \right. \\ \left. \times \exp \left[-\frac{b^2 \gamma_l}{2} (1 + 2z \sin \theta + z^2) \right] p_{\gamma_l}(\gamma_l) d\gamma_l d\theta \right\} \\ \overline{P_b(\gamma)} = \frac{n^{L_r}}{2\pi(1+n)^{2L_r-1}} \int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{f_0(L_r, z, \theta, n) + f_1(L_r, z, \theta, n)}{1 + 2z \sin \theta + z^2} \right) d\theta \\ \times \prod_{l=1}^{L_r} \int_0^\infty \exp \left[-\frac{b^2 \gamma_l}{2} (1 + 2z \sin \theta + z^2) \right] p_{\gamma_l}(\gamma_l) d\gamma_l \quad (2.25)$$

Εάν δε θέσουμε στη (2.25) την εξ' ορισμού ισότητα $g/\sin^2 \theta = b^2(1 + 2z \sin \theta + z^2)/2$ τότε εμπλέκεται και ο παράγοντας g που καθορίζει το είδος της διαμόρφωσης, συνεπώς:

$$\overline{P_b(\gamma)} = \frac{n^{L_r}}{2\pi(1+n)^{2L_r-1}} \int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{2g\gamma_l f_0(L_r, z, \theta, n) + f_1(L_r, z, \theta, n)}{b^2 \sin^2 \theta} \right) d\theta \\ \times \prod_{l=1}^{L_r} \int_0^\infty \exp \left[-\frac{g\gamma_l}{\sin^2 \theta} \right] p_{\gamma_l}(\gamma_l) d\gamma_l \quad (2.26)$$

2.10.1 Μέση πιθανότητα σφάλματος σε M -PSK

Στην περίπτωση της M -PSK διαμόρφωσης η μέση πυκνότητα πιθανότητας συμβόλου δίδεται ακολούθως

$$\overline{P_s(\gamma)} = \frac{n^{L_r}}{2\pi(1+n)^{2L_r-1}} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left(\frac{2 \sin^2(\pi/M) \gamma_l f_0(L_r, z, \theta, n) + f_1(L_r, z, \theta, n)}{b^2 \sin^2 \theta} \right) d\theta \\ \times \prod_{l=1}^{L_r} \int_0^\infty \exp \left[-\frac{\sin^2(\pi/M) \gamma_l}{\sin^2 \theta} \right] p_{\gamma_l}(\gamma_l) d\gamma_l \quad (2.27)$$

Με το συμβολισμό g_{PSK} ν' αποτελεί τη σταθερά διαμόρφωσης, με το μέγεθός της να ανέρχεται στην περίπτωση της M -PSK διαμόρφωσης σε $\sin^2(\pi/M)$, ενώ η σταθερά M αναφέρεται στο πλήθος των PSK φερόντων που χρησιμοποιούνται.

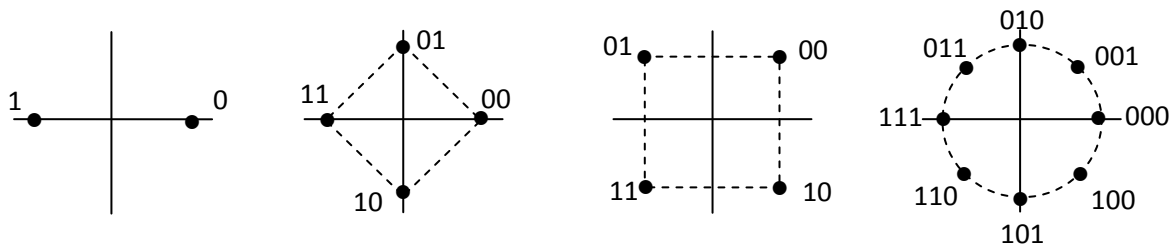
2.10.2 Μέση πιθανότητα σφάλματος σε M -QAM

Η έκφραση για τη μέση πιθανότητα σφάλματος συμβόλου για την περίπτωση της M -QAM διαμόρφωσης παρατίθεται ακολούθως

$$\overline{P_S(\gamma)} = \frac{n^{L_r}}{2\pi(1+n)^{2L_r-1}} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left(\frac{3}{(M-1)} \frac{\gamma_l f_0(L_r, z, \theta, n) + f_1(L_r, z, \theta, n)}{b^2 \sin^2 \theta} \right) d\theta$$

$$\times \prod_{l=1}^{L_r} \int_0^\infty \exp\left[-\frac{3}{2(M-1)} \frac{\gamma_l}{\sin^2 \theta}\right] p_{\gamma_l}(\gamma_l) d\gamma_l \quad (2.28)$$

Θα πρέπει να τονίσουμε ότι αναφερόμαστε σε πιθανότητα συμβόλου και όχι σε πιθανότητα bit καθώς σε M -δική διαμόρφωση, π.χ δ -PSK, έχουμε πέραν του ενός bits να απαρτίζουν το κάθε σύμβολο με συνέπεια να εκλαμβάνεται στην ολότητα του ως προς το SNR και όχι bit προς bit, όπως γίνεται αντιληπτό στο κάτωθι διάγραμμα αστερισμού



Σχ.2.4 – Διάγραμμα αστερισμού BPSK, QPSK, δ -PSK διαμόρφωσης

2.11 Πιθανότητα πτώσης ρυθμού μετάδοσης κάτω από κατώφλι R

Συνεχίζουμε την ανάλυση του διαφορισμού μέγιστου λόγου προχωρώντας σε μία εκτίμηση της πιθανότητας πτώσης του ρυθμού μετάδοσης (*Outage Probability*) μιας ζεύξης (*link*) κάτω από το ρυθμό μετάδοσης της πηγής πληροφορίας, συνυπολογίζοντας την ισχύ των εμπλεκόμενων παραγόντων παρεμβολής. Πρωτίστως ας ορίσουμε ένα κατώφλι και τη μορφή της κατανομής που ακολουθεί η ισχύς των παρεμβολέων

$$\gamma_T = \gamma = \frac{S}{\sum_{l=1}^{L_r} S_l + N} \quad (2.29)$$

όπου γ το κατώφλι του επιθυμητού SNR , S η ισχύς του εκπεμπόμενου σήματος και S_l η ισχύς από τον l παρεμβολέα και N η μέση ισχύς του λευκού προσθετικού θορύβου. Τόσο η ισχύς του σήματος όσο και του παρεμβολέα ακολουθούν κατανομή τύπου $\Gamma(\cdot)$ δηλαδή,

$$f(s_l) = \frac{s_l^{m_l-1}}{\Gamma(m_l)} \left(\frac{m_l}{\Omega_l}\right)^{m_l} \exp\left(-\frac{m_l s_l}{\Omega_l}\right) \& f(s) = \frac{s^{m-1}}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega_s}\right)^m \exp\left(-\frac{ms}{\Omega_s}\right), m \geq 0.5 \quad (2.30)$$

με Ω_l και Ω_s η μέση τιμή λαμβανόμενης ισχύος του l παρεμβολέα και του σήματος αντίστοιχα.

Με την (2.29) να μας παρέχει τον απαραίτητο ορισμό του κατωφλίου ορίζουμε ακολούθως τη πιθανότητα ο ρυθμός μετάδοσης ενός *link* να υποβαθμιστεί κάτω από το βασικό ρυθμό μετάδοσης R ή διαφορετικά το SNR ενός εκ των λαμβανόμενων σημάτων πολλαπλής διαδρομής να εντοπιστεί κάτωθεν του SNR κατωφλίου γ_T , επομένως

$$P_{outage} = \Pr\left(\frac{S}{\sum_{l=1}^{L_r} S_l + N} < \gamma_T\right) = 1 - \Pr\left(\frac{S}{\gamma_T} \geq \sum_{l=1}^{L_r} S_l + N\right) \quad (2.31)$$

Παράλληλα ορίζουμε και τα κανονικοποιημένα μεγέθη ισχύος $P_s = \Omega_s / \gamma_T m$ και $P_l = \Omega_l / m$ των σημάτων s και s_l που θα μας βοηθήσουν στην εξαγωγή της πιθανότητας P_{outage} , ενώ για το Pr θα έχουμε την ακόλουθη έκφραση

$$\Pr = \int_0^\infty f(s_L) \int_{s_L+N}^\infty f(u) du ds_L \quad (2.32)$$

όπου s_L αποτυπώνει τη συνολική εκπεμπόμενη ισχύ των παρεμβολέων ενώ η έκφραση $u = s / \gamma_T$ που παρατίθεται προς διευκόλυνση των υπολογισμών, αποτελεί τυχαία μεταβλητή η οποία ακολουθεί κατανομή γάμμα με συνέπεια το ολοκλήρωμα που την εμπεριέχει δύναται ν' αναλυθεί χρησιμοποιώντας την έκφραση της κατανομής γάμμα για τη μεταβλητή u , δηλαδή

$$\int_{s_L+N}^\infty f(u) du = \left(\frac{1}{P_s}\right)^{mL_r} \frac{1}{\Gamma(mL_r)} \int_{s_L+N}^\infty u^{mL_r-1} \exp\left(-\frac{1}{P_s} u\right) du = \frac{\Gamma(mL_r, s_L + N/P_0)}{\Gamma(mL_r)} \quad (2.33)$$

Ακολουθεί η περαιτέρω ανάπτυξη της κατανομής γάμμα για το σήμα των παρεμβολέων όπου χρησιμοποιείται το ακόλουθο θεώρημα

$$f(y) = \prod_{n=1}^N \left(\frac{\beta_1}{\beta_n} \right)^{a_n} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\delta_k y^{\sum_{n=1}^N a_n + k - 1} e^{-\frac{y}{\beta_1}}}{\beta_1^{\left(\sum_{n=1}^N a_n + k\right)} \Gamma\left(\sum_{n=1}^N a_n + k\right)}$$

(Theorem of Sum of Independent Gamma Variates – Moschopoulos – 1985)

που με μία κατάλληλη προσαρμογή μας δίνει την ακόλουθη παρόμοια ισότητα

$$f(s_l) = \prod_{l=1}^{L_r} \left(\frac{P_1}{P_l} \right)^{m_l} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\delta_k s_l^{\sum_{l=1}^{L_r} m_l + k - 1} e^{-s_l \frac{1}{P_1}}}{P_1^{\left(\sum_{l=1}^{L_r} m_l + k\right)} \Gamma\left(\sum_{l=1}^{L_r} m_l + k\right)} \quad (2.34)$$

με τους πολλαπλασιαστικοί παράγοντες δ_k αποδίδονται από τις ακόλουθες αναφορές

$$\delta_0 = 1$$

$$\delta_k = \frac{1}{k+1} \sum_{i=1}^{k+1} \left[\delta_{k+1-i} \sum_{l=1}^{L_r} m_l \left(1 - \frac{P_1}{P_l} \right)^i \right]$$

Πλέον έχουμε υπολογίσει μέσω της μη ολοκληρωμένης συνάρτησης γάμμα την κατανομή πυκνότητας πιθανότητας για μεγέθη ισχύος των παρεμβολέων καθώς και την κατανομή της πολύπλοκης μεταβλητής u , συνεπώς συνδυάζοντας τις (2.31), (2.33), (2.34) θα έχουμε για την πιθανότητα P_{outage} την ακόλουθη έκφραση

$$P_{outage} = 1 - \left\{ \int_0^{\infty} \prod_{l=1}^{L_r} \left(\frac{P_1}{P_l} \right)^{m_l} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\delta_k s_l^{\sum_{l=1}^{L_r} m_l + k - 1} e^{-s_l \frac{1}{P_1}}}{P_1^{\left(\sum_{l=1}^{L_r} m_l + k\right)} \Gamma\left(\sum_{l=1}^{L_r} m_l + k\right)} ds_l \right\} \times \frac{\Gamma(mL_r, s_L + N/P_0)}{\Gamma(mL_r)} \quad (2.35)$$

Κεφάλαιο 3

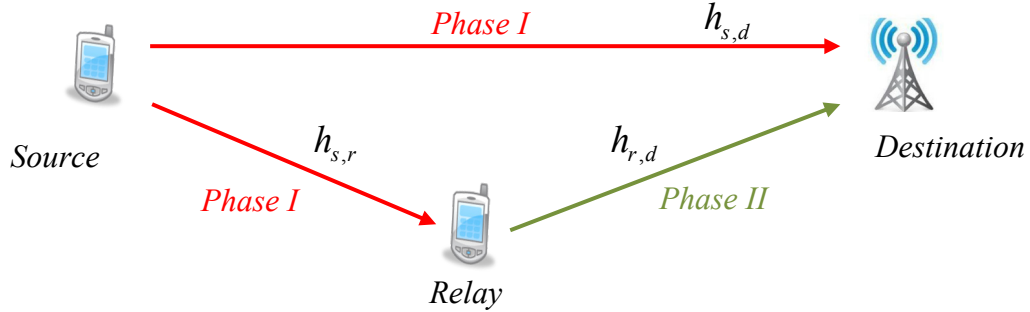
Πρωτόκολλα δρομολόγησης ενίσχυσης και προώθησης & αποκωδικοποίησης και προώθησης (*Amplify and Forward & Decode and Forward*)

Μοναδικός διαμεσολαβητής (*Single Relay*)

Ολοκληρώσαμε την ανάλυση της διακοπής της επικοινωνίας (*Outage Probability - P_{outage}*) του επιθυμητού SNR , μία ιδιότητα που αποτελεί απαραίτητο εργαλείο στην ανάλυση των πρωτοκόλλων ενίσχυσης και προώθησης & αποκωδικοποίησης και προώθησης. Στο παρόν κεφάλαιο πέραν από την εισαγωγή μερικών ιδιοτήτων επιπλέον εκείνης του SNR , όπως της συνολικής χωρητικότητας και του ρυθμού σφάλματος, εξετάζεται η μετάδοση πολυαλματικού συστήματος με τη μοντελοποίηση συστήματος με ακριβώς έναν ενδιάμεσο κόμβο (*relay*) που θα αποτελέσει τη βάση για την επέκταση σε πολυαλματικό σύστημα με περισσότερους κόμβους.

3.1 Παράμετροι και μοντελοποίηση συστήματος

Ξεκινούμε την ανάλυση απεικονίζοντας ένα απλό πολυαλματικό σύστημα πηγής (*source*) και ενός ενδιάμεσου κόμβου (*relay*) με τη μετάδοση του σήματος να διαχωρίζεται σε δύο φάσεις *Phase I* και *Phase II*.



Σχ.3.1 – Πολυαλματικό σύστημα ενός ενδιάμεσου κόμβου

Στη διάρκεια της πρώτης φάσης (*Phase I*) η πηγή (*Source*) μεταδίδει τόσο στον τελικό κόμβο (*Destination*) σήμα $y_{s,d}$, με συνιστώσα θορύβου $n_{s,d}$ και ισχύ P_s , όσο και στον ενδιάμεσο κόμβο (*Relay*) σήμα $y_{s,r}$ με συνιστώσα θορύβου $n_{s,r}$. Στην ακολουθούμενη δεύτερη φάση (*Phase II*) ο ενδιάμεσος κόμβος μεταδίδει, ένα δεύτερο σήμα $y_{r,d}$ με ισχύ P_r ενώ εμπεριέχει συνιστώσα θορύβου $n_{r,d}$. Μια διαδικασία που συμβαίνει όταν ο ενδιάμεσος κόμβος αποκωδικοποιήσει ή ενισχύσει επιτυχώς το διαβιβαζόμενο προς αυτόν σήμα, διαφορετικά η πηγή επανεκπέμπει το αρχικό σήμα $y_{(2)s,d}$ με μία διαφορετική στάθμη ισχύος $P_{(2)s}$ με αποτέλεσμα την επανάληψη της πρώτης φάσης. Συνεπώς τα λαμβανόμενα σήματα από τον ενδιάμεσο κόμβο και το τελικό κόμβο για τις δυο φάσεις μετάδοσης θα είναι

$$\text{Phase I: } y_{s,d} = \sqrt{P_s} h_{s,d} x_s + n_{s,d} \ \& \ y_{s,r} = \sqrt{P_s} h_{s,r} x_s + n_{s,r} \quad (3.1)$$

$$\text{Phase II: } y_{r,d} = \sqrt{P_r} h_{r,d} x_s + n_{r,d} \ \acute{\eta} \ y_{(2)s,d} = \sqrt{P_{(2)s}} h_{s,d} x_s + n_{s,d} \quad (3.2)$$

όπου $h_{s,d}$, $h_{s,r}$, $h_{r,d}$ αποτελούν *Gaussian* μεταβλητές μηδενικής μέσης τιμής και με διακύμανση $v_{s,d}^2 = E[|h_{s,d}|^2]$, $v_{s,r}^2 = E[|h_{s,r}|^2]$, $v_{r,d}^2 = E[|h_{r,d}|^2]$. Η απεικόνιση του E αποδίδει τη μέση τιμή των αντίστοιχων μεταβλητών, ενώ $E[|h_{s,d}|^2]$, $E[|h_{s,r}|^2]$,

$E\left[|h_{r,d}|^2\right]$ αποτελούν τη μέση τιμή της διακύμανσης του κέρδους των καναλιών, πηγής – τελικού προορισμού, πηγής – ενδιάμεσου κόμβου και ενδιάμεσου κόμβου – τελικού προορισμού. Ο προσθετικός παράγοντας n αποτελεί λευκό *Gaussian* θόρυβο στον ενδιάμεσο $n_{s,r} \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_r^2)$ και τελικό κόμβο $n_{s,d} \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_d^2)$ με χαρακτηριστικά τη μηδενική μέση τιμή και διακύμανση σ^2 .

Επιπροσθέτως η χρήση της ιδιότητας της χωρητικότητας δια μέσου των κατωφλίων γ για κάθε κανάλι μετάδοσης θα μας βοηθήσει να απεικονίσουμε με μια απλουστευμένη διαδικασία την πιθανότητα P_{outage} που αποτελεί την πιθανότητα πτώσης του ρυθμού μετάδοσης κάτωθεν συγκεκριμένου ορίου λόγω ύπαρξης πολλαπλών διαδρομών. Συνεπώς

$$P_{outage} = \Pr\left[\log_2\left(1 + SNR|h|^2\right) < R\right] = \Pr\left(SNR|h|^2 < 2^R - 1\right) = 1 - \exp\left(-\frac{2^R - 1}{SNR\sigma_h^2}\right) \quad (3.3)$$

με σ_h^2 ν' αποτελεί τη διακύμανση του κέρδους του εκάστοτε καναλιού διάδοσης.

3.2 Πρωτόκολλο αποκωδικοποίησης και προώθησης (*Decode and Forward*)

Στην περίπτωση της αποκωδικοποίησης και προώθησης εξετάζουμε δύο εκδοχές του πρωτοκόλλου. Τη σταθερή προώθηση (*fixed relaying*) όπου οι ενδιάμεσοι κόμβοι λαμβάνουν οπωσδήποτε μέρος στη μετάδοση ανεξαρτήτως του επιπέδου του SNR στο διάυλο μετάδοσης ανάμεσα σε πηγή και ενδιάμεσο κόμβο (*source-relay link*) και στην επιλεκτική προώθηση (*selective relaying*) όπου η πηγή αναλαμβάνει να επαναμεταδώσει το αρχικό σήμα. Η τελευταία λαμβάνει χώρα όταν το SNR του διαύλου μετάδοσης πηγής-ενδιάμεσου κόμβου υπεισέρχεται σε μη αποδεκτό επίπεδο ή όταν η αποκωδικοποίηση από τον ενδιάμεσο κόμβο δεν είναι επιτυχής.

3.2.1 Αποκωδικοποίηση και προώθηση σταθερού κέρδους (*Fixed Gain Decode and Forward Protocol*)

Στην παρούσα μορφή του πρωτοκόλλου αποκωδικοποίησης και προώθησης ο ενδιάμεσος κόμβος αποκωδικοποιεί συνολικά την κωδική λέξη που μεταδίδεται ή μόνο τα σύμβολα με τη συνολική αποκωδικοποίηση να επαφίεται στον τελικό δέκτη-προορισμό. Η επιτυχής αποκωδικοποίηση υφίσταται αποκλειστικά και μόνο εάν ο ρυθμός μετάδοσης στη ζεύξη μεταξύ πηγής και ενδιάμεσου κόμβου δεν είναι μεγαλύτερος από τη χωρητικότητα του καναλιού *source-relay* $C_{s,r}(\gamma_{s,r}) = \log_2(1 + \gamma_{s,r})$ με $\gamma_{s,r} = P_s|h_{s,r}|^2/\sigma_r^2$ με την

απόλυτη τιμή $|h_{s,r}|^2$ να καθορίζει το στιγμιαίο κέρδος (*gain*) για το κάθε κανάλι και σ_r^2 να απεικονίζει τη διακύμανση του θορύβου στον ενδιάμεσο κόμβο.

Στην πρώτη φάση η κωδική λέξη που μεταδίδεται από την πηγή τόσο στον ενδιάμεσο κόμβο (*relay*) όσο και στο τελικό (*destination*) έχει τη μορφή $X_s = [x_s(0), x_s(1), \dots, x_s(M-1)]$, με τα μεταδιδόμενα σήματα να είναι αντιστοιχώς $y_{s,d} = \sqrt{P_s} h_{s,d} x_s + n_{s,d}$ και $y_{s,r} = \sqrt{P_s} h_{s,r} x_s + n_{s,r}$.

Στη δεύτερη φάση ο ενδιάμεσος κόμβος θα αποκωδικοποιήσει τη λέξη X_s και την επανακωδικοποιεί σε μία νέα X_r χρησιμοποιώντας τον ίδιο τύπο κώδικα. Η ορθή αποκωδικοποίηση συμβαίνει όταν το διπλάσιο του ρυθμού μετάδοσης R είναι μικρότερο της χωρητικότητας της ζεύξης πηγής-ενδιάμεσου κόμβου δηλαδή εάν $2R \leq C_{s,r}(\gamma_{s,r})$. Το μέγεθος του ρυθμού R υπαγορεύεται από το ρυθμό κωδικοποίησης της πηγής καθώς πρέπει να αποστείλει σήμα τόσο στον ενδιάμεσο κόμβο όσο και στον τελικό. Σε αντίθετη περίπτωση, δηλαδή εάν $2R \geq C_{s,r}(\gamma_{s,r})$ σημειώνεται η πτώση του σήματος κάτω από ένα καθορισμένο κατώφλι SNR . Το δε σήμα το οποίο καταφθάνει στον τελικό κόμβο προερχόμενο από τον ενδιάμεσο θα είναι $y_{r,d} = \sqrt{P_r} h_{r,d} x_s + n_{r,d}$.

Στην περίπτωση όπου τα σήματα από την πηγή και τον ενδιάμεσο κόμβο έχουν παρόμοια ισχύ ή το προερχόμενο από την πηγή σήμα δεν έχει υποστεί μεγάλη εξασθένιση ο τελικός κόμβος εφαρμόζει διαφορισμό με τη βοήθεια του συνδυασμού μεγίστου λόγου (*Maximal Ratio Combiner - MRC*) εξάγοντας την πληροφορία του σήματος με τις ελάχιστες δυνατές απώλειες. Το δε συνδυαζόμενο σήμα μορφοποιείται ως εξής

$$y_d = \left(P_s |h_{s,d}|^2 + P_r |h_{r,d}|^2 \right) X_s + (N_{s,d} + N_{r,d}) \quad (3.4)$$

με $N_{s,d} = P_s |h_{s,d}|^2 n_{s,d}$ & $N_{r,d} = P_r |h_{r,d}|^2 n_{r,d}$ ενώ η κάθε μία εκ' των απόλυτων τιμών $|h_{s,d}|^2, |h_{r,d}|^2$ αποτυπώνει το κέρδος (*gain*) για το κάθε κανάλι.

Το συνολικό κατώφλι του SNR διαμορφώνεται εκ' νέου με την άθροιση των επιμέρους SNR των διαύλων πηγής-ενδιάμεσου κόμβου και πηγής-τελικού κόμβου, δηλαδή

$$\gamma_{FGDF} = \frac{P_s |h_{s,d}|^2}{\sigma_d^2} + \frac{P_r |h_{r,d}|^2}{\sigma_d^2} = \gamma_{s,d} + \gamma_{r,d} \quad (3.5)$$

με το ρυθμό μετάδοσης R να είναι ίσος με $\log_2(1 + \gamma_{s,r} + \gamma_{r,d})$ με την ορθή κωδικοποίηση να απαιτεί η συνδυασμένη χωρητικότητα να είναι ίση με ένα άνω όριο του συνδυασμένου ρυθμού μετάδοσης, δηλαδή

$$C_{DF}(\gamma) = \frac{1}{2} \min \left[\log_2(1 + \gamma_{s,r}), \log_2(1 + \gamma_{s,d} + \gamma_{r,d}) \right] \quad (3.6)$$

ενώ η πιθανότητα P_{outage} με τη χρήση διαφορισμού μέγιστου λόγου θα είναι η ακόλουθη

$$\begin{aligned} P_{outage} &= \Pr \left[C_{DF}(\gamma) < R \right] = \Pr \left\{ \frac{1}{2} \min \left[\log_2(1 + \gamma_{s,r}), \log_2(1 + \gamma_{s,d} + \gamma_{r,d}) \right] < R \right\} = \\ &= \Pr \left[\frac{1}{2} \log_2(1 + \gamma_{s,r}) < R \right] + \Pr \left[\frac{1}{2} \log_2(1 + \gamma_{s,r}) \geq R \right] \times \Pr \left[\frac{1}{2} \log_2(1 + \gamma_{s,d} + \gamma_{r,d}) < R \right] \\ &= \Pr(\gamma_{s,r} < 2^{2R} - 1) + \Pr(\gamma_{s,r} \geq 2^{2R} - 1) \times \Pr(\gamma_{s,d} + \gamma_{r,d} < 2^{2R} - 1) \end{aligned} \quad (3.7)$$

3.2.2 Αποκωδικοποίηση επιλεκτικής προώθησης (*Selective Relaying Decode and Forward Protocol*)

Στην προαναφερθείσα μορφή του πρωτοκόλλου αναμένεται η οπωσδήποτε επιτυχή αποκωδικοποίηση από τον ενδιάμεσο κόμβο υποβιβάζοντας το μέγεθος του συνολικού ρυθμού μετάδοσης προσθέτοντας καθυστέρηση. Αυτή τη δυσχέρεια επιλύει η επιλεκτική προώθηση με την πηγή να επανεκπέμπει προς τον προορισμό το αρχικό σήμα. Γνωρίζουμε πλέον ότι για την επιτυχή αποκωδικοποίηση στον ενδιάμεσο κόμβο απαιτείται η πηγή να πετύχει ρυθμό κωδικοποίησης διπλάσιο του ρυθμού μετάδοσης R με τον ενδιάμεσο κόμβο ν' αποκωδικοποιεί επιτυχώς την κωδική λέξη εάν και μόνο εάν $2R < \log_2(1 + \gamma_{s,r})$. Συνεπώς διακρίνουμε τις εξής περιπτώσεις ληφθέντος σήματος, από τον προορισμό, που οριοθετούν την επανεκπομπή του αρχικού σήματος από την πηγή για τη δεύτερη φάση (*Phase II*)

$$\begin{aligned} y_d &= \sqrt{P_r} h_{r,d} x_s + n_{r,d} & \text{εάν} & \quad \gamma_{s,r} \geq 2^{2R} - 1 \\ y_d &= \sqrt{P_{(2)_s}} h_{s,d} x_s + n_{s,d} & \text{εάν} & \quad \gamma_{s,r} \leq 2^{2R} - 1 \end{aligned} \quad (3.8)$$

με $\gamma_{s,r} \triangleq \frac{P_s |h_{s,r}|^2}{\sigma_r^2}$ ν' αποτελεί το εξ' ορισμού SNR πηγής ενδιάμεσου κόμβου με το

διαφορισμό μέγιστου λόγου να δημιουργεί στην πηγή ένα συνδυαζόμενο SNR όπως γίνεται

αντιληπτό με τις ακόλουθες ισότητες

$$\begin{aligned} \gamma_{SDF} &\triangleq \gamma_{s,d} + \gamma_{r,d} & \text{εάν} & \gamma_{s,r} \geq 2^{2R} - 1 \\ \gamma_{SDF} &\triangleq \gamma_{s,d} + \gamma_{(2)s,d} & \text{εάν} & \gamma_{s,r} \leq 2^{2R} - 1 \end{aligned} \quad (3.9)$$

με $\gamma_{(2)s,d}$ ν' απεικονίζει το SNR μεταξύ πηγής και τελικού κόμβου για την περίπτωση της δεύτερης φάσης για την απευθείας μετάδοση. Με την παρουσία των *Rayleigh* διαλείψεων η πιθανότητα P_{outage} για την περίπτωση της επιλεκτικής προώθησης υπολογίζεται ως εξής

$$\begin{aligned} P_{outage} &= \Pr(\gamma_{s,r} \geq 2^{2R} - 1) \Pr\left(\log_2 \frac{1}{2}(1 + \gamma_{s,d} + \gamma_{r,d}) < R\right) \\ &+ \Pr(\gamma_{s,r} < 2^{2R} - 1) \Pr\left(\log_2 \frac{1}{2}(1 + \gamma_{s,d} + \gamma_{(2)s,d}) < R\right) \end{aligned} \quad (3.10)$$

ή

$$\begin{aligned} &= \Pr(\gamma_{s,r} \geq 2^{2R} - 1) \Pr(\gamma_{s,d} + \gamma_{r,d} < 2^{2R} - 1) \\ &+ \Pr(\gamma_{s,r} < 2^{2R} - 1) \Pr(\gamma_{s,d} + \gamma_{(2)s,d} < 2^{2R} - 1) \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\text{όπου } \gamma_{s,r} \triangleq \frac{P_s |h_{s,r}|^2}{\sigma_r^2}, \gamma_{s,d} \triangleq \frac{P_s |h_{s,d}|^2}{\sigma_d^2}, \gamma_{r,d} \triangleq \frac{P_r |h_{r,d}|^2}{\sigma_d^2}, \gamma_{(2)s,d} \triangleq \frac{P_{(2)s} |h_{s,d}|^2}{\sigma_d^2}$$

3.2.3 Ρυθμός σφάλματος συμβόλου (*symbol error rate - SER*) πρωτοκόλλου αποκωδικοποίησης και προώθησης

Στο προηγούμενο κεφάλαιο ορίσαμε την πιθανότητα σφάλματος κατά *Rayleigh* σε *M-PSK* και *M-QAM* κανάλια, σχέσεις που παραθέτουμε για χάριν ευκολίας

$$\mathbb{P}_{PSK}(\gamma) \triangleq \frac{1}{\pi} \int_0^{(M-1)\pi/M} \exp\left(-\frac{g_{PSK}\gamma}{\sin^2 \theta}\right) d\theta \ \& \ \mathbb{P}_{QAM}(\gamma) \triangleq 4KQ\left(\sqrt{g_{QAM}\gamma}\right) - 4K^2Q^2\left(\sqrt{g_{QAM}\gamma}\right) \quad (3.12)$$

όπου $g_{PSK} = \sin^2(\pi/M)$, $K = 1 - (1/\sqrt{M})$, $g_{QAM} = 3/(M-1)$ με τη συνάρτηση Q να είναι γνωστή με την ακόλουθη μορφή $Q(u) = (1/\sqrt{2\pi}) \int_u^\infty \exp(-t^2/2) dt$. Στη συνέχεια αναλύουμε το ρυθμό σφάλματος συμβόλου για διαμόρφωση *M-PSK* και *M-QAM*.

$$y_{(2)k,d} = \sum_{k=1}^l \sqrt{P_k} h_{k,d} x_k + n_{(2)k,d} \quad (4.2)$$

όπου P_k η ισχύς από τον k κόμβο, $h_{k,d}$ η σταθερά του καναλιού μετάδοσης και $n_{(2)k,d} \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_k^2)$ ο *AWGN* που επικρατεί σε αυτό. Πρέπει να τονισθεί ότι η κάθε συνιστώσα σήματος προερχόμενη απο διαφορετικό ενδιάμεσο κόμβο μεταδίδεται σε διαφορετικό χρονικό ή συχνοτικό κανάλι.

4.2 Πρωτόκολλο αποκωδικοποίησης και προώθησης σε ορθογωνικά κανάλια (*DF Protocol & orthogonal channel transmission*)

Στην πρώτη φάση μετάδοσης (*Phase I*) η επίτευξη της εκπομπής απο την πηγή προς το σύνολο των l ενδιάμεσων κόμβων και τον τελικό προορισμό διεκπεραιώνεται σε σύνολο $l+1$ χρονικών πλαισίων. Η επίτευξη του ρυθμού μετάδοσης R ανάμεσα στην πηγή, τους ενδιάμεσους κόμβου και προς τον τελικό προορισμό είναι εφικτή στην περίπτωση εναρμόνισης του ρυθμού κωδικοποίησης με το μέγεθος του $(l+1)R$. Η οριοθέτηση του ρυθμού μας επιτρέπει την προσέγγιση του αριθμού των ενδιάμεσων κόμβων που επιτυχώς αποκωδικοποίησαν τη λαμβανόμενη ακολουθία πληροφορίας x_s , αποτελώντας την εκάστοτε ομάδα (*cluster*) κόμβων που επιτυχώς αποκωδικοποίησαν τη ληφθείσα πληροφορία, συνεπώς

$$D = \{k : \log_2(1 + \gamma_{s,k}) \geq (l+1)R\} \quad (4.3) \text{ με } \gamma_{s,k} = P_s |h_{s,k}|^2 / \sigma_k^2 \ \& \ k \leq l$$

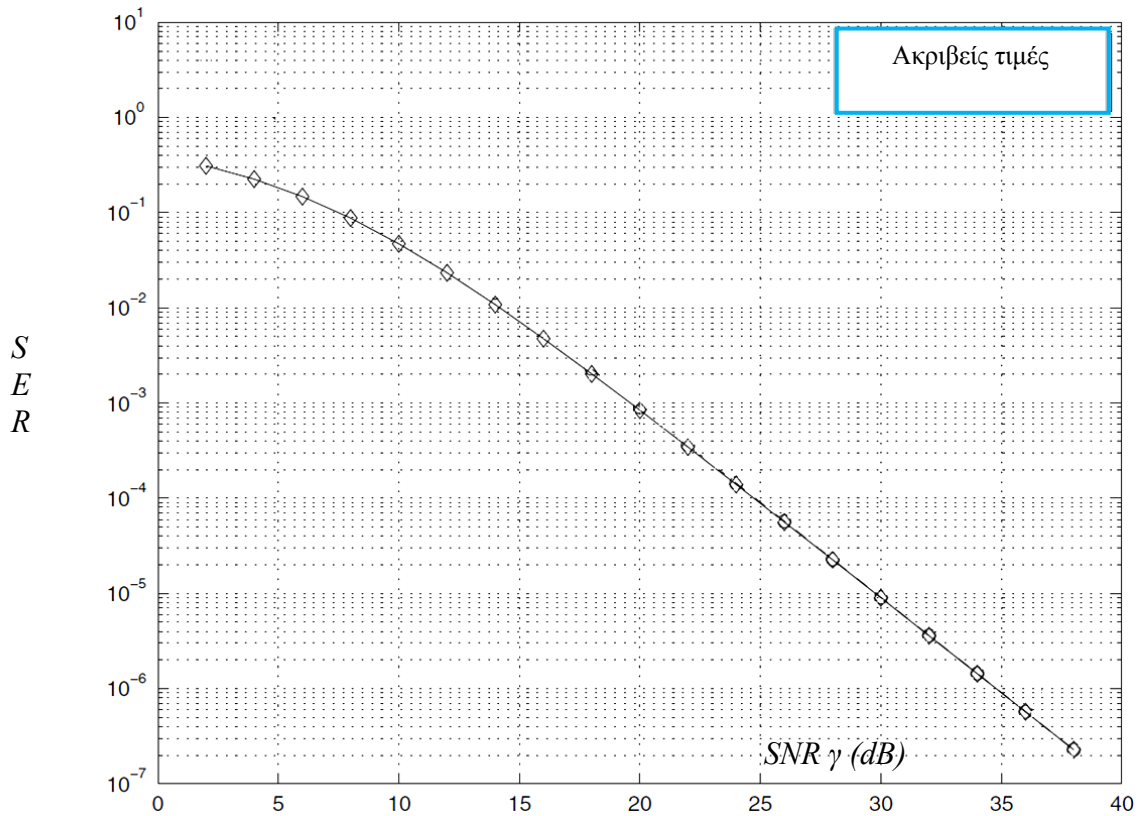
Στη δεύτερη φάση μετάδοσης (*Phase II*) ο κάθε ενδιάμεσος κόμβος της ομάδας (*cluster*) D , προωθεί τη νέα επανακωδικοποιημένη κωδική λέξη $x_k = x_s$ προς τον τελικό προορισμό με το κάθε λαμβανόμενο σήμα ν'απεικονίζεται στο τελικό δέκτη από τη συνάρτηση (4.2) για $k = 1, 2, \dots, l$. Παράλληλα υπεισέρχεται ένα συνθύλευμα σημάτων που υπαγορεύουν διαφορετικά μεγέθη του *SNR* τα οποία με τη συνδρομή του συνδυαστή μεγίστου λόγου συνοψίζονται σε μια έκφραση, δηλαδή

$$\gamma_{OCDF} = P_s \frac{|h_{s,d}|^2}{\sigma_d^2} + \sum_{k=1}^l P_k \frac{|h_{k,d}|^2}{\sigma_d^2} = \gamma_{s,d} + \sum_{k=1}^l \gamma_{k,d} \quad (4.4)$$

Άμεση συνέπεια του συνδυαστικού *SNR* των διαύλων αποτελεί η χωρητικότητα τους, η οποία αθροίζεται επι του συνόλου των $l+1$ χρονικών πλαισίων, αποδίδοντας τη χωρητικότητα του συνολικού πολλααματικού συστήματος, συνεπώς

$$+ \left\{ \begin{array}{l} 4K \left[\begin{array}{l} Q \left[\sqrt{g_{QAM} (\gamma_{s,d} + \gamma_{r,d})} \right] \\ -KQ^2 \left[\sqrt{g_{QAM} (\gamma_{s,d} + \gamma_{r,d})} \right] \end{array} \right] \\ \times \left[1 - \left[4K \left[Q \left(\sqrt{g_{QAM} \gamma_{s,r}} \right) - KQ^2 \left(\sqrt{g_{QAM} \gamma_{s,r}} \right) \right] \right] \right] \end{array} \right\} \quad (3.14)$$

όπου $\gamma_{s,r} \triangleq \frac{P_s |h_{s,r}|^2}{\sigma_r^2}$, $\gamma_{s,d} \triangleq \frac{P_s |h_{s,d}|^2}{\sigma_d^2}$, $\gamma_{r,d} \triangleq \frac{P_r |h_{r,d}|^2}{\sigma_d^2}$



Σχ.3.2 – Απεικόνιση SER και SNR σε πρωτόκολλο αποκωδικοποίησης και προώθησης με διαμόρφωση QPSK ή 4-QAM για διακύμανση θορύβου $\sigma_r^2 = \sigma_d^2 = 1$

Η συνάρτηση λάθους όπως έχει στη συνάρτηση του SER (3.14) προορίζεται για την εφαρμογή ακριβών τιμών ισχύος εκπομπής του πομπού και συνολικού SNR στο συνδυασμό μέγιστου λόγου. Βασιζόμενοι στη συνάρτηση του SER και με τη χρήση συγκεκριμένων τιμών στη διακύμανση θορύβου σε ενδιάμεσο κόμβο και τελικό δέκτη λαμβάνουμε την καμπύλη SER-SNR του σχήματος 3.2 (Σχ.3.2).

3.2.4 Άνω όριο ρυθμού σφάλματος συμβόλου (*symbol error rate – SER*) πρωτοκόλλου αποκωδικοποίησης και προώθησης

Παράλληλα γνωρίζοντας ότι το κάθε κανάλι διάδοσης πηγής-τελικού κόμβου, πηγής-ενδιάμεσου-κόμβου, ενδιάμεσου κόμβου-προορισμού, χαρακτηρίζεται από κέρδος $h_{s,d}, h_{s,r}, h_{r,d}$ αντιστοίχως, με το καθένα v αποτελεί ανεξάρτητη μεταβλητή με αντίστοιχη διακύμανση $v_{s,d}^2, v_{s,r}^2, v_{r,d}^2$ εξάγουμε προσεγγιστική έκφραση της συνάρτησης λάθους.

Βασιζόμενοι στην ισότητα

$$\int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{g_{PSK} P_S z}{(\sigma_r^2 + \sigma_d^2) \sin^2 \theta}\right) P_{|h|^2}(z) dz = \frac{1}{1 + \frac{g_{PSK} P_S v_h^2}{(\sigma_r^2 + \sigma_d^2) \sin^2 \theta}} \quad (3.13.1)$$

η πιθανότητα σφάλματος της *M-PSK* διαμόρφωσης για το πρωτόκολλο αποκωδικοποίησης και προώθησης λαμβάνει μέσω της ακριβούς έκφρασης (3.13), την ακόλουθη μορφή

$$P_{M-PSK} = F_1\left(1 + \frac{g_{PSK} P_S v_{s,d}^2}{(\sigma_r^2 + \sigma_d^2) \sin^2 \theta}\right) F_1\left(1 + \frac{g_{PSK} P_S v_{s,r}^2}{(\sigma_r^2 + \sigma_d^2) \sin^2 \theta}\right) + F_1\left(\left(1 + \frac{g_{PSK} P_S v_{s,d}^2}{(\sigma_r^2 + \sigma_d^2) \sin^2 \theta}\right)\left(1 + \frac{g_{PSK} P_S v_{r,d}^2}{(\sigma_r^2 + \sigma_d^2) \sin^2 \theta}\right)\right) \times \left[1 - F_1\left(1 + \frac{g_{PSK} P_S v_{s,r}^2}{(\sigma_r^2 + \sigma_d^2) \sin^2 \theta}\right)\right] \quad (3.13.2)$$

με $F_1(x(\theta)) = \frac{1}{\pi} \int_0^{(M-1)\pi/M} \frac{1}{x(\theta)} d\theta$, ενώ με την απομάκρυνση του αρνητικού τμήματος

καταλήγουμε στην ακόλουθη προσεγγιστική ανισοτική σχέση

$$P_{M-PSK} \leq F_1\left(1 + \frac{g_{PSK} P_S v_{s,d}^2}{(\sigma_r^2 + \sigma_d^2) \sin^2 \theta}\right) F_1\left(1 + \frac{g_{PSK} P_S v_{s,r}^2}{(\sigma_r^2 + \sigma_d^2) \sin^2 \theta}\right) + F_1\left(\left(1 + \frac{g_{PSK} P_S v_{s,d}^2}{(\sigma_r^2 + \sigma_d^2) \sin^2 \theta}\right)\left(1 + \frac{g_{PSK} P_S v_{r,d}^2}{(\sigma_r^2 + \sigma_d^2) \sin^2 \theta}\right)\right) \quad (3.13.3)$$

Παρατηρείται όμως ότι η ανισότητα (3.13.3) αποκτά τη μέγιστη τιμή της για $\sin^2 \theta = 1$ με συνέπεια να μετασχηματίζεται ως ακολούθως

$$P_{M-PSK} \leq \frac{(M-1)^2}{M^2} \frac{(\sigma_r^2 + \sigma_d^2)^2}{\left[(\sigma_r^2 + \sigma_d^2) + g_{PSK} P_S v_{s,d}^2 \right] \left[(\sigma_r^2 + \sigma_d^2) + g_{PSK} P_S v_{s,r}^2 \right]} + \frac{(M-1)}{M} \frac{(\sigma_r^2 + \sigma_d^2)^2}{\left[(\sigma_r^2 + \sigma_d^2) g_{PSK} P_S v_{s,d}^2 \right] \left[(\sigma_r^2 + \sigma_d^2) g_{PSK} P_r v_{r,d}^2 \right]} \quad (3.13.4)$$

Αντιστοίχως για την περίπτωση της διαμόρφωσης M -QAM μέσω της ακριβούς έκφρασης (3.14) θα έχουμε

$$P_{M-QAM} = F_2 \left(1 + \frac{g_{QAM} P_S v_{s,d}^2}{2(\sigma_r^2 + \sigma_d^2) \sin^2 \theta} \right) F_2 \left(1 + \frac{g_{QAM} P_S v_{s,r}^2}{2(\sigma_r^2 + \sigma_d^2) \sin^2 \theta} \right) + F_2 \left(\left(1 + \frac{g_{QAM} P_S v_{s,d}^2}{2(\sigma_r^2 + \sigma_d^2) \sin^2 \theta} \right) \left(1 + \frac{g_{QAM} P_S v_{r,d}^2}{2(\sigma_r^2 + \sigma_d^2) \sin^2 \theta} \right) \right) \times \left[1 - F_2 \left(1 + \frac{g_{QAM} P_S v_{s,r}^2}{2(\sigma_r^2 + \sigma_d^2) \sin^2 \theta} \right) \right] \quad (3.14.1)$$

Με τη συνάρτηση F_2 να είναι ίση με $F_2(x(\theta)) = \frac{4K}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{x(\theta)} d\theta - \frac{4K^2}{\pi} \int_0^{\pi/4} \frac{1}{x(\theta)} d\theta$. Η

λήψη του άνω ορίου για τη διαμόρφωση M -QAM επιτυγχάνεται με την παράλειψη του αρνητικού όρου της (3.14.1) λαμβάνοντας την ακόλουθη έκφραση

$$P_{M-QAM} \leq F_2 \left(1 + \frac{g_{QAM} P_S v_{s,d}^2}{2(\sigma_r^2 + \sigma_d^2) \sin^2 \theta} \right) F_2 \left(1 + \frac{g_{QAM} P_S v_{s,r}^2}{2(\sigma_r^2 + \sigma_d^2) \sin^2 \theta} \right) + F_2 \left(\left(1 + \frac{g_{QAM} P_S v_{s,d}^2}{2(\sigma_r^2 + \sigma_d^2) \sin^2 \theta} \right) \left(1 + \frac{g_{QAM} P_S v_{r,d}^2}{2(\sigma_r^2 + \sigma_d^2) \sin^2 \theta} \right) \right) \quad (3.14.2)$$

η οποία αποκτά τη μέγιστη τιμή για $\sin^2 \theta = 1$ με αποτέλεσμα να δημιουργείται η κάτωθι ανισότητα

$$P_{M-QAM} \leq \left(\frac{2K}{\sqrt{M}} + K^2 \right)^2 \frac{(\sigma_r^2 + \sigma_d^2)^2}{\left[(\sigma_r^2 + \sigma_d^2) + \frac{g_{QAM}}{2} P_S v_{s,d}^2 \right] \left[(\sigma_r^2 + \sigma_d^2) + \frac{g_{QAM}}{2} P_S v_{s,r}^2 \right]} + \left(\frac{2K}{\sqrt{M}} + K^2 \right) \frac{(\sigma_r^2 + \sigma_d^2)^2}{\left[(\sigma_r^2 + \sigma_d^2) \frac{g_{QAM}}{2} P_S v_{s,d}^2 \right] \left[(\sigma_r^2 + \sigma_d^2) \frac{g_{QAM}}{2} P_r v_{r,d}^2 \right]} \quad (3.14.3)$$

Επομένως μέσω των προσεγγιστικών λύσεων (3.13.4), (3.14.3) που αποτελούν άνω όρια για τις εκφράσεις σφάλματος M -PSK και M -QAM εξάγουμε τη γενική έκφραση άνω ορίου πιθανότητας σφάλματος, επομένως

$$SER \approx \frac{(\sigma_r^2 + \sigma_d^2)^2}{g^2} \frac{1}{P_S v_{s,d}^2} \left(\frac{A^2}{P_S v_{s,r}^2} + \frac{B}{P_r v_{r,d}^2} \right) \quad (3.14.4)$$

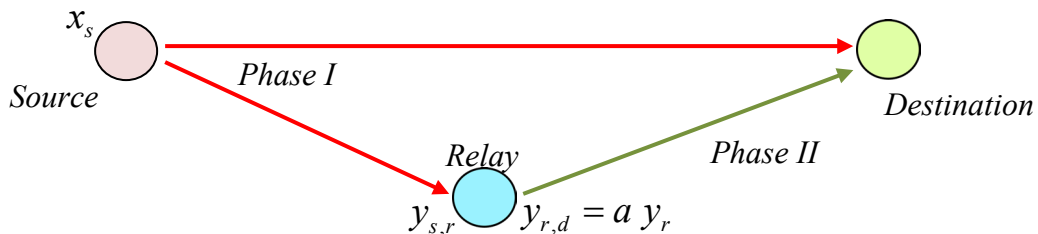
όπου για M -PSK : $A = \frac{M-1}{2M} + \frac{\sin \frac{2\pi}{M}}{4\pi}$, $B = \frac{3(M-1)}{8M} + \frac{\sin \frac{2\pi}{M}}{4\pi} - \frac{\sin \frac{4\pi}{M}}{32\pi}$ ενώ στην περίπτωση του M -QAM $A = \frac{M-1}{2M} + \frac{K^2}{\pi}$, $B = \frac{3(M-1)}{8M} + \frac{K^2}{\pi}$ με $g = g_{QAM}/2$.

Πρέπει να τονίσουμε ότι η προσεγγιστική λύση επιτεύχθηκε με τη χρήση του κέρδους των καναλιών διάδοσης ως μεταβλητές, αποτελώντας τη βάση ολοκλήρωσης της γενικευμένης συνάρτησης λάθους για τις M -PSK και M -QAM.

3.3 Πρωτόκολλο ενίσχυσης και προώθησης (*Amplify and Forward Protocol*)

Σε αντίθεση με το πρωτόκολλο κωδικοποίησης και προώθησης στην ενίσχυση και προώθηση ο ενδιάμεσος κόμβος ενισχύει το λαμβανόμενο σήμα και το επανεκπέμπει προς τον τελικό προορισμό χωρίς την απαίτηση τήρησης συγκεκριμένου μοτίβου αποκωδικοποίησης και επανακωδικοποίησης. Όπως γίνεται αντιληπτό ο επικαθήμενος στο σήμα θόρυβος ενισχύεται περαιτέρω κατά το κέρδος του ενισχυτή, όμως προτιμάται στην περίπτωση χαμηλού SNR , στη ζεύξη ανάμεσα σε πηγή και ενδιάμεσο κόμβο. Οι εκδοχές που αναλύονται ακολούθως αποτελούνται από την ενίσχυση και προώθηση σταθερού κέρδους (*fixed gain amplify & forward relaying*) και την ενίσχυση & προώθηση επαυξημένης πληροφορόρησης (*incremental amplify & forward relaying*)

3.3.1 Ενίσχυση και προώθηση σταθερού κέρδους (*Fixed Gain Amplify and Forward Protocol*)



Σχ.3.3 – Πολυαλματικό σύστημα ενός ενδιάμεσου κόμβου ενίσχυσης και προώθησης

Η βασική αρχή ενός συστήματος ενίσχυσης και προώθησης εντοπίζεται στην εκπομπή από τον ενδιάμεσο κόμβο μιας ενισχυμένης μορφής του σήματος που εξέλαβε

από την πηγή, ανεξαρτήτως της ποιότητας της ζεύξης. Στην πρώτη φάση της εκπομπής (*Phase I*) η πηγή εκπέμπει την ακολουθία συμβόλων x_s , στον ενδιάμεσο και τελικό κόμβο με την έκφραση των αφιχθέντων σημάτων να είναι η ακόλουθη

$$\underline{\text{Phase I}} : y_{s,d} = \sqrt{P_s} h_{s,d} x_s + n_{s,d} \ \& \ y_{s,r} = \sqrt{P_s} h_{s,r} x_s + n_{s,r} \quad (3.15)$$

Στη δεύτερη φάση (*Phase II*) ο ενδιάμεσος κόμβος ενισχύει το λαμβανόμενο σήμα $y_{s,r}$ κατά κέρδος $G_v = 1/\sqrt{P_s |h_{s,r}|^2 + \sigma_r^2}$ έχοντας επίγνωση του κέρδους $|h_{s,r}|^2$ του καναλιού πηγής ενδιάμεσου κόμβου, με το νέο προς εκπομπή σήμα $y_{r,d}$ να εκφράζεται ως εξής

$$\underline{\text{Phase II}} : y_{r,d} = G_v y_{s,r} = \frac{\sqrt{P_s}}{\sqrt{P_s |h_{s,r}|^2 + \sigma_r^2}} h_{s,r} x_s + \frac{1}{\sqrt{P_s |h_{s,r}|^2 + \sigma_r^2}} n_{s,r} \quad (3.16)$$

Όμως κατά τη διάδοση μέσω του καναλιού ενδιάμεσου και τελικού κόμβου υπεισέρχεται επιπλέον θόρυβος ενώ παρεμβαίνει το κέρδος $h_{r,d}$ λειτουργώντας ως πολλαπλασιαστικός παράγοντας, με το λαμβανόμενο από τον τελικό κόμβο σήμα προερχόμενο από τον ενδιάμεσο να λαμβάνει την ακόλουθη μορφή

$$y_{(2)r,d} = \sqrt{\frac{P_s P_r}{P_s |h_{s,r}|^2 + \sigma_r^2}} h_{s,r} h_{r,d} x_s + \sqrt{\frac{P_r}{P_s |h_{s,r}|^2 + \sigma_r^2}} h_{r,d} n_{s,r} + n_{r,d} \quad (3.17)$$

Στον τελικό κόμβο η διαδικασία του συνδυασμού μέγιστου λόγου (*MRC-Maximum Ratio Combiner*) δημιουργεί άθροισμα σημάτων προερχομένων εκ του ενδιάμεσου κόμβου και εκ της πηγής με το τελικό σήμα να αποτυπώνεται μέσω των (3.15), (3.17) στην ακόλουθη μορφή

$$\tilde{y}_d = \frac{\sqrt{P_s} h_{s,d}}{\sigma_d^2} y_{s,d} + \frac{\sqrt{\frac{P_s P_r}{P_s |h_{s,r}|^2 + \sigma_r^2}} h_{s,r} h_{r,d}}{\frac{P_r}{P_s |h_{s,r}|^2 + \sigma_r^2} |h_{r,d}|^2 + \sigma_r^2 + \sigma_d^2} y_{(2)r,d} \quad (3.18)$$

ενώ η έξοδος του *SNR* του συνδυασμού μέγιστου λόγου θα δίδεται ως ακολούθως

$$\gamma_{AF} = \frac{P_s |h_{s,d}|^2}{\sigma_d^2} + \frac{\left(\frac{P_s |h_{s,r}|^2}{\sigma_r^2} \right) \times \left(\frac{P_r |h_{r,d}|^2}{\sigma_d^2} \right)}{\frac{P_s |h_{s,r}|^2}{\sigma_r^2} + \frac{P_r |h_{r,d}|^2}{\sigma_d^2} + 1} = \gamma_{s,d} + \frac{\gamma_{s,r} \gamma_{r,d}}{\gamma_{s,r} + \gamma_{r,d} + 1} \quad (3.19)$$

η δε συνολική χωρητικότητα των διαύλων του AF πρωτοκόλλου να εκφράζεται ως εξής

$$C_{AF} = \frac{1}{2} \log_2 \left(1 + \gamma_{s,d} + \frac{\gamma_{s,r} \gamma_{r,d}}{\gamma_{s,r} + \gamma_{r,d} + 1} \right) \quad (3.20)$$

Με την αποτύπωση της χωρητικότητας των διαύλων για το πρωτόκολλο ενίσχυσης και προώθησης παρουσία διαφορισμού μέγιστου λόγου, είμαστε σε θέση να αποδώσουμε μία έκφραση για την πιθανότητα πτώσης του SNR, P_{outage} κάτωθεν συγκεκριμένου κατωφλίου υπό την παρουσία διαλείψεων καναλιού τύπου *Rayleigh*, συνεπώς

$$\begin{aligned} P_{outage} &= \Pr [C_{AF}(\gamma) < R] = \Pr \left\{ \frac{1}{2} \log_2 \left(1 + \gamma_{s,d} + \frac{\gamma_{s,r} \gamma_{r,d}}{\gamma_{s,r} + \gamma_{r,d} + 1} \right) < R \right\} \\ &= \Pr \left(\gamma_{s,d} + \frac{\gamma_{s,r} \gamma_{r,d}}{\gamma_{s,r} + \gamma_{r,d} + 1} \leq 2^{2R} - 1 \right) \quad (3.21) \end{aligned}$$

Στην περίπτωση της γνώσης από τον ενδιάμεσο κόμβο μόνο του μέσου κέρδους του καναλιού μεταξύ του ιδίου και της πηγής τότε πολλαπλασιάζει το λαμβανόμενο σήμα με προκαθορισμένο παράγοντα με το γνωστό μέσο κέρδος $|h_{s,r}|^2$. Η επίδραση του πολλαπλασιαστικού παράγοντα επιφέρει αντίστοιχα ένα μέσο SNR του καναλιού πηγής ενδιάμεσου κόμβου στην έξοδο του συνδυασμού μέγιστου λόγου, στη συνολική χωρητικότητα των διαύλων καθώς και στην πιθανότητα P_{outage} , ενώ χαρακτηρίζει τη μορφή του πρωτοκόλλου ενίσχυσης και προώθησης ως κλειδωμένου κέρδους (*fixed gain amplify & forward*). Συνεπώς η έξοδος του ενδιάμεσου κόμβου, το συνδυαζόμενο σήμα στην έξοδο του MRC, η χωρητικότητα και η πιθανότητα P_{outage} θα έχουν τις ακόλουθες μορφές

$$y_{(2)r,d} = \sqrt{\frac{P_s P_r}{P_s |h_{s,r}|^2 + \sigma_r^2}} h_{s,r} h_{r,d} x_s + \sqrt{\frac{P_r}{P_s |h_{s,r}|^2 + \sigma_r^2}} h_{r,d} n_{s,r} + n_{r,d} \quad (3.22)$$

$$\tilde{y}_d = \frac{\sqrt{P_s} h_{s,d}}{\sigma_d^2} y_{s,d} + \frac{\sqrt{\frac{P_s P_r}{P_s |h_{s,r}|^2 + \sigma_r^2}} h_{s,r} h_{r,d}}{\frac{P_r}{P_s |h_{s,r}|^2 + \sigma_r^2} |h_{r,d}|^2 + \sigma_r^2 + \sigma_d^2} y_{(2)r,d} \quad (3.23)$$

$$C_{AF} = \frac{1}{2} \log_2 \left(1 + \gamma_{s,d} + \frac{\gamma_{s,r} \gamma_{r,d}}{\gamma_{s,r} + \gamma_{r,d} + 1} \right) \quad (3.24)$$

$$\begin{aligned} P_{outage} &= \Pr [C_{AF}(\gamma) < R] = \Pr \left\{ \frac{1}{2} \log_2 \left(1 + \gamma_{s,d} + \frac{\gamma_{s,r} \gamma_{r,d}}{\gamma_{s,r} + \gamma_{r,d} + 1} \right) < R \right\} \\ &= \Pr \left(\gamma_{s,d} + \frac{\gamma_{s,r} \gamma_{r,d}}{\gamma_{s,r} + \gamma_{r,d} + 1} \leq 2^{2R} - 1 \right) \end{aligned} \quad (3.25)$$

3.3.2 Ενίσχυση με επιλεκτική προώθηση (πληροφόρηση επιτυχούς λήψης - *incremental amplify & forward relaying*)

Στην παρούσα μορφή του πρωτόκολλου η δεύτερη φάση της μετάδοσης από τον ενδιάμεσο κόμβο προς τον τελικό προορισμό, ενεργοποιείται μόνο εάν η πρώτη φάση είναι ανεπιτυχής με το μεταδιδόμενο σήμα από την πηγή προς τον τελικό προορισμό να κυμαίνεται κάτωθεν ενός προκαθορισμένου SNR . Η διαδικασία αυτή επιτυγχάνει βέλτιστη κατανομή του εύρους ζώνης ενώ υλοποιείται με την αποστολή, από τον τελικό κόμβο, ενός καταφατικού μηνύματος (ACK) τόσο προς την πηγή όσο και προς τον ενδιάμεσο κόμβο πληροφορώντας για την επιτυχή αποκωδικοποίηση και λήψη του μεταδιδόμενου σήματος πληροφορίας x_s . Σημειώνεται δε στην περίπτωση επικράτησης της συνθήκης $2R \leq \log_2(1 + \gamma_{s,d})$. Συνεπώς ο ενδιάμεσος κόμβος καταστρέφει το ληφθέν σήμα από την πηγή. Στην αντίθετη περίπτωση μη επιτυχούς λήψης όπου $2R > \log_2(1 + \gamma_{s,d})$ αποστέλλεται αρνητικό μήνυμα ($NACK$) με τη δεύτερη φάση να λαμβάνει χώρα με τον ενδιάμεσο κόμβο να μεταδίδει με ρυθμό R την ακολουθία πληροφορίας που εξέλαβε. Αμφότερες των περιπτώσεων μηνύματος πληροφόρησης, στην πηγή λαμβάνει χώρα ρυθμός κωδικοποίησης της τάξης του $2R$.

Ειδικότερα στην περίπτωση της μη επιτυχούς λήψης και της ενεργοποίησης της δεύτερης φάσης ο ρυθμός μετάδοσης υποβιβάζεται σε R με το καθένα εκ' των λαμβανόμενων σημάτων από το τελικό δέκτη ν'αποδίδεται από τις συναρτήσεις

$$\begin{aligned} y_{s,d} &= \sqrt{P_s} h_{s,d} x_s + n_{s,d} \\ y_{(2)r,d} &= \sqrt{\frac{P_s P_r}{P_s |h_{s,r}|^2 + \sigma_r^2}} h_{s,r} h_{r,d} x_s + \sqrt{\frac{P_r}{P_s |h_{s,r}|^2 + \sigma_r^2}} h_{r,d} n_{s,r} + n_{r,d} \end{aligned}$$

ενώ το SNR στην έξοδο του MRC αποτυπώνεται ως $\gamma_{SAF} = \gamma_{s,d} + \frac{\gamma_{s,r}\gamma_{r,d}}{\gamma_{s,r} + \gamma_{r,d} + 1}$. Η δε ορθή αποκωδικοποίηση στον τελικό κόμβο εκφράζεται μέσω του υποβαθμισμένου ρυθμού R οριοθετώντας ένα συγκεκριμένο κατώφλι $R \leq \frac{1}{2} \log_2 \left(1 + \gamma_{s,d} + \frac{\gamma_{s,r}\gamma_{r,d}}{\gamma_{s,r} + \gamma_{r,d} + 1} \right)$ (3.26).

Όπως γίνεται ευκόλως αντιληπτό ο ρυθμός μετάδοσης R στην παρούσα μορφή του πρωτόκολλου ενίσχυσης και προώθησης εξαρτάται αποκλειστικά από το SNR της μετάδοσης μεταξύ πηγής και τελικού προορισμού με τις περιπτώσεις $\gamma_{s,d} < 2^{2R} - 1$ & $\gamma_{s,d} \geq 2^{2R} - 1$ να επιβάλλουν ρυθμό μετάδοσης R και $2R$ αντιστοίχως. Συνεπώς αποτελεί ανάγκη κατάρτισης μέσου ρυθμού μετάδοσης \bar{R} που αποδίδεται με την ακόλουθη ισότητα

$$\begin{aligned} \bar{R} &= 2R \times \Pr(\gamma_{s,d} \geq 2^{2R} - 1) + R \times \Pr(\gamma_{s,d} < 2^{2R} - 1) \\ &= R + \left[R \times \exp\left(-\frac{2^{2R} - 1}{\gamma_{s,d}}\right) \right] \end{aligned} \quad (3.27)$$

Παρατηρώντας τόσο την επιτυχή όσο και την ανεπιτυχή μετάδοση με την ενεργοποίηση της δεύτερης φάσης εμφανίζεται, και στις δύο περιπτώσεις, η πιθανότητα P_{outage} η οποία απεικονίζεται μέσω του SNR των επιμέρους διαύλων μετάδοσης ως εξής

$$\begin{aligned} P_{outage} &= \Pr\left(\gamma_{s,d} < 2^{2R} - 1, \gamma_{s,d} + \frac{\gamma_{s,r}\gamma_{r,d}}{\gamma_{s,r} + \gamma_{r,d} + 1} < 2^{2R} - 1\right) \\ &= \Pr\left(\gamma_{s,d} + \frac{\gamma_{s,r}\gamma_{r,d}}{\gamma_{s,r} + \gamma_{r,d} + 1} < 2^{2R} - 1\right) \end{aligned} \quad (3.28)$$

3.3.3 Ρυθμός σφάλματος πρωτοκόλλου ενίσχυσης και προώθησης

Με τη χρήση των ήδη δοθέντων συναρτήσεων πιθανότητας σφάλματος τόσο για PSK όσο και QAM διαμόρφωση (3.12) εξάγουμε στην περίπτωση του AF πρωτόκολλου την πιθανότητα σφάλματος συμβόλου SER . Χρησιμοποιούμε τις δύο εκδόσεις SNR των επιμέρους σημάτων, που λαμβάνει ο τελικός κόμβος, προερχόμενα από την πηγή και τον ενδιάμεσο κόμβο αντιστοίχως, ενώ αποδίδονται ακολούθως

$$\gamma_{s,d} = \frac{P_s h_{s,d}}{\sigma_d^2} \quad \& \quad \gamma_{r,d} = \frac{\frac{P_s P_r}{P_s |h_{s,r}|^2 + \sigma_r^2} |h_{s,r}|^2 |h_{r,d}|^2}{\frac{P_r}{P_s |h_{s,r}|^2 + \sigma_r^2} |h_{r,d}|^2 + \sigma_r^2 + \sigma_d^2} \quad (3.29)$$

Τελικά για την πιθανότητα σφάλματος συμβόλου τόσο για M -PSK όσο και M -QAM διαμόρφωση θα έχουμε τις ακόλουθες εκφράσεις

$$SER_{PSK}(\gamma) = \frac{1}{\pi} \int_0^{(M-1)\pi/M} \exp\left(-\frac{g_{PSK}(\gamma_{s,d} + \gamma_{r,d})}{\sin^2 \theta}\right) d\theta \quad (3.30)$$

$$SER_{QAM}(\gamma) = 4KQ\left(\sqrt{g_{QAM}(\gamma_{s,d} + \gamma_{r,d})}\right) - 4K^2Q^2\left(\sqrt{g_{QAM}(\gamma_{s,d} + \gamma_{r,d})}\right)$$

Μια περαιτέρω βελτίωση των συναρτήσεων σφάλματος επιτελείται μέσω της συνάρτησης *Moment Generation Function – MGF* η οποία για μεταβλητή x ορίζεται ως $\mathcal{M}_x = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-ax) p_x(x) dx$. Εν προκειμένω ως μεταβλητές θεωρούνται τα μεγέθη $\gamma_{s,d}$, $\gamma_{r,d}$ με συνέπεια η έκφραση (3.30) να λαμβάνει μία διαφορετική μορφή, την ακόλουθη

$$SER_{M-PSK} \approx \frac{1}{\pi} \int_0^{(M-1)\pi/M} \mathcal{M}_{\gamma_{s,d}}\left(\frac{g_{PSK}}{\sin^2 \theta}\right) \mathcal{M}_{\gamma_{r,d}}\left(\frac{g_{PSK}}{\sin^2 \theta}\right) d\theta \quad (3.31)$$

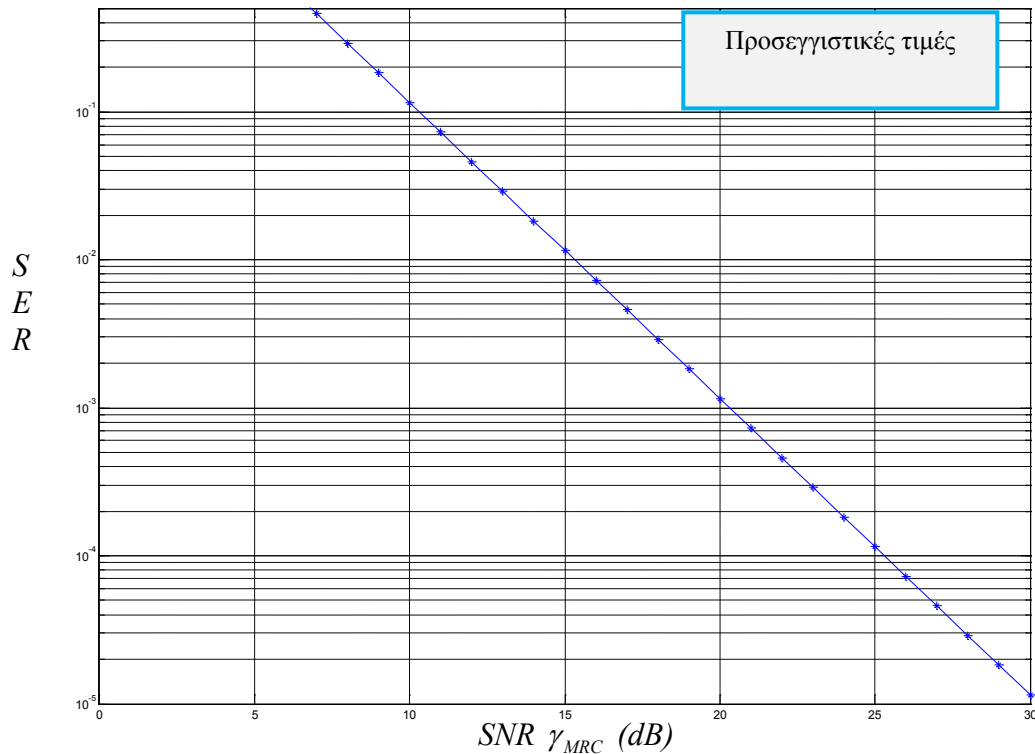
$$SER_{M-QAM} \approx \frac{4K}{\pi} \int_0^{\pi/2} \mathcal{M}_{\gamma_{s,d}}\left(\frac{g_{QAM}}{2 \sin^2 \theta}\right) \mathcal{M}_{\gamma_{r,d}}\left(\frac{g_{QAM}}{2 \sin^2 \theta}\right) d\theta$$

$$- \frac{4K^2}{\pi} \int_0^{\pi/4} \mathcal{M}_{\gamma_{s,d}}\left(\frac{g_{QAM}}{2 \sin^2 \theta}\right) \mathcal{M}_{\gamma_{r,d}}\left(\frac{g_{QAM}}{2 \sin^2 \theta}\right) d\theta$$

Εν τέλει μια πιο γενικευμένη μορφή για την προσέγγιση του ρυθμού λάθους στην περίπτωση του πρωτοκόλλου ενίσχυσης και προώθησης για τις διαμορφώσεις M -PSK και M -QAM λαμβάνοντας ως μεταβλητή τη καθεμία διακύμανση $v_{s,d}^2, v_{s,r}^2, v_{r,d}^2$ του κάθε κέρδους $h_{s,d}, h_{s,r}, h_{r,d}$ των καναλιών διάδοσης καταλήγουμε στην ακόλουθη περιγραφή

$$SER = \frac{B(\sigma_r^2 + \sigma_d^2)}{g^2} \times \frac{1}{P_S v_{s,d}^2} \left(\frac{1}{P_S v_{s,r}^2} + \frac{1}{P_r v_{r,d}^2} \right) \quad (3.32)$$

όπου $B = \frac{3(M-1)}{8M} + \frac{\sin \frac{2\pi}{M}}{4\pi} - \frac{\sin \frac{4\pi}{M}}{32\pi}$ για διαμόρφωση M -PSK και $B = \frac{3(M-1)}{8M} + \frac{K^2}{\pi}$ για διαμόρφωση M -QAM.



Σχ.3.4 – Απεικόνιση πιθανότητας σφάλματος συμβόλου SER και SNR στο συνδυασμό μέγιστου λόγου σε πρωτόκολλο ενίσχυσης και προώθησης με διαμόρφωση QPSK ή 4-QAM για διακύμανση θορύβου $\sigma_r^2 = \sigma_d^2 = 1$

Η εξαγωγή της προσεγγιστικής συνάρτησης ρυθμού σφάλματος (3.31) μας βοηθά στη δημιουργία μιας ακολουθίας τιμών ρυθμού σφάλματος με τη χρήση M -QAM διαμόρφωσης και χαμηλής διακύμανσης θορύβου στον ενδιάμεσο κόμβο και τελικό δέκτη. Η γραφική συνένωση των τιμών (Σχ.3.4) μας αποδίδει καμπύλη πληροφορώντας μας για το επίπεδο ρυθμού σφάλματος όπως εκείνο μετράται στο συνδυασμό μέγιστου λόγου στον τελικό κόμβο για δεδομένη τιμή σηματοθορυβικού λόγου.

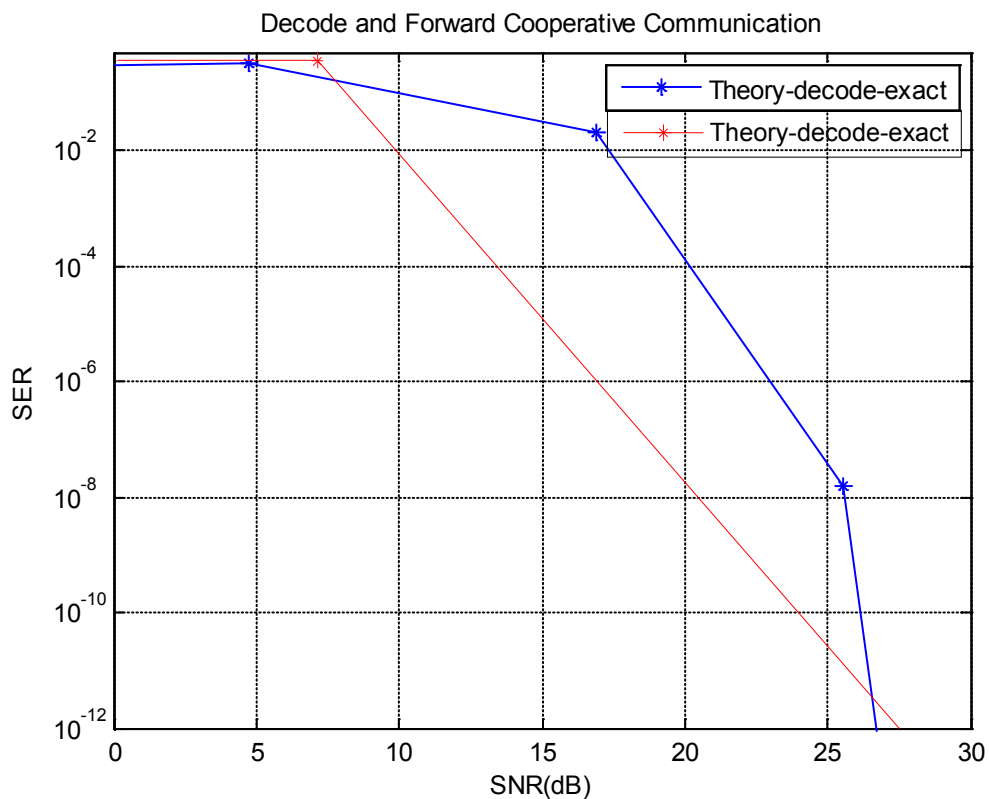
3.4 Αριθμητικός υπολογισμός ρυθμού εμφάνισης σφαλμάτων

Η παράθεση αναλυτικών εκφράσεων για το ρυθμό σφάλματος συμβόλων αποτελεί το απαραίτητο υπόβαθρο για τον αριθμητικό υπολογισμό των παραστάσεων αυτών. Ειδικότερα χρησιμοποιείται η συνάρτηση του ρυθμού σφάλματος που ενσωματώνει τη διαμόρφωση M - QAM . Η ανάλυση περιλαμβάνει τα πρωτόκολλα αποκωδικοποίησης & προώθησης και ενίσχυσης & προώθησης.

3.4.1 Ρυθμός σφάλματος πρωτοκόλλου αποκωδικοποίησης και προώθησης

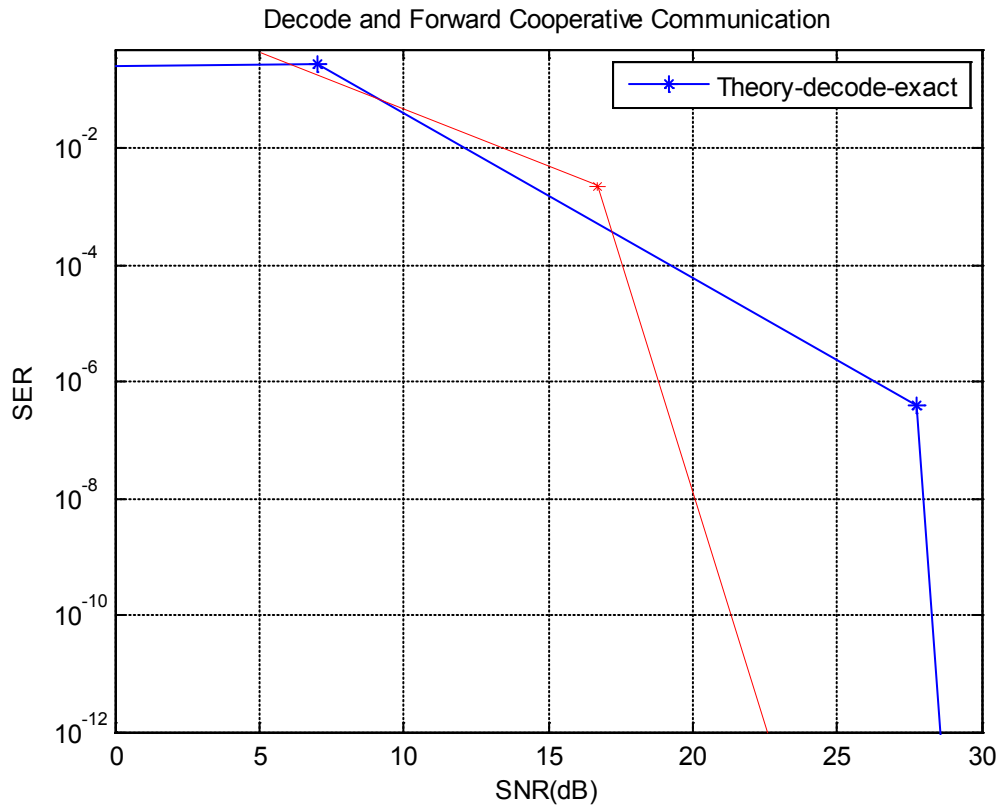
Με την αποτύπωση της ρυθμού σφάλματος συμβόλων στη συνάρτηση (3.14) μέσω της διαμόρφωσης M - QAM δημιουργήσαμε μία ακριβή έκφραση του ρυθμού σφάλματος. Οι εξαγόμενες καμπύλες τιμών αφορούν διαφορετικές τιμές των διακυμάνσεων του θορύβου τόσο στον ενδιάμεσο κόμβο όσο και στον τελικό κόμβο και διαφορετικές τιμές ισχύος εκπομπής πηγής και ενδιάμεσου κόμβου. Ο υπολογισμός της συνάρτησης για τις τιμές αυτές αφορά μοναδικό ενδιάμεσο κόμβο που εφαρμόζει διαμόρφωση 16 - QAM .

3.4.1.1 Ρυθμός σφάλματος για διαφορετικές τιμές διακύμανσης ισχύος θορύβου



Σχ.3.5 – Ρυθμός σφάλματος Decode & Forward για τιμές διακύμανσης $\sigma_r^2 = \sigma_d^2 = 10$

(μπλε καμπύλη) και $\sigma_r^2 = \sigma_d^2 = 1$ (κόκκινη καμπύλη)



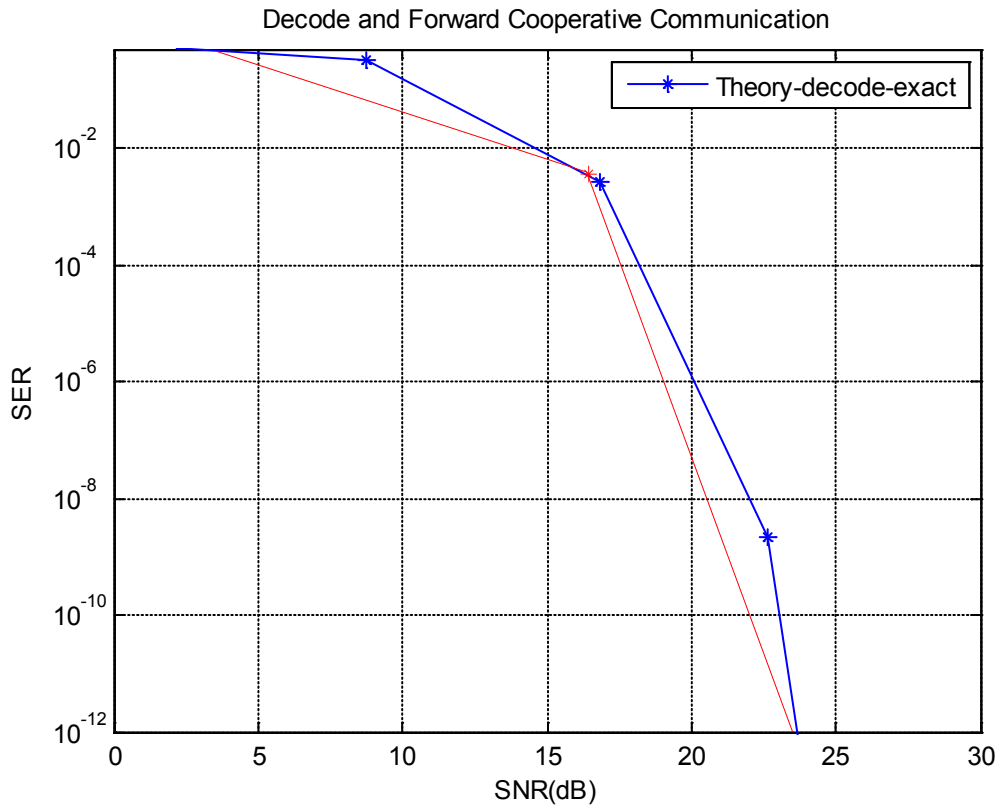
Σχ.3.6 – Τιμές διακύμανσης $\sigma_r^2 = 10, \sigma_d^2 = 1$ (μπλε καμπύλη)

& $\sigma_r^2 = 1, \sigma_d^2 = 10$ (κόκκινη καμπύλη)

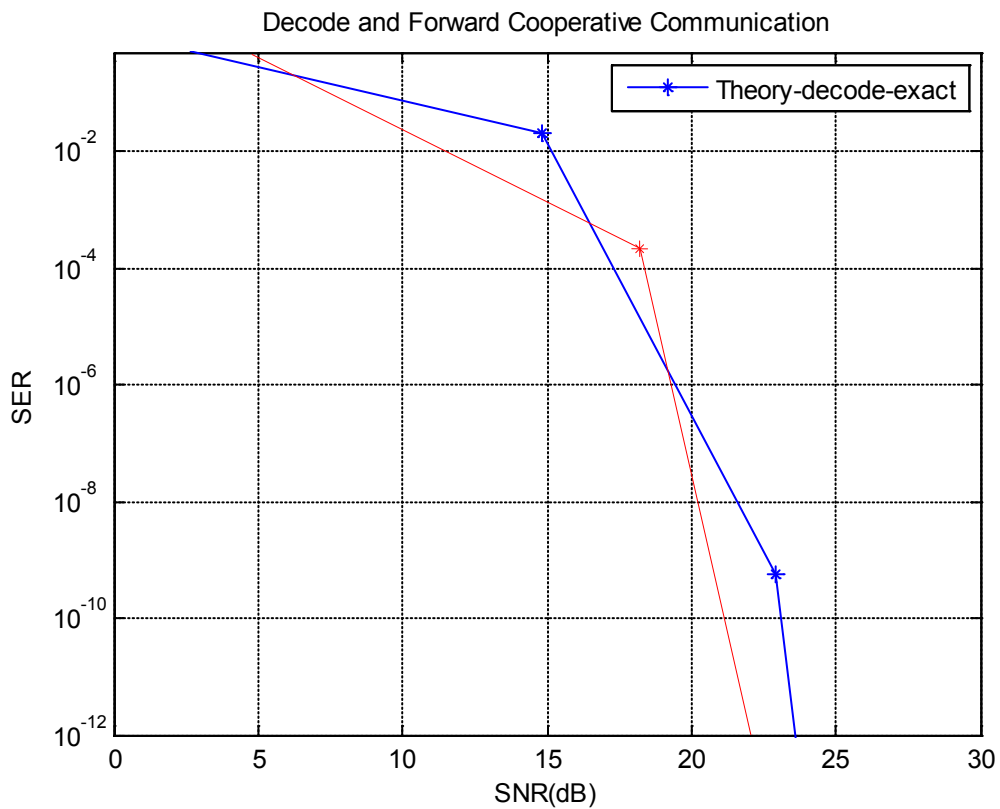
Η ταυτόχρονα υψηλή διακύμανση σε τελικό και ενδιάμεσο κόμβο αυξάνει το ρυθμό σφαλμάτων που στην περίπτωση της στάθμης του $SNR=20dB$ ανέρχεται σε 10^{-4} όπως γίνεται αντιληπτό στο Σχ.3.5 (μπλέ καμπύλη). Αντιθέτως η χαμηλή διακύμανση του θορύβου, οδηγεί στην επίτευξη χαμηλότερου ρυθμού σφαλμάτων, όπως διαφαίνεται για τη στάθμη των $20dB$ όπου έχουμε $SER=10^{-8}$ (Σχ.3.5 - κόκκινη καμπύλη). Επιπλέον η υψηλή διακύμανση στον ενδιάμεσο κόμβο (Σχ.3.6 - μπλε καμπύλη) επιδεινώνει το ρυθμό σφαλμάτων αυξάνοντας τον σε 10^{-4} για $SNR=20dB$ εν αντιθέσει με την υψηλή διακύμανση που επικρατεί μόνο στον τελικό κόμβο δημιουργώντας $SER = 10^{-8}$.

3.4.1.2 Ρυθμός σφάλματος για διαφορετικές τιμές ισχύος εκπομπής

Παράλληλα η διαφοροποίηση της εκπεμπόμενης ισχύος τόσο από την πηγή πληροφορίας όσο και από τον ενδιάμεσο κόμβο επιδρά στο ρυθμό σφαλμάτων με την μικρότερη ισχύ να δημιουργεί την αύξηση του ρυθμού σφαλμάτων. Ακολούθως μελετούμε για καθορισμένη διακύμανση θορύβου $\sigma_r^2 = \sigma_d^2 = 10$ τη συμπεριφορά του ρυθμού σφαλμάτων για διάφορες τιμές ισχύος ,πηγής και ενδιάμεσου κόμβου.

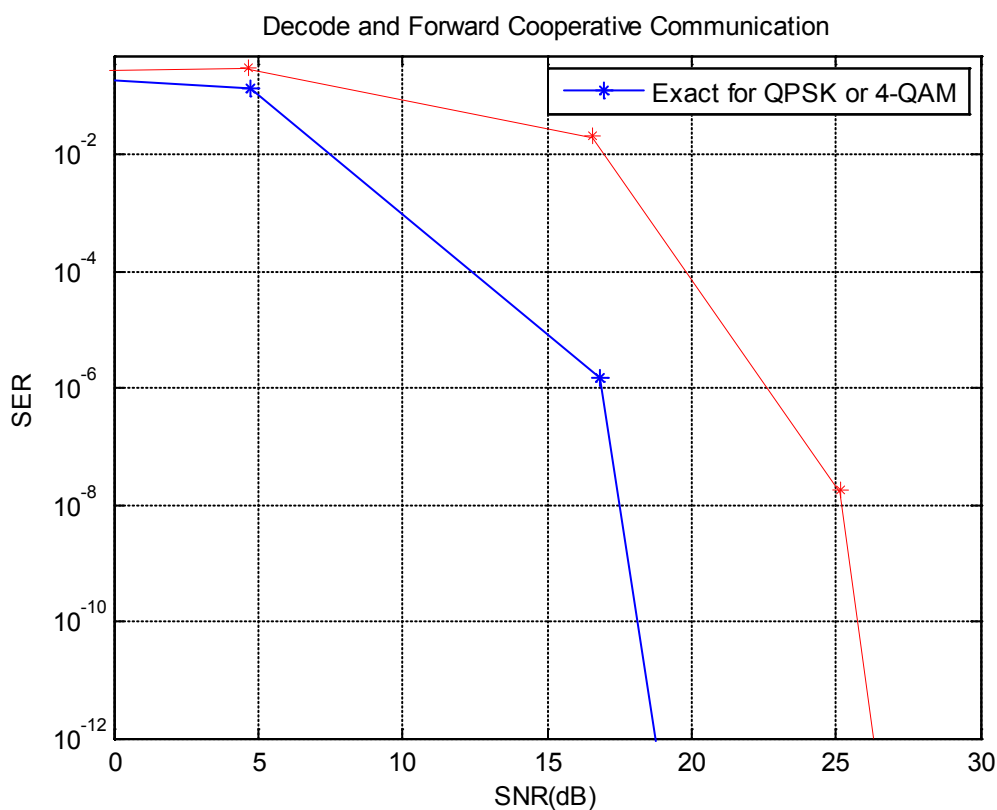


Σχ.3.7– Τιμές ισχύος εκπομπής πηγής $P_s = 3W, P_r = 3W$ (μπλε καμπύλη) και $P_s = 10W, P_r = 3W$ (κόκκινη καμπύλη)



Σχ.3.8 – Τιμές ισχύος εκπομπής ενδιάμεσου κόμβου $P_s = 10W, P_r = 1W$ (μπλε καμπύλη) και $P_s = 10W, P_r = 6W$ (κόκκινη καμπύλη)

Επιπροσθέτως παρατηρείται στη σχηματική απεικόνιση (Σχ.3.7) ότι για δεδομένη τιμή σήματος προς θόρυβο $SNR=20dB$, η αύξηση της ισχύος εκπομπής της πηγής κατά $7 Watt$ ή $8.45 dBW$ βελτιώνει το ρυθμό εμφάνισης σφαλμάτων. Κάτι τέτοιο οδηγεί σε ρυθμό σφάλματος μικρότερο από $SER=10^{-7}$, για $P_s=10W$, σε σχέση με το πρότερο μέγεθος του $SER=10^{-6}$ όταν η ισχύς εκπομπής της πηγής ανερχόταν σε $P_s=3W$. Βελτίωση παρατηρείται και στην περίπτωση αύξησης της ισχύος εκπομπής του ενδιάμεσου κόμβου κατά μέγεθος $5 Watt$, σχηματική απεικόνιση (Σχ.3.8), ελαχιστοποιώντας το ρυθμό σφάλματος για την περίπτωση του $SNR=20dB$ σε μέγεθος μικρότερο του $SER=10^{-7}$. Ο πρότερος ρυθμός σφάλματος είχε τιμή μεγαλύτερη του $SER=10^{-7}$ με την ισχύ εκπομπής του ενδιάμεσου κόμβου να ανέρχεται σε $P_r=1W$.

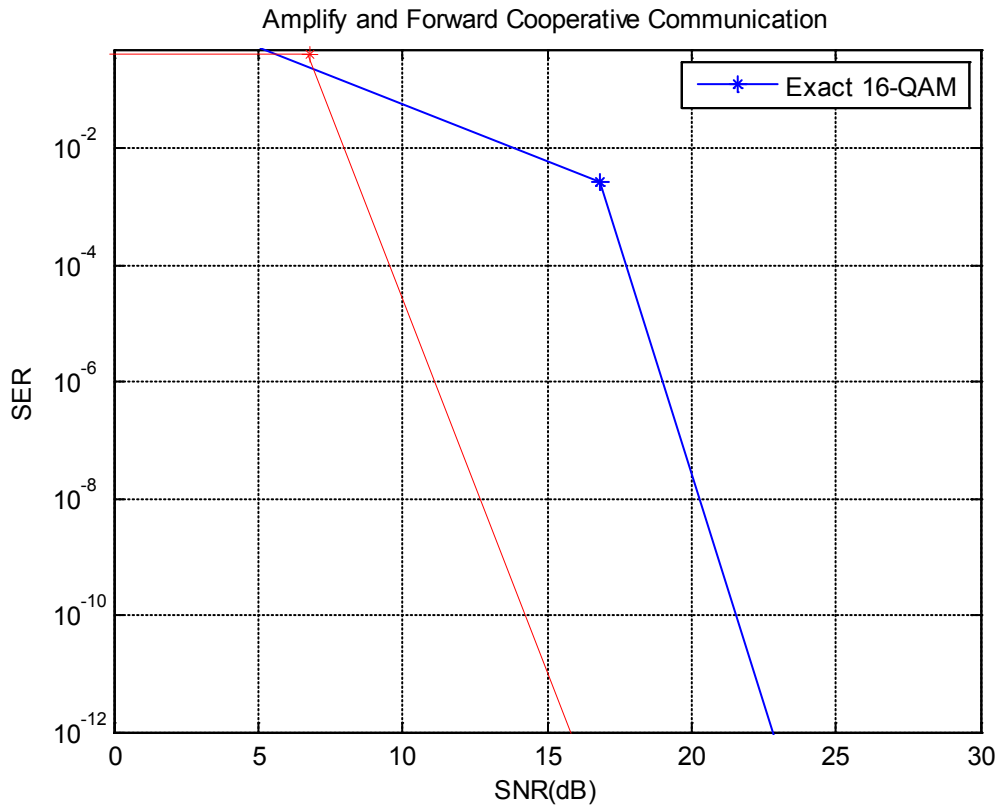


Σχ.3.9 – Ρυθμός σφάλματος Decode & Forward για 4-QAM (μπλε καμπύλη) και 16-QAM (κόκκινη καμπύλη)

Η σχηματική απεικόνιση (Σχ.3.9) μας πληροφορεί ότι για δεδομένη τιμή $SNR=15dB$ στην περίπτωση της χαμηλότερης τάξης διαμόρφωσης 4-QAM (μπλε καμπύλη) επιτυγχάνεται καλύτερος ρυθμός σφάλματος. Όμως ο ίδιος ρυθμός δεν εντοπίζεται σε υψηλότερο SNR αποδεικνύοντας ότι η επίτευξη υψηλού SNR για δεδομένο ρυθμό σφαλμάτων δημιουργείται με τη χρήση πολλαπλάσιων σε αριθμό φερόντων π.χ 16-QAM

(κόκκινη καμπύλη). Χρησιμοποιείται δε και στις δυο περιπτώσεις ταυτόσημη ισχύ εκπομπής πηγής και ενδιάμεσου κόμβου και ταυτόσημη διακύμανση θορύβου.

3.4.2 Ρυθμός σφάλματος πρωτοκόλλου ενίσχυσης και προώθησης



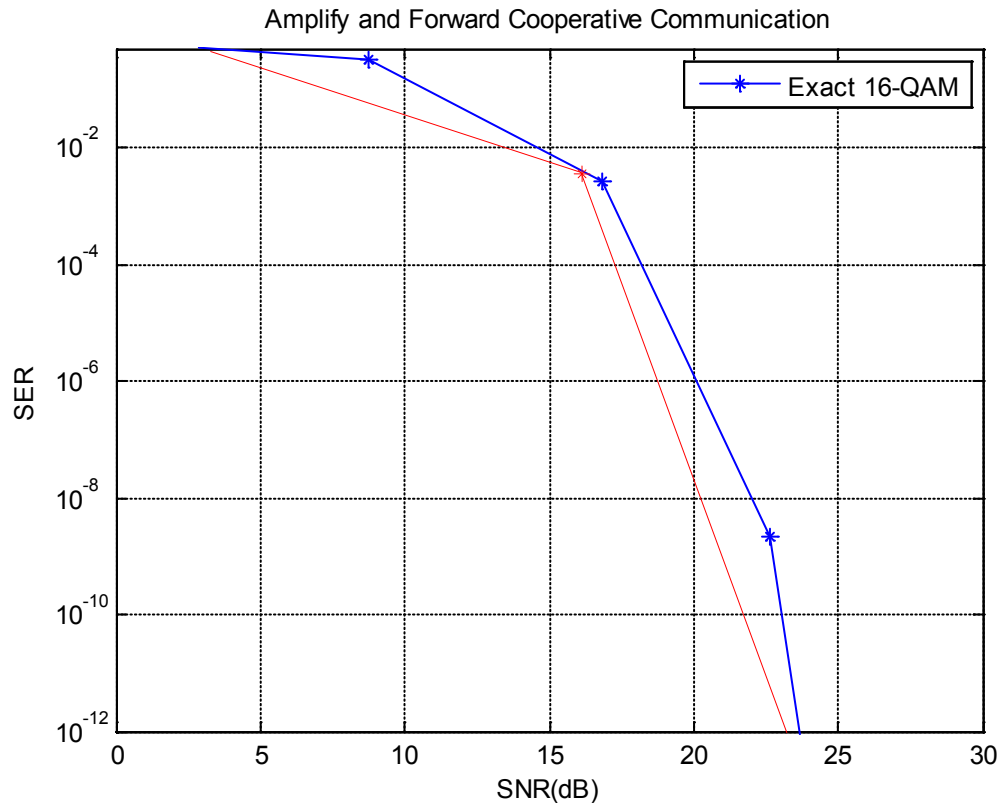
Σχ.3.10 – SER για τιμές διακύμανσης $\sigma_r^2 = \sigma_d^2 = 10$ (μπλε καμπύλη)

και $\sigma_r^2 = \sigma_d^2 = 1$ (κόκκινη καμπύλη)

Ο ρυθμός σφάλματος της διαδικασίας ενίσχυσης και προώθησης για την παρούσα περίπτωση μοναδιαίου ενδιάμεσου κόμβου όπως περιγράφεται από την εξίσωση (3.30) σημειώνει δραματική διαφοροποίηση με τη μεταβολή της διακύμανσης της ισχύος του θορύβου σε ενδιάμεσο κόμβο και τελικό δέκτη. Στην περίπτωση υψηλής τιμής διακύμανσης $\sigma_r^2 = \sigma_d^2 = 10$, σύμφωνα με την απεικόνιση (Σχ.3.10), σε δεδομένο μέγεθος $SNR=10dB$ εμφανίζεται τιμή ρυθμού σφάλματος μεγαλύτερη από $SER = 10^{-2}$. Αντιθέτως στην περίπτωση μικρής διακύμανσης, $\sigma_r^2 = \sigma_d^2 = 1$, ο ρυθμός σφάλματος βελτιώνεται μεταπίπτοντας σε μέγεθος $SER = 10^{-4}$. Επομένως γίνεται η αισθητή η επίδραση της αυξημένης διακύμανσης της ισχύος του θορύβου, που επικρατεί στον τελικό και ενδιάμεσο κόμβο, επάνω στην απομείωση της τιμής του τελικού SNR .

3.4.2.1 Ρυθμός σφάλματος διαφορετικών τιμών ισχύος εκπομπής

Ακολουθώς μεταβάλλουμε την ισχύ εκπομπής της πηγής αποδίδοντας τιμές $P_s = 3 W$ και $P_s = 10 W$. Η διαμόρφωση και η τάξη που χρησιμοποιείται ανέρχεται στην 16-QAM, ενώ η διακύμανση του θορύβου ανέρχεται στις εξής τιμές $\sigma_r^2 = \sigma_d^2 = 10$.



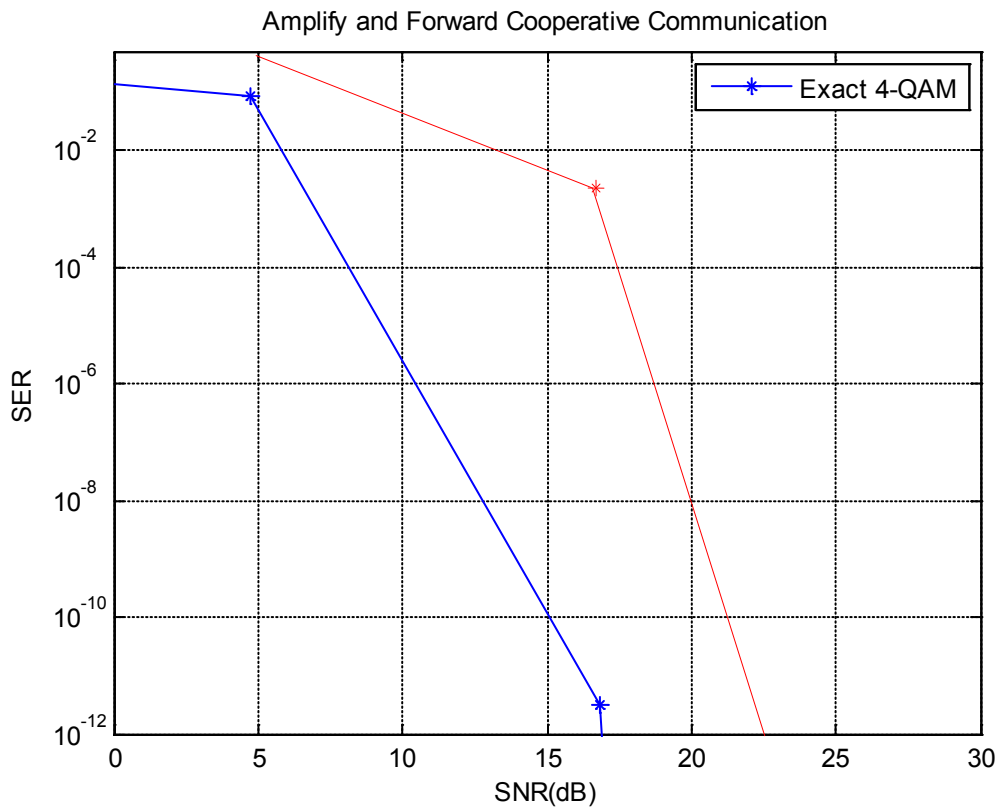
Σχ.3.11 – SER Amplify & Forward για τιμές ισχύος πηγής και ενδιάμεσου κόμβου $P_s = 3W, P_r = 3W$ (μπλε καμπύλη) και $P_s = 10W, P_r = 3W$ (κόκκινη καμπύλη)

Στην απεικόνιση (Σχ.3.11), παρατηρείται ότι για αύξηση της ισχύος εκπομπής της πηγής κατά 7 Watt ή 8,45 dBW η πιθανότητα σφάλματος στη στάθμη ισχύος $SNR=20dB$ βελτιώνεται. Ειδικότερα ο ρυθμός σφάλματος υπόκειται σε μετάβαση από τη στάθμη του $SER = 10^{-6}$ σε μέγεθος μικρότερο του $SER = 10^{-7}$, πλησιάζοντας ρυθμό σφάλματος ίσο με 10^{-8} καταδεικνύοντας ότι για δεδομένη διακύμανση ισχύος θορύβου η αύξηση εκπομπής της πηγής συντελεί σημαντικά στη μείωση των λαθών.

3.4.2.2 Ρυθμός σφάλματος διαφορετικών τιμών τάξης διαμόρφωσης

Η τάξη της χρησιμοποιούμενης διαμόρφωσης διαδραματίζει σημαντικό ρόλο στην επίτευξη υψηλού τελικού μεγέθους σήματος προς θόρυβο για δεδομένο ρυθμό

σφαλμάτων. Ακολούθως γίνεται αντιληπτό ότι η χαμηλή τη τάξη διαμόρφωση 4-QAM ενώ αποδίδει βέλτιστο SER για χαμηλό SNR δε δύναται να επιτύχει υψηλές επιδόσεις SER για μεγαλύτερες επιθυμητές SNR κάτι που επιτυγχάνεται με τη χρήση της 16-QAM. Αμφότερες των περιπτώσεων εφαρμόζουν υψηλή διακύμανση θορύβου.



Σχ.3.12 – Ρυθμός σφάλματος Amplify & Forward για 4-QAM (μπλε καμπύλη) και 16-QAM (κόκκινη καμπύλη)

Κεφάλαιο 4

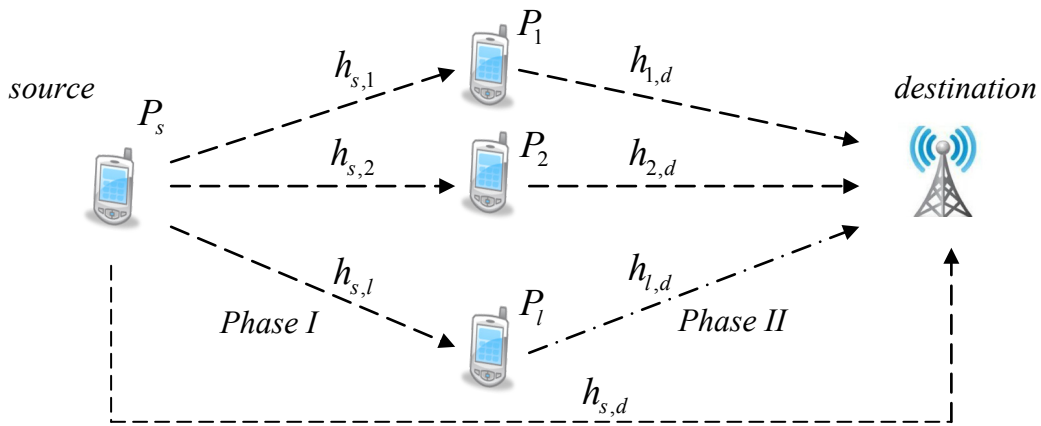
Πρωτόκολλα δρομολόγησης ενίσχυσης και προώθησης & αποκωδικοποίησης και προώθησης (*Amplify and Forward & Decode and Forward*)

Πολλαπλοί διαμεσολαβητές (*Multiple Relays*)

Με την ανάλυση πολυαλματικού συστήματος με μοναδικό ενδιάμεσο κόμβο και την απόδοση της πιθανότητας σφάλματος συμβόλου καθώς και του μεγέθους P_{outage} για τις δύο σημαντικότερες εκδόσεις πρωτοκόλλων προώθησης εκείνα της αποκωδικοποίησης και ενίσχυσης είμαστε σε θέση ν'αναλύσουμε ένα πιο ρεαλιστικό σενάριο συνεργατικών πολυαλματικών επικοινωνιών. Τα σενάρια ανάπτυξης των ενδιάμεσων κόμβων παραμετροποιούνται και εξετάζονται μέσω του ρυθμού σφάλματος συμβόλου (*SER*) για διαμορφώσεις *MPSK* και *MQAM* τόσο σε πρωτόκολλο ενίσχυσης & προώθησης (*Amplify & Forward*) όσο και στην αποκωδικοποίηση και προώθηση (*Decode & Forward*).

4.1 Μετάδοση μέσω ορθογωνικών καναλιών

Ξεκινούμε την ανάλυση με τη θεώρηση ενός συνεργατικού δικτύου αποτελούμενο από $l+1$ ενδιάμεσους κόμβους οι οποίοι, όπως και η πηγή, μεταδίδουν σε συχνοτικά ή χρονικά κανάλια όπου είτε δεν υπάρχει βαθμός συσχέτισης μεταξύ τους ή εάν υφίσταται τότε δε δημιουργείται οποιαδήποτε παρεμβολή που να ξεπερνά ένα ανώτατο όριο. Η διαδικασία της μετάδοσης πραγματοποιείται σε δύο φάσεις *Phase I* και *Phase II*, καθώς αποτελεί σύστημα *half duplex*.



Σχ.4.1 – Συνεργατικό σύστημα πολλαπλών ενδιάμεσων κόμβων δύο αλμάτων

Στην πρώτη φάση μετάδοσης (*Phase I*) η πηγή μεταδίδει την ακολουθία πληροφορίας x_s τόσο σε κάθε κόμβο μέχρι και τον l , όσο και στον τελικό προορισμό με τα σήματα να αποδίδονται από τις ακόλουθες σχέσεις, για $k \in [0, l]$

$$y_{s,k} = \sqrt{P_s} h_{s,k} x_s + n_{s,k} \quad \& \quad y_{s,d} = \sqrt{P_s} h_{s,d} x_s + n_{s,d} \quad (4.1)$$

όπου P_s η εκπεμπόμενη ισχύς από την πηγή ενώ $h_{s,k}, h_{s,d}$ αποτελούν τις σταθερές του καναλιού μετάδοσης μεταξύ της πηγής (*source*) των k ενδιάμεσων κόμβων και ανάμεσα στη πηγή και τον τελικό προορισμό (*destination*), αντιστοίχως. Ο θόρυβος είναι *AWGN* και αποτυπώνεται μέσω των $n_{s,k} \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_k^2)$ και $n_{s,d} \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_d^2)$

Στη δεύτερη φάση μετάδοσης (*Phase II*) ο κάθε κόμβος, εκ' του συνόλου στον οποίο ανήκουν απαρτίζοντας ομάδα συνεργασίας D (*cooperative cluster*), προωθεί την ακολουθία συμβόλου που εξέλαβε προς τον τελικό προορισμό μέσω ενός ορθογώνιου, προς το γειτονικό του κόμβο, καναλιού. Η λαμβανόμενη από τον τελικό προορισμό συνιστώσα συνοψίζεται, με τη συνδρομή του εκπεμπόμενου σήματος από τον k κόμβο, στην ακόλουθη έκφραση

$$y_{(2)k,d} = \sum_{k=1}^l \sqrt{P_k} h_{k,d} x_k + n_{(2)k,d} \quad (4.2)$$

όπου P_k η ισχύς από τον k κόμβο, $h_{k,d}$ η σταθερά του καναλιού μετάδοσης και $n_{(2)k,d} \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_k^2)$ ο *AWGN* που επικρατεί σε αυτό. Πρέπει να τονισθεί ότι η κάθε συνιστώσα σήματος προερχόμενη απο διαφορετικό ενδιάμεσο κόμβο μεταδίδεται σε διαφορετικό χρονικό ή συχνοτικό κανάλι.

4.2 Πρωτόκολλο αποκωδικοποίησης και προώθησης σε ορθογωνικά κανάλια (*DF Protocol & orthogonal channel transmission*)

Στην πρώτη φάση μετάδοσης (*Phase I*) η επίτευξη της εκπομπής απο την πηγή προς το σύνολο των l ενδιάμεσων κόμβων και τον τελικό προορισμό διεκπεραιώνεται σε σύνολο $l+1$ χρονικών πλαισίων. Η επίτευξη του ρυθμού μετάδοσης R ανάμεσα στην πηγή, τους ενδιάμεσους κόμβου και προς τον τελικό προορισμό είναι εφικτή στην περίπτωση εναρμόνισης του ρυθμού κωδικοποίησης με το μέγεθος του $(l+1)R$. Η οριοθέτηση του ρυθμού μας επιτρέπει την προσέγγιση του αριθμού των ενδιάμεσων κόμβων που επιτυχώς αποκωδικοποίησαν τη λαμβανόμενη ακολουθία πληροφορίας x_s , αποτελώντας την εκάστοτε ομάδα (*cluster*) κόμβων που επιτυχώς αποκωδικοποίησαν τη ληφθείσα πληροφορία, συνεπώς

$$D = \{k : \log_2(1 + \gamma_{s,k}) \geq (l+1)R\} \quad (4.3) \text{ με } \gamma_{s,k} = P_s |h_{s,k}|^2 / \sigma_k^2 \ \& \ k \leq l$$

Στη δεύτερη φάση μετάδοσης (*Phase II*) ο κάθε ενδιάμεσος κόμβος της ομάδας (*cluster*) D , προωθεί τη νέα επανακωδικοποιημένη κωδική λέξη $x_k = x_s$ προς τον τελικό προορισμό με το κάθε λαμβανόμενο σήμα ν'απεικονίζεται στο τελικό δέκτη από τη συνάρτηση (4.2) για $k = 1, 2, \dots, l$. Παράλληλα υπεισέρχεται ένα συνθύλευμα σημάτων που υπαγορεύουν διαφορετικά μεγέθη του *SNR* τα οποία με τη συνδρομή του συνδυαστή μεγίστου λόγου συνοψίζονται σε μια έκφραση, δηλαδή

$$\gamma_{OCDF} = P_s \frac{|h_{s,d}|^2}{\sigma_d^2} + \sum_{k=1}^l P_k \frac{|h_{k,d}|^2}{\sigma_d^2} = \gamma_{s,d} + \sum_{k=1}^l \gamma_{k,d} \quad (4.4)$$

Άμεση συνέπεια του συνδυαστικού *SNR* των διαύλων αποτελεί η χωρητικότητα τους, η οποία αθροίζεται επι του συνόλου των $l+1$ χρονικών πλαισίων, αποδίδοντας τη χωρητικότητα του συνολικού πολλααλματικού συστήματος, συνεπώς

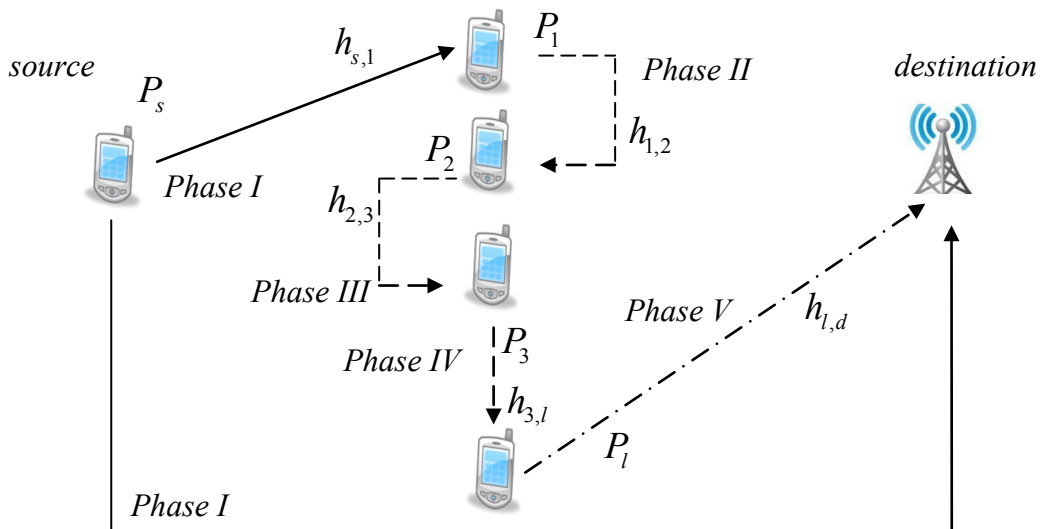
$$C_{OCDF} = \frac{1}{l+1} \log_2 \left(1 + \gamma_{s,d} + \sum_{k=1}^l \gamma_{k,d} \right) \quad (4.5)$$

Με τον υπολογισμό της συνολικής χωρητικότητας είμαστε σε θέση να περιγράψουμε την πιθανότητα πτώσης του SNR στο συνδυασμό μέγιστου λόγου κάτω απο ένα συγκεκριμένο όριο το οποίο υποδηλώνει την πτώση του ρυθμού κωδικοποίησης του μηνύματος πληροφορίας της πηγής ή την ανεπιτυχή επανακωδικοποίηση του μηνύματος απο κάποιον εκ' των ενδιάμεσων κόμβων που ανήκουν στην ομάδα – *cluster D*. Ο αντίκτυπος διαφαίνεται στη μετάπτωση του ρυθμού μετάδοσης των μηνυμάτων απο την πηγή προς στους ενδιάμεσους κόμβους και προς τον τελικό κόμβο αλλά και απο τους ενδιάμεσους κόμβους προς τον τελικό προορισμό. Συνεπώς για την πιθανότητα P_{outage} έχουμε την ακόλουθη έκφραση

$$\begin{aligned} P_{outage} &= \Pr [C_{OCDF}(\gamma) < R] = \Pr \left[\frac{1}{l+1} \log_2 \left(1 + \gamma_{s,d} + \sum_{k=1}^l \gamma_{k,d} \right) < R \right] \\ &= \Pr \left[\gamma_{s,d} + \sum_{k=1}^l \gamma_{k,d} < 2^{2R(l+1)} - 1 \right] \quad (4.6) \end{aligned}$$

4.3 Ρυθμός σφάλματος συμβόλου πρωτοκόλλου αποκωδικοποίησης και προώθησης πολλαπλών ενδιάμεσων κόμβων

Ο υπολογισμός του ρυθμού σφαλμάτων ενός συνεργατικού συστήματος πολλαπλών ενδιάμεσων κόμβων για την παρούσα μορφή πρωτοκόλλου βασίζεται στην έκβαση της συνολικής διαδικασίας αποκωδικοποίησης και επανακωδικοποίησης απο τον κάθε ενδιάμεσο κόμβο. Η μοντελοποίηση των αλμάτων του συστήματος είναι η ακόλουθη



Σχ.4.2 – Συνεργατικό σύστημα πολλαπλών ενδιάμεσων κόμβων πολλαπλών αλμάτων

Παράλληλα με τη χρήση της πιθανότητας σφάλματος για τις $MPSK$ και $MQAM$ διαμορφώσεις οι οποίες είναι εξ'ορισμού ίσες με τις ακόλουθες ισότητες

$$\mathbb{P}_{PSK}(\gamma) \triangleq \frac{1}{\pi} \int_0^{(M-1)\pi/M} \exp\left(-\frac{\mathcal{G}_{PSK}\gamma}{\sin^2\theta}\right) d\theta \quad \text{και} \quad \mathbb{P}_{QAM}(\gamma) \triangleq 4KQ(\sqrt{\mathcal{G}_{QAM}\gamma}) - 4K^2Q^2(\sqrt{\mathcal{G}_{QAM}\gamma})$$

καθορίζουμε τη σχέση $\mathbb{P}_{PSK}(\gamma_{s,1}) < 1$ ως την πιθανότητα μη επιτυχούς αποκωδικοποίησης και $1 - \mathbb{P}_{PSK}(\gamma_{s,1}) < 1$ ως την πιθανότητα επιτυχούς αποκωδικοποίησης αποκλειστικά και μόνο για τον κόμβο στον οποίο μεταδίδει η πηγή την ακολουθία πληροφορίας. Συνάμα ορίζουμε για τον κάθε κόμβο, πλὴν του αρχικοποιημένου εκ της λήψης απο την πηγή ενδιάμεσου κόμβου, τις πιθανότητες μη ορθής και ορθής διαδικασίας αποκωδικοποίησης-κωδικοποίησης οι οποίες αποδίδονται αντίστοιχα ως ακολούθως $\mathbb{P}_{PSK}(\gamma_{k-1,k}) < 1$,

$1 - \mathbb{P}_{PSK}(\gamma_{k-1,k}) < 1$ με $k > 2$ τότε για το ρυθμό σφάλματος θα έχουμε

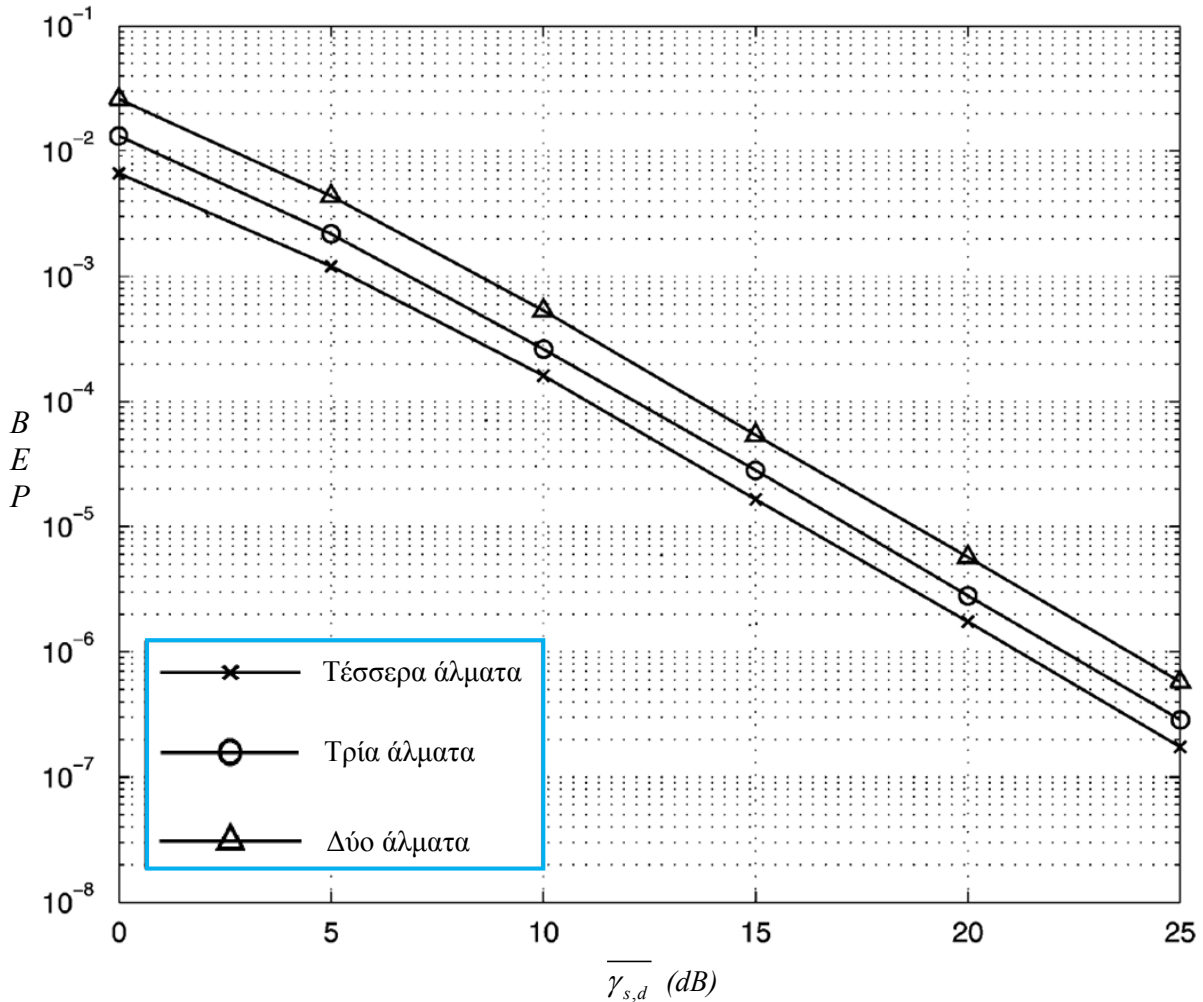
$$\begin{aligned} SER_{PSK} &= \left\{ \mathbb{P}_{(I)PSK}(\gamma) \times \mathbb{P}_{PSK}(\gamma_{s,1}) \right\} + \left\{ \mathbb{P}_{(I)PSK}(\gamma) \left[1 - \mathbb{P}_{PSK}(\gamma_{s,1}) \right] \right\} \\ &\times \left\{ \prod_{k=2}^l \left[\mathbb{P}_{PSK}(\gamma_{k-1,k}) \right] + \left[\mathbb{P}_{(II)PSK} \left(1 - \prod_{k=2}^l \mathbb{P}_{PSK}(\gamma_{k-1,k}) \right) \right] \right\} = \\ &\left\{ \begin{aligned} &\left\{ \frac{1}{\pi^2} \int_0^{(M-1)\pi/M} \exp\left(-\frac{\mathcal{G}_{PSK}\gamma_{s,d}}{\sin^2\theta}\right) d\theta \times \int_0^{(M-1)\pi/M} \exp\left(-\frac{\mathcal{G}_{PSK}\gamma_{s,1}}{\sin^2\theta}\right) d\theta \right\} \\ &+ \left\{ \frac{1}{\pi} \int_0^{(M-1)\pi/M} \exp\left(-\frac{\mathcal{G}_{PSK}\gamma_{s,d}}{\sin^2\theta}\right) d\theta \left[1 - \frac{1}{\pi} \int_0^{(M-1)\pi/M} \exp\left(-\frac{\mathcal{G}_{PSK}\gamma_{s,1}}{\sin^2\theta}\right) d\theta \right] \right\} \end{aligned} \right\} \\ &\times \left\{ \begin{aligned} &\frac{1}{\pi} \prod_{k=2}^l \int_0^{(M-1)\pi/M} \exp\left(-\frac{\mathcal{G}_{PSK}\gamma_{k-1,k}}{\sin^2\theta}\right) d\theta + \frac{1}{\pi} \int_0^{(M-1)\pi/M} \exp\left(-\frac{\mathcal{G}_{PSK}(\gamma_{s,d} + \gamma_{k,d})}{\sin^2\theta}\right) d\theta \\ &\times \left[1 - \frac{1}{\pi} \prod_{k=2}^l \int_0^{(M-1)\pi/M} \exp\left(-\frac{\mathcal{G}_{PSK}\gamma_{k-1,k}}{\sin^2\theta}\right) d\theta \right] \end{aligned} \right\} \quad (4.7) \end{aligned}$$

$$\text{όπου } \gamma_{s,1} = \frac{P_s |h_{s,1}|^2}{\sigma_1^2}, \gamma_{k-1,k} = \frac{P_{k-1} |h_{k-1,k}|^2}{\sigma_k^2}, \gamma_{s,d} = \frac{P_s |h_{s,d}|^2}{\sigma_d^2}, \gamma_{s,d} + \gamma_{k,d} = \frac{P_s |h_{s,d}|^2 + P_k |h_{k,d}|^2}{\sigma_d^2}$$

Συνεπώς θεωρείται ότι κάποιος από τους ενδιάμεσους κόμβους δε θα καταφέρει να αποκωδικοποιήσει και να επανακωδικοποιήσει επιτυχώς το λαμβανόμενο μήνυμα, με συνέπεια να μην είναι σε θέση να εκπέμψει την οποιαδήποτε ισχύ P_{k-1} ή P_k . Κατόπιν υπολογίζουμε το ρυθμό σφάλματος για τη διαμόρφωση $M-QAM$

$$\begin{aligned} SER_{QAM} &= \left\{ \mathbb{P}_{(I)QAM}(\gamma) \times \mathbb{P}_{QAM}(\gamma_{s,1}) \right\} + \left\{ \mathbb{P}_{(I)QAM}(\gamma) \left[1 - \mathbb{P}_{QAM}(\gamma_{s,1}) \right] \right\} \\ &\times \left\{ \prod_{k=2}^l \left[\mathbb{P}_{QAM}(\gamma_{k-1,k}) \right] + \left[\mathbb{P}_{(II)QAM} \left(1 - \prod_{k=2}^l \mathbb{P}_{QAM}(\gamma_{k-1,k}) \right) \right] \right\} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \left\{ 4K \left\{ \begin{aligned} &\left[Q\left(\sqrt{g_{QAM}(\gamma_{s,d})}\right) - KQ^2\left(\sqrt{g_{QAM}(\gamma_{s,d})}\right) \right] \\ &\times \left[Q\left(\sqrt{g_{QAM}\gamma_{s,1}}\right) - KQ^2\left(\sqrt{g_{QAM}\gamma_{s,1}}\right) \right] \end{aligned} \right\} + \left\{ \begin{aligned} &4K \begin{bmatrix} Q\left[\sqrt{g_{QAM}(\gamma_{s,d})}\right] \\ -KQ^2\left[\sqrt{g_{QAM}(\gamma_{s,d})}\right] \end{bmatrix} \times \\ &\left[1 - \left[4K \left[Q\left(\sqrt{g_{QAM}\gamma_{s,1}}\right) - KQ^2\left(\sqrt{g_{QAM}\gamma_{s,1}}\right) \right] \right] \right] \end{aligned} \right\} \right\} \\
 &\times \left\{ \begin{aligned} &\prod_{k=2}^l 4K \left\{ Q\left(\sqrt{g_{QAM}(\gamma_{k-1,k})}\right) - KQ^2\left(\sqrt{g_{QAM}(\gamma_{k-1,k})}\right) \right\} \\ &+ \left\{ \begin{aligned} &4K \begin{bmatrix} Q\left[\sqrt{g_{QAM}(\gamma_{s,d} + \gamma_{k,d})}\right] \\ -KQ^2\left[\sqrt{g_{QAM}(\gamma_{s,d} + \gamma_{k,d})}\right] \end{bmatrix} \\ &\times \left[1 - \prod_{k=2}^l \left[4K \left[Q\left(\sqrt{g_{QAM}\gamma_{k-1,k}}\right) - KQ^2\left(\sqrt{g_{QAM}\gamma_{k-1,k}}\right) \right] \right] \right] \end{aligned} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (4.8)
 \end{aligned}$$



Σχ.4.3 – Πιθανότητα σφάλματος πολλαπλασιαστικού σειριακού συστήματος αποκωδικοποίησης και προώθησης σε BPSK διαμόρφωση, με απευθείας επαφή πηγής-τελικού δέκτη

Η απεικόνιση (Σχ.4.3) περιγράφει την αύξηση της πιθανότητας εμφάνισης σφάλματος *bit* όταν για δεδομένο *SNR* της απευθείας μετάδοσης υφίστανται δύο, τρία, τέσσερα άλματα σε σύστημα με δύο κλάδους μετάδοσης εκείνον της απευθείας μετάδοσης και εκείνον του κλάδου των αλμάτων. Αποδεικνύει ότι η αύξηση των αλμάτων επομένως και του αριθμού των ενδιάμεσων κόμβων, οδηγεί στην κάλυψη μικρότερων αποστάσεων από το μεταδιδόμενο σήμα. Οι μικρότερες αποστάσεις επιφέρουν μικρότερη εξασθένιση βελτιώνοντας το ρυθμό εμφάνισης σφάλματος. Στην περίπτωση του $\overline{\gamma_{s,d}} = 15 \text{ dB}$ εμφανίζονται οι ακόλουθες τιμές σφάλματος, δύο άλματα : $BEP \approx 10^{-4,4}$, τρία άλματα : $BEP \approx 10^{-4,6}$, τέσσερα άλματα : $BEP \approx 10^{-4,93}$.

4.4 Πρωτόκολλο ενίσχυσης και προώθησης σε ορθογωνικά κανάλια (*AF Protocol & orthogonal channel transmission*)

Στην περίπτωση του πρωτοκόλλου ενίσχυσης και προώθησης το σύνολο των ενδιάμεσων κόμβων που ανήκουν στην ομάδα ενίσχυσης και προώθησης (*cluster*) $l \in D$ συμμετέχει στη διαδικασία του πρωτοκόλλου. Η ανάλυση πραγματοποιείται επί του μοντέλου που απεικονίζεται στο σχήμα (4.1).

Στην πρώτη φάση (*Phase I*) αποστέλλεται από την πηγή προς τους ενδιάμεσους κόμβους και προς τον τελικό προορισμό συμβολοσειρά x_s με τα αφιχθέντα σήματα να είναι ίσα με $y_{s,k} = \sqrt{P_s} h_{s,k} x_s + n_{s,k}$ και $y_{s,d} = \sqrt{P_s} h_{s,d} x_s + n_{s,d}$ αντιστοίχως. Στη δεύτερη φάση (*Phase II*) οι ενδιάμεσοι κόμβοι ενισχύουν το λαμβανόμενο σήμα εκπέμποντας προς τον τελικό κόμβο συμβολοσειρά $x_s = x_k = y_k / \sqrt{P_s |h_{s,k}|^2 + \sigma_k^2}$. Εν τέλει ο τελικός δέκτης ανιχνεύει ισχύ σημάτων από δύο φάσεις (*Phase I, II*) προερχόμενα από την πηγή και από τους ενδιάμεσους κόμβους

$$y_{s,d} = \sqrt{P_s} h_{s,d} x_s + n_{s,d}$$

$$y_{(2)k,d} = \sqrt{\frac{P_k P_s}{P_s |h_{s,k}|^2 + \sigma_k^2}} h_{k,d} h_{s,k} x_s + \sqrt{\frac{P_k}{P_s |h_{s,k}|^2 + \sigma_k^2}} h_{k,d} n_{s,k} + n_{(2)k,d} \quad (4.9)$$

Θα πρέπει να τονίσουμε ότι η μετάδοση προς και από τους ενδιάμεσους κόμβους πραγματοποιείται σε ορθογώνια συχνοτικά ή χρονικά $l+1$ κανάλια. Η σύνθεση των σημάτων στον τελικό δέκτη μέσω του συνδυασμού μεγίστου λόγου αποδίδει το ακόλουθο συνολικό σήμα στην έξοδό του

$$y_{MRC} = \frac{\sqrt{P_s} h_{s,d}}{\sigma_d^2} y_{s,d} + \sum_{k=1}^l \frac{\sqrt{\frac{P_k P_s}{P_s |h_{s,k}|^2 + \sigma_k^2}} h_{k,d} h_{s,k}}{\frac{P_k}{P_s |h_{s,k}|^2 + \sigma_k^2} |h_{k,d}|^2 \sigma_k^2 + \sigma_d^2} y_{(2)k,d} \quad (4.10)$$

Επιπρόσθετα αποτέλεσμα της εξόδου του συνδυασμού μεγίστου λόγου αποτελεί το συνολικό-στιγμιαίο SNR που υφίσταται στην ακόλουθη σχέση

$$\gamma_{AF} = \gamma_{s,d} + \sum_{k=1}^l \frac{\gamma_{s,k} \gamma_{k,d}}{\gamma_{s,k} + \gamma_{k,d} + 1} \quad (4.11)$$

όπου $\gamma_{s,d} = P_s |h_{s,d}|^2 / \sigma_d^2$, $\gamma_{s,k} = P_s |h_{s,k}|^2 / \sigma_k^2$, $\gamma_{k,d} = P_k |h_{k,d}|^2 / \sigma_d^2$ να καταδεικνύουν τα στιγμιαία SNR των διαύλων πηγής-τελικού κόμβου, πηγής-ενδιάμεσων κόμβων και ενδιάμεσων κόμβων-τελικού κόμβου με τις σ_d^2 , σ_k^2 ν' απεικονίζουν τη διακύμανση του θορύβου στον τελικό δέκτη και τον κάθε ενδιάμεσο κόμβο k .

Με τη βοήθεια των επιμέρους κατωφλίων που συνενώνονται στον τελικό δέκτη επιτυγχάνουμε την εξαγωγή της συνολικής χωρητικότητας για το σύστημα ενίσχυσης και προώθησης, η οποία λαμβάνει σάρκα και οστά στην ακόλουθη ισότητα

$$C_{AF} = \frac{1}{l+1} \log_2 \left(1 + \gamma_{s,d} + \sum_{k=1}^l \frac{\gamma_{s,k} \gamma_{k,d}}{\gamma_{s,k} + \gamma_{k,d} + 1} \right) \quad (4.12)$$

Η αποτύπωση της χωρητικότητας μας βοηθά να αποδώσουμε την πιθανότητα πτώσης, P_{outage} , του συνολικού SNR κάτωθεν ενός προκαθορισμένου κατωφλίου. Ας διευκρινίσουμε στο σημείο στο σημείο αυτό ότι με την πιθανότητα P_{outage} πληροφορούμαστε για την πτώση του ρυθμού κωδικοποίησης του μηνύματος πληροφορίας από την πηγή ή για την υποβάθμιση του ρυθμού μετάδοσης σε κάποιον ενδιάμεσο κόμβο. Δύο γεγονότα που έχουν άμεσο αντίκτυπο στο συνολικό SNR με το συνολική πρακτική χωρητικότητα που αποδίδεται μέσω των κατωφλίων των διαύλων μετάδοσης να απομακρύνεται από το μέγιστο όριο χωρητικότητας που μπορεί να αποδώσει θεωρητικά ο κάθε διάυλος. Συνεπώς καταλήγουμε στην ακόλουθη σχέση

$$\begin{aligned}
 P_{outage} &= \Pr(C_{AF} < R) = \Pr\left[\frac{1}{l+1} \log_2 \left(1 + \gamma_{s,d} + \sum_{k=1}^l \frac{\gamma_{s,k} \gamma_{k,d}}{\gamma_{s,k} + \gamma_{k,d} + 1}\right) < R\right] \\
 &= \Pr\left(\gamma_{s,d} + \sum_{k=1}^l \frac{\gamma_{s,k} \gamma_{k,d}}{\gamma_{s,k} + \gamma_{k,d} + 1} < 2^{R(l+1)} - 1\right) \quad (4.13)
 \end{aligned}$$

4.5 Ρυθμός σφάλματος συμβόλου πρωτοκόλλου ενίσχυσης και προώθησης πολλαπλών ενδιάμεσων κόμβων

Με την απεικόνιση του SNR του συνολικού σήματος στο συνδυαστή μεγίστου λόγου είμαστε σε θέση να υπολογίσουμε το ρυθμό σφάλματος συμβόλου μέσω της μεταβλητής γ_{AF} και της συνάρτησης MGF (*Moment Generating Function*) που αποτελεί σημαντικό εργαλείο στην περιγραφή μιας μεταβλητής και της συμπεριφοράς της.

Ξεκινούμε με την παραδοχή για το στιγμιαίο SNR των διαύλων ανάμεσα σε πηγή και ενδιάμεσο κόμβο και μεταξύ ενδιάμεσων κόμβων και τελικού προορισμού ότι $\gamma_k = \min(\gamma_{s,k}, \gamma_{k,d})$ όπου επιλέγεται οποιοδήποτε εκ των $\gamma_{s,k}, \gamma_{k,d}$ το οποίο είναι αρκούντως μεγαλύτερο ώστε να επικρατεί, με συνέπεια η συνάρτηση (4.11) να αποκτά ένα άνω όριο το οποίο είναι ίσο με την ακόλουθη ισότητα

$$\gamma_{AF} \leq \gamma_{equal} = \gamma_{s,d} + \sum_{b=1}^l \gamma_b \quad (4.14)$$

Παράλληλα με τη θεώρηση ότι οι μεταβλητές $\gamma_{equal}, \gamma_{s,d}, \gamma_b$ είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους τότε η συνάρτηση MGF της μεταβλητής γ_{equal} δύναται να αποτυπωθεί ως ακολούθως

$$\mathcal{M}_{\gamma_{equal}}(\beta) = \mathcal{M}_{\gamma_{s,d}}(\beta) + \prod_{b=1}^l M_{\gamma_b}(\beta) \quad (4.15)$$

Ο υπολογισμός της M_{γ_b} διέρχεται πρωτίστως από τον υπολογισμό της συνάρτησης κατανομής πιθανότητας της μεταβλητής - SNR γ_b η οποία αποδίδεται μέσω της συνάρτησης $\Gamma(\bullet)$ ως ακολούθως [24.(εξίσωση 5)]

$$\Phi_{\gamma_b} = 1 - \Pr(\gamma_{s,l} > \gamma) \Pr(\gamma_{k,d} > \gamma) = 1 - \frac{\Gamma\left(m_{\gamma_{s,l}}, \frac{m_{\gamma_{s,k}}}{\gamma_{s,k}} \gamma\right) \Gamma\left(m_{\gamma_{k,d}}, \frac{m_{\gamma_{k,d}}}{\gamma_{k,d}} \gamma\right)}{\Gamma(m_{\gamma_{s,k}}) \Gamma(m_{\gamma_{k,d}})} \quad (4.16)$$

Εν συνεχεία με την παραγωγή της άνωθεν συνάρτησης λαμβάνουμε τη συνάρτηση κατανομής πιθανότητας του SNR γ_b η οποία αποτυπώνεται ως εξής

$$f_{\gamma_b} = \frac{\left[\left(\frac{m_{\gamma_{s,k}}}{\gamma_{s,k}} \right)^{m_{\gamma_{s,k}}} \gamma^{m_{\gamma_{s,k}}-1} e^{\frac{m_{\gamma_{s,k}} \gamma}{\gamma_{s,k}}} \Gamma \left(m_{\gamma_{l,d}}, \frac{m_{\gamma_{k,d}} \gamma}{\gamma_{k,d}} \right) + \left(\frac{m_{\gamma_{k,d}}}{\gamma_{k,d}} \right)^{m_{\gamma_{k,d}}} \gamma^{m_{\gamma_{k,d}}-1} e^{\frac{m_{\gamma_{k,d}} \gamma}{\gamma_{k,d}}} \Gamma \left(m_{\gamma_{s,k}}, \frac{m_{\gamma_{s,k}} \gamma}{\gamma_{s,k}} \right) \right]}{\Gamma(m_{\gamma_{s,k}}) \Gamma(m_{\gamma_{k,d}})} \quad (4.17)$$

Τελικά με τη βοήθεια της υπεργεωμετρικής συνάρτησης του Gauss ${}_2F_1(\cdot)$ η M_{γ_b} αποτυπώνεται ως ακολούθως

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\gamma_b}(\beta) &= \left(\frac{m_{\gamma_{s,k}}}{\gamma_{s,k}} \right)^{m_{\gamma_{s,k}}} \left(\frac{m_{\gamma_{k,d}}}{\gamma_{k,d}} \right)^{m_{\gamma_{k,d}}} \frac{\Gamma(m_{\gamma_{k,d}} + m_{\gamma_{s,k}})}{\Gamma(m_{\gamma_{s,k}}) \Gamma(m_{\gamma_{k,d}})} \\ &\times \left[\frac{1}{m_{\gamma_{s,k}}} {}_2F_1 \left(1, m_{\gamma_{k,d}} + m_{\gamma_{s,k}}; m_{\gamma_{s,k}} + 1; \frac{\frac{m_{\gamma_{s,k}}}{\gamma_{s,k}} + \beta}{\frac{m_{\gamma_{s,k}}}{\gamma_{s,k}} + \frac{m_{\gamma_{k,d}}}{\gamma_{k,d}} + \beta} \right) \right] \\ &+ \frac{1}{m_{\gamma_{k,d}}} {}_2F_1 \left(1, m_{\gamma_{k,d}} + m_{\gamma_{s,k}}; m_{\gamma_{k,d}} + 1; \frac{\frac{m_{\gamma_{k,d}}}{\gamma_{k,d}} + \beta}{\frac{m_{\gamma_{s,k}}}{\gamma_{s,k}} + \frac{m_{\gamma_{k,d}}}{\gamma_{k,d}} + \beta} \right) \times \frac{1}{\left(\frac{m_{\gamma_{s,k}}}{\gamma_{s,k}} + \frac{m_{\gamma_{k,d}}}{\gamma_{k,d}} + \beta \right)^{m_{\gamma_{k,d}} + m_{\gamma_{s,k}}}} \quad (4.18) \end{aligned}$$

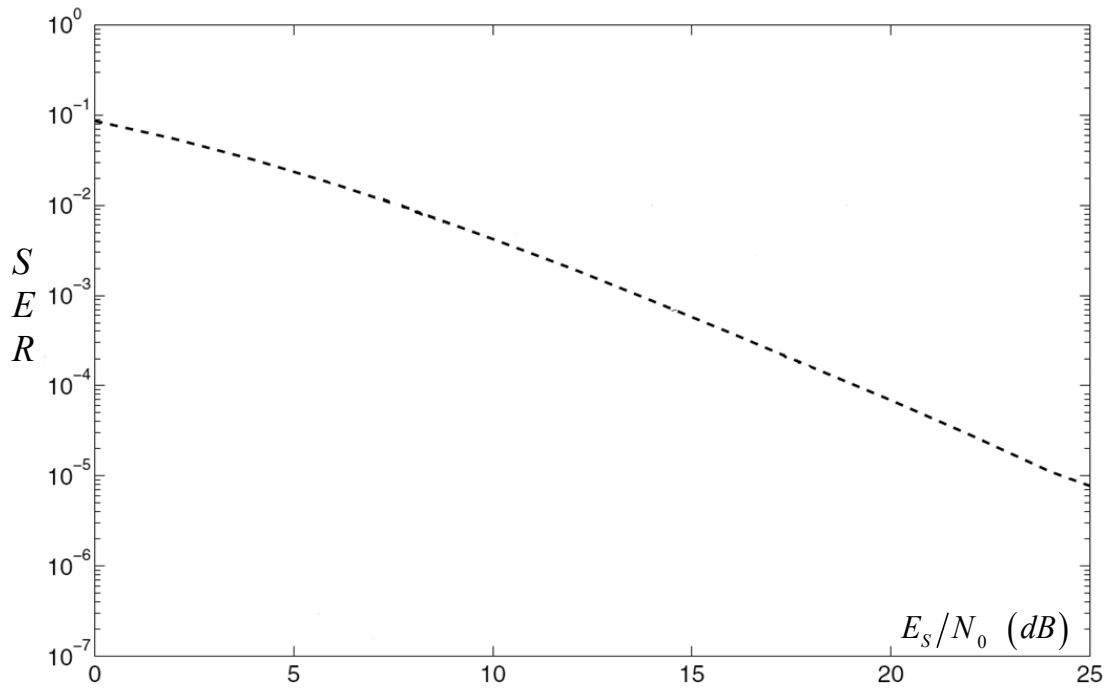
Εν συνεχεία με την παραδοχή ότι $m_{\gamma_{s,k}} = m_{\gamma_{k,d}} = m$ και $\overline{\gamma_{s,k}} = \overline{\gamma_{k,d}} = \gamma_i$ η άνωθεν συνάρτηση απλοποιείται στην ακόλουθη σχέση

$$\mathcal{M}_{\gamma_b}(\beta) = \left(\frac{m}{\gamma_i} \right)^{2m} \frac{\Gamma(2m)}{m \Gamma^2(m)} \frac{2}{((2m/\gamma_i) + \beta)^{2m}} \left[{}_2F_1 \left(1, 2m; m+1; \frac{m/\gamma_i + \beta}{2m/\gamma_i + \beta} \right) \right] \quad (4.19)$$

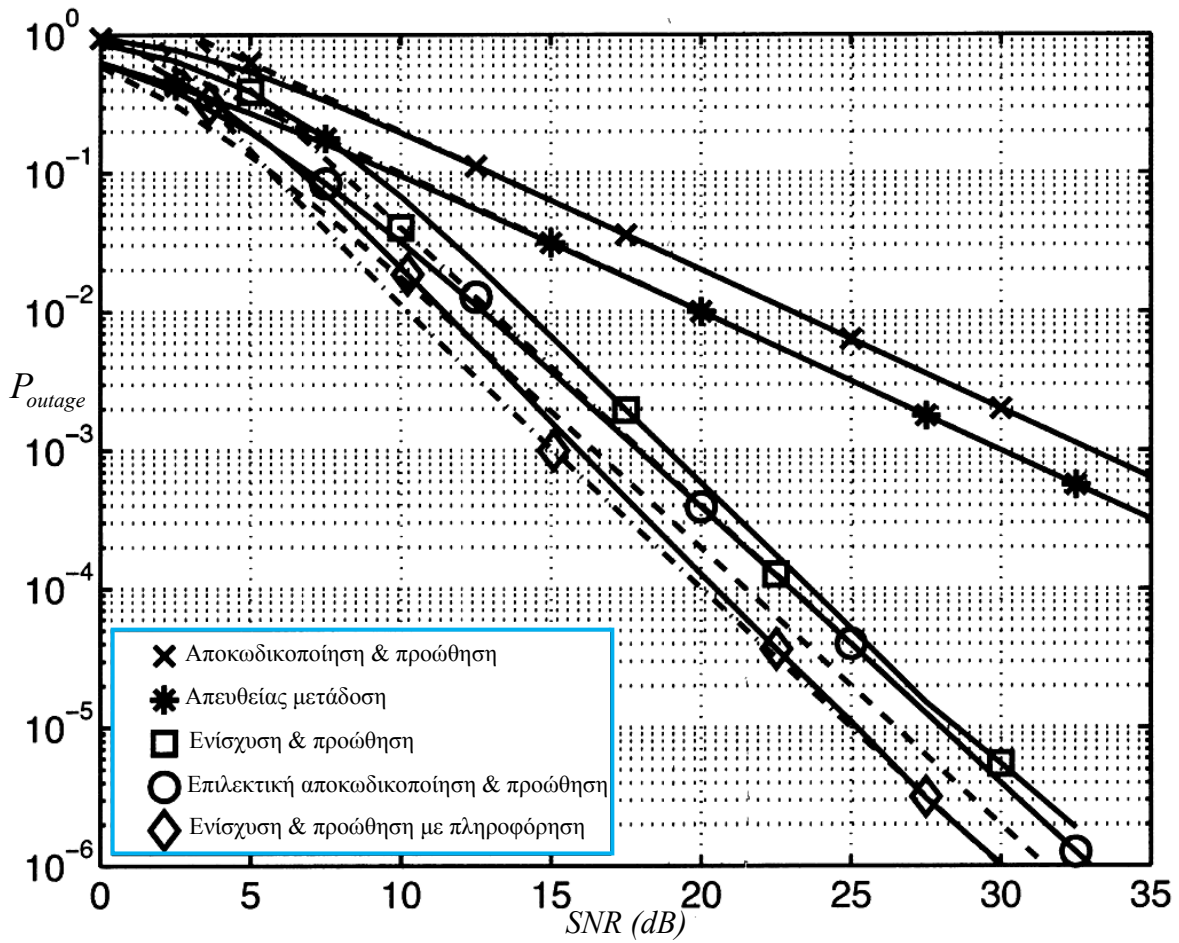
Παράλληλα με τη χρήση της ισότητας $\mathcal{M}_{\gamma_{s,d}}(\beta) = [1 + (\gamma_{s,d}/m)\beta]^{-m}$ και σύμφωνα με την (4.15) η συνάρτηση πυκνότητας για την M -PSK και M -QAM διαμόρφωση θα είναι

$$SER_{PSK}(\gamma) = \frac{1}{\pi} \int_0^{(M-1)\pi/M} \mathcal{M}_{\gamma_{equal}}(\beta) \exp\left(-\frac{g_{PSK}}{\sin^2 \theta}\right) d\theta \quad (4.20)$$

$$SER_{QAM} = \mathcal{M}_{\gamma_{equal}} \left[4KQ(\sqrt{g_{QAM}}) - 4K^2Q^2(\sqrt{g_{QAM}}) \right] \quad (4.21)$$



Σχ.4.4 – Απεικόνιση πιθανότητας σφάλματος συμβόλου M-PSK διαμόρφωσης σε ενίσχυση και προώθηση με τρεις ενδιάμεσους κόμβους



Σχ.4.5 – Απόδοση ως προς το μέγεθος του SNR και της πιθανότητας P_{outage} πρωτοκόλλων, προώθησης αποκωδικοποίησης και ενίσχυσης

Η εξαγωγή της προσεγγιστικής σχέσης (4.20) για το ρυθμό σφάλματος σε διαμόρφωση *M-PSK* μας επιτρέπει τη δημιουργία προσεγγιστικής καμπύλης (Σχ.4.4). Αποτελεί εφιαλτήριο εκτίμησης της απαιτούμενης ενέργειας συμβόλου ανά ισχύ θορύβου E_s/N_0 για την επίτευξη συγκεκριμένου ρυθμού συμβόλου, στην περίπτωση παρουσίας τριών ενδιάμεσων κόμβων.

Με την ολοκλήρωση της ανάλυσης των πρωτοκόλλων ενίσχυσης & προώθησης και αποκωδικοποίησης & προώθησης φαντάζει ως απαραίτητη η οπτικοποίηση των πλεονεκτημάτων των διαφορετικών τύπων συνεργατικής επικοινωνίας. Στη σχηματική απεικόνιση (Σχ.4.5) παρατηρείται σε δεδομένη τιμή *SNR*, επί παραδείγματι για 20 dB, η βέλτιστη πιθανότητα διακοπής ζεύξης, $P_{outage} = 10^{-4}$, να αποδίδεται από την ενίσχυση και προώθηση με επαυξημένη πληροφόρηση (*incremental amplify & forward*). Σε αυτό το είδος ο τελικός δέκτης πληροφορεί την πηγή και τον ενδιάμεσο κόμβο εάν εξέλαβε επιτυχώς το μήνυμα πληροφορίας από την πηγή. Στην περίπτωση ανεπιτυχούς λήψης ενεργοποιείται η αποστολή του μηνύματος από τον ενδιάμεσο κόμβο. Έπεται η επιλεκτική αποκωδικοποίηση και προώθηση όπου επιλέγεται εκείνος ο ενδιάμεσος κόμβος που δύναται να εγκαθιδρύσει ζεύξη με το βέλτιστο *SNR*. Επιτυγχάνεται $P_{outage} \approx 10^{-3.7}$, επίδοση εγγύς με εκείνη του $P_{outage} \approx 10^{-3.5}$ της ενίσχυσης και προώθησης. Τελευταίες σε επίδοση σημειώνονται η απευθείας μετάδοση και η αποκωδικοποίηση και προώθηση με τιμές $P_{outage} \approx 10^{-2}$ και $P_{outage} \approx 10^{-1.9}$ αντιστοίχως. Η χαμηλή απόδοση της αποκωδικοποίησης και προώθησης οφείλεται στην αυξανόμενη πολυπλοκότητα των διαδικασιών αποκωδικοποίησης και επανακωδικοποίησης.

4.6 Σχηματοποίηση εκπεμπόμενης ισχύος σήματος (*Transmit Beamforming*)

Η συμπεριφορά του συνόλου των ενδιάμεσων κόμβων στη λήψη και εκπομπή είναι όμοια με εκείνη ενός δέκτη με πολλαπλές κεραιές αποτελώντας σύστημα πολλαπλών εισόδων και πολλαπλών εξόδων (*Multiple Input Multiple Output-MIMO*). Συνεπώς οι κόμβοι συνεργαζόμενοι μεταξύ του δημιουργούν ένα τεχνητό σύστημα πολλαπλών εισόδων και εξόδων με τα σενάρια του *MIMO beamforming* να είναι εφαρμόσιμα.

Με την έως αυτού του σημείου ανάλυση για το πρωτόκολλο ενίσχυσης και προώθησης γνωρίσουμε ότι λαμβάνουν χώρα δύο φάσεις μετάδοσης, η *Phase I* όπου μεταδίδεται η ακολουθία πληροφορίας από την πηγή σε ενδιάμεσους κόμβους και τελικό προορισμό με τα αντίστοιχα σήματα να είναι $y_{s,k} = \sqrt{P_s} h_{s,k} x_s + n_{s,k}$ & $y_{s,d} = \sqrt{P_s} h_{s,d} x_s + n_{s,d}$

Συν το χρόνο έπεται η *Phase II* όπου οι ενδιάμεσοι κόμβοι ενισχύουν και προωθούν προς τον τελικό προορισμό με το λαμβανόμενο σήμα απο τον κάθε ενδιάμεσο κόμβο ξεχωριστά να είναι $y_{(2)k,d} = \sqrt{P_k} h_{k,d} x_k + n_{(2,k)d}$. Όμως στην περίπτωση του *transmit beamforming* η ισχύς του σήματος υφίσταται σε κάθε ενδιάμεσο κόμβο κανονικοποίηση μέσω του παράγοντα $1/\sqrt{P_s |h_{s,k}|^2 + \sigma_k^2}$ και πολλαπλασιασμό με τη σταθερά *beamforming* w_l . Ο τελικός κόμβος εισπράττει εν τέλει σήμα το οποίο είναι ίσο με

$$\begin{aligned} y_{(2)k,d} &= \sum_{k=1}^l \frac{w_k}{\sqrt{P_s |h_{s,k}|^2 + \sigma_k^2}} h_{k,d} (h_{s,k} x_s + n_{s,k}) + n_{k,d} \\ &= \sum_{k=1}^l \frac{w_k \sqrt{P_s}}{\sqrt{P_s |h_{s,k}|^2 + \sigma_k^2}} h_{k,d} h_{s,k} x_s + \sum_{k=1}^l \frac{w_k}{\sqrt{P_s |h_{s,k}|^2 + \sigma_k^2}} h_{k,d} n_{s,k} + n_{k,d} \quad (4.22) \end{aligned}$$

η οποία με τη χρήση διανυσμάτων-πινάκων δύναται να αποτυπωθεί διαφορετικά ως εξής

$$y_{(2)k,d} = \left\{ \left[\frac{h_{s,1} h_{1,d} \sqrt{P_s}}{\sqrt{P_s |h_{s,1}|^2 + \sigma_1^2}} \dots \frac{h_{s,k} h_{k,d} \sqrt{P_s}}{\sqrt{P_s |h_{s,k}|^2 + \sigma_k^2}} \right] x_s + \left[\frac{n_{s,1} h_{1,d}}{\sqrt{P_s |h_{s,1}|^2 + \sigma_1^2}} \dots \frac{n_{s,k} h_{k,d}}{\sqrt{P_s |h_{s,k}|^2 + \sigma_k^2}} \right] \right\} \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_k \end{bmatrix} + n_{k,d} \quad (4.23)$$

Όπου $n_{s,k}$ και $n_{k,d}$ αποτελούν λευκό *Gaussian* θόρυβο, που επικάθεται στα κανάλια διάδοσης από και προς τον κάθε k ενδιάμεσο ενδιάμεσο κόμβο, με μηδενική μέση τιμή και διακύμανση σ_k^2 και σ_d^2 αντιστοίχως [$n_{s,k} \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_k^2)$, $n_{k,d} \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_d^2)$]. Παράλληλα

παρατηρείται στην ισότητα (4.22) τα αθροίσματα $\sum_{k=1}^l \left(w_k / \sqrt{P_s |h_{s,k}|^2 + \sigma_k^2} \right) h_{k,d} h_{s,k} x_s$ (4.24)

& $\sum_{k=1}^l \left(w_k / \sqrt{P_s |h_{s,k}|^2 + \sigma_k^2} \right) h_{k,d} n_{s,k} + n_{k,d}$ (4.25) ν' αποτελούν συνιστώσα σήματος και

ενίσχυση του παράγοντα θορύβου αντιστοίχως. Με τη βοήθεια των δύο αθροισμάτων θα αποτυπώσουμε μία μορφή λόγου σήματος προς θόρυβο η οποία θα προστεθεί στο μέγεθος του *SNR* της απευθείας μετάδοσης διαμορφώνοντας ένα συνολικά μέγιστο *SNR* μετάδοσης για το σύνολο του συνεργατικού συστήματος.

Όπως έχει ήδη τονισθεί το λαμβανόμενο σήμα απο τον κάθε ενδιάμεσο κόμβο είναι ίσο με $y_{s,k} = \sqrt{P_s} h_{s,k} x_s + n_{s,k}$ το οποίο με τη σειρά του διερχόμενο απο τον κάθε ενδιάμεσο

κόμβο πολλαπλασιάζεται με έναν παράγοντα βάρους w_l αποκτώντας τη μορφή $y_{k,d} = w_k \left(\sqrt{P_s} h_{s,k} x_s + n_{s,k} \right)$ η οποία όπως είναι ορατό δεν εμπεριέχει τη συνιστώσα θορύβου που προστίθεται από τους διάλκους μετάδοσης μεταξύ ενδιάμεσων κόμβων και τελικού προορισμού μιας και αποτελεί σήμα προς εκπομπή. Η ισχύς του συνόλου των προς μετάδοση σημάτων από τους l ενδιάμεσους κόμβους με $k \in [1, l]$ αποδίδεται ακολούθως

$$\sum_{k=1}^l |y_{k,d}|^2 = \sum_{k=1}^l |w_k|^2 E \left(\left| \sqrt{P_s} h_{s,k} x_s + n_{s,k} \right|^2 \right) \quad (4.26)$$

ενώ με αντικατάσταση του ορίσματος $x_k = \sqrt{P_s} h_{s,k} x_s + n_{s,k}$ μετασχηματίζεται περαιτέρω

$$\sum_{k=1}^l |y_{k,d}|^2 = \sum_{k=1}^l |w_k|^2 E \left(|x_k|^2 \right) = \mathbf{w}^H \mathbf{D} \mathbf{w} \quad (4.27)$$

όπου $(\cdot)^H$ η *Hermitian* αναστροφή του πίνακα των παραγόντων w_l για τους διάλκους μετάδοσης από τους ενδιάμεσους κόμβους προς τον τελικό προορισμό ενώ δύναται να απεικονισθεί και ως $\{(\cdot)^{T*}$ -- *ανάστροφος συζυγής* } όπου πραγματοποιείται αναστροφή του πίνακα και αντικατάσταση των στοιχείων που διαθέτουν φανταστικό τμήμα με το αντίστοιχο συζυγές και E η προσδοκία του ορίσματος x_k . Παράλληλα για τους πίνακες-διανύσματα \mathbf{w} και \mathbf{D} οριοθετούνται με τις ισότητες $\mathbf{w} \triangleq [w_1 w_2 \dots w_l]^T$ και $\mathbf{D} \triangleq P_0 \text{diag} \left\{ E \left(|h_{1,d}|^2 \right) E \left(|h_{2,d}|^2 \right) \dots E \left(|h_{l,d}|^2 \right) \right\} + \sigma_k^2 \mathbf{I}$, όπου $(\cdot)^T$ ο συντελεστής της διαδικασίας του ανάστροφου πίνακα και \mathbf{I} ο μοναδιαίος πίνακας.

Εν συνεχεία με τη χρήση των (4.24) και (4.25) εξάγουμε δύο εκφράσεις για την ισχύ του λαμβανόμενου σήματος και θορύβου από τον τελικό δέκτη, επομένως θα έχουμε τις ακόλουθες ισότητες

$$P_s = \sqrt{P_s} \sum_{k=1}^l \frac{|w_k \mathbf{h}_{k,d} \mathbf{h}_{s,k} x_s|^2}{\sqrt{P_s |h_{s,k}|^2 + \sigma_k^2}} = \sqrt{P_s} \sum_{k=1}^l \frac{w_k w_k^* \mathbf{h}_{k,d} \mathbf{h}_{k,d}^* \mathbf{h}_{s,k}^* \mathbf{h}_{s,k} |x_s|^2}{\sqrt{P_s |h_{s,k}|^2 + \sigma_k^2}} = \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w} \quad (4.28)$$

$$P_{noise} = \sum_{k=1}^l \frac{|w_k n_{s,k} h_{k,d}|^2}{\sqrt{P_s |h_{s,k}|^2 + \sigma_k^2}} + E \left(|n_{k,d}|^2 \right) = \mathbf{w}^H \mathbf{Q} \mathbf{w} + \sigma_d^2 \quad (4.29)$$

Σε κάθε μία εκ' των δύο ισοτήτων η έκφραση $(\bullet)^*$ αποτελεί τον πολύπλοκο συζυγή του κάθε διανύσματος ενώ με το σύμβολο Q απεικονίζεται πίνακας ο οποίος εξ' ορισμού είναι ίσος με $\mathbf{Q} \triangleq \sigma_k^2 E(h_{k,d} h_{k,d}^H)$ και $\mathbf{h}_{k,d} \triangleq (h_{1,d} h_{2,d} \dots h_{l,d})^T$. Παράλληλα με το σύμβολο \mathbf{R} απεικονίζεται ο πίνακας συσχέτισης του διανύσματος \mathbf{z} του οποίου οι τιμές προκύπτουν απο την αναστροφή του πίνακα που έχει ως στοιχεία του γινόμενα των τιμών των μεταβλητών $\mathbf{h}_{s,k}$ και $\mathbf{h}_{k,d}$ ενώ αποδίδεται ακολούθως $\mathbf{R} = \sqrt{P_s} E(\mathbf{z} \mathbf{z}^H)$ με $\mathbf{z} = (h_{s,1} h_{1,d}, h_{s,2} h_{2,d} \dots h_{s,l} h_{l,d})^T$. Επομένως μέσω των σχέσεων (4.28) και (4.29) αποδίδουμε το SNR ως το λόγο $P_s/P_n = \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w} / \mathbf{w}^H \mathbf{Q} \mathbf{w} + \sigma_d^2$ ενώ από την ισότητα (4.27) εξήχθει η εκπεμπόμενη ισχύς των ενδιάμεσων κόμβων ως $P_T = \mathbf{w}^H \mathbf{D} \mathbf{w}$. Επιπλέον με την ενσωμάτωση της παραδοχής ότι $\mathbf{w}^H \mathbf{w} = 1$ οδηγούμαστε στην έκφραση $\sqrt{P_T} \mathbf{D}^{-1/2} = \mathbf{w}^H \mathbf{w}$ ή $\sqrt{P_T} \mathbf{D}^{-1/2} \tilde{\mathbf{w}} = \mathbf{w}$ ή $\sqrt{P_T} \mathbf{D}^{-1/2} \mathbf{w} = \tilde{\mathbf{w}}$ με τελική έκβαση την επιθυμητή μορφή του SNR όπου $\tilde{\mathbf{R}} = \mathbf{D}^{-1/2} \mathbf{R} \mathbf{D}^{-1/2}$ και $\tilde{\mathbf{Q}} = \mathbf{D}^{-1/2} \mathbf{Q} \mathbf{D}^{-1/2}$, επομένως

$$\max \{SNR\} = \max_{P_T, \tilde{\mathbf{w}}} \left\{ \frac{P_T \tilde{\mathbf{w}}^H \tilde{\mathbf{R}} \tilde{\mathbf{w}}}{P_T \tilde{\mathbf{w}}^H \tilde{\mathbf{Q}} \tilde{\mathbf{w}} + \sigma_d^2} \right\} \text{ με δεδομένο } |\tilde{\mathbf{w}}|^2 = 1 \text{ \& } P_T = P_{T\max} \quad (4.30)$$

Με την έκφραση (4.30) διατυπώσαμε τις απαιτούμενες συνθήκες για τη συνάρτηση πολλαπλασιαστή *Lagrange* με τη βοήθεια της οποίας εν συνεχεία υπολογίζουμε το μέγιστο SNR . Το τμήμα του κλάσματος της (4.30) που διαδραματίζει το σημαίνοντα ρόλο στη διαμόρφωση του μέγιστου SNR είναι ο πίνακας $\frac{\tilde{\mathbf{R}}}{P_T \tilde{\mathbf{Q}} + \sigma_d^2}$ του οποίου η ιδιοτιμή θα μας αποδώσει το βέλτιστο παράγοντα *beamforming* οπότε θα έχουμε

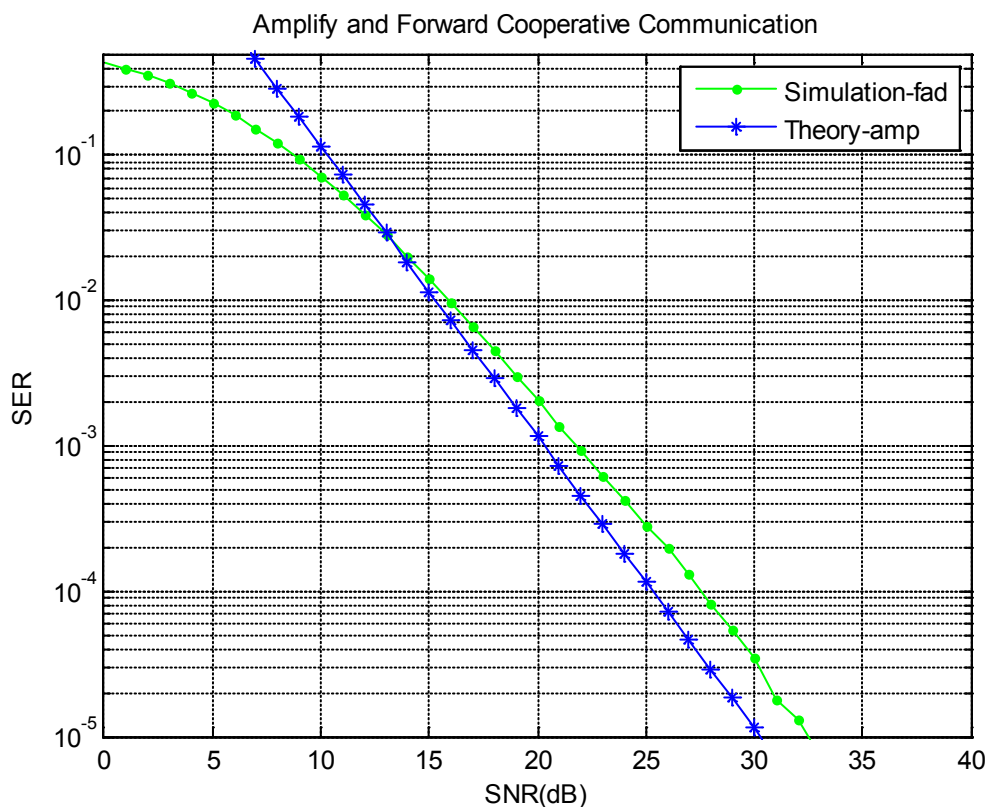
$$\mathbf{w} = \sqrt{P_T} \mathbf{D}^{-1/2} \mathbf{P} \left\{ \frac{\tilde{\mathbf{R}}}{P_T \tilde{\mathbf{Q}} + \sigma_d^2} \right\} \quad (4.31)$$

με $\sqrt{P_T} \mathbf{D}^{-1/2} \mathbf{w} = \tilde{\mathbf{w}}$ ενώ ως $\mathbf{P}(\bullet)$ σημειώνεται ο συμβολισμός της ιδιοτιμής ενός πίνακα. Εν κατακλείδι ο μέγιστος λόγος του συνολικού SNR συμψηφίζοντας εκείνο της απευθείας μετάδοσης θα υπακούει στην κάτωθι ισότητα με τον παράγοντα λ να αποδίδει τον πολλαπλασιαστή *Lagrange*

$$SNR_{total} = \gamma_{s,d} + \lambda P_T^{\max} \frac{\mathbf{D}^{-1/2} \mathbf{R} \mathbf{D}^{-1/2}}{P_T^{\max} \mathbf{D}^{-1/2} \mathbf{Q} \mathbf{D}^{-1/2} + \sigma_d^2 \mathbf{I}} \quad (4.32)$$

4.7 Σύστημα ενίσχυσης και προώθησης μοναδικού και τριών ενδιάμεσων κόμβων

Με την ανάλυση της πιθανότητας σφάλματος συμβόλου ανά χείρας για το πρωτόκολλο ενίσχυσης και προώθησης τόσο για μοναδικό ενδιάμεσο κόμβο όσο και για πολλαπλούς ενδιάμεσους κόμβους προχωρούμε στην εξαγωγή της πιθανότητας σφάλματος συμβόλου *QPSK* διαμόρφωσης. Πρωτίστως στην απεικόνιση Σχ.4.6 αποτυπώνεται ο ρυθμός σφάλματος συμβόλων σε πρωτόκολλο ενίσχυσης και προώθησης με μοναδικό ενδιάμεσο κόμβο.

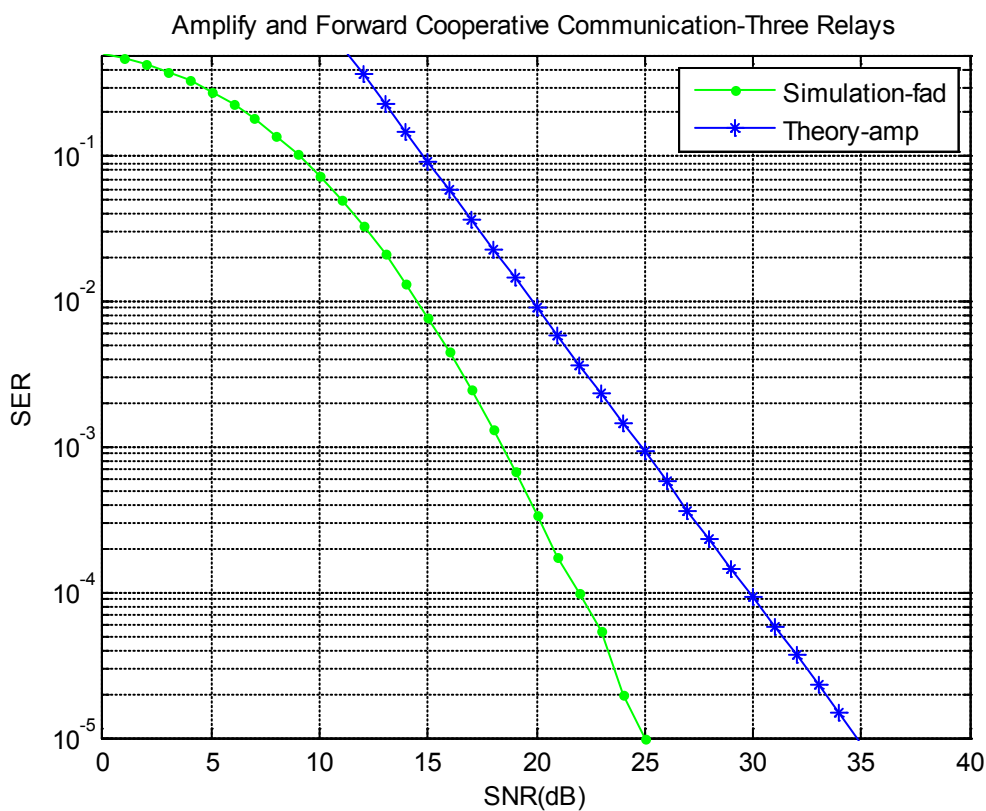


Σχ.4.6 – Απόδοση συστήματος ενίσχυσης και προώθησης ως προς ρυθμό σφάλματος συμβόλου με μοναδικό ενδιάμεσο κόμβο

Στη σχηματική απεικόνιση Σχ.4.7 αποτυπώνεται ο ρυθμός σφάλματος με τη χρήση τριών ενδιάμεσων κόμβων και την εφαρμογή συνδυασμού μέγιστου λόγου στον τελικό δέκτη ,όπου συνδυάζονται τα σήματα της απευθείας μετάδοσης και των τριών ενδιάμεσων κόμβων. Με τη σύγκριση των σχημάτων 4.6 & 4.7 παρατηρεί κανείς ότι η θεωρητική

απόδοση του συστήματος (μπλε καμπύλη) βελτιώθηκε κατά 5dB στο επίπεδο του $SER = 10^{-5}$ ενώ ταυτόχρονα η ισχύς της διάλειψης (πράσινη διάστικτη καμπύλη) κατέπεσε κατά το μέγεθος των 7dB. Συνεπώς μία πρώτη ανάγνωση περιγράφει αύξηση στην καθαυτή απόδοση του συστήματος ενίσχυσης και προώθησης.

Συνάμα εστιάζουμε σε δεδομένο ρυθμό εμφάνισης σφαλμάτων 10^{-4} όπου το μέγεθος του λαμβανόμενου SNR στο συνδυασμό μέγιστου λόγου (μπλε καμπύλη) έχει αυξηθεί κατά μέγεθος της τάξης των 5 dB. Παράλληλα αντιμετωπίζεται το πρόβλημα το πολλαπλών διαδρομών καθώς η ένταση της διάλειψης, λόγω πολλαπλών διαδρομών, (πράσινη καμπύλη) για ρυθμό σφάλματος $SER = 10^{-4}$ σημείωσε υποχώρηση της τάξης των 5dB.



Σχ.4.7 – Απόδοση συστήματος ενίσχυσης και προώθησης ως προς ρυθμό σφάλματος συμβόλου με τρεις ενδιάμεσους κόμβους

Σκοπίμως κενή σελίδα

Κεφάλαιο 5

Κατανομή ισχύος σε πρωτόκολλο ενίσχυσης και προώθησης & αποκωδικοποίησης και προώθησης

(Amplify and Forward & Decode and Forward)

Η λειτουργία πολυαλματικών συστημάτων με πολλαπλούς κόμβους επιτάσσει την υιοθέτηση μιας στρατηγικής κατανομής ισχύος ανάμεσα στους ενδιάμεσους κόμβους (*relays*) και την πηγή (*source*). Στόχο αποτελεί η βέλτιστη κατανομή της πεπερασμένης διαθέσιμης ισχύος που θα οδηγεί στην ικανοποίηση των απαιτήσεων του ρυθμού λαθών συμβόλου και της πιθανότητας πτώσης της στάθμης του SNR κάτωθεν συγκεκριμένου κατωφλίου (P_{outage}).

5.1 Κατανομή ισχύος εκπομπής ενδιάμεσων κόμβων συστήματος ενίσχυσης και προώθησης

Η συνολικά παρεχόμενη ισχύς σ'ένα πολυαλματικό σύστημα κυμαίνεται εντός προκαθορισμένων ορίων οδηγώντας στην προσπάθεια για τη βέλτιστη διανομή της μεταξύ της πηγής, του τελικού προορισμού και κυρίως των ενδιάμεσων κόμβων. Κριτήριο της διαδικασίας αυτής αποτελεί η επίτευξη ενός επιθυμητού λόγου σήματος προς θόρυβο SNR στους ενδιάμεσους κόμβους ή συγκεκριμένου ρυθμού σφαλμάτων συμβόλου. Ξεκινούμε αναλύοντας πρωτίστως το κριτήριο του SNR θεωρώντας προκαθορισμένη την ισχύ εκπομπής της πηγής.

Η μεγιστοποίηση του λόγου σήματος προς θόρυβο για το σύνολο των ενδιάμεσων κόμβων διαφαίνεται στη συνολική χωρητικότητα $\frac{1}{l+1} \log_2 \left(1 + \gamma_{s,d} + \sum_{k=1}^l \frac{\gamma_{s,k} \gamma_{k,d}}{\gamma_{s,k} + \gamma_{k,d} + 1} \right)$ με τον όρο του αθροίσματος να διαδραματίζει τον κύριο ρόλο. Η συνολική εκπεμπόμενη ισχύς των ενδιάμεσων κόμβων θα πρέπει να υπακούει στη συνθήκη $\sum_{k=1}^l P_k \leq P_{\max}^{relay}$ καταλήγοντας στην προσπάθεια επίλυσης του κάτωθι συστήματος

$$\max_{P_k, \forall k} \left\{ \sum_{k=1}^l \frac{P_s P_k |h_{s,k}|^2 |h_{k,d}|^2 / \sigma_k^2 \sigma_d^2}{P_s |h_{s,k}|^2 / \sigma_k^2 + P_k |h_{k,d}|^2 / \sigma_d^2 + 1} \right\} \quad (5.1)$$

$$\text{με την προϋπόθεση ότι } \sum_{k=1}^l P_k \leq P_{\max}^{relay} \quad \& \quad P_k \geq 0 \forall l \quad (5.2)$$

5.1.1 Κατανομή ισχύος παρουσία πληροφορίας παραμέτρων καναλιού

Στη συνάρτηση (5.1) το όρισμα του αθροίσματος δύναται να γραφεί με διαφορετική και ισοδύναμη μορφή ως ακολούθως

$$\begin{aligned} & \frac{\frac{P_s^2 |h_{s,k}|^4}{\sigma_k^4} + \frac{P_s |h_{s,k}|^2 P_k |h_{k,d}|^2}{\sigma_k^2 \sigma_d^2} + \frac{P_s |h_{s,k}|^2}{\sigma_k^2} - \frac{P_s^2 |h_{s,k}|^4}{\sigma_k^4} - \frac{P_s^2 |h_{s,k}|^4}{\sigma_k^4}}{P_s |h_{s,k}|^2 / \sigma_k^2 + P_k |h_{k,d}|^2 / \sigma_d^2 + 1} \\ & = \frac{P_s |h_{s,k}|^2}{\sigma_k^2} - \frac{P_s^2 |h_{s,k}|^4 / \sigma_k^4 + P_s |h_{s,k}|^2 / \sigma_k^2}{P_s |h_{s,k}|^2 / \sigma_k^2 + P_k |h_{k,d}|^2 / \sigma_d^2 + 1} \end{aligned} \quad (5.3)$$

με αποτέλεσμα το σύστημα των συναρτήσεων (5.1) & (5.2) να μετατρέπεται σε διαδικασία

υπολογισμού του ελάχιστου του κλάσματος $\frac{P_s^2 |h_{s,k}|^4 / \sigma_k^4 + P_s |h_{s,k}|^2 / \sigma_k^2}{P_s |h_{s,k}|^2 / \sigma_k^2 + P_k |h_{k,d}|^2 / \sigma_d^2 + 1}$ με το πηλίκο

$P_s |h_{s,k}|^2 / \sigma_k^2$ να μην εμπεριέχει την ισχύ εκπομπής ενδιάμεσου κόμβου P_k , επομένως

$$\min_{P_k, \forall k} \left\{ \sum_{k=1}^l \frac{P_s^2 |h_{s,k}|^4 / \sigma_k^4 + P_s |h_{s,k}|^2 / \sigma_k^2}{P_s |h_{s,k}|^2 / \sigma_k^2 + P_k |h_{k,d}|^2 / \sigma_d^2 + 1} \right\} \text{ με προϋπόθεση ότι } \sum_{l=1}^l P_l \leq P_{\max}^{\text{relay}} \text{ \& } \quad (5.3)$$

$$P_l \geq 0 \forall l \quad (5.4)$$

Παράλληλα με τη βοήθεια της συνάρτησης *Lagrange* το ελάχιστο του αθροίσματος (5.3) συνοψίζεται στην ακόλουθη έκφραση

$$\sum_{k=1}^l \frac{P_s^2 |h_{s,k}|^4 / \sigma_k^4 + P_s |h_{s,k}|^2 / \sigma_k^2}{P_s |h_{s,k}|^2 / \sigma_k^2 + P_k |h_{k,d}|^2 / \sigma_d^2 + 1} + \lambda \left(\sum_{k=1}^l P_k - P_{\max}^{\text{relay}} \right) \quad (5.5)$$

όπου η συνάρτηση *Lagrange* αποδίδεται εξ' ορισμού με την έκφραση που ακολουθεί

$$\min \{ f(x) \} \text{ με την προϋπόθεση ότι } h_k(x) \geq 0$$

$$L(x, \lambda) = f(x) + \sum_{k=1}^l \lambda_k h_k(x)$$

Συνάμα με τη συνδρομή των συνθηκών *Karush-Kuhn-Tucker* η βέλτιστη κατανομή ισχύος που αποδίδεται για τον κάθε ενδιάμεσο κόμβο σ' ένα σύστημα ενίσχυσης και προώθησης θα δίνεται από την ακόλουθη σχέση

$$P_k = \left(\sqrt{\frac{P_s^2 |h_{s,k}|^4 / \sigma_k^4 + P_s |h_{s,k}|^2 / \sigma_k^2}{|h_{k,d}|^2 / \sigma_d^2}} \mu - \frac{P_s |h_{s,k}|^2 / \sigma_k^2 + 1}{|h_{k,d}|^2 / \sigma_d^2} \right)^+ \quad (5.6)$$

$$\text{όπου } \mu = 1/\sqrt{\lambda} \text{ και } (a)^+ = \max(a, 0)$$

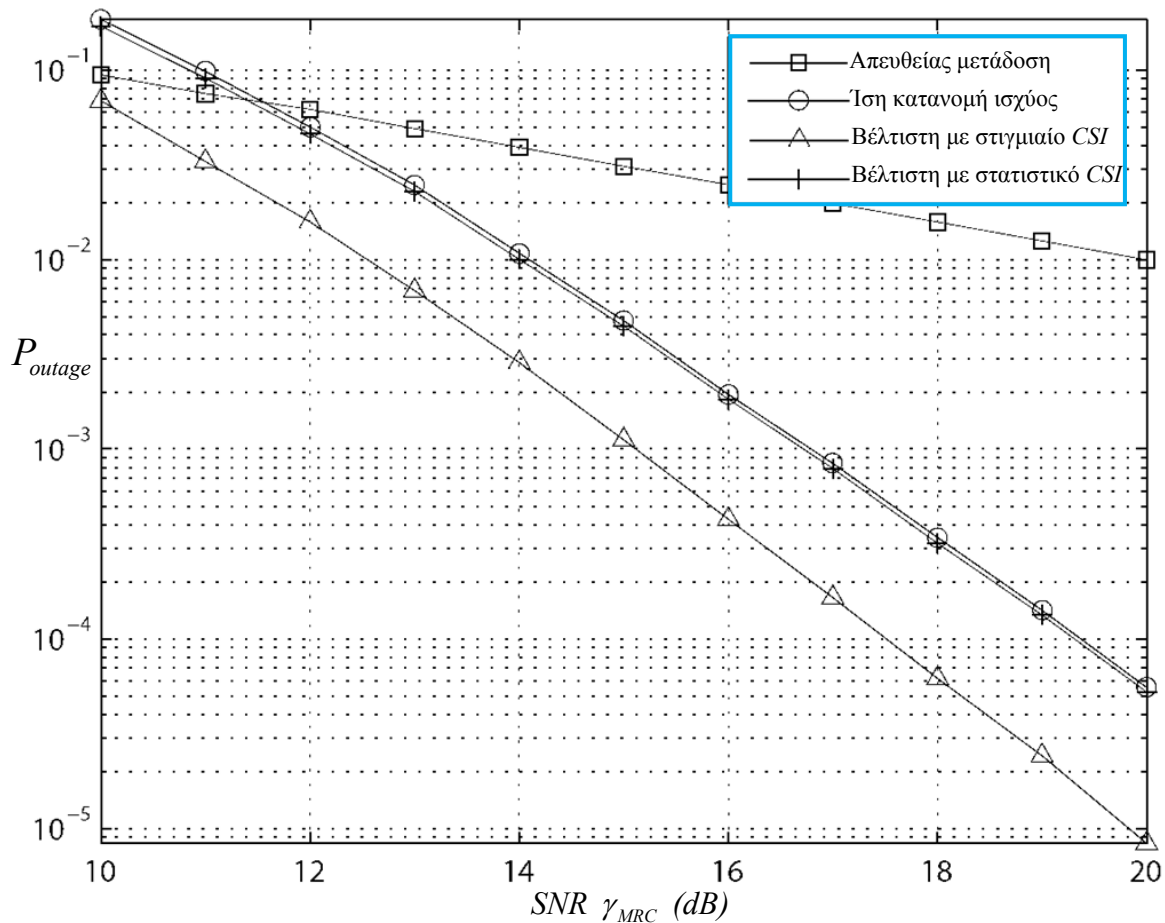
5.1.2 Κατανομή ισχύος χωρίς παρουσία πληροφορίας παραμέτρων καναλιού

Όμως δύναται να μην υφίσταται γνώση των παραμέτρων του καναλιού αλλά να διατίθεται μια πρότερη στατιστική περιγραφή των χαρακτηριστικών και πιο συγκεκριμένα της διακύμανσης του θορύβου σ^2 των διαύλων μεταξύ πηγής, ενδιάμεσων κόμβων και τελικού προορισμού. Τότε το πρόβλημα σχηματοποιείται ως ακολούθως

$$\min_{P_k, \forall k} \prod_{k=1}^l \left\{ \left(\frac{\sigma_k^2}{P_s \nu_{s,k}^2} + \frac{\sigma_d^2}{P_k \nu_{k,d}^2} \right) \right\} = \min_{P_k, \forall k} \left\{ \sum_{k=1}^l \log \left(\frac{\sigma_k^2}{P_s \nu_{s,k}^2} + \frac{\sigma_d^2}{P_k \nu_{k,d}^2} \right) \right\} \quad (5.7)$$

με την προϋπόθεση ότι $\sum_{k=1}^l P_k \leq P_{\text{relay max}}$ & $P_k \geq 0 \forall l$ όπου $v_{s,k}^2$ και $v_{k,d}^2$ η διακύμανση των κερδών $h_{s,k}$ και $h_{k,d}$ που μοντελοποιούνται ως τυχαίες *Gaussian* μεταβλητές με χαρακτηριστικά $h_{s,k} \sim \mathcal{CN}(0, v_{s,k}^2)$ και $h_{k,d} \sim \mathcal{CN}(0, v_{k,d}^2)$ ενώ οι διακυμάνσεις σ_k^2 και σ_d^2 αναφέρονται στο θόρυβο στους ενδιάμεσους κόμβους και στον τελικό προορισμό. Συνεπώς αποδίδεται μία λύση για την ισχύ μετάδοσης των ενδιάμεσων κόμβων η οποία διεκπεραιώνεται μέσω της χρήσης της συνάρτησης *Lagrange* και των συνθηκών *Karush-Kuhn-Tucker* ενώ συνοψίζεται στην ακόλουθη αποτύπωση

$$P_k = \left(\frac{\sqrt{4P_s v_{k,d}^2 v_{s,k}^2 / \lambda(\sigma_k^2 \sigma_d^2) + P_s^2 v_{s,k}^2 / \sigma_k^2} - \frac{P_s v_{s,k}^2 / \sigma_k^2}{2v_{k,d}^2 / \sigma_d^2}}{2v_{k,d}^2 / \sigma_d^2} \right)^+ \quad (5.8)$$



Σχ.5.1 – Συσχέτιση P_{outage} και SNR για διαφορετικά σενάρια απόδοσης ισχύος μεταξύ τριών ενδιάμεσων κόμβων για πρωτόκολλο ενίσχυσης και προώθησης [2.(2007-IEEE)]

Η απεικόνιση (Σχ.5.1) μας πληροφορεί ότι η κατανομή ισχύος μεταξύ των ενδιάμεσων κόμβων είναι η βέλτιστη όταν διατίθεται για πλειάδα χρονικών στιγμών η γνώση των

χαρακτηριστικών της κρουστικής απόκρισης, της καθυστέρησης που προσδίδει το κανάλι μετάδοσης στο σήμα και της εκτιμώμενης αλλοίωσης στη φάση με την οποία καταφθάνει στον τελικό δέκτη. Τα στοιχεία αυτά αποτελούν τη γνώση της κατάστασης του καναλιού (*Channel State Information*). Αντιθέτως η ύπαρξη μίας γενικευμένης-στατιστικής περιγραφής των χαρακτηριστικών αυτών δεν ενσωματώνει τη διαφοροποίηση των συνθηκών που σημειώνονται σε διαφορετικές χρονικές στιγμές. Συνεπώς σε απόδοση είναι εφάμιλλο με εκείνο της ισόποσης κατανομής ισχύος μεταξύ των κόμβων. Η δε απευθείας μετάδοση ισχύος προσφέρει πολύ μεγάλη πιθανότητα πτώσης της ζεύξης. Γίνεται αντιληπτή η απόδοση των διαφορετικών σεναρίων όταν στο συνδυασμό μέγιστου λόγου έχουμε πηλίκο $SNR=16 \text{ dB}$, όπου για το στιγμιαίο CSI έχουμε $P_{out}=10^{-3,7}$, στην ισοκατανομή και το στατιστικό CSI έχουμε $P_{out}=10^{-2,9}$ και στην απευθείας μετάδοση χωρίς ενδιάμεσους κόμβους $P_{out}=10^{-1,9}$.

5.1.3 Κατανομή ισχύος βάση κριτηρίου πιθανότητας σφάλματος

Πέραν του επιθυμητού SNR η απόδοση ισχύος σε κάθε ενδιάμεσο κόμβο δύναται να οριοθετηθεί δια μέσω του ρυθμού μετάδοσης σφαλμάτων όπου μια διαφορετική απόδοση του ρυθμού σφαλμάτων, από εκείνη που αναλύσαμε, που προσδίδει μία πιο συντεταγμένη έκφραση είναι η ακόλουθη [23.(εξίσωση 33)]

$$SER = \frac{C(l)}{g^{l+1}} \frac{1}{\gamma_{s,d}} \prod_{k=1}^l \left(\frac{1}{\gamma_{s,k}} + \frac{1}{\gamma_{k,d}} \right) \quad (5.9)$$

όπου $C(l) = \prod_{i=1}^{l+1} (2i-1)/2(l+1)!$, g η σταθερά διαμόρφωσης και $l+1$ ο αριθμός των διαύλων ή η πληθώρα των αντίγραφων σημάτων που καταφθάνουν στον τελικό προορισμό και $\gamma_{s,d}, \gamma_{s,k}, \gamma_{k,d}$ οι λόγοι SNR των διαύλων πηγής-τελικού προορισμού, πηγής-ενδιάμεσων κόμβων και ενδιάμεσων κόμβων-τελικού προορισμού. Η άνωθεν σχέση με τη χρήση της προκαθορισμένης (*fixed*) εκπεμπόμενης ισχύος πηγής P_s , και ισχύος ενδιάμεσων κόμβων P_k καθώς και με τις σταθερές απόσβεσης των διαδρομών διάδοσης $\Omega_{s,d}, \Omega_{s,k}, \Omega_{k,d}$ διαμορφώνεται στην ακόλουθη σχέση

$$\frac{C(l)}{g^{l+1}} \frac{1}{P_s \Omega_{s,d}} \prod_{k=1}^l \left(\frac{1}{P_s \Omega_{s,k}} + \frac{1}{P_k \Omega_{k,d}} \right) \leq SER \quad (5.10)$$

με τη βοήθεια τη οποίας θα εντοπίσουμε ποιο είναι η ελάχιστη ισχύ εκπομπής ενδιάμεσου κόμβου για δεδομένο SER , πρόβλημα που μοντελοποιείται ακολούθως

$$\min_{P_k, \forall k} \left\{ \sum_{k=1}^l P_k \right\}$$

$$\text{με την προϋπόθεση ότι } \frac{C(l)}{g^{l+1}} \frac{1}{P_s \Omega_{s,d}} \prod_{k=1}^l \left(\frac{1}{P_s \Omega_{s,k}} + \frac{1}{P_k \Omega_{k,d}} \right) \leq SER_{\max} \ \& \ P_k \geq 0 \quad (5.11)$$

Η άνωθεν μοντελοποίηση για την ελάχιστη δυνατή εκπεμπόμενη ισχύ δύναται να γραφεί ως ακολούθως

$$P_k = \frac{P_s \Omega_{s,k} C(k)}{SER_{\max} g^{l+1} P_s^2 \Omega_{s,d} \Omega_{k,d} \Omega_{s,k} - \Omega_{k,d} C(k) \prod_{k=1}^l \left(\frac{1}{P_s \Omega_{s,k}} + \frac{1}{P_k \Omega_{k,d}} \right) \prod_{k=1}^l \left(\frac{1}{P_s \Omega_{s,k}} + \frac{1}{P_k \Omega_{k,d}} \right)} \quad (5.12)$$

Εν συνεχεία με τη βοήθεια της συνάρτησης *Lagrange* όπου $L(x, \lambda) = f(x) + \sum_{k=1}^l \lambda_k h_k(x)$ η εξεύρεση της ισχύος διαμορφώνεται ως εξής

$$L(P_{1,d}, P_{2,d}, \dots, P_{l,d}) = \sum_{k=1}^l P_k + \lambda f(P_{1,d}, P_{2,d}, \dots, P_{l,d}) \quad (5.13)$$

και μέσω των συνθηκών *Karush-Kuhn-Tucker*

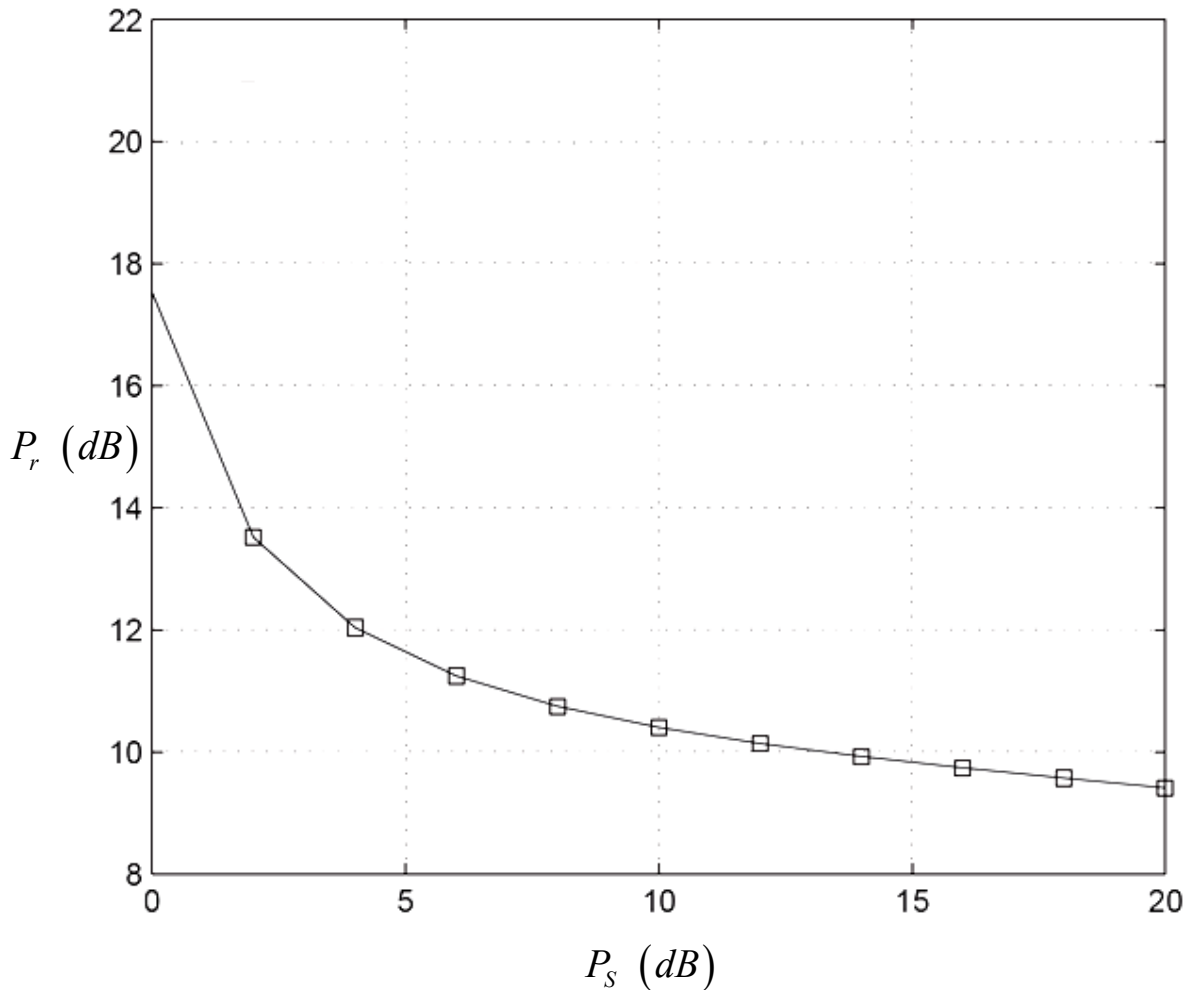
$$\frac{\partial}{\partial P_{k,d}} L(P_{1,d}, P_{2,d}, \dots, P_{l,d}) = 1 + \lambda \frac{\partial}{\partial P_{k,d}} f(P_{1,d}, P_{2,d}, \dots, P_{l,d}) \quad (5.14)$$

$$\frac{\partial}{\partial P_{k,d}} f(P_{1,d}, P_{2,d}, \dots, P_{l,d}) = -\frac{C(k)}{g^{l+1}} \frac{1}{P_s \Omega_{s,k}} \frac{1}{P_k \Omega_{k,d}} \prod_{k=1}^l \left(\frac{1}{P_s \Omega_{s,k}} + \frac{1}{P_k \Omega_{k,d}} \right) \quad (5.15)$$

καταλήγουμε στη βέλτιστη κατώτερη ισχύ εκπομπής καθενός εκ των ενδιάμεσων κόμβων

$$P_k^2 = \lambda \frac{C(k)}{g^{l+1}} \frac{1}{P_s \Omega_{s,k} \Omega_{k,d}} \prod_{k=1}^l \left(\frac{1}{P_s \Omega_{s,k}} + \frac{1}{P_k \Omega_{k,d}} \right) \quad (5.16)$$

Η απεικόνιση (Σχ.5.2) μας πληροφορεί για την αυξανόμενη ισχύ που πρέπει να διαθέτει ο κάθε ενδιάμεσος κόμβος σε σχέση με την εκπεμπόμενη ισχύ της πηγής για συγκεκριμένο ρυθμό σφάλματος. Η χαμηλή εκπομπή ισχύος από την πηγή οδηγεί στην αύξηση ισχύος από τους ενδιάμεσους κόμβους στοχεύοντας στην εξισορρόπηση του κενού στο *SNR* του συνολικού σήματος που καταφθάνει στο συνολικό δέκτη. Στην περίπτωση που δεν επιτευχθεί αυξημένη εκπομπή ισχύος από τους ενδιάμεσους κόμβους τότε ο ρυθμός σφάλματος συμβόλου μεταπίπτει σε μεγαλύτερη επομένως και χειρότερη τιμή. Γίνεται αντιληπτό από τα δύο ζεύγη τιμών, $P_s = 15 \text{ dB}$, $P_r \approx 9,8 \text{ dB}$ και για μικρότερη ισχύ εκπομπής από την πηγή $P_s = 4 \text{ dB}$, $P_r \approx 12 \text{ dB}$.



Σχ.5.2 – Συσχέτιση εκπεμπόμενης ισχύος πηγής & ενδιάμεσων κόμβων για πιθανότητα σφάλματος $SER=10^{-5}$ [31]

5.2 Κατανομή ισχύος εκπομπής ενδιάμεσων κόμβων συστήματος αποκωδικοποίησης και προώθησης

Στην περίπτωση του πρωτοκόλλου αποκωδικοποίησης ο ρυθμός μετάδοσης εξαρτάται από την επιτυχή ή μη επιτυχή αποκωδικοποίηση της ακολουθίας πληροφορίας από τους ενδιάμεσους κόμβους που οριοθετεί το ρυθμό μετάδοσης προς τον τελικό προορισμό καθώς και από το ρυθμό μετάδοσης R από την πηγή. Η διαδικασία αυτή οριοθετείται από το εισερχόμενο και εξερχόμενο SNR σε κάθε κόμβο που εφαρμόζει κωδικοποίηση και προώθηση.

Οι λόγοι του σήματος προς θόρυβο εισόδου $\gamma_{in_s,k}$ και εξόδου $\gamma_{out_s,k}$ συνδέονται μεταξύ τους μέσω της συνάρτησης $\gamma_{in_s,k} = f(\gamma_{out_s,k})$ όπου $\gamma_{in_s,k} = \frac{a_s P |h_{s,k}|^2}{\sigma_k^2}$ &

$$\gamma_{out_s,k} = \frac{a_s P \beta_k^2 (1 - \mu_n)}{\sigma_n^2} \quad (5.17) \quad \text{με } \mu_n \text{ και } \sigma_n^2 \text{ ν' αποτυπώνουν τη μέση τιμή και}$$

διακύμανση του σύνθετου θορύβου που απαρτίζεται απο το θόρυβο που επικρατεί στο κανάλι διάδοσης και τον θόρυβο κωδικοποίησης και β_k^2 ν' αποτυπώνει τη σταθερά κωδικοποίησης. Παράλληλα κατανέμουμε τη συνολική παρεχόμενη ισχύ στο σύστημα μας μέσω της διαδικασίας $a_s P + \sum_{k=1}^l a_k P \leq P$ με $a_s P$ την παρεχόμενη ισχύ στην πηγή και $\sum_{k=1}^l a_k P$ τη συνολικά παρεχόμενη ισχύ στους ενδιάμεσους κόμβους .

Η αποκωδικοποίηση και επανακωδικοποίηση σε κάθε κόμβο αποφέρει κέρδος κωδικοποίησης ίσο με $g_{coding} = 10 \log R_{coding} d_{free} \text{ (dB)}$ όπου R_{coding} είναι ο ρυθμός κωδικοποίησης και d_{free} η απόσταση κώδικα που εξαρτάται απο το επίπεδο του λαμβανόμενου SNR , μειώνεται με τη λήψη μειωμένου SNR και αυξάνεται με τη λήψη υψηλού SNR ενώ επιδρά στο επίπεδο του εισερχόμενου και εξερχόμενου λόγου σήματος προς θόρυβο δημιουργώντας την ακόλουθη ανισότητα $\gamma_{in_s,k} R_{coding} d_{free} \geq \gamma_{out_s,k} \text{ (5.18)}$.

Στον τελικό προορισμό το λαμβανόμενο σήμα είναι ίσο με $w_{s,d} y_{s,d} + w_{l,d} y_{l,d}$ με τους παράγοντες βαρών να υπολογίζονται μεγιστοποιώντας το λαμβανόμενο SNR με συνέπεια τα βάρη να αποδίδονται ακολούθως [32]

$$w_{s,d} = \frac{\sqrt{a_s P} h_{s,d}}{\sigma_d^2} \quad \text{και} \quad w_{l,d} = \frac{\beta_k \sqrt{a_s P} (1 - \mu_n) h_{k,d}}{|h_{k,d}|^2 \sigma_n^2 + \sigma_d^2} \quad (5.19)$$

ενώ οι προαναφερθείσες σταθερές κωδικοποίησης και διακύμανσης σύνθετου θορύβου να αποδίδονται ακολούθως

$$\beta_k^2 \leq \frac{a_s}{a_k (1 - \mu_n)} \frac{\gamma_{in_s,k} R_{coding} d_{free}}{\gamma_{in_s,k} R_{coding} d_{free} + 1} \quad \& \quad \sigma_n^2 = \frac{a_s P \beta_k^2 (1 - \mu_n)^2}{\gamma_{out_s,k}} \geq \frac{a_s P \beta_k^2 (1 - \mu_n)^2}{\gamma_{in_s,k} R_{coding} d_{free}} \quad (5.20)$$

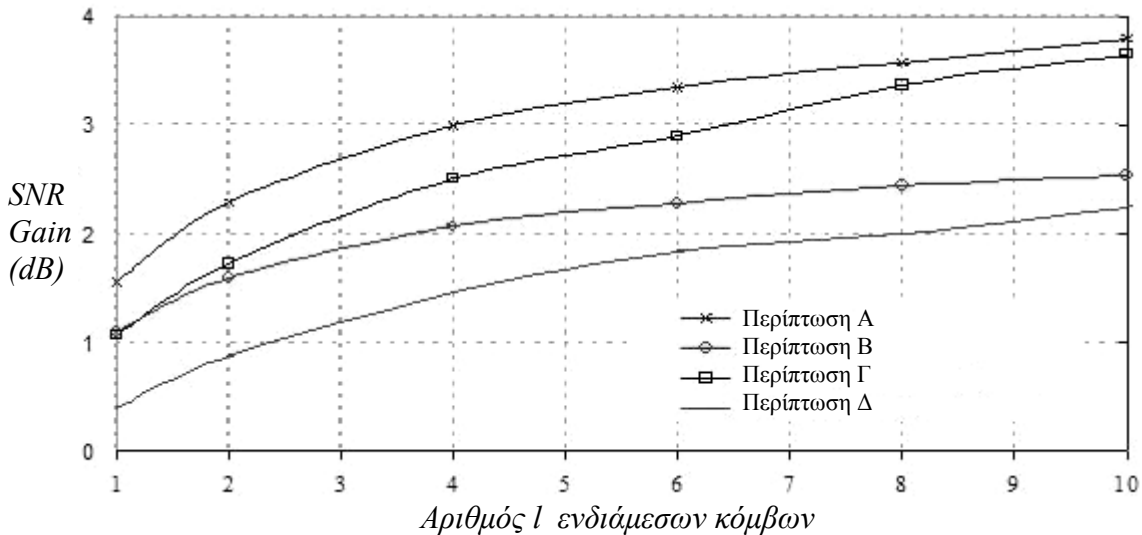
Τελικά το λαμβανόμενο σήμα θα έχει SNR το οποίο τυποποιείται από την ακόλουθη σχέση

$$\gamma_{DF} = \frac{a_s P}{\sigma_d^2} \left(|h_{s,d}|^2 + \frac{\beta_k^2 (1 - \mu_n)^2 |h_{k,d}|^2}{\frac{|h_{k,d}|^2 \sigma_n^2}{\sigma_d^2} + 1} \right) \quad (5.21)$$

Επομένως οι ποσοτικοποίηση των επιπέδων ισχύος που δύναται να αποδοθούν στην πηγή και στους ενδιάμεσους κόμβους αποδίδεται με μια προσεγγιστική διαδικασία των παραγόντων a_s και a_l η οποία αποτυπώνεται ακόλουθα

$$a_s = \frac{8|h_{s,d}|^2 + R_{coding} d_{free} \sum_{k=1}^l |h_{s,k}|^2 |h_{k,d}|^2 \pm 8|h_{s,d}|^2 \sqrt{|h_{s,d}|^2 + 1/4 R_{coding} d_{free} \sum_{k=1}^l |h_{s,k}|^2 |h_{k,d}|^2}}{8|h_{s,d}|^2 + 2R_{coding} d_{free} \sum_{k=1}^l |h_{s,k}|^2 |h_{k,d}|^2 \pm 8|h_{s,d}|^2 \sqrt{|h_{s,d}|^2 + 1/4 R_{coding} d_{free} \sum_{k=1}^l |h_{s,k}|^2 |h_{k,d}|^2}} \quad (5.22)$$

$$a_k = \frac{R_{coding} d_{free} |h_{s,k}|^2 |h_{k,d}|^2}{8|h_{s,d}|^2 + 2R_{coding} d_{free} \sum_{k=1}^l |h_{s,k}|^2 |h_{k,d}|^2 \pm 8|h_{s,d}|^2 \sqrt{|h_{s,d}|^2 + 1/4 R_{coding} d_{free} \sum_{k=1}^l |h_{s,k}|^2 |h_{k,d}|^2}} \quad (5.23)$$



Σχ.5.3 – Λαμβανόμενο από τον τελικό δέκτη κέρδος SNR για τέσσερις τιμές στη διακύμανση του κέρδους των καναλιών σε πρωτόκολλο αποκωδικοποίησης [33]

Στο προηγούμενο σχήμα διακρίνουμε τέσσερις περιπτώσεις κέρδους SNR για συγκεκριμένες τιμές διακύμανσης v^2 του κέρδους των καναλιών μετάδοσης, όπως ορίστηκαν στην ενότητα 3.1, οι οποίες διαμορφώνουν τους παράγοντες της έκφρασης (5.23) καθορίζοντας την κατανομή ισχύος πηγής και ενδιάμεσων κόμβων

➔ Περίπτωση Α : $v_{s,k}^2 = v_{s,d}^2 = v_{k,d}^2 = 1$, όλα τα κανάλια υπόκεινται στην ίδια εξασθένιση

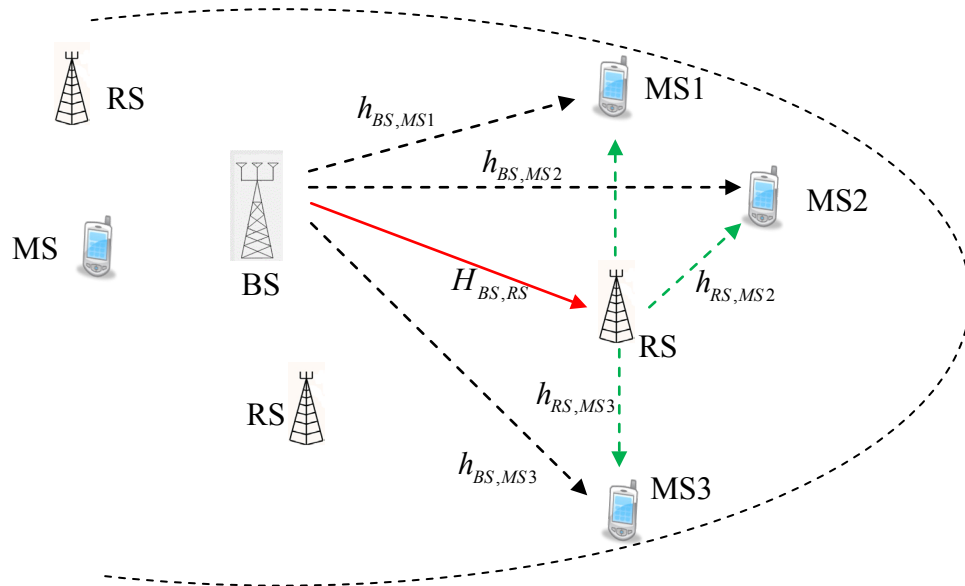
- ➔ Περίπτωση Β : $v_{s,k}^2 = 4v_{s,d}^2$ & $v_{k,d}^2 = v_{s,d}^2 = 1$, ο ενδιάμεσος κόμβος εντοπίζεται κοντά στην πηγή
- ➔ Περίπτωση Γ : $v_{k,d}^2 = 4v_{s,d}^2$ & $v_{s,k}^2 = v_{s,d}^2 = 1$, ο ενδιάμεσος κόμβος εντοπίζεται κοντά στον τελικό προορισμό
- ➔ Περίπτωση Δ : $v_{s,k}^2 = v_{k,d}^2 = 4v_{s,d}^2$, ο ενδιάμεσος κόμβος ισαπέχει από την πηγή και τον τελικό προορισμό

Κεφάλαιο 6

Κατανομή ισχύος κυψελωτού πολυαλματικού συστήματος

Η παρεχόμενη βελτίωση στην επίδοση των πολυαλματικών κυψελωτών επικοινωνιών αποτελεί το εχέγγυο για την υιοθέτηση τους αποσκοπώντας στη μείωση της συνολικά χρησιμοποιούμενης ισχύος ή τον πολλαπλασιασμό της χωρητικότητας και του διαθέσιμου ρυθμού μετάδοσης διατηρώντας την παροχή χαμηλής ισχύος. Με το κόστος ανάπτυξης ενός ενδιάμεσου κόμβου να είναι κατά πολύ μικρότερο από εκείνο ενός σταθμού βάσης προστίθεται ένα επιπλέον πλεονέκτημα. Στο παρόν κεφάλαιο θα εξετάσουμε την απόδοση ισχύος για τις περιπτώσεις των πρωτοκόλλων προώθησης, ενίσχυσης και αποκωδικοποίησης καθώς και τη χωροθέτηση των ενδιάμεσων κόμβων στο περιβάλλον των κυψελών

6.1 Κατανομή ισχύος σε ενδιάμεσους κόμβους σε πρωτόκολλο ενίσχυσης και προώθησης



Σχ. 6.1 – Συνεργατικό σύστημα με σταθμό βάσης και ενδιάμεσους κόμβους πολλαπλών κεραιών

Η ανάλυση ως προς την κατανομή ισχύος στην περίπτωση του πρωτοκόλλου ενίσχυσης και προώθησης (*Amplify and Forward*) αποκτά νόημα μόνο στην κάτω ζεύξη (*downlink*), καθώς στην περίπτωση αυτή ο σταθμός βάσης και οι ενδιάμεσοι σταθμοί εκπέμπουν. Η ζεύξη λαμβάνει χώρα από το σταθμό βάσης (*Base Station-BS*) προς τον ενδιάμεσο σταθμό (*Relay Station*) και εν συνεχεία προς το κινητό τερματικό (*Mobile Station*). Το εξεταζόμενο σχήμα περιλαμβάνει σταθμό βάσης και ενδιάμεσους σταθμούς που ενσωματώνουν πολλαπλές κεραίες, \mathbf{A}_{BS} και \mathbf{A}_{RS} αντιστοίχως, με το κινητό τερματικό να φέρει μόνο μία κεραία. Η ύπαρξη πολλαπλών κεραιών συνεπάγεται και την ύπαρξη αριθμού κερδών διαύλων h , ίσου με τον αριθμό κεραιών που φέρει ο σταθμός βάσης και ο ενδιάμεσος κόμβος. Δημιουργείται *MIMO* κυψελωτό συνεργατικό σύστημα όπου μόνο ένας ενδιάμεσος σταθμός δύναται να εξυπηρετεί το κάθε κινητό τερματικό το οποίο με τη σειρά του διατηρεί απευθείας ζεύξη και με το σταθμό βάσης. Συμπερασματικά οι διάυλοι που λαμβάνουν χώρα είναι το *MIMO* κανάλι SB-RS και το κανάλι πολλαπλών εισόδων μοναδικής εξόδου (*MISO*) ανάμεσα σε BS/RS και κινητό τερματικό (*MS*).

Ο σταθμός βάσης προβαίνει στη μετάδοση k συμβόλων $s = \{s_1, s_2, \dots, s_k\}$, προοριζόμενων για k κινητά τερματικά, πολλαπλασιαζόμενων με παράγοντα-πίνακα $\mathbf{M}_{BS} = \mathbf{A}_{BS} \times K$ όπου K ο αριθμός των κινητών τερματικών που εξυπηρετούνται από το

σταθμό βάσης. Επομένως η προς μετάδοση συμβολοσειρά απο το σταθμό βάσης θα είναι η ακόλουθη

$$\mathbf{x}_{BS} = \mathbf{M}_{BS} \mathbf{s} \quad (6.1)$$

Η δε ισχύς εκπομπής για το σύνολο των προς μετάδοση συμβόλων θα αποδίδεται ως το ίχνος του γινομένου του πίνακα \mathbf{M}_{BS} πολλαπλασιαζόμενος με τη *Hermittian* αναστροφή του, \mathbf{M}_{BS}^H , επομένως

$$P_{BS} = tr \left\{ \mathbf{M}_{BS} \mathbf{M}_{BS}^H \right\} \quad (6.2)$$

όπου $tr \{ \cdot \} = \sum_{i=1}^n a_{ii}$, ν' αποτελεί το ίχνος ενός πίνακα $n \times n$ που είναι ίσο με το άθροισμα των στοιχείων της διαγώνιου του. Η ισχύς διατίθεται για τη μετάδοση τόσο προς τον ενδιάμεσο σταθμό όσο και προς το κάθε κινητό τερματικό. Εν συνεχεία το μεταδιδόμενο σήμα κατά τη διέλευση του μέσω του διαύλου $BS - RS$ υπόκειται σε κέρδος $\mathbf{H}_{BS,RS}$, ενώ κατά τη λήψη του απο τον ενδιάμεσο κόμβο προστίθεται θόρυβος n_{RS} με το συνολικό σήμα να είναι ίσο με

$$\mathbf{y}_{RS} = \mathbf{H}_{BS,RS} \mathbf{x}_{BS} + \mathbf{n}_{RS} \quad (6.3)$$

Θα πρέπει να σημειωθεί στο σημείο αυτό ότι το κέρδος $\mathbf{H}_{BS,RS}$ αποτελεί κέρδος *MIMO* καναλιού ενώ απεικονίζεται ως πίνακας $\mathbf{A}_{BS} \times \mathbf{A}_{RS}$ με το κάθε στοιχείο του να αποτελεί ανεξάρτητη και ομοιόμορφα κατανεμημένη *Gaussian* μεταβλητή με μηδενική μέση τιμή. Παράλληλα το μεταδιδόμενο σήμα $y_{(1)MS(k)}$ προς το εκάστοτε κινητό τερματικό $k \in K$ θα υπόκειται σε κέρδος $h_{BS,MS(k)}$ μέσω του καναλιού BS, MS , με διανυσματική μορφή $1 \times \mathbf{A}_{BS}$, υπακούοντας στην ακόλουθη ισότητα

$$\mathbf{y}_{(1)MS(k)} = \mathbf{h}_{BS,MS(k)} \mathbf{x}_{BS} + \mathbf{n}_{MS(k)} \quad (6.4)$$

Με τη συγκέντρωση του συνόλου των κερδών-διανυσμάτων $\mathbf{h}_{BS,MS(k)} \forall k$ δημιουργούμε πίνακα κερδών $\mathbf{H}_{BS,MS} = \left\{ h_{BS,MS(1)} \dots h_{BS,MS(K)} \right\}^T$ που αποτελεί πίνακα τύπου $\mathbf{A}_{BS} \times K$ με συνέπεια τη δημιουργία του ακόλουθου σήματος συσσωματώματος

$$\mathbf{y}_{(1)MS_total} = \mathbf{H}_{BS,MS} \mathbf{M}_{BS} \mathbf{s} + \mathbf{n}_{MS} \quad (6.5)$$

Ο ενδιάμεσος σταθμός εφαρμόζοντας πρωτόκολλο ενίσχυσης και προώθησης πολλαπλασιάζει το λαμβανόμενο σήμα \mathbf{y}_{RS} κατά παράγοντα \mathbf{M}_{RS} αποδίδοντας την κάτωθι προς μετάδοση αλληλουχία συμβόλων

$$\mathbf{x}_{RS} = \mathbf{M}_{RS} \mathbf{y}_{RS} \quad (6.6)$$

ενώ το κινητό τερματικό λαμβάνει την ακολουθία x_{RS} πολλαπλασιασμένη με το κέρδος του καναλιού διάδοσης $\mathbf{h}_{RS,MS}$ το οποίο αποτελεί διάνυσμα τύπου $1 \times \mathbf{A}_{RS}$ ενώ προστίθεται και θόρυβος $n_{MS(k)}$ που υφίσταται στην περιοχή του κινητού τερματικού, δηλαδή

$$\mathbf{y}_{MS(k)} = \mathbf{x}_{RS} \mathbf{h}_{RS,MS} + \mathbf{n}_{MS(k)} \quad (6.7)$$

Επομένως στο κινητό τερματικό καταφθάνουν δύο είδη σήματος εκείνο της άμεσης επαφής με το σταθμό βάσης $\mathbf{y}_{(1)MS(k)} = \mathbf{h}_{BS,MS(k)} \mathbf{x}_{RS} + \mathbf{n}_{MS(k)}$ και εκείνο του ενδιάμεσου σταθμού $\mathbf{y}_{(2)MS(k)} = \mathbf{x}_{RS} \mathbf{h}_{RS,MS} + \mathbf{n}_{MS(k)}$.

Η ισχύς που πρέπει να αποδοθεί στον ενδιάμεσο σταθμό για να μεταδώσει την ακολουθία συμβόλων $\mathbf{M}_{RS} \mathbf{y}_{RS} = \mathbf{M}_{RS} \{ \mathbf{H}_{BS,RS} \mathbf{x}_{BS} + \mathbf{n}_{RS} \}$ αποτελεί το άθροισμα των διαγώνιων τιμών του πίνακα

$$P_{RS} = tr \left\{ \mathbf{M}_{RS} \left(\mathbf{H}_{BS,RS} \mathbf{M}_{BS} \mathbf{M}_{BS}^H \mathbf{H}_{BS,RS}^H + \mathbf{I} \right) \mathbf{M}_{RS}^H \right\} \quad (6.8)$$

Συγκεντρώνοντας για μία ακόμη φορά το σύνολο των κερδών για τους υφιστάμενους διαύλους μεταξύ ενδιάμεσου σταθμού και κινητών τερματικών σχηματοποιούμε τον πίνακα κερδών $\mathbf{H}_{RS,MS} = \{ \mathbf{h}_{RS,MS(1)} \dots \mathbf{h}_{RS,MS(K)} \}^T$ τύπου $K \times \mathbf{A}_{RS}$ με το σύνολο των σημάτων να λαμβάνεται ως

$$\mathcal{Y}_{(2)MS_total} = \mathbf{M}_{RS} \mathbf{H}_{RS,MS} \mathbf{H}_{BS,RS} \mathbf{M}_{BS} \mathbf{s} + \mathbf{M}_{RS} \mathbf{H}_{RS,MS} \mathbf{n}_{RS} + \mathbf{n}_{MS} \quad (6.9)$$

Στην άνωθεν σχέση θα πρέπει να υπολογιστούν κατάλληλοι παράγοντες \mathbf{M}_{BS} και \mathbf{M}_{RS} ώστε το αποτέλεσμα του κάθε γινομένου $\mathbf{M}_{RS} \mathbf{H}_{RS,MS} \mathbf{H}_{BS,RS} \mathbf{M}_{BS}$ και $\mathbf{M}_{RS} \mathbf{H}_{RS,MS}$ να έχει μη μηδενικά στοιχεία μόνο στη διαγώνιο του κάτι το οποίο δύναται να επιτευχθεί θεωρώντας τις εξής συνθήκες

$$\mathbf{M}_{BS} = \mathbf{H}_{BS,MS}^{-1} \mathbf{D} \quad \text{και} \quad \mathbf{M}_{RS} = \mathbf{H}_{RS,MS}^{-1} \mathbf{Q} \mathbf{H} \quad (6.10)$$

με $\mathbf{H} = \mathbf{H}_{BS,MS} \mathbf{H}_{BS,RS}^{-1}$ ενώ \mathbf{D} , \mathbf{Q} αποτελούν διαγώνιους πίνακες για τους οποίους ισχύει

$\mathbf{D}\mathbf{D}^H = \text{diag}\{d_1, \dots, d_k\}$ και $\mathbf{Q}\mathbf{Q}^H = \text{diag}\{q_1, \dots, q_k\}$. Επιπροσθέτως το κινητό τερματικό συνδυάζει τα λαμβανόμενα σήματα απο το σταθμό βάσης και τον ενδιάμεσο κόμβο με τη βοήθεια της μεθόδου συνδυασμού μεγίστου λόγου αποδίδοντας συνολικό SNR το οποίο με τη χρήση των ισοτήτων (6.5), (6.9) και (6.10) αποδίδεται ως ακολούθως

$$\gamma_k = d_k + \frac{d_k q_k}{q_k \|h_k^T\|^2 + 1} \quad (6.11)$$

όπου h_k η k στήλη του πίνακα H την οποία εκλάβαμε ως πολύπλοκη μεταβλητή και $\|\cdot\|$ η l^2 νόρμα της, ενώ εξ' ορισμού αποδίδεται ως $\|h\| = \sqrt{\sum_1^k \|h_k\|^2}$. Παράλληλα το ομαδοποιημένο SNR του συνόλου των K κινητών τερματικών που εξυπηρετούνται απο τον εξεταζόμενο ενδιάμεσο σταθμό το ορίζουμε ως διάνυσμα $\boldsymbol{\gamma} = \{\gamma_1, \dots, \gamma_K\}^T$, με γ_k να ορίζεται ως το SNR του k κινητού τερματικού που ανήκει στο σύνολο των K εξυπηρετούμενων κινητών τερματικών. Στόχος μας είναι η εξεύρεση κατάλληλων συντελεστών-διανυσμάτων \mathbf{d} και \mathbf{q} τα οποία πολλαπλασιαζόμενα με τη νόρμα της k στήλης των πινάκων $\mathbf{H}_{BS,MS}^{-1}$ και $\mathbf{H}_{RS,MS}^{-1}$, που αποτελούν αντίστροφους πίνακες των ομαδοποιημένων κερδών h απο το σταθμό βάσης προς το κινητό τερματικό και απο τον ενδιάμεσο κόμβο προς τον κινητό χρήστη αντιστοίχως, να δημιουργηθεί το βελτιστοποιημένο κέρδος για τον κάθε διάυλο, βάση του οποίου ο σταθμός βάσης και ο ενδιάμεσος σταθμός θα εκπέμψουν την ελάχιστη δυνατή ισχύ για να εξυπηρετήσουν το εκάστοτε κέρδος που ανταποκρίνεται σε καθορισμένο ελάχιστο SNR για το κάθε κανάλι μετάδοσης. Απαραίτητη προϋπόθεση είναι η πλήρη γνώση των ιδιοτήτων του επικρατούντος καναλιού διάδοσης (*full CSI-Channel System Information*) ,που απαρτίζονται απο το πλάτος την μεταδιδόμενων σημάτων καθώς και τη φάση τους, στοιχεία που καθορίζονται απο το περιβάλλον διάδοσης.

Επομένως δημιουργήθηκε η διαδικασία ελαχιστοποίησης της ισχύος που αποδίδεται σε σταθμό βάσης και ενδιάμεσο κόμβο για δεδομένο ελάχιστο επιθυμητό SNR , η οποία αποτυπώνεται ακολούθως

$$\min_{\{\mathbf{M}_{BS}, \mathbf{M}_{RS}\}} \{P_{BS} + P_{RS}\}$$

$$\text{με δεδομένο } \gamma \geq \gamma_{\min} \text{ και } P_B \leq P_{B,\max} \quad (6.12)$$

Συνδυάζουμε τις συναρτήσεις (6.2) και (6.10) καθώς και τις (6.8) με (6.10) καταλήγοντας στις εκφράσεις για την ισχύ του σταθμού βάσης και του ενδιάμεσου κόμβου

$$P_{BS} = \sum_{k \in K} d_k \|\mathbf{g}_{BS,MS}\|^2$$

$$\text{και } P_{RS} = \text{tr} \left[\mathbf{H}_{RS,MS}^{-1} \mathbf{D} \mathbf{D}^H \mathbf{Q} \mathbf{Q}^H \left(\mathbf{H}_{RS,MS}^{-1} \right)^H \right] = \sum_{k \in K} d_k q_k \|\mathbf{g}_{RS,MS}\|^2 + \sum_{i,j \in K} a_{ij} \sqrt{q_i q_j}$$

(6.13)

όπου $\mathbf{g}_{BS,MS}$ και $\mathbf{g}_{RS,MS}$ η k στήλη των πινάκων $\mathbf{H}_{BS,MS}^{-1}$ και $\mathbf{H}_{RS,MS}^{-1}$

Η επιλυσιμότητα του προβλήματος εντοπίζεται στην εξεύρεση κατάλληλου διανυσμάτων $\mathbf{d} = \{d_1, \dots, d_K\}^T$, $\mathbf{q} = \{q_1, \dots, q_K\}^T$ ώστε $P_B \leq P_{B,\max}$ και $P_R \leq P_{R,\max}$, επομένως για

κάθε στοιχείο του διαγώνιου πίνακα \mathbf{D} και \mathbf{Q} να ισχύει ότι $d_k > \gamma_{k,\min} \left(\frac{\|\mathbf{h}_k^T\|^2}{\|\mathbf{h}_k^T\|^2 + 1} \right)$ και

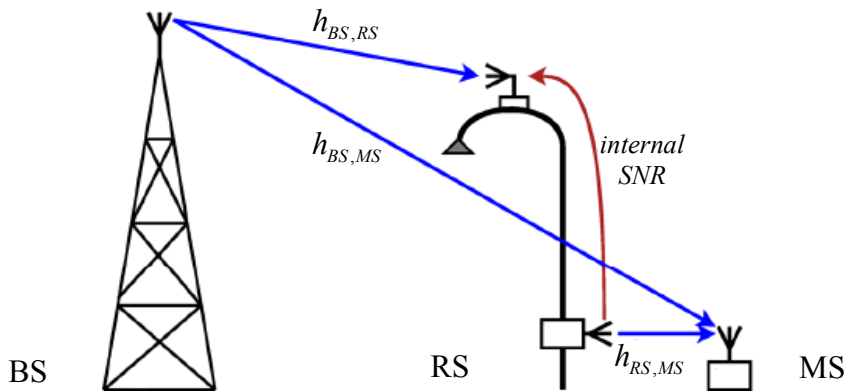
$$q_k \geq \frac{\gamma_{k,\min} - d_k}{d_k \left(\|\mathbf{h}_k^T\|^2 + 1 \right) - \gamma_{k,\min} \left(\|\mathbf{h}_k^T\|^2 \right)}$$

αποτελώντας τις προσεγγιστικά κατάλληλες τιμές των

στοιχείων, με τους συντελεστές $\mathbf{M}_{RS}, \mathbf{M}_{BS}$ να αποδίδουν στην ισχύ του σταθμού βάσης

$$P_{BS} = \text{tr} \left\{ \mathbf{M}_{BS} \mathbf{M}_{BS}^H \right\} \text{ και ενδιάμεσου κόμβου } P_{RS} = \text{tr} \left\{ \mathbf{M}_{RS} \left(\mathbf{H}_{BS,RS} \mathbf{M}_{BS} \mathbf{M}_{BS}^H \mathbf{H}_{BS,RS}^H + \mathbf{I} \right) \mathbf{M}_{RS}^H \right\}$$

τις μικρότερες τιμές τους.



Σχ. 6.2 – Εξατομικευμένη απεικόνιση συνεργατικού κυψελωτού συστήματος ενίσχυσης και προώθησης [43]

6.2 Κατανομή ισχύος σε ενδιάμεσους κόμβους σε πρωτόκολλο αποκωδικοποίησης και προώθησης

Στην περίπτωση της ανάλυσης του πρωτοκόλλου αποκωδικοποίησης και προώθησης επιχειρούμε την απόδοση ισχύος στους ενδιάμεσους κόμβους με την προϋπόθεση της εγγύησης ενός ελάχιστου ρυθμού μετάδοσης προς το κάθε κινητό τερματικό. Ορίζουμε το ρυθμό μετάδοσης για τις ζεύξεις σταθμού βάσης και ενδιάμεσου κόμβου καθώς και σταθμού βάσης,ενδιάμεσου κόμβου και κινητού τερματικού. Παράλληλα μέσω της υιοθέτησης της παραδοχής του μέγιστου ελαχίστου μέσου ρυθμού μετάδοσης εντοπίζουμε την ελάχιστη δυνατή παρεχόμενη ισχύ ενός ενδιάμεσου κόμβου για το συγκεκριμένο χρήστη ως προς το συγκεκριμένο ρυθμό μετάδοσης.

Ορίζουμε τους ρυθμούς μετάδοσης για τις ζεύξεις $BS-MS$ και $BS-RS-MS$,δηλαδή

$$R_{BS,RS} = \frac{1}{2} \log_2 \left(1 + \gamma_{BS} |h_{BS,RS}|^2 \right)$$

$$R_{BS,RS,MS} = \frac{1}{2} \log_2 \left(1 + \gamma_{BS} |h_{BS,MS}|^2 + \gamma_{RS} P_{RS} |h_{RS,MS}|^2 \right) \quad (6.14)$$

Συνάμα προχωρούμε στην ακόλουθη παραδοχή ,στοχεύοντας στη δημιουργία μίας προσεγγιστικής λύσης για την τιμή ισχύος του βέλτιστου ενδιάμεσου κόμβου,επομένως

$$R_{\min} = \min \left(R_{BS,RS}, R_{BS,RS,MS} \right) \quad (6.15)$$

συνάμα θεωρούμε ως ελάχιστο το ρυθμό $R_{BS,RS,MS}$ και με δεδομένο το κατώφλι εγγυώμενου ρυθμού ανά χρήστη λαμβάνουμε το μέγιστο του θεμελιώνοντας το ακόλουθο πρόβλημα βελτιστοποίησης

$$\left\{ \begin{array}{l} \max_{(P_{RS})} R = \min_{(P_{RS})} \left[\sum_{k=1}^N \frac{1}{2} \log_2 \left(1 + \gamma_{BS} |h_{BS,MS(k)}|^2 + \sum_{j=1}^M \gamma_{RS(j)} P_{RS(j,k)} |h_{RS(j),MS(k)}|^2 \right) \right] \\ \text{δεδομένο ότι για κάθε } \forall j \text{ RS που εξυπηρετεί πλήθος } k \text{ MS} \\ \sum_{j=1}^M P_{RS(j,k)} - 1 = 0 \text{ με } -P_{RS(j,k)} \leq 0 \\ \text{και } R_k - \frac{1}{2} \log_2 \left(1 + \gamma_{BS} |h_{BS,MS(k)}|^2 + \sum_{j=1}^M \gamma_{RS(j)} P_{RS(j,k)} |h_{RS(j),MS(k)}|^2 \right) \leq 0 \\ \text{όπου } R_k \text{ ο ελάχιστος ρυθμός προς τους } k \text{ εξυπηρετούμενους MS} \end{array} \right\}$$

(6.16)

τότε η συνάρτηση *Lagrange* για τη βελτιστοποίηση της απόδοσης ισχύος μέσω του υπολογισμού παράγοντα ν για την περίπτωση ενδιάμεσου σταθμού-*RS* που εξυπηρετεί k χρήστες θα δίδεται ως εξής

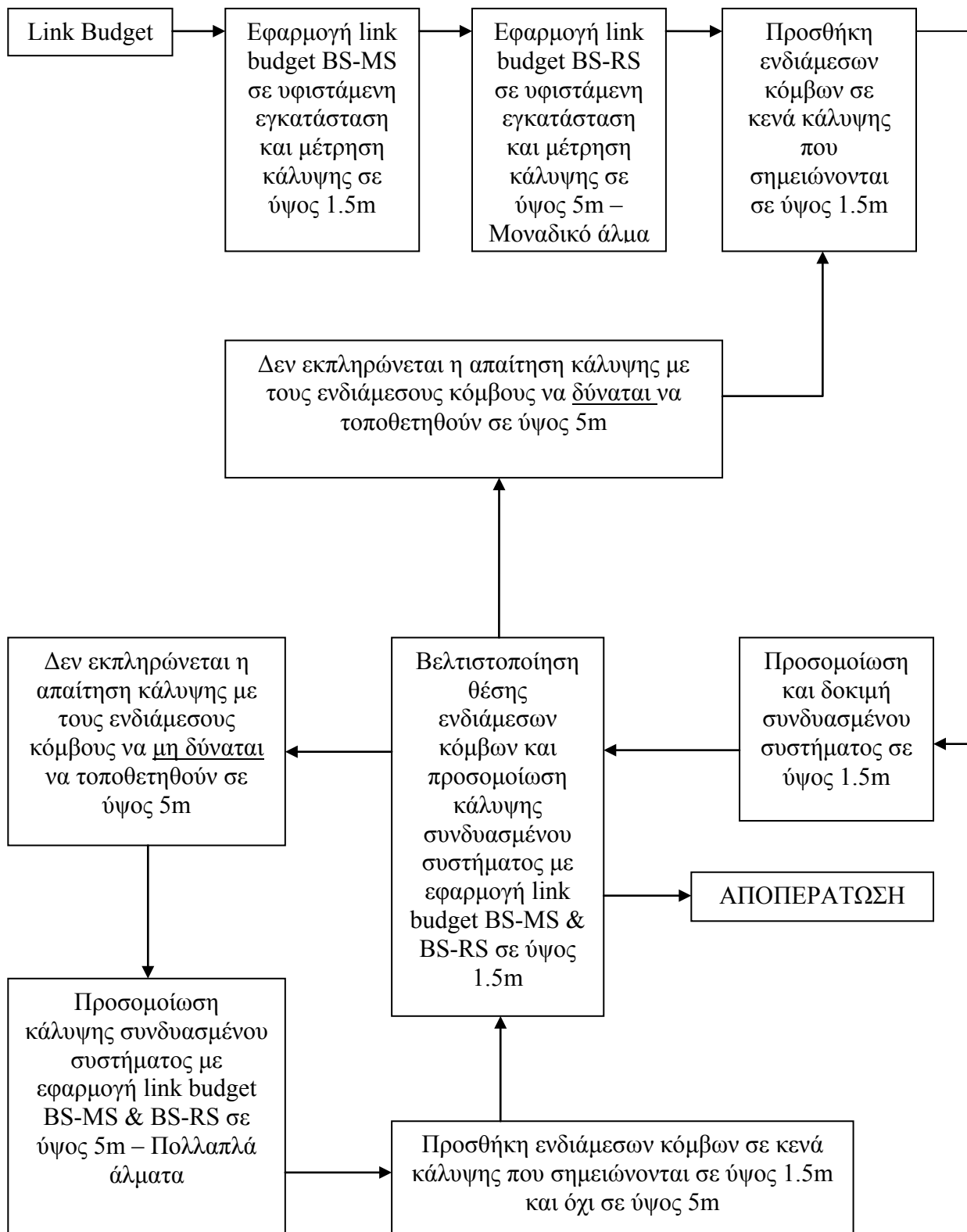
$$L\{P_{RS(1,k)}; \lambda_k, \nu, a_k\} = -R - \sum_{k=1}^N \lambda_k P_{RS(1,k)} + \nu \left(\sum_{k=1}^N P_{RS(1,k)} - 1 \right) - \sum_{k=1}^N a_k \left[R_k - \frac{1}{2} \log_2 \left(1 + \gamma_{BS} |h_{BS,MS(k)}|^2 + \gamma_{RS(j)} P_{RS(1,k)} |h_{RS(1),MS(k)}|^2 \right) \right] \quad (6.17)$$

όπου a_k ο πολλαπλασιαστής *Lagrange* για το μέγιστο ελάχιστο ρυθμό μετάδοσης προς κάθε *BS* με την απόδοση του πολλαπλασιαστή ν για την ισχύ του ενδιάμεσου *RS* θα δίδεται ως ακολούθως

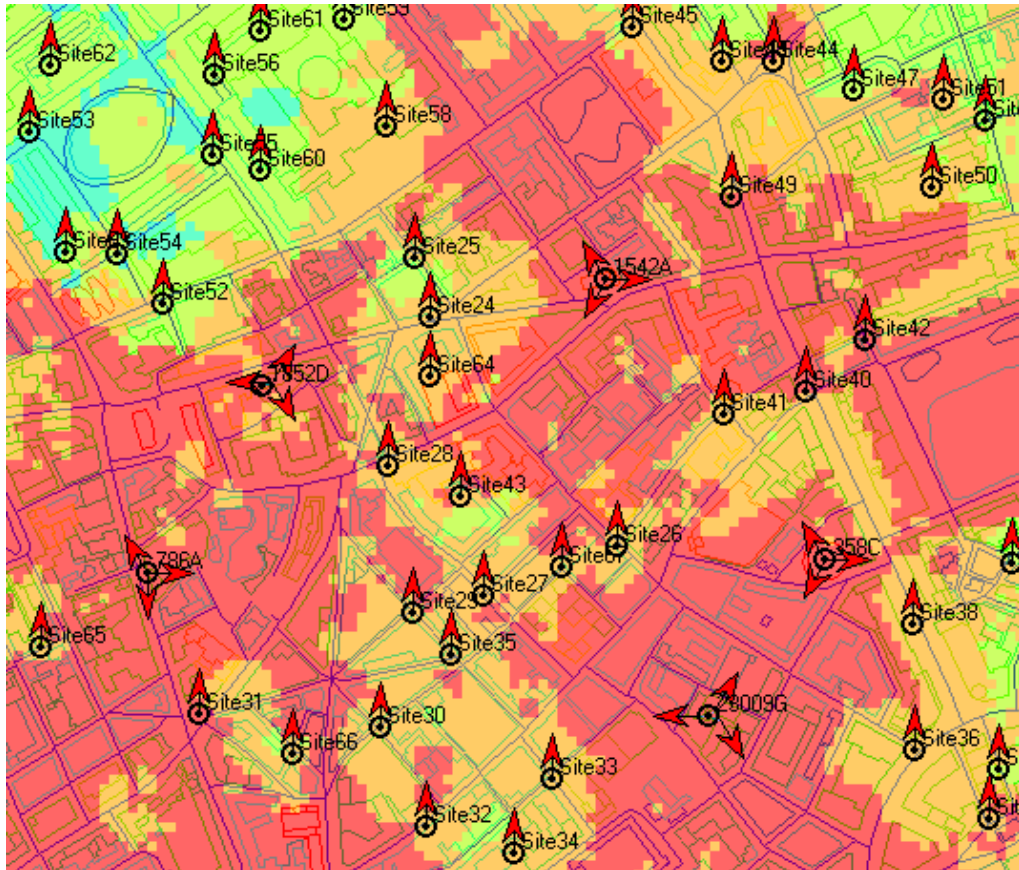
$$\nu = \frac{\gamma_{RS(1)} |h_{RS(1),MS(k)}|^2 (1 - a_k)}{1 + 1 + \gamma_{BS} |h_{BS,MS(k)}|^2 + \gamma_{RS(1)} P_{RS(1,k)} |h_{RS(1),MS(k)}|^2} \quad (6.18)$$

6.3 Κάλυψη και χωρητικότητα σε κυψελωτά συστήματα LTE-Advanced με ενδιάμεσους κόμβους πρωτοκόλλων ενίσχυσης και αποκωδικοποίησης και προώθησης

Η επίδοση του πρωτοκόλλου ενίσχυσης και προώθησης είναι βέλτιστη στην περίπτωση όπου ο ενδιάμεσος κόμβος εντοπίζεται πλησιέστερα στο δέκτη, εν αντιθέσει με το πρωτόκολλο αποκωδικοποίησης και προώθησης όπου ο ενδιάμεσος κόμβος τοποθετείται πλησιέστερα στον πομπό. Εφαρμόζεται δε στην περίπτωση της ανυπαρξίας απευθείας μετάδοσης-οπτικής επαφής (*Non Line Of Sight-NLOS*) κινητού τερματικού και σταθμού βάσης αποτελώντας την πλειοψηφία των περιπτώσεων. Η τοποθέτηση των ενδιάμεσων κόμβων σε αυτή την κατηγορία συστημάτων ακολουθεί την κάτωθι διαδικασία υλοποίησης



Σχ. 6.3 – Διαδικασία τοποθέτησης ενδιάμεσων κόμβων σε LTE κυψελωτό σύστημα αποκωδικοποίησης και προώθησης

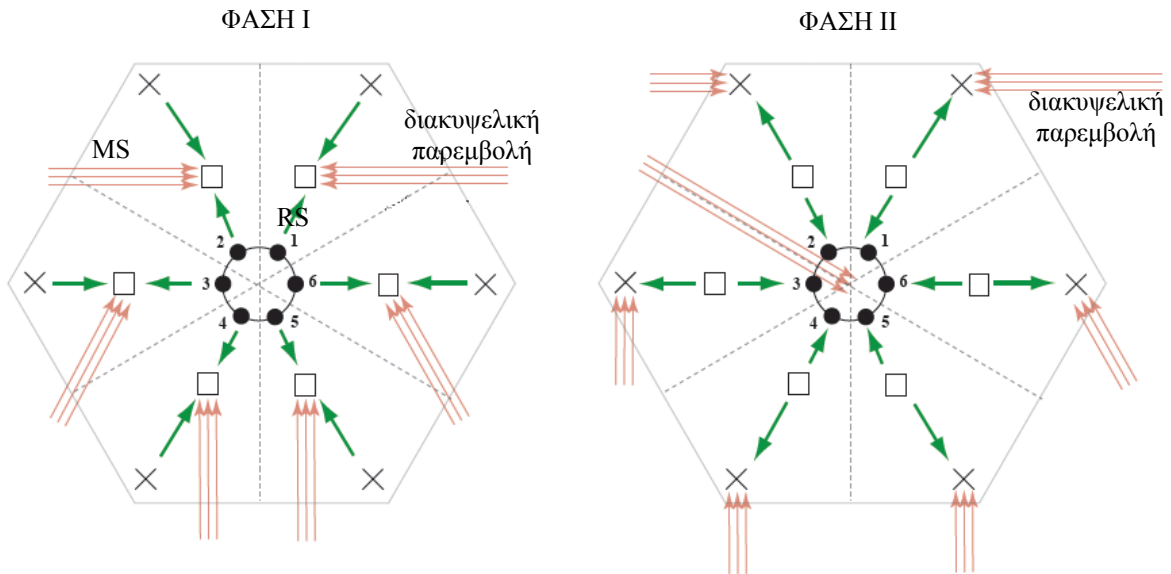


Σχ. 6.4 – Περιοχή κάλυψης κυψελωτού LTE συστήματος αποκωδικοποίησης και προώθησης (σταθμοί βάσης απεικονίζονται με τρία βέλη και οι ενδιάμεσοι κόμβοι-relays με μοναδικό βέλος) [45]

6.4 Στρατηγική χωροθέτησης ενδιάμεσων κόμβων

Οι τεχνικές υλοποίησης τοποθέτησης των ενδιάμεσων κόμβων κατηγοριοποιούνται βασιζόμενες στη διαδικασία συνεργασίας ενδιάμεσων κόμβων και σταθμών βάσης. Διαχωρίζονται στην επικοινωνία δύο δρόμων με τους ενδιάμεσους κόμβους και στη διαμοιρασμένη επικοινωνία με τον προκαθορισμένο ενδιάμεσο κόμβο.

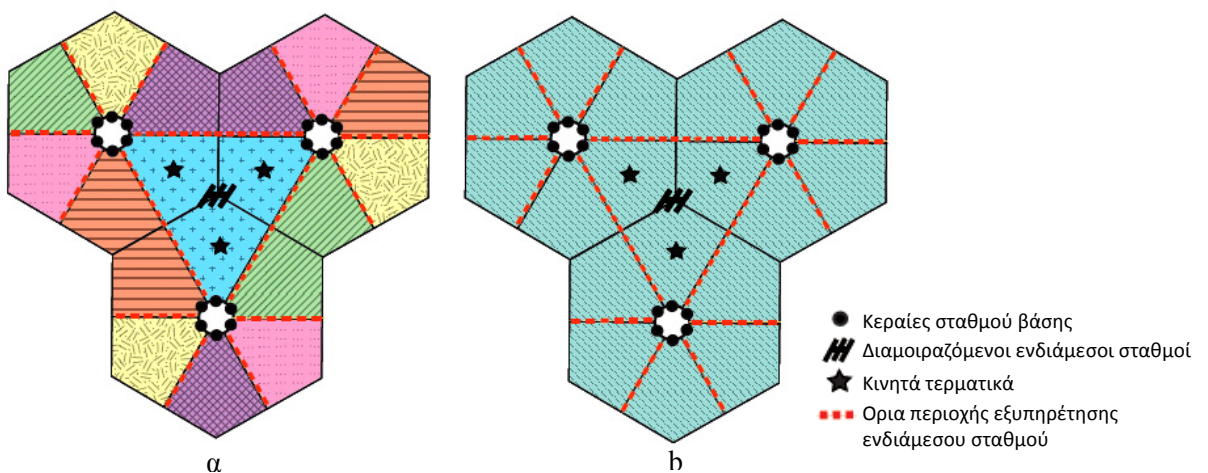
Στην πρώτη κατηγορία η κυψέλη καλύπτεται από σταθμό βάσης που τη διαχωρίζει σε έξι τομείς με τον κάθε τομέα να διαθέτει ξεχωριστό ενδιάμεσο κόμβο με την επικοινωνία να ολοκληρώνεται σε δύο φάσεις. Κατά την πρώτη, κινητό τερματικό και σταθμός βάσης μεταδίδουν προς τον ενδιάμεσο σταθμό ενώ κατά τη δεύτερη φάση ο ενδιάμεσος κόμβος μεταδίδει προς το κινητό τερματικό και το σταθμό βάσης. Η παρεμβολή που σημειώνεται στο κινητό τερματικό και στον ενδιάμεσο κόμβο για την πρώτη και δεύτερη φάση περιγράφονται με την ακόλουθη σχηματική απεικόνιση



Σχ. 6.5 – Επίδραση παρεμβολής κατά τη διάρκεια υλοποίησης των δύο φάσεων εκπομπής [46]

Διευκρινίζουμε ότι κατά την πρώτη φάση μετάδοσης η παρεμβολή εντοπίζεται από τα κινητά τερματικά και τους σταθμούς βάσης, των γειτονικών κυψελών, προς τους ενδιάμεσους κόμβους ενώ στη δεύτερη φάση μετάδοσης η παρεμβολή που προέρχεται από τους γειτονικούς ενδιάμεσους σταθμούς επηρεάζει τα κινητά τερματικά και το σταθμό βάσης.

Στη δεύτερη κατηγορία χωροθέτησης ο ενδιάμεσος σταθμός τοποθετείται στο σημείο επαφής ή κοινής κάλυψης δύο ή τριών κυψελών διαθέτοντας $K \times M$ κεραιές όπου K ο αριθμός των σταθμών βάσης που διαμοιράζονται τον ενδιάμεσο κόμβο και M ο αριθμός των κεραιών που διαθέτει ο κάθε σταθμός βάσης.



Σχ. 6.6 – Χωροθέτηση με κοινή χρήση ενδιάμεσου κόμβου

Όπως απεικονίζεται προηγουμένως ο ενδιάμεσος κόμβος τοποθετείται σε σημείο που εξυπηρετεί τρεις κυψέλες εφαρμόζοντας παράγοντα επαναχρησιμοποίησης συχνοτήτων για την περίπτωση (a) ίσο με έξι και στην περίπτωση (b) ίσο με τη μονάδα.

Παραπομπές

- [1] Fading Models S-72.333 Physical Layer Methods in Wireless Communication Systems– Fabio Belloni – Helsinki University of Technology Smarad Centre of Technology – Signal Processing Laboratory, 23 November 2004
- [2] “Cooperative Communications and Networking Technologies and System Design” – Y.-W. Peter Hong, National Tsing Hua University Department of Electrical Engineering – Wan-Jen Huang, National Sun Yat-Sen University – C.-C. Jay Kuo, University of Southern California Viterbi School of Engineering – Foreword by Georgios B. Giannakis – Springer Publications Springer New York Dordrecht Heidelberg London 2010 – Ch. 2.1.3, 3.1, 3.2, 4.1, 4.2, 4.3
- [3] “The Problem of the Fading Model” Selection – Marcelo Agustin TANEDA†, Student Member, Jun-ichi TAKADA†, and Kiyomichi ARAKI†, Regular Members – IEICE TRANS. COMMUN., VOL.E84 – B, NO.3, March 2001
- [4] “On the Multivariate Nakagami-m Distribution With Exponential Correlation” George K. Karagiannidis, Dimitris A. Zogas and Stavros A. Kotsopoulos – In Communications, IEEE Transactions on, vol. 51, no. 8, pp. 1240 – 1244, 2003
- [5] “A Study on the Second Order Statistics of Nakagami-Hoyt Mobile Fading Channels” Neji Youssef, Cheng-Xiang Wang, and Matthias Patzold – IEEE Transactions On Vehicular Technology, Vol. 54, No. 4, July 2005
- [6] “On the MIMO Channel Capacity for the Dual and Asymptotic Cases over Hoyt Channels” Gustavo Fraidenraich, Olivier L’eveque, and John M. Ciof, The authors are with the Electrical Engineering Department, Stanford University, Stanford, CA 94305 USA. – The work of the second author was supported by Swiss NSF grant Nr PA002-108976

- [7] “A unified approach to the performance analysis of digital communication over generalized fading channels” – Marvin K. Simon and Moahamed-Slim Alouini – Proceedings of the IEEE, Vol. 86, No. 9, September 1998
- [8] “A new simple and exact result for calculating the probability of error for two-dimensional signal constellations” – John W. Craig – Interstate Electronics Corporation–CH2981-9/91/0000-0571, MILCOM 1991
- [9] “A New Twist on the Marcum Q-Function and its Application” – Marvin K. Simon, Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology, Pasadena, CA 91109-8099 USA – Work performed under a contract with National Aeronautics and Space Administration
- [10] “Digital Communication over Fading Channels: A Unified Approach to Performance Analysis” Marvin K. Simon, Mohamed-Slim Alouini .- Ch.7.1, p.157-163 – Copyright 2000 John Wiley & Sons, Inc
- [11] “Performance of Maximal Ratio Diversity Systems in a Correlated Nakagami fading environment” – Valentine A. Aalo – IEEE Transactions on Communications Vol.43, No. 8, 1995
- [12] “Digital Communications” – Fifth Edition – McGraw Hill Higher Education – John G.Proakis Professor Emeritus, Northeastern University Department of Electrical and Computer Engineering, University of California, San Diego – Masoud Salehi, Department of Electrical and Computer Engineering,Northeastern University – Appendix B – Error Probability for multichannel Binary Signals
- [13] “Fading Channels: Information-Theoretic and Communications Aspects” Ezio Biglieri, John Proakis and Shlomo Shamai (Shitz) – IEEE Transactions on Information Theory, Vol. 44, No. 6, p.2619 ,(Invited Paper) , October 1998

[14] “All about modulation – Part I – Basic Concepts, Signal Space, Constellations and Phase Shift Keying modulations (PSK, QPSK, OQPSK, MPSK, $\pi/4$ -QPSK, MSK and GMSK” – Intuitive Guide to Principles of Communications – Charan Langton, 2002

[15] “Outage Probability of MRC with Arbitrary Power Cochannel Interferers in Nakagami Fading” Juan M. Romero-Jerez, Juan P. Pena Martin and Andrea J. Goldsmith – IEEE Transactions on Communications, Vol. 55, No. 7, July 2007, p. 1283 – 15th IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, Barcelona, Spain, September 2004

[16] “Table of Integrals, Series, and Products – Seventh Edition – I.S. Gradshteyn and I.M. Ryzhik” – Alan Jeffrey, Editor – University of Newcastle upon Tyne, England – Daniel Zwillinger – Editor Rensselaer Polytechnic Institute, Elsevier Inc, USA Copyright 2007

[17] “On Optimum Selection Relaying Protocols in Cooperative Wireless Networks” Weifeng Su, and Xin Liu – IEEE Transactions on Communications Vol.58 – No1 – January 2010

[18] “Cooperative Diversity in Wireless Networks : Efficient Protocols and Outage Behaviour” J. Nicholas Laneman, David N. C. Tse, and Gregory W. Wornell – IEEE Transactions on Information Theory Vol.50, No12, December 2004

[19] “High Performance Cooperative Demodulation with Decode and Forward Relays” Tairan Wang, Alfonso Cano, Georgios B. Gianakis and J. Nicholas Laneman, IEEE Transactions on Communications, Vol. 55, No. 7, July 2007 p.1427 – 39th Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers, Pacific Grove, CA, November 2005

[20] “Exploiting Distributed Spatial Diversity in Wireless Networks” J. Nicholas Laneman & Gregory W. Wornell – Research Laboratory of Electronics – Massachusetts Institute of Technology – In Proc. Allerton Conf. Commun., Contr., Computing, (Illinois), (invited paper), October 2000

- [21] “Cooperative Communications and Networking” K.J. Ray Li – University of Maryland, College Park , Ahmed K.Sadek – Qualcomm, San Diego, California, Weifeng Su – State University of New York (SUNY) at Buffalo, Andres Kwasinski – Texas Instruments, Germantown, Maryland – Cambridge University Press – Ch.5 Cooperative Communications with single relay, Ch.6 Multinode cooperative communications
- [22] “Performance Analysis of Repetition-Based Cooperative Networks with Partial Statistical CSI at Relays” Optimized Heterogeneous Multiuser MIMO Networks – OptiMO – Behrouz Maham, Are Hjørungnes
- [23] “Symbol Error Probabilities for General Cooperative Links” Alejandro Ribeiro, Xiaodong Cai, Georgios B.Gianakis – IEEE Transactions on Wireless Communications, Vol. 4, No. 3, p.1264, May 2005
- [24] “Performance Analysis of Cooperative Diversity Wireless Networks over Nakagami-m Fading Channel” Salama Ikki and Mohamed H.Ahmed – IEEE Communications Letters, Vol. 11, No. 4, p.334, April 2007
- [25] “Distributed Beamforming for Relay Networks Based on Second-Order Statistics of the Channel State Information” Veria Havary-Nassab, Shahram Shahbazpanahi, Ali Grami, and Zhi-Quan Luo – IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 56, No. 9, p.4306, September 2008
- [26] “Distributed Beamforming and Power Allocation for Cooperative Networks” Zhinguo Ding , Woon Hau Chin, and Kin K.Leung – IEEE Transactions on Wireless Communications, Vol. 7, No. 5, p.1817, May 2008
- [27] “Outage Analysis and Optimal Power Allocation for Multinode Relay Networks” Karim G.Seddik, Ahmed K.Sadek, Weifeng Su. and K.J Ray Liu, – IEEE Signal Processing Letters ,Vol.14, No.6 , June 2007

[28] “Centralized and Distributed Power Allocation in Multi-User Wireless Relay Networks” Khoa T. Phan[†], Long Bao Le_,, Sergiy A.Vorobyov, and Tho Le-Ngoc[‡] – [†]Department of Electrical Engineering, California Institute of Technology (Caltech), USA – Department of Aeronautics and Astronautics, Massachusetts Institute of Technology (MIT), USA Department of Electrical and Computer Engineering, University of Alberta, Edmonton, CANADA [‡]Department of Electrical and Computer Engineering, McGill University, Montreal, CANADA

[29] “Resource Allocation in Wireless Networks with Multiple Relays” Kaçgan Bakanoçglu , Stefano Tomasin, Elza Erkip – Department of Electrical and Computer Engineering, Polytechnic Institute of NYU, Brooklyn, NY, 11201 Department of Information Engineering University of Padova , via Gradenigo 6/B, 35131 Padova, Italy

[30] “Improving Amplify and Forward Relay Networks : Optimal Power Allocation versus Selection” Yi Zhao, Raviraj Adve, Teng Loon Lim – Dept. of Electrical and Computer Engineering – University of Toronto

[31] “Power Allocations in Minimum-Energy SER Constrained Cooperative Networks” Behrouz Maham, Are Hjørungnes and Merouane Debbah – Special issue of Annales of Telecommunications on Cognitive Radio, Annals of telecommunications – Annales des telecommunications 64, 2009

[32] “Distributed Adaptive Power Allocation for Wireless Relay Networks” Yonghui Li, Branka Vucetic, Zhendong Zhou, and Mischa Dohler – IEEE Transactions on Wireless Communications, Vol. 6, No. 3, p.948, March 2007

[33] “Distributed Turbo Coding With Soft Information Relaying in Multihop Relay Networks” Yonghui Li, Branka Vucetic, Tan F. Wong, and Mischa Dohler – IEEE Journal on Selected Areas in Communications, Vol. 24, No. 11, p.2040, November 2006

- [34] “Power Allocation Based on SEP Minimization in Two-Hop Decode-and-Forward Relay Networks” Arash Khabbazibasmenj, and Sergiy A. Vorobyov – IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 59, No. 8, p.3954, August 2011
- [35] “Distributive Subband Allocation, Power and Rate Control for Relay Assisted OFDMA Cellular System with Imperfect System State Knowledge” Ying Cui, Vincent k.N.Lau, and Rui Wang – IEEE Transactions on Wireless Communications, Vol. 8, No. 10, October 2009
- [36] “Green Cellular Networks : A Survey, Some Reasearch Issues and Challenges” Ziaul Hasan, Hamidreza Boostanimehr, and Vijay K.Bhargava – IEEE Communications Surveys and Tutorials. Vol. 13, No. 4, p.524, Fourth Quarter 2011
- [37] “Bandwidth and Routing Optimization in Wireless Cellular Networks with Relays” Jingping Ji and Wei Yu – Department of Electrical and Computer Engineering University of Toronto, Toronto, Canada
- [38] “Performance Improvement through Relay-Channel Partitioning and Reuse in OFDMA Multihop Cellular Networks” Liping WANG, and Yusheng JI – The Graduate University for Advances Studies National Institute of Informatics Tokyo, Japan – Fuqiang LIU – Dept. of Information and Communication Engineering Tongji University Shanghai, China – Jie LI ,Graduate School of Systems and Information Engineering University of Tsukuba ,Tsukuba Science City, Japan
- [39] “Research Article Downlink Resource Allocation for Autonomous Infrastructure-based Multihop Cellular Networks” Mahdi Shabany and Elvino S. Sousa – Department of Electrical Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran Edward S. Rogers Sr. Department of Electrical and Computer Engineering, University of Toronto, Toronto, ON, Canada – Hindawi Publishing Corporation EURASIP Journal on Advances in Signal Processing Volume 2009

[40] “System outage probability analysis in uplink multi-hop cellular systems over composite channels” Xibin Zhao Jun-Bo Wang, Jin-Yuan Wang, Ming Chen, Min Feng and Ming Sheng – EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking 2011

[41] “Induced Cooperative Multi-user Diversity Relaying for Multi-hop Cellular Networks Keivan Navaie and Halim Yanikomeroglu” Broadband Communications and Wireless Systems (BCWS) – Centre Department of Systems and Computer Engineering, Carleton University

[42] “System-Level Performance of Cellular Multihop Relaying with Multiuser Scheduling” Mohamad Charafeddine , “Ozgur Oyman†, and Sumeet Sandhu† – Information Systems Laboratory, Department of Electrical Engineering, Stanford University – †Intel Research Laboratories, Santa Clara

[43] “Performance of Amplify-and-Forward & Decode-and-Forward Relays in LTE-Advanced” Abdallah Bou Saleh, Simone Redana, Bernhard Raaf – Nokia Siemens Networks, Munich, Germany ,Taneli Riihonen, Jyri Hämäläinen, Risto Wichman – Helsinki University of Technology, Finland – IEEE 2009

[44] “Relay Selection and Power Allocation in Cooperative Cellular Networks” – Sachin Kadloor and Raviraj Adve – Department of Electrical and Computer Engineering, University of Toronto

[45] “On Coverage and Capacity of Relaying in LTE Advanced in Example Deployments” Ralf Irmer and Fabian Diehm – Vodafone Chair, Dresden University of Technology, Germany – 978-1-4244-2644-7/08/ – IEEE 2008

[46] “Relay Architectures for 3GPP LTE-Advanced” Steven W. Peters, Ali Y. Panah, Kien T. Truong, and Robert W. Heath, Jr. – Department of Electrical and Computer Engineering, University Station – The University of Texas at Austin, Austin, TX – Hindawi Publishing Corporation EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking Volume 2009

[47] “Three-terminal communication channels” Adv. Appl. Prob., vol. 3, pp. 120-154,
E. C. van der Meulen – University of Rochester, 1971

[48] “A Survey of Multi-Way Channels in Information Theory : 1961-1976” – Edward
C. van der Meulen – Technical Report No.20, November 1, 1976 – Prepared under the
Auspices of National Science foundation, 7636-084 – Department of Statistics, Stanford
University – Stanford California

[49] “Capacity Theorems for the Relay Channel” Thomas M. Cover, Abbas A. El
Gamal – IEEE Transactions On Information Theory, Vol. rr-25, NO. 5, p.572, September
1979